Université Libre de Bruxelles

Synthèse

Photonic communication systems
ELEC-H507

Auteur :
Nicolas Englebert

Professeur :
Simon-Pierre Gorza

Année 2017 - 2018

Appel à contribution

Synthèse Open Source

Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Simon-Pierre Gorza à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue ! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

`https://github.com/nenglebert/Syntheses`

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site ! Vous avez vu une petite faute ? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire !

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer LaTeX, mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi un `README` contenant de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet !

Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : *Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)*. Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte- tenu de trois choses :

1. *Attribution* ; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
2. *Non Commercial* ; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
3. *Share alike* ; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

`http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/`

Merci !

Table des matières

2 Optical waveguides **1**
2.1 Geometrical-optics description . . . 1
2.1.1 Step-index (SI) waveguides . . . 1
2.1.2 Graded-index (GI) fibers . . . 4
2.2 Electromagnetic analysis – Fields and modes . . . 5
2.2.1 Step-index planar waveguides . . . 5
2.2.2 Guides à saut d'index cylindriques . . . 14
2.3 Fabrication des fibres optiques . . . 22
2.4 Propriétés linéaires des fibres optiques . . . 23
2.4.1 Atténuation du signal dans les fibres monomodes . . . 23
2.4.2 Dispersion chromatique . . . 24
2.4.3 Biréfringence et dispersion du mode de polarisation . . . 32

3 Passive Optical Components **42**
3.1 Optical couplers . . . 42
3.1.1 Physical principle and analytical model . . . 42
3.2 Polarization controllers (PC) . . . 43
3.3 Isolateurs et circulateurs . . . 44
3.4 Fiber Bragg gratings . . . 45
3.4.1 Propagation dans un réseau de Bragg fibré (théorie des modes couplés) . 46
3.4.2 Chirped Fiber gratings for GVD compensation . . . 49
3.4.3 Simple model of the linearly chirped grating : Transfer function in reflection 50
3.4.4 Bandwidth limitations . . . 50
3.5 (Tunable) Optical Filters . . . 51
3.5.1 The Fabry-Perot filter . . . 51
3.5.2 Bragg grating filters . . . 52
3.5.3 Multilayer dielectric thin-film filters (TFF) . . . 53
3.5.4 Acousto-optic tunable filters (AOTF) . . . 53
3.6 Multiplexers and Demultiplexers . . . 53
3.6.1 Grating-based Mux/Demux . . . 54
3.6.2 Interference based Mux/Demux . . . 54
3.7 Optical add-drop multiplexers (OADM) . . . 55

4 Optical transmitters **56**
4.1 Introduction . . . 56
4.2 Interaction : photon ⇔ matter ; Électroluminescence . . . 56
4.2.1 Energy diagram : Band structure of semiconductor crystals . . . 56
4.2.2 Absorption, spontaneous emission and stimulated emission . . . 58
4.2.3 Radiative quantum efficiency . . . 59

4.2.4 Semiconductor materials for optical « telecommunications » 59
4.2.5 Double-heterostructure (DH) 60
4.3 Light-emitting diode (LED) 60
4.3.1 Principle 60
4.3.2 Output power of the LED under steady-state conditions (P) 61
4.3.3 Optical spectral density 61
4.3.4 Small-signal frequency response of a LED 61
4.3.5 LED – optical fibre coupling 62
4.3.6 LED - conclusion 62
4.4 Semiconductor laser diodes 62
4.4.1 Optical gain 62
4.4.2 Feedback and lasing threshold 63
4.4.3 Transverse structure of laser diodes 64
4.4.4 Longitudinal single-mode lasing emission 65
4.4.5 Optical power-current ($P - I$) curve of laser diodes 67
4.4.6 Frequency response of a laser diode 68
4.4.7 Noise in semiconductor lasers 69
4.5 Optical signal generation 70
4.5.1 Direct modulation 70
4.5.2 External modulation : electro-optic and semiconductor modulators 70
4.6 Laser diode to optical fiber coupling 73

5 Optical receivers **74**
5.1 Introduction 74
5.2 Semiconductor photodiode 74
5.2.1 $p - n$ photodiode : source of photocurrent 74
5.2.2 Photocurrent and Responsivity 74
5.2.3 $p - i - n$ Photodiode 76
5.2.4 Avanlanche photodiode (APD) 76
5.3 Receiver : beyond the detector 78
5.3.1 Architecture of a digital optical receiver (amplitude modulation & direct detection) 78
5.3.2 Front end 78
5.3.3 Linear amplification channel 79
5.3.4 Data-recovery section 79
5.4 Noise mechanisms leading to current fluctuations in optical receivers : Shot noise and Thermal noise 80
5.4.1 Shot noise 81
5.4.2 Thermal noise (also “Nyquist noise” or “Johnson noise”) 81
5.4.3 Total variance of the noise 82
5.5 Signal-to-noise ratio (SNR_e) of an optical detector 82
5.5.1 $p - i - n$ receivers 82
5.5.2 APD based receivers 83
5.6 Receiver sensitivity and Bit-Error Rate (BER) 85
5.7 Degradation of the receiver sensitivity & Power penalty 87
5.7.1 Penalty due to average optical power P_0 carried by the ’0’ bits 87
5.7.2 Penalty due to the intensity noise of the transmitter 88
5.8 Qualitative measurement of the performances of a $p - i - n$ receiver : Estimation/measurement of the BER at different power levels 89

6 Photonics systems **90**
6.1 Optical amplification . . . 90
6.1.1 Introduction . . . 90
6.1.2 General concepts . . . 90
6.1.3 Erbium-doped fiber amplifiers . . . 93
6.1.4 Raman amplifiers . . . 106
6.2 Nonlinear effects in optical fibers . . . 109
6.2.1 Introduction . . . 109
6.2.2 Brillouin scattering . . . 110
6.2.3 Stimulated Raman scattering . . . 111
6.2.4 Nonlinear polarization . . . 112
6.2.5 Self-phase modulation (SPM) . . . 113
6.2.6 Cross-phase modulation (XPM) . . . 115
6.2.7 Four-wave mixing (FWM) . . . 115
6.2.8 Dispersion map . . . 116
6.2.9 Optimal input power . . . 117
6.3 Coherent systems . . . 117
6.3.1 Introduction . . . 117
6.3.2 Coherent detection . . . 117
6.3.3 Advanced modulation formats . . . 120
6.3.4 Electronic compensation of propagation impairments . . . 123
6.4 Conclusion and outlook . . . 124

Chapitre 2

Optical waveguides

2.1 Geometrical-optics description

2.1.1 Step-index (SI) waveguides

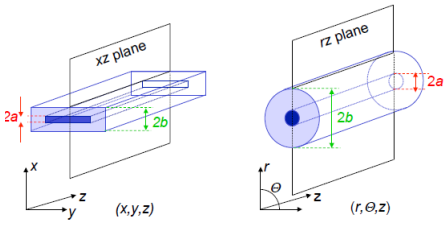


FIGURE 2.1

Dans un premier temps, on va seulement considérer la cas à deux dimensions : la lumière se propage dans un plan (xy pour les guides plans, rz pour les cylindriques). Pour l'instant, considérons b comme étant infini. Généralement, le cœur mesure 9-10 microns alors que la gaine est de 125 microns (vient ensuite le coating pour éviter les microcourbures).

Effectuons une coupe dans le plan rz de la fibre. En optique géométrique, il faut que la dimension physique dans laquelle la lumière se propage soit plus grand que la longueur d'onde. Autrement dit

$$\lambda \ll a, b \tag{2.1}$$

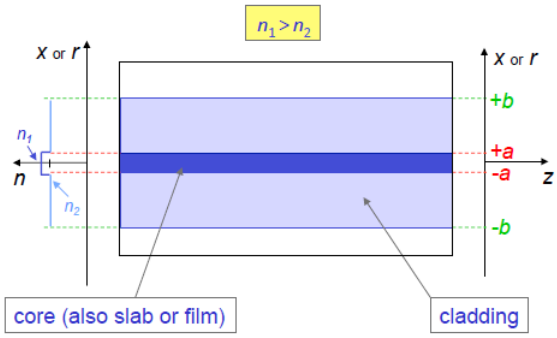


FIGURE 2.2

Ceci est nécessaire afin de pouvoir modéliser la propagation par des rayons. Nous faisons l'hypothèse que le cœur et la gaine sont des diélectriques homogènes [1] où l'on suppose $n_1 > n_2$, les indices de réfractions du cœur et de la gaine. Nous verrons plus tard qu'il s'agit en fait d'une condition nécessaire. Nous ferons aussi l'hypothèse d'un milieu sans pertes et invariant pour une translation selon z (pas de courbures).

La loi de Snell-Descartes exprime le changement de direction d'un faisceau lors de la traversée d'une paroi. Chaque milieu à une capacité à "ralentir" la lumière, caractérisé par son indice de réfraction $n \equiv c/v$

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{2.2}$$

Si $n_1 > n_2$, le faisceau réfracté se rapproche plus rapidement du dioptre : le rayon est élevé alors que dans le cas contraire, il est "rabattu". Dans le premier cas, le rayon peut remonter jusqu'à l'horizontale ($\pi/2$). Au dessus de cet angle, il sera totalement réfléchi : c'est le phénomène de

1. Utiliser un conducteur n'a pas de sens : mouvement des charges libres, effets joule, ...

réflexion totale [2]

Considérons le rayon vert ci-contre. Initialement dans l'air, il rencontre l'interface air-verre (n_1) ou il y a des réflexions. Ensuite, il rencontre l'interface cœur-gaine où on observe un phénomène de réflexion partielle et de réfraction. Il est possible d'avoir une **réflexion totale** si le rayon a une incidence assez rasante et si $n_1 > n_2$.

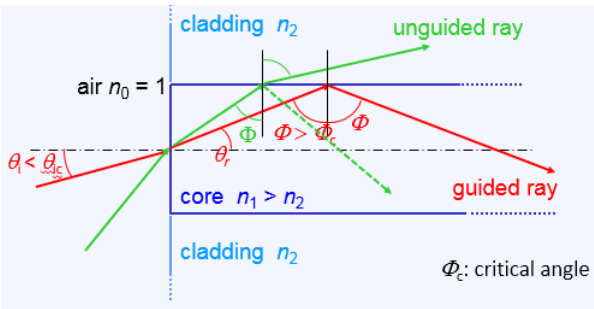


FIGURE 2.3

Regardons le cas particulier d'un angle critique (rouge). En appliquant la loi de S-D, on trouve

$$\left.\begin{aligned} n_0 \sin\theta_i &= n_1 \sin\theta_r \\ n_0 \sin\theta_{ic} &= \sin\theta_{ic} = n_1 \sin\theta_{rc} = n_1 \cos\Phi_c \\ n_1 \sin\Phi_c &= n_2 \sin\tfrac{\pi}{2} = n_2 \end{aligned}\right\} \cos\Phi_c = \sqrt{1-\sin^2\Phi_c} = \sqrt{1-(n_2/n_1)^2} \quad (2.3)$$

où la première ligne correspond à l'interface air-cœur et la dernière au cas de réflexion totale. On peut ainsi trouver une expression pour l'angle critique.

