

Задача 4.2.5

Когерентность света

Милославов Глеб Б01-103

Основные цели работы: настройка интерферометра, определение радиусов, длины, времени когерентности; средней длины волны и ширины спектра источника света.

В работе используются: лазер, галогенная лампа с блоком питания, объектив, оптические щели, микроскоп.

Теоритическая часть

Рассмотрим проблему согласованности световых колебаний от источника в двух точках с координатами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 в моменты времени t_1 и t_2 . При этом световые колебания будем считать квазимонохроматическими с центральной частотой ω_0 , а поле будем считать скалярным, т.е. не будем учитывать эффекты, связанные с поляризацией излучения. Если поле световой волны в точке \mathbf{r} в момент времени t записать как $A(\mathbf{r}, t)e^{i\omega_0 t}$, то за меру когерентности световых колебаний \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 в моменты времени t_1 и t_2 выбирают нормированное среднее произведение амплитуд полей

$$\gamma = \frac{\overline{A(\mathbf{r}_1, t_1)e^{i\omega_0 t_1} \cdot A^*(\mathbf{r}_2, t_2)e^{-i\omega_0 t_2}}}{\sqrt{\overline{|A(\mathbf{r}_1, t_1)|^2} \cdot \overline{|A(\mathbf{r}_2, t_2)|^2}}} \quad (1)$$

Исследуя согласованность колебаний точек, лежащих в одной плоскости, и считая, что случайное световое поле является однородным в пространстве и его статистические характеристики не зависят от времени, придём к выводу, что функция когерентности γ не зависит от координат \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 и моментов времени t_1 , t_2 , а зависит только от их разности $\rho = |\rho| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ и $\tau = t_2 - t_1$.

Считая для выбранной пары точек интенсивность постоянной ($\overline{|A|^2}$), приведём γ к виду

$$\gamma = e^{-i\omega_0 \tau} \frac{\overline{A(\mathbf{r}, t) \cdot A^*(\mathbf{r} + \rho, t + \tau)}}{\overline{|A|^2}} \quad (2)$$

Укажем связь между функцией когерентности γ и видностью, при условии, что оптическая система позволяет наложить друг на друга световые поля $A(\mathbf{r}, t)e^{i\omega_0 t}$ и

$A(\mathbf{r} + \rho, t + \tau)e^{iw_0(t+\tau)}$ и измерить интенсивность суммарного поля

$$I \approx 2|A|^2 [1 + |\gamma(\rho, \tau)| \cos(w_0\tau - \delta(\rho, \tau))],$$

где $\delta(\rho, \tau)$ — фаза комплексной амплитуды функции когерентности, которая, если фиксировать расстояние между точками, при малых изменениях времени задержки τ меняется пренебрежительно мало по сравнению с $w_0\tau$. А следовательно,

$$V(\rho, \tau) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |\gamma(\rho, \tau)| \quad (3)$$

Вспомним о том, что глаз может различить интерференционную картину при $V > 0.1$.

Рассмотрим некоторые частные постановки задач по определению модуля функции когерентности или видности интерференционной картины.

1. Нас интересует когерентность в точках A и B , причём расстояние между ними фиксировано $AB = \rho$, а поле распространяется в положительном направлении оси z . Смотреть рисунок 1 приложения к работе.

Если в плоскость, в которой лежат эти точки поместить очень тонкий непрозрачный экран с отверстиями около этих точек, то падающая на экран световая волна будет испытывать дифракцию на границах отверстий, а значит, поместив на достаточно большом от этого экрана с отверстиями и параллельно ему плоскость наблюдения, мы сможем определить интенсивность интерференционной картины, а следовательно, и её видность.

Рассматривая источник пренебрежимо малого углового размера, помещённый в точку C , запишем выражение для интенсивности в точке P , регистрируемой инерционным прибором (в данном случае глазом), опуская подробный его вывод

$$I_P = I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{\rho w_0}{c} (\varphi - \theta) \right) e^{-\left[\frac{\rho \Omega}{2c} (\varphi - \theta) \right]^2} \right] \quad (4)$$

Здесь Ω — ширина спектра излучения источника, θ — угол, под которым источник виден из центра экрана, и φ — угол дифракции (показаны на рисунке 1 в приложении к работе), а $I_0 = \text{const}$.

