

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Лабораторная работа 1.3.3
ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ВОЗДУХА ПО
ТЕЧЕНИЮ В ТОНКИХ ТРУБКАХ

Милославов Глеб Евгеньевич
Б04-105

Долгопрудный
9 мая 2022 г.

1 Цель работы

Экспериментально выявить участок сформированного течения, определить режимы ламинарного и турбулентного течения; определить число Рейнольдса.

2 Теоретическая справка

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, и слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta} \quad (1)$$

где v - скорость потока, r - радиус трубки, ρ - плотность движущейся среды, η - вязкость. В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубе длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8l\eta}(P_1 - P_2) \quad (2)$$

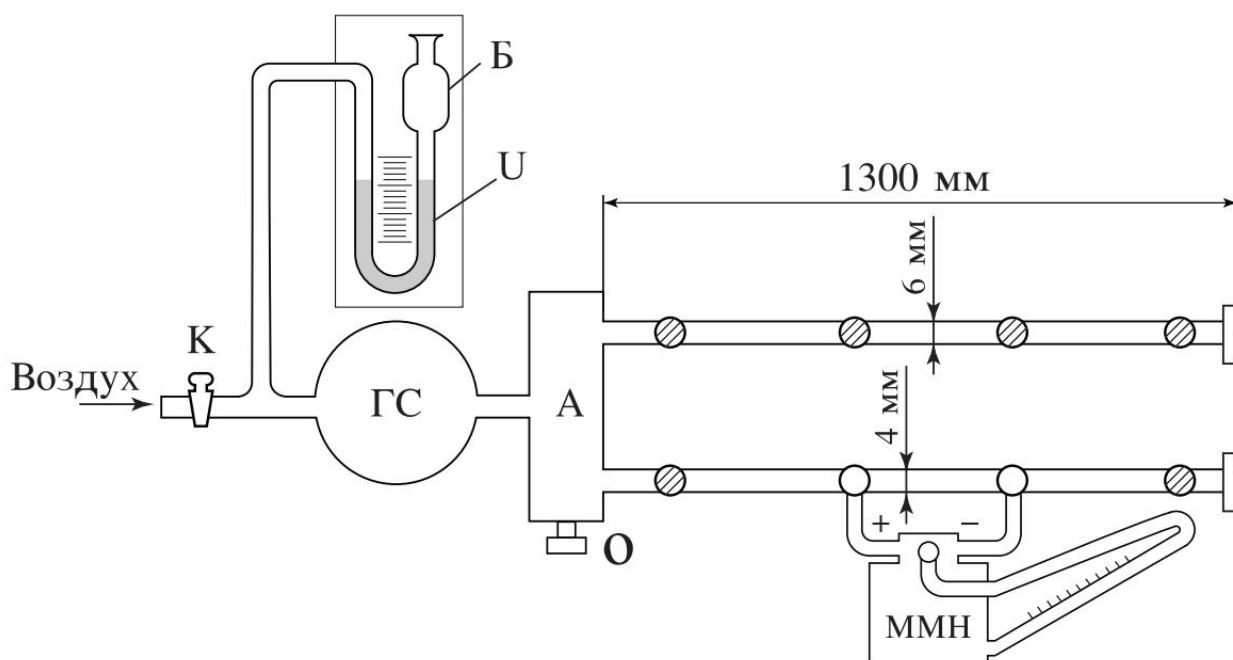
В этой формуле $P_1 - P_2$ - разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно l . Величину Q обычно называют расходом. Формула (2) позволяет определять вязкость газа по его расходу.

Отметим условия, при которых справедлива формула (2). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило существенного изменения удельного объема газа (при выводе формулы удельный объем считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа - лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному (10^3 см вод. ст.), а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., то есть менее 1% от атмосферного. Формула (2) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии a от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле

$$a \approx 0,2r \cdot Re \quad (3)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается большим, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (3) дает возможность оценить длину участка формирования.