Le rayon sera guidé si

$$\Phi > \Phi_c \quad (2.4)$$

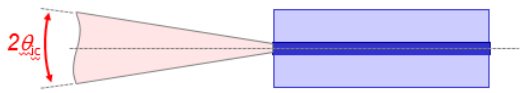


FIGURE 2.4

L'**ouverture numérique** renseigne le "cône d'acceptance" des rayons, afin que ceux-ci soient guidés. Par définition

$$NA \triangleq n_0 \sin\theta_{ic} = n_1\sqrt{1-(n_2/n_1)^2} = \sqrt{{n_1}^2 - {n_2}^2} \quad (2.5)$$

Souvent on retrouve cette information dans les data-sheet pas pas n_1 et n_2, car l'AN est plus facile à mesurer. On utilise souvent l'**indice de réfraction normalisé** $\Delta n \triangleq (n_1 - n_2)/n_1$ ainsi que l'indice de réfraction moyen $\bar{n} \triangleq (n_1 + n_2)/2$.

En pratique, on rencontre souvent un guidage dit faible : l'angle d'incidence est très proche de 90° et on dit alors que $n_1 \approx n_2$. Plus l'AN est grande, plus la propagation sera rapide. Un ordre de grandeur usuel pour celle-ci est de 0.2.

Multipath dispersion (or Modal dispersion)

Le problème c'est qu'un rayon qui se propage sur l'axe ne va pas faire le même parcours que celui qui fait des zigzag. La vitesse de groupe est la même, mais il y aura un délai associé à cette différence de chemin entre les deux. Pour calculer ce délai, on s'intéresse à la différence de chemin δl entre les deux rayons (rouge et vert) à l'aide d'un joli triangle rectangle

$$\delta l = L_v - L_r = L_r\,(1/\sin\Phi_c) - L_r = L_r\,[(n_1/n_2) - 1] \quad (2.6)$$

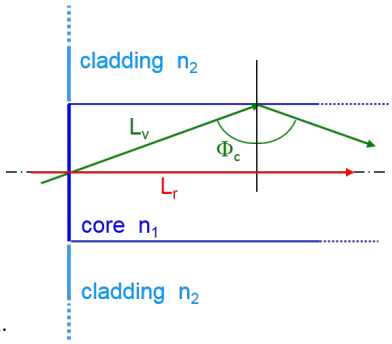


FIGURE 2.5

2. Pour l'histoire, ceci explique pourquoi un diamant ne brille pas dans l'eau.

Il faut ensuite sommer ceci sur la longueur L de la fibre

$$\Delta L = \sum \delta l = L\left[(n_1/n_2) - 1\right] \tag{2.7}$$

En supposant que la vitesse de phase (c/n) vaut à peu près la vitesse de groupe, on trouve

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{c/n_1} = \frac{L}{c} n_1 \left[(n_1 - n_2)/n_2\right] = \frac{L}{c} n_1 \left[(n_1 \Delta n)/n_2\right] \tag{2.8}$$

où encore

$$\Delta t = \frac{L}{c} \Delta n \frac{{n_1}^2}{n_2} \tag{2.9}$$

Une grande AN ($\propto \sqrt{\Delta n}$) facilité l'injection dans la lumière, mais un grand Δt ($\propto \Delta n$) limite le taux de bit.

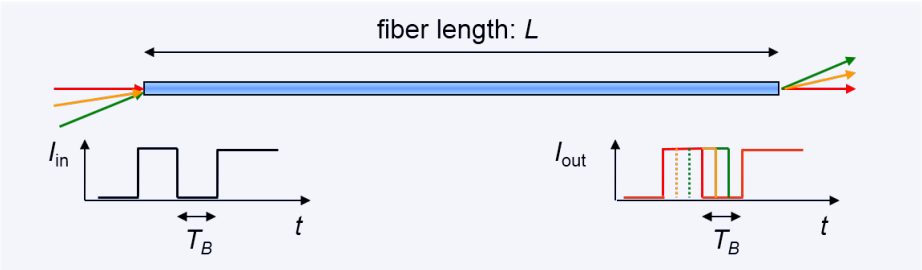


FIGURE 2.6

S'il y a une différence de vitesse de groupe, l'information va avoir tendance à s'étaler dans le temps. Les flancs vont alors s'étaler et il ne sera plus disponible de distinguer 0 et 1. Il faut que cette dispersion temporelle soit inférieure au temps d'un bit : $\Delta t < T_B = 1/B$. Dès lors, $B\Delta t < 1 \Leftrightarrow B\frac{L}{c} n_1 \left[(n_1 \Delta n)/n_2\right] < 1$. On en tire (sous l'hypothèse que la taille du cœur est grande par rapport à λ

$$\boxed{BL < \frac{c}{\Delta n} \frac{n_2}{n_1^2}} \tag{2.10}$$

Le produit BL est donc bien un paramètre important pour une fibre. Celui-ci nous informe qu'un signal de 200Mbits/s ne peut être transmis que sur une distance de 100m pour une fibre Si multimode.

2.1.2 Graded-index (GI) fibers

Pour réduire le délai entre les rayons guidés, on peut utiliser des fibres à **gradient** d'indice. L'indice change dans le cœur : élevé au centre (ralenti les rayons) et diminue ensuite (ralentis un peu moins les rayons) [3].

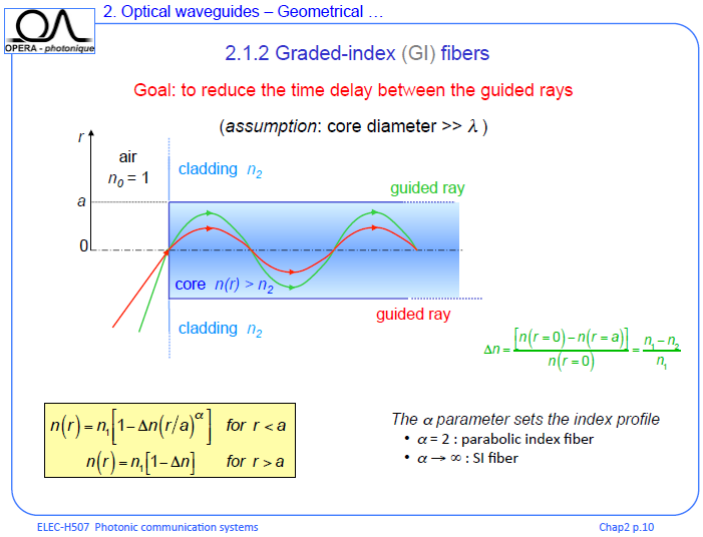


FIGURE 2.7

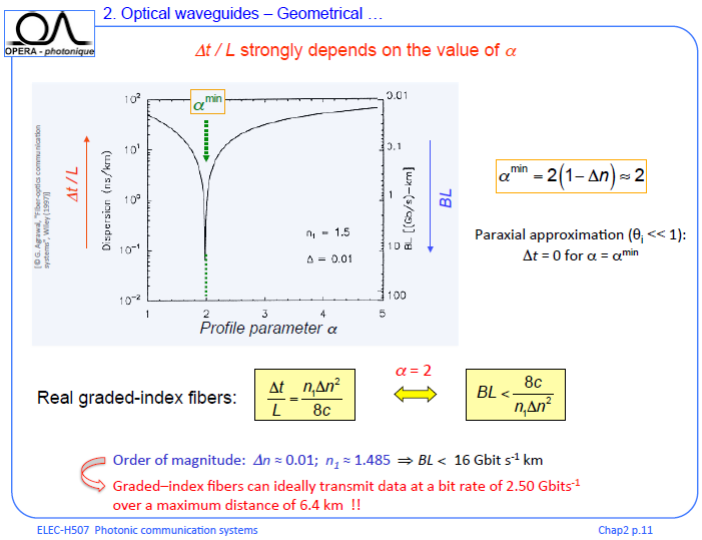


FIGURE 2.8

Limitations of the simple two-dimensional geometrical optics description :

Jusqu'ici nous avons considérer que les rayons se situent uniquement dans des plans xz/rz. Or, certains rayons peuvent être obliques, hélicoïdaux, … De plus, que se passe-t-il si le cœur a une dimension proche de la longueur d'onde ? Il faut une approche EM !

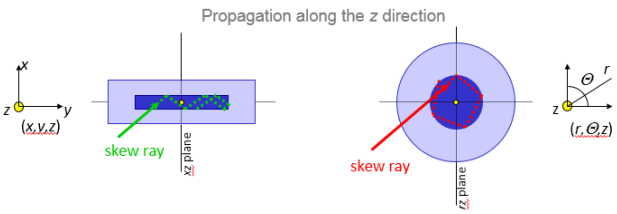


FIGURE 2.9

3. Voir notes slides 10 et 11 pour plus de détails.

2.2 Electromagnetic analysis – Fields and modes

2.2.1 Step-index planar waveguides

Nous allons commencer par le cas d'un guide d'onde plan. L'idée est de résoudre les équations de Maxwell afin de trouver une solution qui satisfait aux conditions limites, continuité, ... soit un problème aux valeurs propres d'un certain opérateur différentiel (le propagateur) agissant sur un champ.

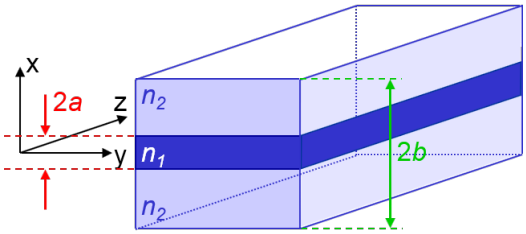


FIGURE 2.10

Nous allons faire plusieurs hypothèses

1. Matériau simple : diélectrique, non magnétique, linéaire, isotropique et sans perte. En gros, juste n_1 et n_2 à prendre en compte.
2. Homogène : toujours n_1 dans le cœur et n_2 dans la gaine
3. Symétrique en x et indépendant en y, z : même matériau pour les deux gaines.
4. La dimension de la gaine ($2b$) est très grande par rapport à celle du cœur ($2a$) : on ne doit pas se préoccuper de l'interface gaine-coatting.

Nous n'avons ici fait **aucune** hypothèse sur la taille du cœur, contrairement à l'approche géométrique. Il peut être très petit ou très grand mais en pratique, il vaut typiquement, $2a \leq 50\ \mu$m.