На экране это выглядит как интерференционные полосы с меняющейся контрастностью $e^{-\left[\frac{\rho \Omega}{2c} (\varphi - \theta) \right]^2}$ картины. Угловые координаты максимумов полос

$$\varphi_m = \theta + \frac{\lambda_0}{\rho} m, \quad (5)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — порядок интерференции.

Максимальный порядок наблюдаемой картины интерференции $m_{\text{ког}}$

$$m_{\text{ког}} \approx \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda} \quad (6)$$

Длина когерентности — максимальная разность хода, при которой наблюдается интерференция

$$\Delta_{\text{ког}} = m_{\text{ког}} \lambda_0 = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \quad (7)$$

Время когерентности — максимальное время задержки τ

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{\Delta_{\text{ког}}}{c} \quad (8)$$

2. Если теперь вместо точечного источника возьмём тонкую нить, лежащую вдоль оси x , такую, что её угловой размер θ_0 мал (так как контрастность изображения в плоскости наблюдения не должна сильно уменьшиться), а сама она равномерно светится по длине и является абсолютно некогерентным источником света, то для интенсивности света в точке P плоскости наблюдения

$$I_P = I_0 \left\{ 1 + e^{-\left(\frac{\rho \Omega}{2c} \varphi\right)^2} \frac{\sin\left(\frac{\rho \omega_0 \theta_0}{2c}\right)}{\frac{\rho \omega_0 \theta_0}{2c}} \cdot \cos\left(\frac{\rho \omega_0}{c} \varphi\right) \right\} \quad (9)$$

3. Если вместо одного экрана возьмём набор экранов с разными расстояниями между отверстиями, то интенсивность света в точке наблюдения будет являться функцией двух переменных расстояния между точками ρ и угла дифракции φ . В этих переменных интерференционный максимум порядка m будет описываться уравнением $\rho \varphi = m \lambda_0$, т.е. будет являться гиперболой.

Контрастность интерференционной картины будет уменьшаться не только с увеличением времени задержки $\tau = \frac{\rho \varphi}{c}$, что связано с шириной спектра источника Ω , но и с увеличением расстояния между точками ρ , что определяется конечным угловым размером нити θ_0 . Контрастность будет обращаться в ноль, если расстояние между отверстиями будет равно радиусу поперечной когерентности

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0}{\theta_0} \quad (10)$$

Модуль функции когерентности в переменных ρ и τ

$$|\gamma(\rho, \tau)| = V(\rho, \tau) = e^{-\left(\frac{\Omega \tau}{2}\right)^2} \left| \frac{\sin\left(\frac{\pi \theta_0}{\lambda_0} \rho\right)}{\frac{\pi \theta_0}{\lambda_0} \rho} \right| \quad (11)$$

Экспериментальная установка. Описание интерферометра.

Принципиальная схема интерферометра на рис.1. Стоит обратить внимание, что в работе вместо цилиндрической линзы Л2 используется **сферическая** линза.