Экспериментальная установка



Измерения производятся на экспериментальной установке, схема которой изображена на рис. 2. Поток воздуха под давлением, несколько превышающим атмосферное (на 5-7 см вод. ст.), через газовый счетчик ГС поступает в резервуар А, к которому припаяны тонкие металлические трубки. Примерные размеры трубок указаны на рисунке (точные размеры обозначены на установке). Обе трубки на концах снабжены заглушками, не пропускающими воздух. Во время измерений заглушка открывается только на рабочей трубке; конец другой трубки должен быть плотно закрыт. Перед входом в газосчетчик поставлена U-образная трубка, наполовину заполненная водой. Она выполняет две задачи. Первая - измерение давления газа на входе в газосчетчик. Вторая - предохранение газосчетчика от выхода из строя. Дело в том, что газосчетчик устойчиво работает, если давление газа на его входе не превышает 600 мм водяного столба. Высота U-образной трубки примерно 600 мм, поэтому, когда давление на входе в счетчик превышает 600 мм водяного столба, вода из U-образной трубки выплёскивается в защитный баллон Б и, создавая шум, привлекает к себе внимание экспериментатора.

3 Выполнение

3.1 Случайная погрешность

Оценим случайную погрешность $\sigma_t^{\text{случ}}$ при $Q = \text{const}$ и $V = 0,5 \pm 0,005$ л

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t, с	23,81	22,26	23,29	24,65	22,54	24,78	23,47	23,79	23,95
D, с	0,85								
sqrt(D), с	0,92								

В итоге:

$$\sigma_t^{\text{случ}} = 0,92 \text{ с} \quad (\varepsilon = 3,8\%)$$

Тогда в дальнейшем будем считать

$$\sigma_t = \sqrt{(t \cdot \varepsilon_{\sigma_t^{\text{случ}}})^2 + (\sigma_t^{\text{сист}})^2},$$

где $\sigma_t^{\text{сист}} = 0,3$ с – скорость рекации человека.

3.2 Зависимость $Q(\Delta P)$

Внесём экспериментальные данные в таблицу, найдём по ним Q и ΔP :

№	V, л	$\sigma(V)$, л	t, с	$\sigma(t)$, с	ΔP , дел	ΔP , Па	$\sigma(\Delta P)$, Па	Q, мл/с	$\sigma(Q)$, мл/с
1	0,5	0,005	61,7	2,36	5	9,8	0,98	8,1	0,3
2	0,5	0,005	33,6	1,31	10	19,6	0,98	14,9	0,6
3	0,5	0,005	16,6	0,70	19	37,3	0,98	30,1	1,3
4	1	0,010	23,3	0,93	29	56,9	0,98	43,0	1,8
5	1	0,010	18,3	0,76	36	70,6	0,98	54,6	2,3
6	1	0,010	14,3	0,62	47	92,2	0,98	69,7	3,1
7	1	0,010	11,9	0,54	59	115,7	0,98	84,0	3,9
8	1	0,010	11,3	0,52	61	119,6	0,98	88,7	4,2
9	2	0,020	21,8	0,88	66	129,4	0,98	91,7	3,8
10	2	0,020	21,1	0,86	71	139,3	0,98	94,8	4,0
11	2	0,020	20,4	0,83	76	149,1	0,98	98,2	4,1
12	3	0,030	29,8	1,17	81	158,9	0,98	100,6	4,1
13	3	0,030	28,7	1,13	90	176,5	0,98	104,6	4,3
14	3	0,030	28,3	1,12	95	186,3	0,98	106,1	4,3
15	3	0,030	27,2	1,08	104	204,0	0,98	110,4	4,5
16	3	0,030	26,3	1,04	112	219,7	0,98	113,9	4,7