Le point de départ est bien évidemment les équations de Maxwell. Pour un diélectrique non magnétique

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad \nabla.\vec{D} = 0, \qquad \nabla.\vec{B} = 0 \tag{2.11}$$

L'interaction entre la champ EM et le diélectrique trouve son origine dans le champ de densité de polarisation $\vec{P}$ qui prend en compte l'indice de réfraction est les pertes. La polarisation doit être non nulle, sans quoi on décrirait le vide.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \qquad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{2.12}$$

Le champ de densité de polarisation s'obtient par la convolution entre le champ $\vec{E}$ et la **susceptibilité électrique**

$$\vec{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\mathbf{r}, t - t') \vdots \vec{E}(\mathbf{r}, t')\, dt' \tag{2.13}$$

Le système sera ainsi linéaire en $\vec{E}$ et permanent. La susceptibilité est en réalité un tenseur de second rang. Heureusement la fibre ne présente pas de biréfringeance (le verre étant amorphe, cette hypothèse est bien vérifiée), elle est même isotrope : la susceptibilité se ramène à un scalaire. Notons que notre système est bien causal. La convolution temporelle se traite plus facilement dans le domaine fréquentiel. De plus, le système étant linéaire, il suffira de sommer sur toutes les fréquences. On définit la transformée de Fourier avec la convention suivante [4]

$$\vec{E}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{\tilde{E}}(\mathbf{r}, \omega) \exp(j\omega t) d\omega \tag{2.14}$$

4. En optique, on utilise souvent $-i\omega t$ alors qu'en électronique on voit $+j\omega t$. Cela ne change rien, il suffit de changer $j \to -i$.

Le champ électrique étant réel, on ne considèrera que les $\omega > 0$

$$\vec{E}(t) = \vec{A}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \frac{1}{2}\vec{A}(t)[\mathrm{e}^{j(\omega_0 t+\varphi(t))} + c.c] = \frac{1}{2}[E(t) + E^*(t)] \tag{2.15}$$

On utilisera $E(t)$ pour décrire le champ électrique et $\vec{E}(t) = Re[E(t)]$. On en tire

$$\tilde{P}(r,\omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}(r,\omega)\,\tilde{E}(r,\omega) \tag{2.16}$$

Le terme de l'équation de Maxwell

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \tag{2.17}$$

S'écrit alors, dans le domaine fréquentiel

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{E} = (1+\tilde{\chi})\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{E} = \kappa(r,\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{E} \tag{2.18}$$

où l'on a introduit la **constante diélectrique**

$$\kappa(r,\omega) = 1 + \tilde{\chi}(r,\omega) = (n - j\alpha c/2\omega)^2 \approx n^2 \tag{2.19}$$

L'atténuation étant négligeable, κ sera réel. Le milieu étant homogène dans le cœur et la gaine

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = \nabla\left(\nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}}\right) - \Delta\tilde{\mathbf{E}} = -\Delta\tilde{\mathbf{E}} \tag{2.20}$$

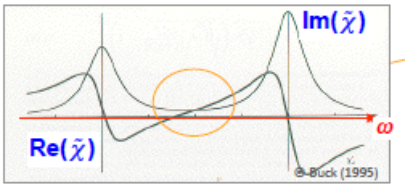


FIGURE 2.11

Notons que κ sera différent dans le cœur et dans la gaine. On trouve alors six équations (identiques pour $\tilde{H}$) équations

EQUATION D'HELMOTZ

$$\Delta\tilde{\mathbf{E}} + \kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\mathbf{E}} = 0 \qquad \Delta\tilde{H} + \kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{H} = 0 \tag{2.21}$$

où $\kappa_{core} \neq \kappa_{cladding}$ où la constante diélectrique dépend de la fréquence et où

$$\kappa_j(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} = {n_j}^2(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} = {n_j}^2(\omega)\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 = {n_j}^2(\omega)\,k_0^2 \tag{2.22}$$

avec $j = 1$ pour le cœur et $j = 2$ pour la gaine.

Nous avons donc six équations couplées. Heureusement, seulement deux sont indépendantes : il ne faudra résoudre que ces deux-là

$$\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \tilde{H}_y = \tilde{H}_y(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \tilde{E}_z = \tilde{E}_z(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \tilde{H}_z = \tilde{H}_z(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \tag{2.23}$$

Le schéma de résolution sera alors le suivant

1. Tenir compte des symétries de la structure en (x, y, z)
2. Séparer le problème pour chaque milieu homogène (cœur et gaine)
3. Appliquer les CL aux interfaces cœur-gaine pour trouver les modes guidés.
   - Il faut aussi avoir la continuité des composantes tangentielle de $\vec{E}$ et $\vec{E}$ ainsi que les composantes normales de $\vec{B}$ et $\vec{D}$.

4. Construire la solution générale (équation linéaire)

La solution générale d'un champ EM dans un guide d'onde est la suivante (idem pour $\tilde{H}$)

$$\tilde{E}(x,y,z,\omega) = \sum_m \left[a_m \tilde{E}_m(x,y,z,\omega) + a_{-m}\tilde{E}_{-m}(x,y,z,\omega)\right] + \tilde{E}_{\text{rad}}(x,y,z,\omega) \tag{2.24}$$

où le premier terme sont les modes progressif, la second les régressif et le dernier, le champ radiés (négligeable).

Étape 1 : Symétries

Basé sur les symétries, nous allons chercher par la méthode de séparation des variables une solution de la forme

$$E_x(x,y,z,t) = \tilde{E}_x(x,y,z,\omega)\exp(j\omega t) = E_x(x).Y(y).Z(z).\exp(j\omega t) \tag{2.25}$$

et de même pour H_x. Nous pouvons procéder à une telle résolution par symétrie de translation en y, z et dans le temps. Si nous avions un guide plan rectangulaire entouré d'une gaine optique, nous aurions une seule fonction en z, une en t mais également une en x et y !

Nous avons donc

$$\frac{1}{\mathrm{E}_x}\frac{d^2\mathrm{E}_x}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\kappa(\omega,x) + \frac{1}{\mathrm{Y}}\frac{d^2Y}{dy^2} + \frac{1}{\mathrm{Z}}\frac{d^2Z}{dz^2} = 0 \tag{2.26}$$

En Y et Z, nous pouvons avoir des solutions exponentielles, sinus, cosinus, sinh et cosh. Il faut comprendre l'invariance en translation en terme de densité de photon. Comme celui-ci contient un module carré, il faut choisir la solution en exponentielles imaginaires. Ceci signifie que les "constantes" que vaut ces termes doit être négative. On en tire pour Y

$$\frac{1}{\mathrm{Y}}\frac{d^2Y}{dy^2} = -\gamma^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{Y}(y) = e^{-j\gamma y} \tag{2.27}$$

où $\gamma \in \mathbb{R}$. Pour Z

$$\frac{1}{\mathrm{Z}}\frac{d^2Z}{dz^2} = -\beta^2 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{Z}(z) = e^{-j\beta z} \tag{2.28}$$

où $\beta \in \mathbb{R}$. L'équation à résoudre devient alors

$$\frac{d^2\mathrm{E}_x}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\kappa(\omega,x) - \beta^2 - \gamma^2\right]\mathrm{E}_x = 0 \qquad \frac{d^2\mathrm{H}_x}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\kappa(\omega,x) - \beta^2 - \gamma^2\right]\mathrm{H}_x = 0 \tag{2.29}$$

Celles-ci possèdent comme solutions

$$E_x = \mathrm{E}_x(x)\exp(j[\omega t - \beta z - \gamma y]) \qquad H_x = \mathrm{H}_x(x)\exp[j(\omega t - \beta z - \gamma y)] \tag{2.30}$$

où $E_x(x)$ et $H_x(x)$ sont à déterminer. Comme E et H ont un module indépendant de y, z et t, ces solutions sont les **modes du guide d'onde**.

Il existe deux types de solutions pour un guide plan

Mode TE Le champ électrique est hors du plan, quelque soit la réflexion et la polarisation. De même pour le champ magnétique. On parle de *transverse électrique* car l'énergie se propage dans la direction z et non k : la projection de E sur z est nulle.

Mode TM Ici la projection de E sur z est non-nulle. Le champ n'est pas ici perpendiculaire à la direction de propagation. En guidage faible, l'angle est proche de 90° et la composante en z est très petite mais non-nulle.

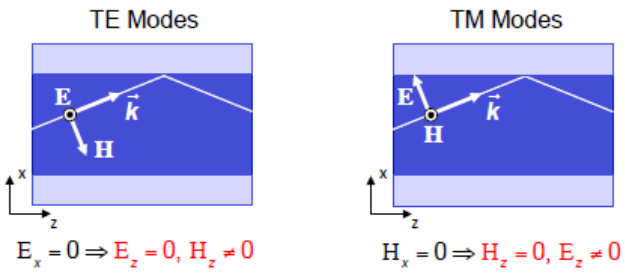


FIGURE 2.12

Nous allons considérer le mode TE [5] tel que $E_x = 0$. Les équations de Maxwell deviennent (voir Annexes)

$$E_y = -\frac{\beta\omega\mu_0}{\gamma^2+\beta^2}H_x \qquad E_z = -\frac{\gamma\omega\mu_0}{\gamma^2+\beta^2}H_x \qquad H_y = -j\frac{\gamma}{\gamma^2+\beta^2}\frac{d}{dx}H_x \qquad H_z = -j\frac{\beta}{\gamma^2+\beta^2}\frac{d}{dx}H_x \tag{2.31}$$

Une onde dans un guide infini est équivalent à une onde plane : pas de profil en Y ou Z. On peut alors définir Z comme la direction dans laquelle se propage ce qui signifie que $\gamma = 0$ car aucune phase n'est accumulée dans cette direction. Dès lors, $E_x = E_z = 0$ (TE) et $H_y = 0$)

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu_0}E_y, \qquad H_z = \frac{-j}{\beta}\frac{d}{dx}H_x = \frac{j}{\omega\mu_0}\frac{d}{dx}E_y \tag{2.32}$$

où

$$\frac{d^2\mathrm{E}_y}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\kappa_j(x) - \beta^2\right]\mathrm{E}_y = 0 \tag{2.33}$$

Faisons de même pour $H_x = 0$. Nous avons $H_x = H_z = 0$ (TM) et $E_y = 0$:

$$E_x = \frac{\beta}{\omega\varepsilon_0\kappa}H_y \qquad E_z = \frac{-j}{\omega\varepsilon_0\kappa}\frac{d}{dx}H_y \tag{2.34}$$

où

$$\frac{d^2\mathrm{H}_y}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\kappa_j(x) - \beta^2\right]\mathrm{H}_y = 0 \tag{2.35}$$

Un champ EM solution des équations de Maxwell dans un guide plan est une ainsi une **combinaison linéaire** des modes TE et TM du guide d'onde.

Étape 2 : Résolution par milieu homogène

Le guide d'onde est symétrique $\kappa(x) = \kappa(-x)$. L'intensité, proportionnelle au module carré $|E|^2$ est aussi symétrique. Les modes doivent alors être pairs ou impairs.