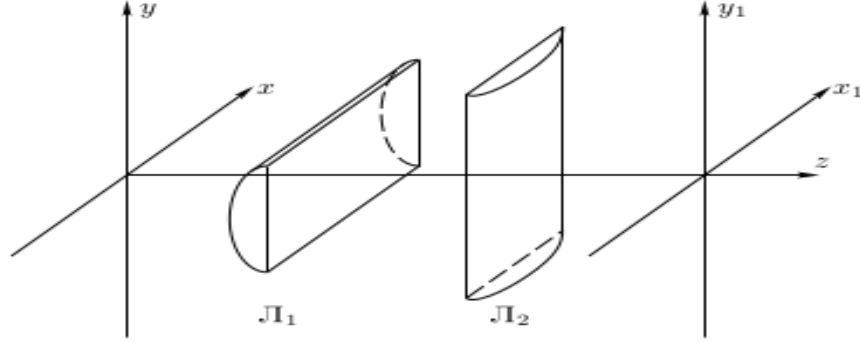


Рис. 1: Принципиальная схема интерферометра

Здесь в плоскость (x, y) помещается экран, изготовленный в виде двух взаимно перпендикулярных узких щелей, плоскость (x_1, y_1) является плоскостью наблюдения, а z — оптическая ось системы. На участках щелей экрана, помещённого в (x, y) происходит дифракция. Для того чтобы пространственно разделить дифракционные картины от различных симметричных относительно вертикальной оси пары участков мы используем **цилиндрическую линзу Л1**, ось цилиндра которого горизонтальна, а фокусное расстояние линзы f_1 удовлетворяет условию $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, где $a+b$ — расстояние между двумя вышеупомянутыми плоскостями. Для того чтобы совместить главные дифракционные максимумы для каждой симметричной относительно вертикальной оси пар участков мы будем использовать **сферическую линзу** (мы также можем использовать цилиндрическую линзу Л2) с фокусным расстоянием $f_2 = b$. Подобная конфигурация позволяет нам получить соответствие интенсивности, получаемой с помощью интерферометра, с интенсивностью из формулы (9). Однако в плоскости наблюдения интерферометра изображение получается в координатах x_1 и y_1 , но мы сможем перевести их в переменные ρ и φ как

$$\varphi = \frac{x_1}{b} \quad \rho = 2\frac{a}{b}|y_1| = 2\frac{|y_1|}{G}, \quad (12)$$

где G — это увеличение объектива, образованного двумя описанными выше линзами.

Так как процесс непосредственной сборки экспериментальной установки в данной работе является одним из ключевых пунктов в её выполнении, то методику измерений, а также получаемые результаты мы будем приводить по ходу её выполнения.

Ход работы. Сборка экспериментальной установки. Результаты измерений.

Первоначальная сборка установки. Оценка длины волны излучения лазера. Соберём экспериментальную установку, показанную на рис.2. (принципиальный ход лучей лазера показан только до поляроида).

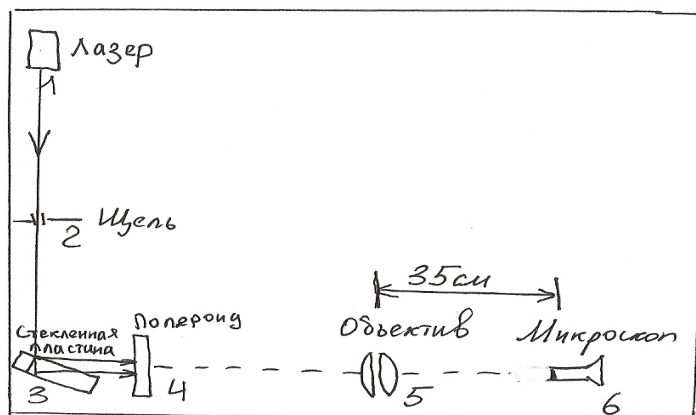


Рис. 2: Схема установки для оценки длины волны лазера

Ширина щели 2, установленной между стеклянной пластиной 3 и лазером 1, выбирается максимальной так, чтобы щель пропускала центральную область лазерного пятна. Объектив 4 установлен на расстоянии $b = (35.0 \pm 0.5)$ см от объектива микроскопа, что было измерено с помощью сантиметровой линейки. Стеклянная пластинка здесь используется по причине того, что получить в микроскопе картину стандартной дифракции Фраунгофера на щели без неё практически невозможно в силу малости углов схождения лучей в фокальной плоскости объектива. Благодаря отражению от плоскостей пластинки создаются два изображения оптической щели, параллельные друг другу.

В микроскоп мы будем наблюдать интерференционную картину, расстояние между полосами которой Δ мы измерим с помощью окулярной шкалы микроскопа с ценой деления 0.02 мм. В результате получим, что $\Delta = 0.02$ мм. Расстояние между пучками $u = (9 \pm 1)$ мм, которое мы измерили с помощью миллиметровой линейки.

Длину волны лазера мы можем оценить как

$$\lambda_{\text{лаз}} \approx \frac{\Delta}{b} u = 514 \text{ нм}$$

Погрешность для $\lambda_{\text{лаз}}$ не приводится, так как здесь нашей целью является лишь оценить, чему длина волны равна для используемого зелёного лазера. Более подробная информация приведена в выводах к работе.