Рис. 1: Данные для графика $Q(\Delta P)$ при $d = 4,10 \pm 0,05$ мм

№	V, л	$\sigma(V)$, л	t, с	$\sigma(t)$, с	ΔP , дел	ΔP , Па	$\sigma(\Delta P)$, Па	Q, мл/с	$\sigma(Q)$, мл/с
1	0,5	0,005	45,7	1,76	6	11,8	0,98	10,9	0,4
2	0,5	0,005	27,2	1,08	11	21,6	0,98	18,4	0,8
3	0,5	0,005	15,7	0,67	18	35,3	0,98	31,8	1,4
4	1	0,010	22,3	0,90	25	49,0	0,98	44,8	1,9
5	1	0,010	16,9	0,71	32	62,8	0,98	59,2	2,6
6	2	0,020	28,0	1,11	40	78,5	0,98	71,4	2,9
7	2	0,020	25,7	1,02	44	86,3	0,98	77,8	3,2
8	2	0,020	23,8	0,95	52	102,0	0,98	84,0	3,5
9	3	0,030	33,2	1,30	60	117,7	0,98	90,4	3,6
10	3	0,030	31,9	1,25	66	129,4	0,98	94,0	3,8
11	3	0,030	30,2	1,19	75	147,1	0,98	99,3	4,0
12	3	0,030	28,0	1,11	88	172,6	0,98	107,1	4,4
13	3	0,030	26,2	1,04	104	204,0	0,98	114,5	4,7
14	3	0,030	24,7	0,99	114	223,6	0,98	121,5	5,0
15	3	0,030	23,7	0,95	127	249,1	0,98	126,6	5,2
16	3	0,030	22,9	0,92	134	262,8	0,98	131,0	5,4

Рис. 2: Данные для графика $Q(\Delta P)$ при $d = 3,0 \pm 0,1$ мм

Погрешность σ_Q была посчитана следующим образом: $\sigma_Q = Q \sqrt{\varepsilon_V^2 + \varepsilon_t^2}$

Построим графики $Q(\Delta P)$ для двух разных трубок:

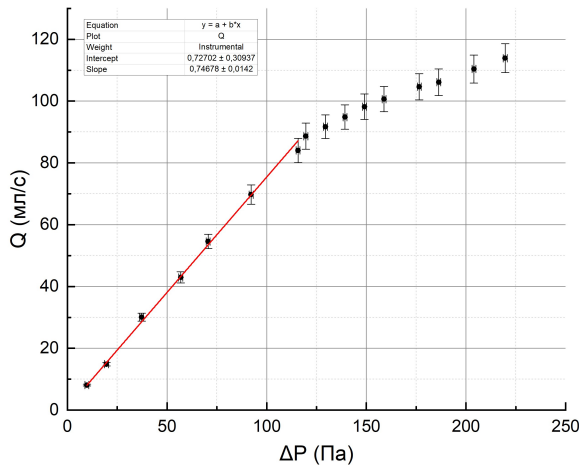


Рис. 3: $Q(\Delta P)$ при $d_1 = 4,10 \pm 0,05$ мм

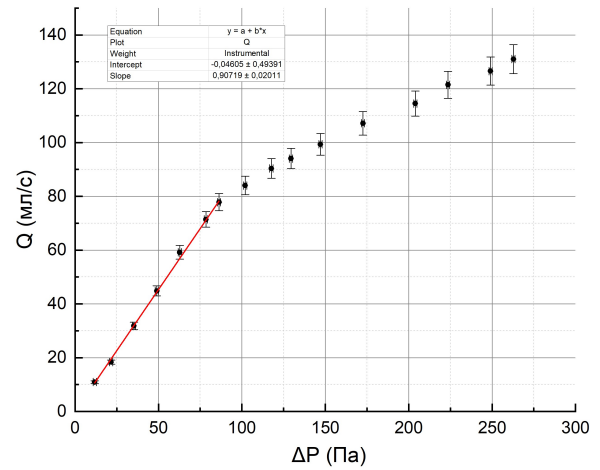


Рис. 4: $Q(\Delta P)$ при $d_2 = 3,0 \pm 0,1$ мм

Видно, что до $Q_{кр}$, то есть на ламинарном участках, зависимость линейная.