5. Je comprends pas trop pourquoi on fait ça ici.

Intéressons-nous aux modes TE avec $\gamma = 0$

$$\frac{d^2\mathrm{E}_y}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2}\kappa_j(x) - \beta^2\right]\mathrm{E}_y = 0 \tag{2.36}$$

et plus particulièrement au cas où E_y est symétrique (fonction paire de x). Il faut trouver une solution symétrique satisfaisant les CL Dans la gaine ($|x| > a$), nous voulons une atténuation afin d'avoir un maximum d'énergie dans le cœur

$$\mathrm{E}_y = \mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\cos(\sigma a).\exp\left[-\xi(x-a)\right] \tag{2.37}$$

Dans le coeur ($|x| \leq a$) nous pouvons avoir un cos ou un cosh. La seule solution acceptable est cos car elle respecte la continuité de la dérivée première [6]

$$\mathrm{E}_y = \mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\cos(\sigma x) \tag{2.38}$$

La seule solution possible est un cos dans le cœur et une exponentielle décroissante dans la gaine. La continuité de E_y en $x = a$ est alors vérifiée.

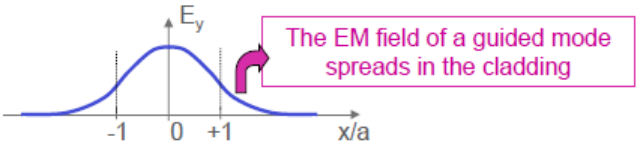


FIGURE 2.13

Dans les précédentes équations, nous avons posé

$$\sigma^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\kappa_1 - \beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \tag{2.39}$$

et

$$\xi^2 = \beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\kappa_2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 \tag{2.40}$$

Quels sont les signes de σ^2 et ξ^2 ?

- $\sigma^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 > 0$: σ doit être réel pour satisfaire les CL
- $\xi^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 > 0$: ξ est réel. S'il est positif, on a bien une décroissance exponentielle dans la gaine

$$\text{Mode quidé} \qquad \Leftrightarrow \qquad \beta > n_2 k_0 \tag{2.41}$$

- $\xi^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 < 0$: ξ est imaginaire : oscillation dans la gaine

$$\text{Mode faible} \qquad \Leftrightarrow \qquad \beta^2 > n_2^2 k_0^2 \tag{2.42}$$

Compte-tenu des conclusions ci-dessus, nousnaurons un mode quidé que si

MODE GUIDÉ SI

$$n_n k_0 > \beta > n_2 k_0 \qquad \Leftrightarrow \qquad n_1 > n_2 \tag{2.43}$$

Il s'agit bien ici d'un résultat, et non quelque chose que nous avons imposé comme c'était le cas dans l'optique géométrique.

6. H_z doit être continue et elle dépend de la dérivée de E_y par rapport à x.

Étape 3 : Condition de continuité à l'interface cœur-gaine

Comme l'indique le nom de la sous-sous-section, il faut garantir la continuité de H_z en $x = \pm a$, impliquant la continuité de la dérivée de E_y en ce point. On trouve alors une branche de cosinus comme solution dans le cœur ($|x| \leq a$)

$$H_z = \frac{j}{\omega\mu_0}\frac{d}{dx}E_y \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{H}_z = -\frac{j\sigma}{\omega\ \mu_0}\mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\sin(\sigma x) \tag{2.44}$$

Et dans la gaine ($|x| > a$, déjà particularisé au point a)

$$\mathrm{H}_z = \pm\frac{-j\xi}{\omega\ \mu_0}\mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\cos(\sigma a).\exp\left[-\xi(x-a)\right] \tag{2.45}$$

On en tire

$$\pm\frac{j\sigma}{\omega\ \mu_0}\mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\sin(\sigma a) = \pm\frac{j\xi}{\omega\ \mu_0}\mathrm{A}_{\mathrm{sym}}\cos(\sigma a) \tag{2.46}$$

D'où

$$\tan(\sigma a) = \frac{\xi.a}{\sigma.a} \tag{2.47}$$

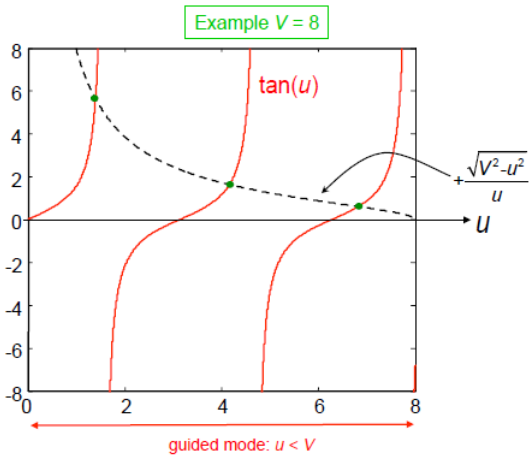


FIGURE 2.14 – 3 solutions TE symétriques ($V = 8$)

Cette relation doit être vérifiée pour garantir la continuité. Toutes les solutions en termes de σ vont être les solutions correspondant à un mode guidé. En posant les fonctions adimensionnelle $u \triangleq \sigma.a = a.(k_0^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2}$ et $V^2 \triangleq a^2(\xi^2 + \sigma^2) = a^2 k_0^2(n_1^2 - n_2^2)$, on peut définir la **fréquence normalisée du guide d'onde**

$$V = ak_0\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{2.48}$$

où $V^2 - u^2 = V^2 - a^2\sigma^2 = a^2\xi^2 > 0$ pour avoir un mode guidé ($\xi^2 > 0$ et $\xi > 0$). Physiquement, seule la valeur positive de ξ convient sans quoi il y aurait une croissance infinie dans la gaine

$$\tan(u) = +\frac{\sqrt{V^2-u^2}}{u} \tag{2.49}$$

Connaissant ω et l'index, il n'y a dès lors qu'un nombre **limité** de valeurs de σ (et donc de β) satisfaisant à cette équation. Chaque β **identifie** un **mode guidé particulier**.

Le même raisonnement peut être fait en partant d'un champ E_y antisymétrique. On trouve alors

$$\tan(\mathrm{u}) = -\frac{\mathrm{u}}{\sqrt{\mathrm{V}^2-\mathrm{u}^2}} \tag{2.50}$$

Ce qui est semblable à la précédente relation avec un signe négatif et une inversion numérateur/dénominateur [7]. Pour $V = 8$, il existe également trois solutions TE, mais cette fois-ci antisymétriques. Comme la fonction rouge est tangente, il y aura toujours au moins un mode guidé. La fibre deviendra multimode dès la première asymptote de cette fonction, à savoir en $u = \pi/2$.

7. Voir slides 29-30 pour plus de détails.

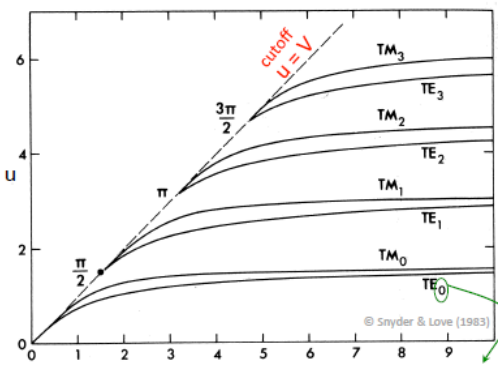


FIGURE 2.15

On peut faire le même calcul pour les modes TM avec $\gamma = 0 (E_x = E_z = H_y = 0)$. En évaluant la continuité, on retombe sur une équation aux valeurs propres pour les modes TM. Les conclusions sont semblables : il y a toujours au moins un mode TM et la valeur de la fréquence normalisée à partir de la quelle on en voit d'autres est également $\pi/2$.

Le nombre de modes guidés augmente donc avec l'augmentation de la fréquence normalisée V. Dès lors, le guide est **monomode** si

$$\boxed{V < \frac{\pi}{2}} \tag{2.51}$$

Les observateurs diront qu'il y a deux modes guidés en dessous de cette valeur (léger écart entre TE et TM). C'est vrai, mais on parle toujours de monomode : l'un ou l'autre sera excité en fonction de la polarisation. Ce léger écart signifie que le β est différent pour les deux modes : le guide plan est *biréfringeant*.

Discussions

1. *Interprétation de β.*
   Choisissons z comme direction de propagation et $\gamma = 0$

$$E_y = \mathrm{E}_y \exp[j(\omega t - \beta z - \gamma y)] = \mathrm{E}_y \exp[j(\omega t - \beta z)] \tag{2.52}$$

   Le mode oscille à ω et accumule une phase dans la direction z donnée par β (m^{-1}). Il s'agit de la **constante de propagation** du mode. La variation de β par rapport à la fréquence ω, $\beta(\omega)$ est la **relation de dispersion du mode**.

   Cette constante de propagation est bornée

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} n_2 < \beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{eff} < \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 \tag{2.53}$$

   où apparait l'indice effectif du mode, qui se rapporte à une mode tout comme β : c'est l'indice de réfraction "vu" par le mode. Si un mode est fort dans la gaine, son indice effectif sera proche de n_2 et inversement. En terme de vitesse de phase, le mode se propage à une vitesse entre celle dans le cœur et celle dans la gaine

$$\frac{c}{n_1} < \frac{\omega}{\beta} < \frac{c}{n_2} \tag{2.54}$$

   La constante de propagation, via β/ω, est alors fortement reliée à l'extension modale sur le cœur et la gaine.

2. *Puissance par unité de longueur d'un mode TE*[8]. Celle-ci est donnée par l'intégrale de la composante z du vecteur de Poynting moyennée temporellement sur x, celui-ci définissant la forme du guide

$$P_u = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z \rangle \, dx \tag{2.55}$$

On en tire $\langle S_z \rangle = \frac{\beta}{2\,\omega\,\mu_0}\ {E_y}^2$ et $P_u = 2 \int_0^{+\infty} \frac{\beta}{2\,\omega\,\mu_0}\ {E_y}^2 dx$. Pour les modes TE symétriques, en décomposant entre le cœur (première intégrale) et la gaine (la seconde)

$$P_u = \frac{\beta}{\omega\,\mu_0} \left[\int_0^a (\mathrm{A_{sym}} \cos(\sigma x))^2 dx + \int_a^{+\infty} (\mathrm{A_{sym}} \cos(\sigma a).\exp\left[-\xi(x-a)\right])^2 dx \right] \tag{2.56}$$

On en tire

$$P_u = \frac{\beta}{2\,\omega\,\mu_0} \mathrm{A}_{\mathrm{sym}}^2 [a + \frac{1}{\xi}] \tag{2.57}$$

où $h_{\mathrm{eff}} \triangleq 2(a+\frac{1}{\xi})$ est l'**épaisseur effective**. Tout se passe comme si l'énergie se réparti sur cette hauteur. Le $1/\xi$ traduit bien l'étalement du mode sur la gaine optique, celui-ci n'étant pas bloqué dans le cœur.