Определение предметной плоскости интерферометра Идея состоит в том, чтобы с помощью дополнительного транспаранта (стальной нити диаметром 1 мм) определить положение плоскости, куда затем будут установлены щели в виде креста. Принципиальная схема установки приведена на рис.3.

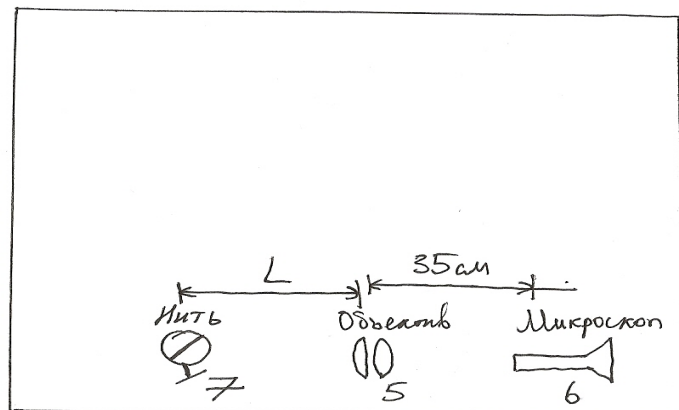


Рис. 3: Схема установки для определения предметной плоскости интерферометра

Перемещая транспарант вдоль оси системы, добьёмся резкого изображения нити, при этом зафиксировав расстояние L между держателем нити и объективом 5. Заметим, что лишь при перемещении держателя на расстояния свыше 0.5 см вдоль оси системы резкость изображения нити значительно ухудшается. Под значительно ухудшением резкости здесь понимается возможность визуально разделить два положения держателя на более резкое и менее резкое изображения. В результате

$$L = (44.5 \pm 0.5) \text{ см}$$

Измерим по окулярной шкале микроскопа видимый размер нити по вертикали

$$d = (0.66 \pm 0.01) \text{ мм}$$

Следовательно, увеличение объектива

$$G = (0.66 \pm 0.01)$$

Опыты с лампой Соберём схему согласно рис.4.

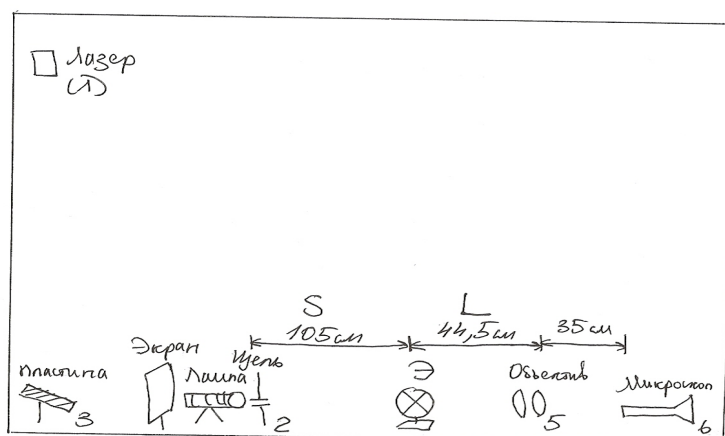


Рис. 4: Схема установки для проведения опытов с лампой

Здесь луч лазера используется для контроля центральности системы. После совмещения центра щелей Э, центра нити лампы и луча лазера, ставится экран и проводятся опыты с лампой.

Для нескольких значений ширины щели d , которая измеряется с помощью микрометрического винта, измерим радиус поперечной когерентности. Для этого будем искать положения по вертикальной оси (окулярная шкала микроскопа расположена вертикально), в которых интерференционные полосы пропадают, а потом снова возникают с увеличением их вертикальной координаты. Обозначим это вертикальное положение как y .