Аппроксимируем значение на этих участках по критерию согласия Пирсона (Хи-квадрат):
Для d_1 получили:

$$Q_{кр} \approx 88 \text{ мл/с}, \quad \frac{dQ}{d\Delta P} = 0,75 \pm 0,01 \frac{\text{мл}}{\text{с} \cdot \text{Па}},$$

$$\eta = (1849 \pm 97) \cdot 10^{-8} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} (\varepsilon = 5\%), \quad Re_{кр} = 887 \pm 63$$

Для d_2 :

$$Q_{кр} \approx 77 \text{ мл/с}, \quad \frac{dQ}{d\Delta P} = 0,91 \pm 0,02 \frac{\text{мл}}{\text{с} \cdot \text{Па}},$$

$$\eta = (728 \pm 98) \cdot 10^{-8} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} (\varepsilon = 13\%), \quad Re_{кр} = 2693 \pm 389,9$$

Эти значения были посчитаны по формулам:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8lk}, \quad \sigma_\eta = \eta \sqrt{(\varepsilon_k)^2 + (4\varepsilon_r)^2}, \quad Re = \frac{\rho Q}{\pi r \eta}, \quad \sigma_{Re} = Re \sqrt{(\varepsilon_Q)^2 + (\varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_\eta)^2}$$

Видно, что значения, полученные после обработки измерений, снятых с трубки диаметра d_1 , совпадают с табличными в пределах погрешности, например при 25°C $\eta_{\text{табл}} = 1840 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$. К сведению, опыт проводился при $24,7^\circ\text{C}$. Однако значения, полученные после обработки измерений, снятых с трубки диаметра d_2 , сильно отличаются от табличных. Можно предположить, что причиной этого является дефект в установке, либо неправильное обращение с ней, либо тот факт, что на этой трубке выходное отверстие имело направление перпендикулярное самой трубке.

3.3 Зависимость $P(x)$

Внесём в таблицу прямые и косвенные измерения распределения давления в трубе на координате x :

x , см	$\sigma(x)$, см	ΔP , дел	ΔP , Па	$\sigma(\Delta P)$, Па
10,5	0,05	20	39,2	0,980655
40,5	0,05	45	88,3	0,980655
50,8	0,05	72	141,2	0,980655
130,5	0,05	107	209,9	0,980655

x , см	$\sigma(x)$, см	ΔP , дел	ΔP , Па	$\sigma(\Delta P)$, Па
10	0,05	60	117,7	0,980655
30	0,05	87	170,6	0,980655
60	0,05	129	253,0	0,980655

Рис. 5: Данные для определения $L_{уст}$

Построим графики $P(x)$ для d_1 и d_2 :