3. *Profil transverse*
Considérons le cas précédemment abordé d'un mode TE symétrique où $V = 8$. La parité de l'indice donne une information sur la parité du mode, mais l'indice donne surtout le nombre de passage par un zéro au sein du guide. Plus l'ordre du mode augmente, plus la complexité (nombre de nœud) du mode fait de même.

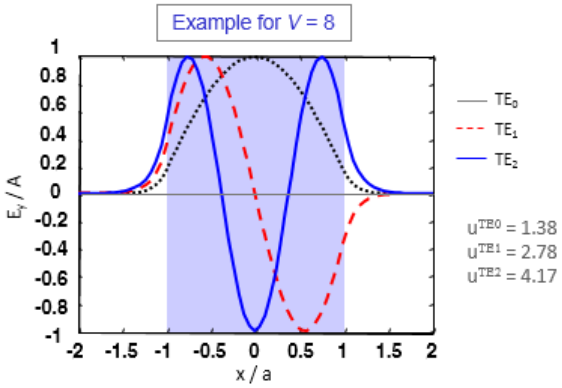


FIGURE 2.16

Notons que la partie évanescente du mode augmente avec l'ordre du mode lorsque x diminue (l'indice effectif se rapproche ainsi de n_2) : β diminue avec l'ordre du mode.

Pour résumer, un grand V implique un grand nombre de mode rimant avec une complexité d'onde guidée. Il va y avoir superposition des modes guidés. Lorsqu'on excite plus d'un mode (TE/TM), l'intensité devient dépendant de z car β^N diffère pour chaque ordre N. La simulation du *slide 35* met en évidence qu'un champ au début localisé se met à remplir tout le guide. Un champ évanescent est en pratique toujours présent.

8. Le guide plan étant infini dans une direction transverse, il faut bien parler *par unité de longueur*.

Intéressons-nous au profil transverse d'un mode *près de la coupure*, par exemple en $V = 1$. Plus on se rapproche de la coupure ($u = V$), plus ξ est petit et plus l'extension du mode dans la gaine optique est importante (le profil modal étant proportionnel à $e^{-\xi}$, l'extention dans la gaine augmente drastiquement). Ici, nous sommes entre la coupure du mode 1 et 2. Par le calcul simple $h_{\text{eff}}/(2a) = (1+\frac{1}{\xi.a}) = 2.47$, on voit que le mode est deux fois plus étendu dans le gaine que dans le cœur !

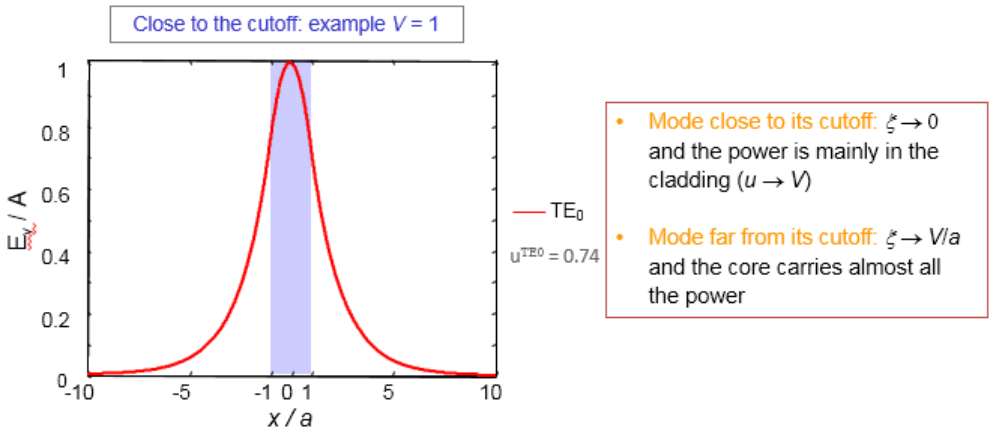


FIGURE 2.17

Nous sommes donc bien loin des considérations de l'optique géométrique.

4. *Interprétation du profil modal dans le cœur comme une superposition d'ondes planes*
Soit un mode TE symétrique d'ordre N

$$E_y^N = \mathrm{A}_{\text{sym}} \cos\Big(u^N.x/a\Big).e^{j(\omega t-\beta^N z)} \tag{2.58}$$

Écrivons-le cosinus comme deux exponentielles

$$E_y^N = \frac{1}{2}\mathrm{A}_{\text{sym}}[e^{j(\omega t-\beta^N z+u^N.x/a)} + e^{j(\omega t-\beta^N z-u^N.x/a)}] \tag{2.59}$$

On y voit deux ondes planes

$$e^{j(\omega t-\beta^N z-u^N.x/a)} = e^{j(\omega t-k^N.r)} \tag{2.60}$$

où $k_x^N = u^N/a, k_y^N = 0$ et $k_z^N = \beta^N$. Calculons alors le module du nombre d'onde

$$k^{\,2} = (u^N/a)^2 + (\beta^N)^2 = {k_0}^2{n_1}^2 = {k_1}^2 \tag{2.61}$$

Celui-ci vaut k_1^2, soit exactement le nombre d'onde dans un milieu d'indice n_1 : il s'agit d'une onde plane qui se propage. La constante de propagation β n'est que la projection de $\vec{k}_1$ sur la direction de propagation.

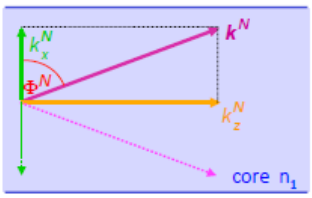


FIGURE 2.18

Le profil est le résultat des interférences entre deux ondes planes de vecteur d'onde $(\pm k_x^N, 0, \beta^N)$. On peut associer un "rayon" à une onde plane (direction orthogonale au front d'onde, soit la direction de k^N) et retrouver la conclusion de l'optique géométrique

$$\cos\left(\Phi^N\right) = \frac{u^N}{k_1.a} < \frac{V}{k_1.a} = \frac{a.k_0}{a.k_0.n_1}\sqrt{{n_1}^2 - {n_2}^2} = \sqrt{1 - {n_2}^2/{n_1}^2} = \cos(\Phi_c) \Rightarrow \phi^N > \phi_c \tag{2.62}$$

5. *Ordre de grandeur.* Cf. *slide 38*
6. *Guide plan non symétrique*
   Considérons n_3 comme étant de l'air : peu d'onde évanescante de ce côté, mais beaucoup de l'autre : le mode est poussé du côté du saut d'indice le plus faible.

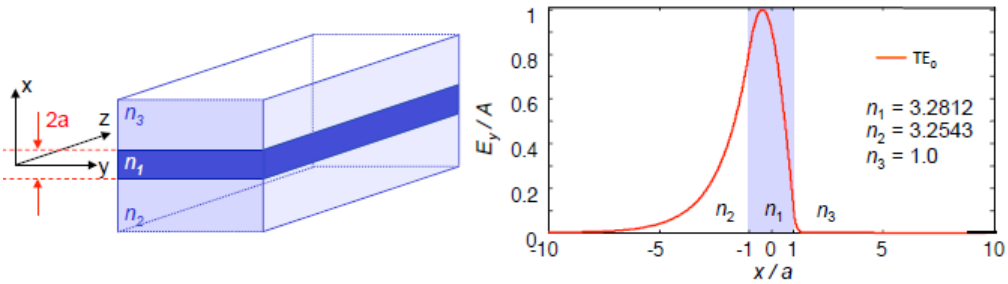


FIGURE 2.19

Les solutions trouvées sont cependant du même type.

7. *Saut d'indice homogène dans un guide rectangulaire.* Pas de calcul analytique possible, cf. *slide 40*.

2.2.2 Guides à saut d'index cylindriques

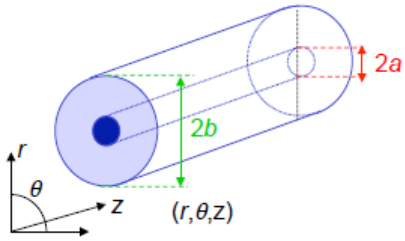


FIGURE 2.20

L'idée est la même, seule la géométrie va un petit peu compliquer les calculs ! La différence principale est que la structure a maintenant deux dimensions transverses : la propagation sera caractérisée par deux paramètres. Faisons comme hypothèses

- Milieu diélectrique, non-magnétique, linéaire, isotropique et sans pertes
- Milieu homogène (guide à saut d'indice, pas à gradient)
- Gaine d'extension infinie ($2b \gg 2a$)

Encore une fois, il n'y a **pas** d'hypothèse sur la taille du cœur.

Nous avons dans le cœur ($r \leq a$)

$$\Delta\tilde{\mathbf{E}} + \kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\mathbf{E}} = 0, \qquad \kappa(\omega) = {n_1}^2(\omega) \tag{2.63}$$

Et dans la gaine ($r \geq a$)

$$\Delta\tilde{H} + \kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{H} = 0, \qquad \kappa(\omega) = {n^2}_2(\omega) \tag{2.64}$$

Nous allons procéder à une résolution en considérant $E_z \neq 0$ et/ou $H_z \neq 0$ (voir *Annexe 1*).

Étape 1 : Propriété de symétrie, résolution par la méthode de séparation des variables

La solution est une onde se propageant dans la direction z où β - la constante de propagation - joue le même rôle que précédemment.

$$\begin{array}{cc} E_z = \tilde{E}_z(x,y)\exp(j[\omega t - \beta z]) & H_z = \tilde{H}_z(x,y)\exp(j[\omega t - \beta z]) \\ \Downarrow & \Downarrow \\ \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial y^2} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2]\tilde{E}_z = 0 & \frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial y^2} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2]\tilde{H}_z = 0 \end{array} \tag{2.65}$$

Vu la symétrie du problèmes, nous allons le traiter en symétrie cylindrique

$$x = r\cos(\theta), \quad y = r\sin(\theta), \quad r = \sqrt{x^2+y^2}, \quad \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{2.66}$$

Dès lors, on trouve $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{y}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}$ et $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{y}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{x}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}$. Nos champs s'écrivent

$$\tilde{E}_r = \tilde{E}_x\cos(\theta) + \tilde{E}_y\sin(\theta), \qquad \tilde{E}_\theta = -\tilde{E}_x sin(\theta) + \tilde{E}_y\cos(\theta) \tag{2.67}$$

En utilisant les nouvelles composantes de $\vec{E}$ et le Laplacien en coordonnées cylindriques, on trouve

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial \theta^2} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2]\tilde{E}_z = 0 \tag{2.68}$$

Et de même pour H_z. Actuellement, β n'est pas connue. Nous allons chercher les solutions physiquement acceptables et chercher à ce qu'elles satisfont les CL. Ceci fixera les valeurs de β acceptable : elles formeront un ensemble discret, une valeur par mode.

