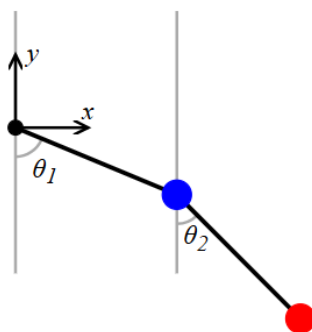


n -kratno nihalo

Nena Šefman Hodnik, Nina Švigelj

1 Dvojno nihalo

Oglejmo si primer na sliki:



Slika 1: Vir slike: <https://scipython.com/blog/the-double-pendulum/>

Imamo dve žogici z masama m_1 in m_2 na palčkah dolžine l_1 in l_2 z zanemarljivo maso. Recimo, da je prva žogica na (x_1, y_1) in druga žogica na (x_2, y_2) . Te koordinate dobimo kot:

$$\begin{aligned}x_1 &= l_1 \sin(\theta_1), \\x_2 &= l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2), \\y_1 &= -l_1 \cos(\theta_1), \\y_2 &= -l_1 \cos(\theta_1) - l_2 \cos(\theta_2).\end{aligned}$$

Potencialna energija

Potencialna energija je definirana kot $V = mgh$, kjer je višina žogice dana z $h = y$. Za posamezni masi velja:

$$h_1 = y_1, \quad h_2 = y_2.$$

Torej celotna potencialna energija sistema je:

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 \\&= m_1 g(-l_1 \cos \theta_1) + m_2 g(-l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2).\end{aligned}$$

Kinetična energija

Kinetična energija vsake žogice je podana z izrazom

$$T = \frac{1}{2}mv^2.$$

Hitrost žogic dobimo s pomočjo izraza $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$.
Odvodi koordinat so:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= l_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\ \dot{x}_2 &= l_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) \\ \dot{y}_1 &= l_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) \\ \dot{y}_2 &= l_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2)\end{aligned}$$

Skupna kinetična energija sistema je torej:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1}{2}(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2}(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)$$