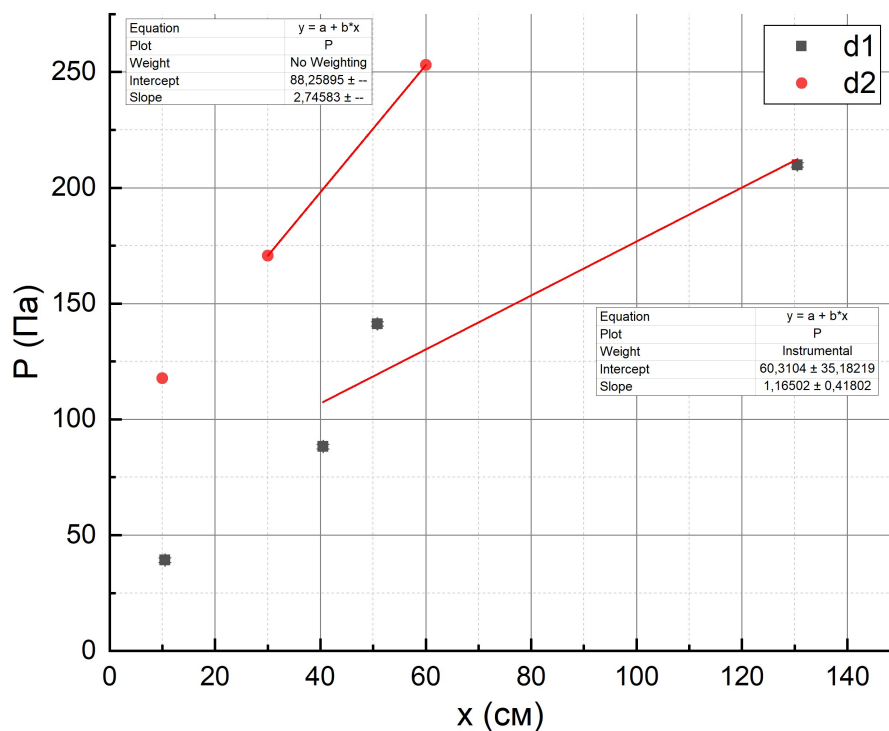


Рис. 6: Линейная аппроксимация по МНК графиков $P(x)$

В связи с особенностями установки, а именно в связи с дискретным и малочисленным делением трубок на части для снятия показаний давления в зависимости от длины участка, данных недостаточно, чтобы экспериментально оценить $L_{уст}$.

3.4 Зависимость $Q(d)$

При определённом градиенте давлений снимем показания Q на трубках разного диаметра и построим график $Q(d)$ в двойном логарифмическом масштабе:

d	Q	ln(d)	ln(Q)
3,00	22,9	1,098612	3,130407
3,95	25,0	1,373716	3,218876
4,10	29,6	1,410987	3,387294
5,05	77,6	1,619388	4,351567
5,20	112,8	1,648659	4,725456

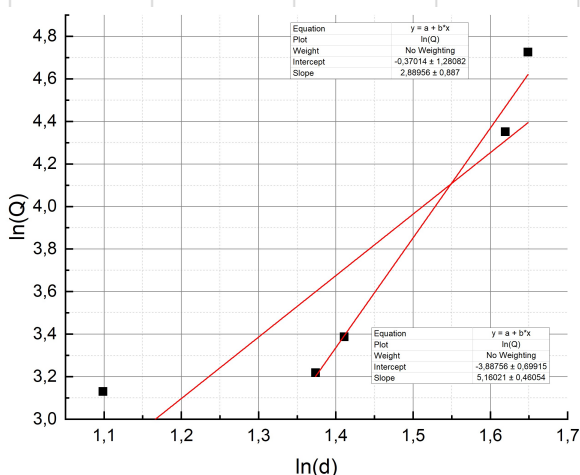


Рис. 7: Ламинарный режим

d	Q	ln(d)	ln(Q)
3,00	90,9	1,098612	4,50986
3,95	102,0	1,373716	4,624973
4,10	107,5	1,410987	4,677741
5,05	192,3	1,619388	5,259057
5,20	253,2	1,648659	5,53404

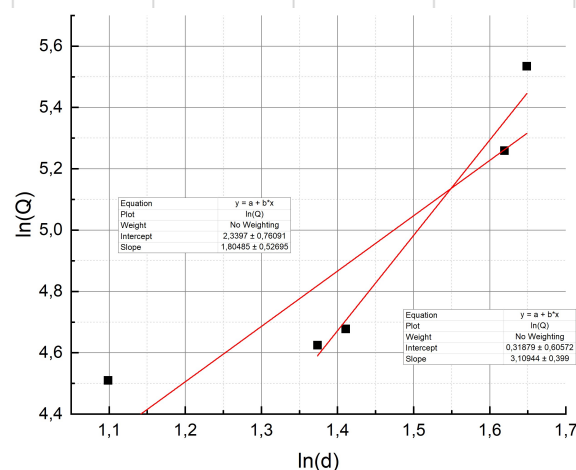


Рис. 8: Турбулентный режим

По графикам видно, что значение для трубки $d = 3,0 \pm 0,1$ мм выбивается из общего числа, что говорит о справедливости подозрений, вызванных при выполнении пункта 3.2. В связи с этим по МНК были построены по две аппроксимирующие прямые, "с" и "без" учёта этой точки. Таким образом более близкие к табличным значения β в соотношениях $Q \propto R^\beta$ для обоих режимов получилось без учёта данного значения: Для ламинарного режима: $\beta = 5,2 \pm 0,5$, для турбулентного: $\beta = 3,1 \pm 0,4$. Относительная погрешность данных результатов равна $\varepsilon = 30\%$ ($\beta_{\text{табл}} = 4$) и $\varepsilon = 24\%$ ($\beta_{\text{табл}} = 2,5$) соответственно.