Le problème à résoudre est donc

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial \theta^2} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2]\tilde{E}_z = 0 \\ \frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \tilde{H}_z}{\partial \theta^2} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2]\tilde{H}_z = 0 \\ \tilde{E}_r = -\frac{j}{\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \mu_0\omega\frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \theta}\right) \\ \tilde{E}_\theta = -\frac{j}{\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \theta} - \mu_0\omega\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r}\right) \\ \tilde{H}_\theta = -\frac{j}{\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \theta} + \omega\,\varepsilon(\omega)\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r}\right) \\ \tilde{H}_r = -\frac{j}{\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} - \omega\,\varepsilon(\omega)\frac{1}{r}\frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \theta}\right) \end{cases} \tag{2.69}$$

Auquel il faut joindre $\kappa(\omega)$ du cœur et de la gaine ainsi que les conditions de continuité en $r = a$ de aux limites périodiques de 2π en θ. On peut déjà souligner que E_r dépend de la dérivée de E_z par rapport à r et de H_z par rapport à θ : les dérivées sont "mélangées" (cela aura de l'importance pour les CL).

Nous allons séparer la dépendance des solutions en r et θ : $\tilde{E}_z = R_z(r)\,\Theta_z(\theta)$, ce qui se justifie par la symétrie de rotation de la structure. On en tire

$$\frac{\partial^2 \Theta_z}{\partial \theta^2} + N^2\Theta_z = 0, \qquad \frac{\partial^2 R_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial R_z}{\partial r} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 - \frac{N^2}{r^2}].\ R_z = 0 \tag{2.70}$$

où N^2 est positif pour avoir un terme oscillant, mais également la périodicité (celui-ci va définir la période du terme oscillant). Les fonction Θ_z et R_z sont pour le moment inconnues.

Étape 2 : Résolution du problème dans le cœur et la gaine optique

La solution de l'équation azimutale (dépendance angulaire du champ) en Θ_z est une fonction harmonique à cause de la périodicité de 2π de la structure

$$\frac{\partial^2 \Theta_z}{\partial \theta^2} + N^2 \Theta_z = 0 \tag{2.71}$$

Dès lors, N est forcément entier : c'est le nombre angulaire du mode

$$\Theta_z(\theta) = \begin{cases} \cos(N\theta) \\ \sin(N\theta) \end{cases} \qquad N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{2.72}$$

La seconde équation différentielle (partie radiale)

$$\frac{\partial^2 R_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial R_z}{\partial r} + [\kappa(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 - \frac{N^2}{r^2}].\ R_z = 0 \tag{2.73}$$

Peut s'écrire

- Si $\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2 > 0$

$$\mathrm{x}^2 \frac{d^2 G_N}{dx^2} + x\frac{dG_N}{dx} + (x^2 - N^2)G_N = 0 \tag{2.74}$$

  Si N est entier, la dépendance radiale est une *fonction de Bessel*
- Si $\kappa\omega^2/c^2 - \beta^2 > 0$

$$\mathrm{x}^2 \frac{d^2 G_N}{dx^2} + x\frac{dG_N}{dx} - (x^2 + N^2)G_N = 0 \tag{2.75}$$

  Si N est entier, la dépendance radiale est une *fonction de Bessel modifiée*

Notons que les deux conditions énoncées ici sont semblables à celle trouvée pour le guide plan.

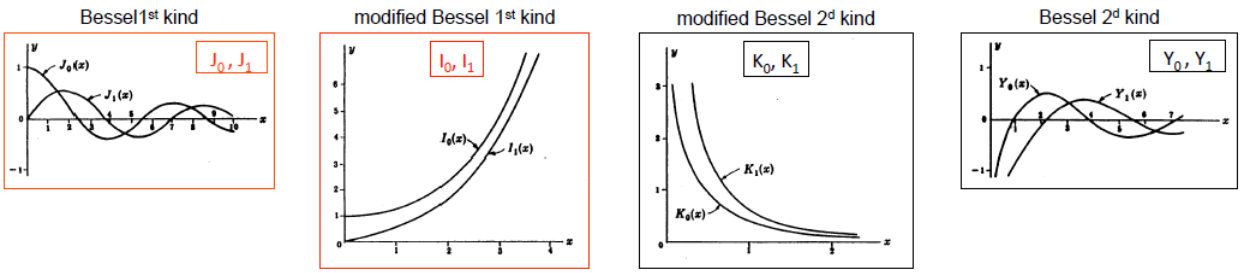


FIGURE 2.21 – La deuxième espèce diverge en 0. Dans le cœur, J_k est acceptable mais pas I_k à cause de la divergence. I_k est également acceptable. Dans la gaine, J_k n'est pas acceptable car la décroissance de l'amplitude est trop faible, mais K_k est bon. Lesquelles prendre ? Nous avions vu que les dérivées étaient "mélangées". Comme I_k donnerait un point anguleux, cette solution n'est pas acceptable. Nous avons finalement J_k dans le cœur et K_k dans la gaine.

Pour N fixé, un mode guidé est défini par

$$\begin{cases} R_z(r) &= A\vec{J}_N(\sigma\, r) & \text{coeur } (x < a) \\ R_z(r) &= C\vec{K}_N(\xi\, r) & \text{gaine } (x \geq a) \end{cases} \tag{2.76}$$

Il s'agit de la **seule** solution possible (champ évanescent dans la gaine, pas de singularité, champs continus en $x = a$).

Pour avoir une solution dans le cœur, il faut que $\sigma^2 > 0 \Rightarrow n_1 k_0 > \beta$. Pour que K_n soit solution dans la gaine optique, il faut que $\xi^2 > 0 \Rightarrow \beta > n_2 k_0$. Le mode ne sera guidé que si

$$\frac{2\pi}{\lambda} n_2 < \beta < \frac{2\pi}{\lambda} n_1 \tag{2.77}$$

Soit encore $n_2 < n_1$.

Comme pour les guides d'ondes plan, la vitesse de phase ω/β dépend de l'extension sur le cœur **et** la gaine. Les solutions sont données aux *slides 47* et *48*.

Classification des modes du nombre azimutal N

1. Si $N = 0$, il n'y a pas de dépendance angulaire. La situation est celle d'un guide plan et on retrouve les modes TE et TM formés par les rayons méridionaux.
2. Si $N \neq 0$, on ne retrouve pas de modes TE ou TM à causes des rayons obliques mais des **modes hybrides** EH_{Nq} et HE_{Nq}. En fixant N, on trouvera alors q solutions : se complique à cause des deux indices.

Étape 3 : Condition de continuité à l'interface cœur-gaine

Il faut donc trouver pour un nombre azimutal N donné, les q solutions (nombre radial) possibles (s'il y en a). Le système est donné au *slide 50*, mais "seulement" quatre équations sont indépendantes. Le système possède une solution non triviale ssi le déterminant du système est nul. A l'aide d'une insomnie, de l'hypothèse du **guidage faible** et de l'annexe 3, on trouve

$$\frac{\vec{J}_{m-1}(u)}{\vec{J}_m(u)} = -w \frac{\vec{K}_{m-1}(w)}{\vec{K}_m(w)} \tag{2.78}$$

où

$$m = \begin{cases} 1 & \text{pour les modes } TE_{0q} \text{ et } TM_{0q} \quad (N = 0) \\ N+1 & \text{pour les modes } EH_{Nq} \quad (N \geq 1) \\ N-1 & \text{pour les modes } HE_{Nq} \quad (N \geq 1) \end{cases}$$

Certains modes vont être caractérisés par le même u, et donc le même β : ils sont dit *dégénérés* comme ils vont se propager avec la même constante de propagation. On va alors les regrouper en remplaçant N par m. Par exemple

m=0 correspond aux modes TE_{0q} et TM_{0q}

m=0 correspond au cas $N = 1$: seule possibilité est le mode HE_{1q}

m=1 correspond aux modes TE et TM **mais aussi** au cas $N = 2$: HE_{2q} à la même constante de propagation que TE_{0q} et TM_{0q}.

On va alors écrire les combinaisons linéaires des modes dégénérés pour écrire les modes dits **linearly polarized**, soit LP_{mq}. Dès lors, **pour chaque** m **pour un** V **fixé**, les q solutions u_{mq} de l'équation ci-dessus (et du β_{mq} correspondant) donnent les q modes LP_{mq} guidés.

Considérons $V = 2$ et $m = 0, 1$. Dans ce cas, la fibre est monomode mais elle deviendra multimode dès le passage de l'asymptote pour $V = 2.405$, soit le premier zéro de la fonction de

Bessel : le mode LP_{11} sera alors guidé. Rappelons que $V^2 = u^2 + w^2$: la condition de coupure $u = V$ implique que $w = 0$.