Погрешность радиуса когеренции может быть определена согласно (12) как

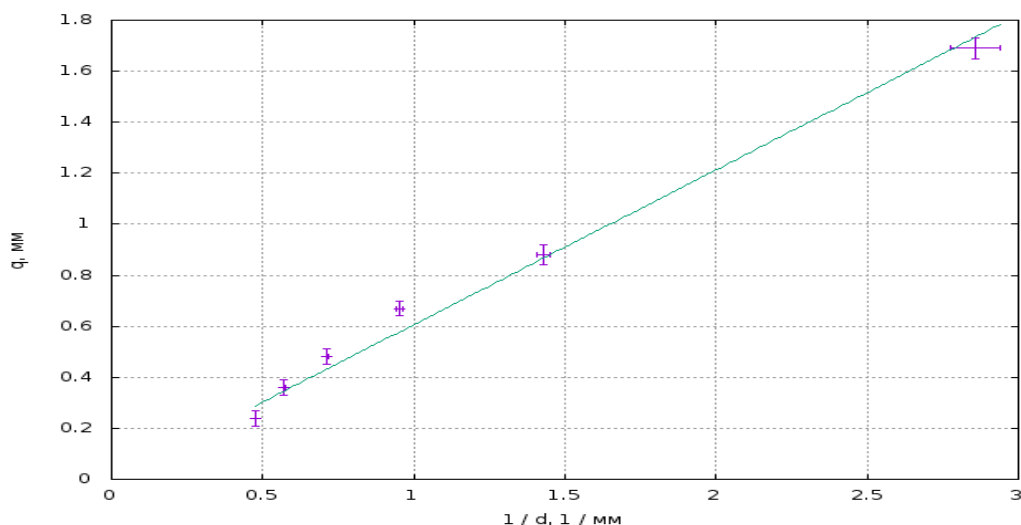
$$\Delta_{\rho_{\text{ког}}} = \rho_{\text{ког}} \cdot \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_G^2}$$

d , мм	y , мм	$\rho_{\text{ког}}$, мм	$\Delta_{\rho_{\text{ког}}}$, мм
0.35	0.56	1.69	0.04
0.70	0.29	0.88	0.04
1.05	0.22	0.67	0.03
1.40	0.16	0.48	0.03
1.75	0.12	0.36	0.03
2.10	0.08	0.24	0.03

По результатам измерений построим график зависимости $\rho_{\text{ког}} = f(1/d)$, принимая во внимание теоритическую зависимость

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0}{d} S,$$

где $S = (105.0 \pm 0.5)$ см (показано на рисунке).



По коэффициенту наклона прямой графика β , найденному с помощью метода наименьших квадратов, найдём среднюю длину волны света лампы λ_0 как

$$\lambda_0 = \frac{\beta}{S}$$

Погрешность определения λ_0 мы найдём как (пренебрегая при этом погрешностью S по сравнению с погрешностью β)

$$\Delta_{\lambda_0} = \frac{\Delta_{\beta}}{S}$$

Полученный коэффициент наклона графика β

$$\beta = (0.607 \pm 0.016) \text{ мм}^2$$

Откуда средняя длина волны света лампы

$$\lambda_0 = (578 \pm 16) \text{ нм}$$

Максимальный порядок интерференционной картины

$$m_{\text{ког}} = 5$$

Следовательно,

$$\Delta\lambda = (116 \pm 4) \text{ нм}$$

Длина когеренции

$$\Delta_{\text{ког}} = (2.89 \pm 0.08) \text{ мкм}$$

Время когеренции

$$\tau_{\text{ког}} = (0.96 \pm 0.03) \cdot 10^{-14} \text{ с}$$

При расчёте были использованы формулы, представленные в теоритической части работы. Из них же очевидным образом были получены формулы для расчёта погрешностей.

Выводы

В ходе работы была оценена длина волны полупроводникового лазера-указки зелёного цвета. Однако точность этой оценки оставляет желать лучшего, так как вместо расстояния между наиболее отдалёнными интерференционными полосами было измерено расстояние между двумя соседними. Также был настроен интерферометр и были определены: средняя длина волны источника света, ширина его спектра излучения, а также длина когеренции и время когеренции.

Полученная средняя длина волна лампы соответствует диапазону длин волн, соответствующих жёлтому спектральному свету.

Наибольшую трудность при выполнении данной работы составила настройка интерферометра, а также последующая поддержка его в готовом для работы состоянии.