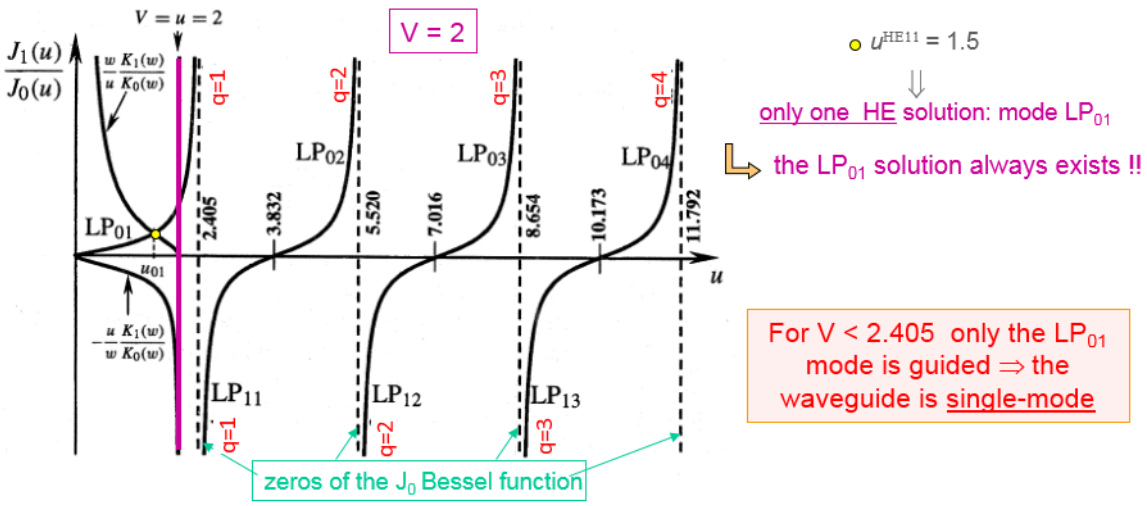


FIGURE 2.22

Considérons un second exemple où $V = 8$

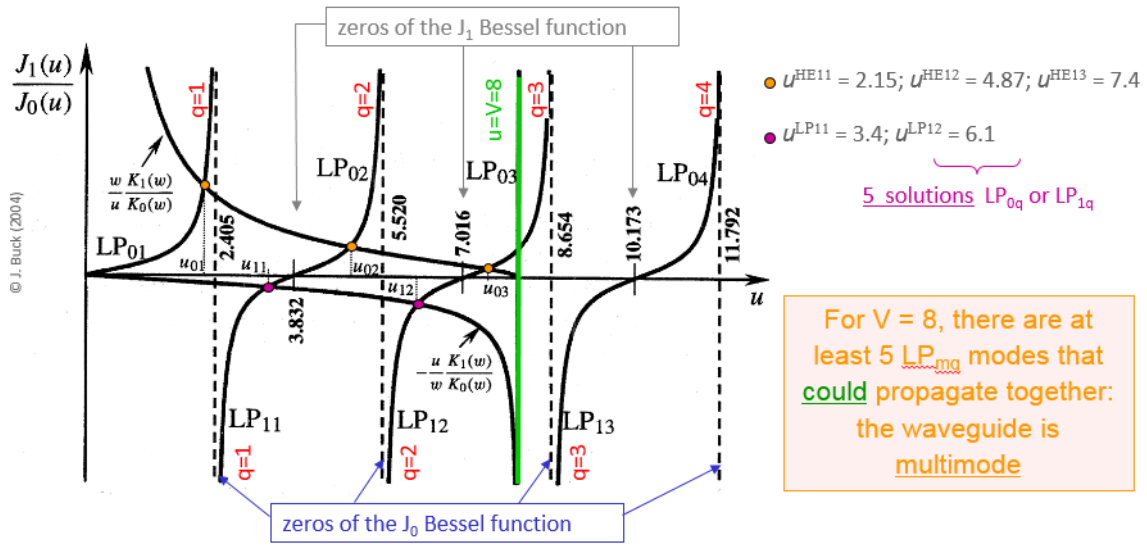


FIGURE 2.23

Dans ce cas, cinq modes LP_{mq} peuvent être guidés en même temps : le guide d'onde est multimode. Le tableau suivant résume la situation en nous informant de ce qui existe en fonction de la valeur de V

V_c	Bessel function	m	Zero count (q)	LP_{mq} mode designation	degenerate components (Section 3.6)
0	J_{-1}	0	1	LP_{01}	HE_{11}
2.405	J_0	1	1	LP_{11}	TE_{01}, TM_{01}, HE_{21}
3.832	J_1	2	1	LP_{21}	EH_{11}, HE_{31}
3.832	J_{-1}	0	2	LP_{02}	HE_{12}
5.136	J_2	3	1	LP_{31}	EH_{21}, HE_{41}
5.520	J_0	1	2	LP_{12}	TE_{02}, TM_{02}, HE_{22}
6.380	J_3	4	1	LP_{41}	EH_{31}, HE_{51}
7.016	J_1	2	2	LP_{22}	EH_{12}, HE_{32}
7.016	J_{-1}	0	3	LP_{03}	HE_{13}
7.588	J_4	5	1	LP_{51}	EH_{41}, HE_{61}
8.417	J_2	3	2	LP_{32}	EH_{22}, HE_{42}
8.654	J_0	1	3	LP_{13}	TE_{03}, TM_{03}, HE_{23}

© J. Buck (2004)

V_c : normalized frequency of the mode

m: azimuthal number

Bessel function: its zeros identifie V_c

q: radial number

Tableau 2.1

Propriétés des modes LP_{mq}

1. *Distribution de l'intensité transverse $I(x, y)$.*
   Dans le cas d'une fibre monomode, le seul mode guidé sera le $LP_{01} = HE_{11}$. D'autres exemples sont donnés aux *slides 55* et *56*.

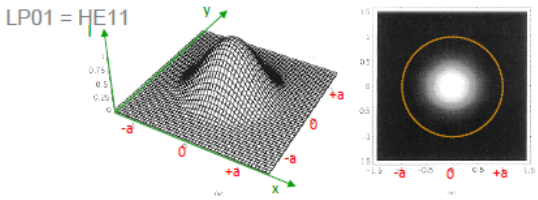


FIGURE 2.24

Soit le champ électrique du monde fondamental $LP_{01} = HE_{11}$ polarisé selon la direction x ($E_y = 0$). Son amplitude $|E_x| \propto J_0$ (cœur) et $|E_x| \propto K_0$ (gaine) est bien approximée par une **distribution gaussienne** de paramètre w_0

$$E_x(r, z) = \exp\left[-\frac{r^2}{{w_0}^2}\right].\exp[-j\beta z] \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{core}}{P_{total}} = 1 - \exp\left[-\frac{2a^2}{{w_0}^2}\right] \tag{2.79}$$

Ceci est vrai pour autant que l'on ne se situe pas trop près de la coupure du mode ($V = 0$ pour le fondamental)

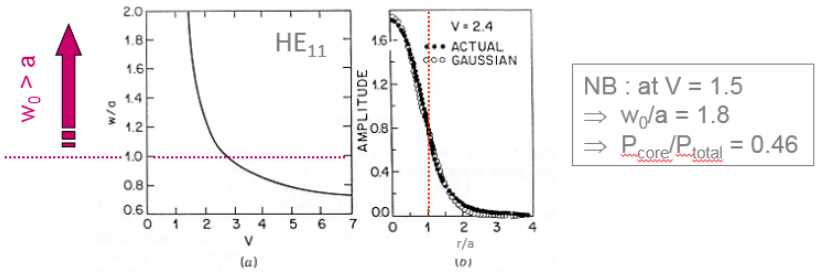


FIGURE 2.25 – Bon accord entre le fit gaussien et le mode analytique

On va alors définir le **Mode Field Diameter (MFD)** $= 2w_0$ comme un paramètre du mode fondamental.

Malgré la symétrie cylindrique, il est plus simple de représenter les polarisations linéaires dans un repère cartésien

$$E_x = E_r\cos(\theta) - E_\theta\sin(\theta) = 0, \quad E_y = E_r\sin(\theta) + E_\theta\cos(\theta) = A(-j\beta\frac{a}{u})\vec{J}_0(\frac{u.r}{a}).\exp(j[\omega t - \beta z]) \tag{2.80}$$

Le mode LP_{01} est ainsi polarisé linéairement (a)

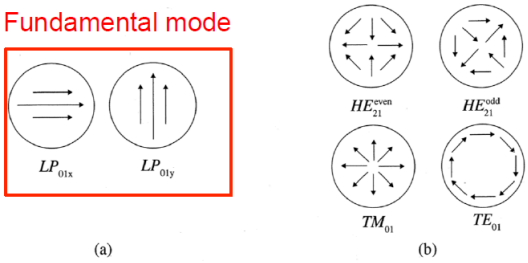


FIGURE 2.26

En (b), il faudra considérer la combinaison linéaire entre ces quatre modes-là pour former le mode LP_{11}. Il existe différentes combili et donc différents résultats possibles qui sont illustrés au *slide 58*.

2. *Confinement de l'intensité.*
   Le graphique ci-dessous montre la répartition de la puissance entre le cœur et la gaine optique à l'aide de ψ

$$\psi = \frac{P_{cladding}}{P_{cladding} + P_{core}} = \left(\frac{u^2}{V^2}\right)\left(1 - \frac{\vec{K}_m^2(w)}{\vec{K}_{m-1}(w).\vec{K}_{m+1}(w)}\right) \tag{2.81}$$

pù $0 < \psi < 1$.

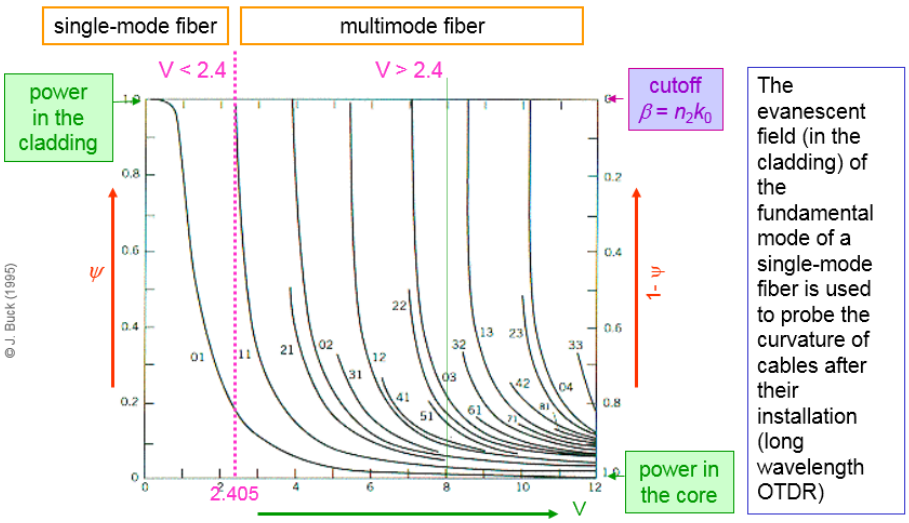


FIGURE 2.27

Pour monitorer les pertes, on envoie une onde dans la fibre et on mesure la partie réfléchie (qui revient à l'entrée) en fonction du temps : permet la détermination des pertes locales (par exemple, une grosse courbure). Une chute de puissance peut être causée par le passage de la fibre dans un coin, celle-ci est alors trop tordue. Plus le mode s'étale dans la gaine, plus il est sensible aux courbures [9].

3. *Courbes de dispersions.*
En introduisant la constante de propagation normalisée

$$b = 1 - \frac{u^2}{V^2} = \frac{\beta^2 - {k_0}^2 {n_2}^2}{{k_0}^2 {n_1}^2 - {k_0}^2 {n_2}^2} = \frac{{n_{eff}}^2 - {n_2}^2}{({n_1}^2 - {n_2}^2)} \tag{2.82}$$

où $0 < b < 1$. Si b est proche de 0 c'est que l'on est proche de la coupure : mode totalement dans la gaine, l'indice "vu" va être comme si tout le mode était dans la gaine. Si $b = 1$, la conclusion est inverse. Notons que nous ne faisons ici que changer V et pas n_1 et n_2.

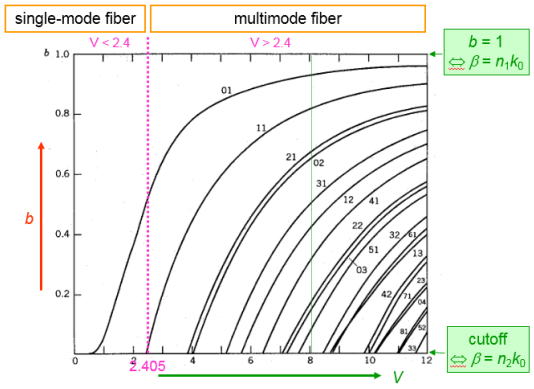


FIGURE 2.28

9. Note en vrac : $V = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, plus la longueur d'onde est grande, plus V est petite.

4. *Mais aussi...*
   Une fibre est monomode si seulement le monde fondamental est guidé

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} < 2.405 \tag{2.83}$$

   où $\lambda > \lambda_{cutoff}$, $\sqrt{\ldots} \approx 5\mu\text{m}$ $\Delta n \approx 3 \times 10^{-3}$. Un paramètre important est le **Mode Field Diameter (MFD)** : lors de la soudure de fibres, il faut que les MFD soient proches sinon pleins de pertes vont être introduites. Plus le MFD est petit, plus l'intensité est localement importante. En pratique, on utilise un MFD un peu plus grand que la valeur "idéale" pour éviter d'injecter trop de puissance et avoir trop d'effets non linéaires.

2.3 Fabrication des fibres optiques

Voir *slides 69* à *75* ainsi que la vidéo sur l'UV.

2.4 Propriétés linéaires des fibres optiques

2.4.1 Atténuation du signal dans les fibres monomodes

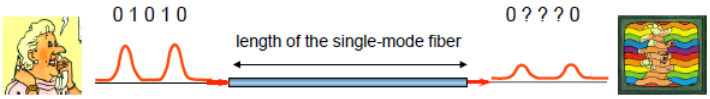


FIGURE 2.29

Quand un signal se propage dans une fibre, plusieurs éléments vont jouer en la défaveur de celui-ci. La fibre n'est pas parfaite et possède des **pertes**. Le problème est qu'un détecteur possède une sensibilité limitée : un puissance minimale doit l'atteindre, ce qui va limiter la distance de propagation.

Les pertes par propagation sont caractérisée par la le **coefficient d'atténuation** α, liée à la partie imaginaire de la susceptibilité $\chi(\omega)$ (alors que la partie réelle donne plutôt l'indice de réfraction).

Étudions la propagation d'un *pulse* dans une fibre optique. Que ce soit dans le domaine temporel ou spectral, on observe une diminution de l'amplitude de celui-ci, mais pas un élargissement. Cette diminution est exprimée via la loi de Beer-Lambert

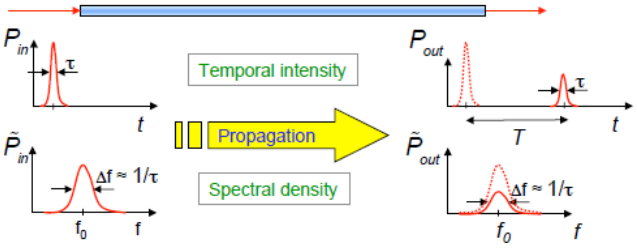


FIGURE 2.30

$$\frac{dP(z)}{dz} = -\alpha_m P \qquad \Rightarrow \qquad P(L) = P(0)\exp(-\alpha_m L) \tag{2.84}$$

où α_m est le coefficient d'atténuation ($[m^{-1}]$), $P(z = L)$ la puissance de sortie et $P(z = 0)$ la puissance d'entrée. On en tire

$$\boxed{\alpha[\text{dB/km}] \equiv -\frac{10}{1\text{ km}}\log_{10}\left(\frac{P(z = 1\text{km})}{P(z = 0)}\right)} \tag{2.85}$$

Si l'on souhaite l'atténuation en amplitude, on utilisera la relation

$$\alpha[\text{dB/km}] \times 1\text{ km} = 10\log_{10}(e) \times \alpha_m \times 1\text{km} = 4.343 \times \alpha_m \times 1\text{ km} \tag{2.86}$$

Il existe trois sources d'atténuation dans une fibre (cf. figure ci-dessous)

1. **Absorption matérielle**
   Lorsque la lumière se propage dans la matière, il va y avoir de l'absorption causant une excitation des modes de vibration et rotation. On retrouve ces absorptions dans l'infrarouge, en mauve sur le graphique.

   Lors de la fabrication des fibres, il peut se glisser autre chose que de la silice : elle peut être polluée par de ions OH^- qui viennent de l'eau (air, vapeur, ...). Cela va introduire des pics d'absorption.

2. **Diffusion de Rayleigh**
   Inévitable car en présence d'un matériau amorphe. Les fluctuation de densité vont créer de la diffusion. On remarque que Rayleigh (rouge pointillé) est non-négligeable par rapport à l'absorption de la fibre en elle-même [10].

10. Pour info, $\alpha_R \approx 0.16$ dB/km à $\lambda = 1.5\mu m$.

3. **Radiations dues aux imperfection dans le guide**.
   La fibre peut présenter des courbures. Si celles-ci sont trop importantes, l'angle d'incidence est trop petit et on va radier de l'énergie : la réflexion est partielle. Plus le rayon de courbure est petit, plus on est couplé à de l'énergie radiée. Cela dépend fortement de la fibre et la longueur d'onde.

   On retrouve aussi les pertes dues à une pression sur la fibre, créant des micro-courbures qui ont tendance à faire radier l'énergie. Les connecteurs et le *splicing* de fibre introduisent également des pertes.

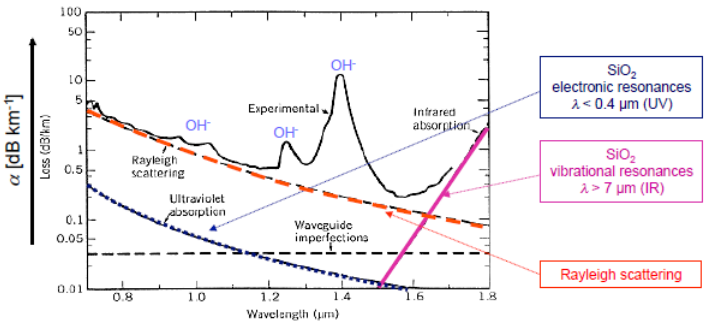


FIGURE 2.31

De façon générale, on voit un minimum d'atténuation $\lambda \approx 1550$ nm et c'est la raison de l'utilisation de cette longueur d'onde en télécommunication. Historiquement on travaillait à 1300 nm (entre les deux pics d'OH^-) car la dispersion chromatique était plus faible ce qui permettait la propagation sur une plus longue distance.

L'atténuation totale est donnée par

$$\text{Atténuation (dB)} = \sum_i \alpha_i L_i + \alpha_s x + \alpha_c y + \alpha_b \tag{2.87}$$

où α_b est négligeable (pertes par pression).

2.4.2 Dispersion chromatique

Dans le cas d'une fibre mono-mode ($V = k_0 a\sqrt{n_1^2 - n_2^2} < 2.405$), le dispersion inter-modale n'est pas problématique (logique, seul LP_{01} se propage). Cependant, un pulse lors de sa propagation peut subir le **dispersion de vitesse de groupe** [11].

Celle-ci vient

1. Le spectre à largeur finie du signal (modulation et source)
2. L'indice de réfraction n de la silice varie en fonction de la fréquence (c'est d'ailleurs ce qui permet à un prise en silice de décomposer la lumière). C'est la **dispersion matérielle**.
3. La constante de propagation β dépend de la longueur d'onde (changer λ change V et changer V augmente l'étalement spectral : β change). On parle ici de **dispersion du guide**.

11. Ou "dispersion intra-modale", "dispersion de fibre", "dispersion chromatique".

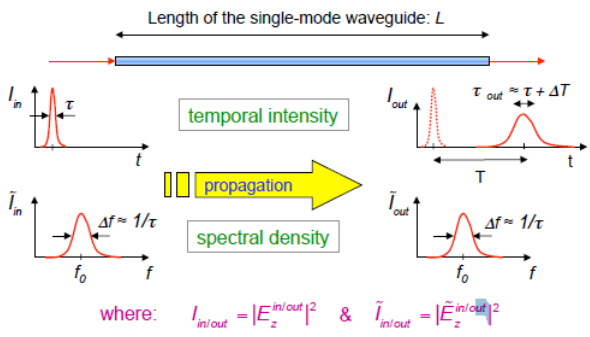


FIGURE 2.32

Dans le domaine temporel, la dispersion chromatique cause une diminution de l'amplitude du pulse ainsi qu'un étalement du spectre. Par contre, pas de changement notable dans l'intensité spectrale : on verra plus tard que la phase spectrale, elle, se modifie. Rappelons l'expression de la vitesse de groupe

$$v_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega}\right)^{-1} = \frac{c}{n_g} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{L}{v_g} \tag{2.88}$$

où n_g est l'indice de groupe et T le temps de vol du pulse. C'est parce que la vitesse de groupe n'est **pas la même pour toutes les fréquences du spectre du pulse** que sa largeur augmente lorsqu'il se propage dans la fibre.

Calculons l'étalement temporel ΔT du pulse (lié donc à la différence de vitesse de propagation). Soit $\Delta\omega$, le spectre lié à l'information qui transite. La variation du temps de vol est donné par la variation de fréquence $dT/d\omega\Delta\omega$. On trouve alors un coefficient qui dépend de la dérivée seconde

$$\Delta T = \frac{dT}{d\omega}\Delta\omega = \frac{d}{d\omega}\left(\frac{L}{v_g}\right)\Delta\omega = L\frac{d^2\beta}{d\omega^2}\Delta\omega = L\beta_2\Delta\omega \tag{2.89}$$

On peut écrire une équation semblable, mais avec $\Delta\lambda$, lié aux longueurs d'ondes de l'information qui transite

$$\Delta T = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{L}{v_g}\right)\Delta\lambda = LD\Delta\lambda = LD\frac{-\lambda^2}{2\pi c}\Delta\omega \tag{2.90}$$

On en tire un lien entre D et β_2 (⚠ signe différent, important car les effets sont différents !)

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2 \tag{2.91}$$

où D est la paramètre GVD et D le paramètre de dispersion (ps. nm^{-1}.km^{-1}). Physiquement, le paramètre important est β_2 mais dans les calculs de type ingénieur où il faut avoir rapidement des ordres de grandeur on utilisera plutôt D. En résumé

$$\boxed{\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2}, \qquad D = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{v_g}\right) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2} \tag{2.92}$$

On peut estimer la limitation du produit BL par la dispersion chromatique. Si l'écart temporel reste inférieur au temps d'un bit, l'information peut être retrouvée. En définissant le temps bit T_B comme l'inverse du débit binaire, on trouve que

$$BL < \frac{1}{|D|\,\Delta\lambda} \tag{2.93}$$

où $\Delta\lambda$ est le contenu spectral, ici de la **source laser** et non de la modulation ! D'où l'importance de travailler avec un laser suffisamment cohérent. En résumé, trois contribution

1. **Dispersion matérielle** : $n = n(\omega) \rightarrow D_M$
2. **Dispersion de profil** : $\Delta = \Delta(\omega)$ (le saut d'indice peut varier en fonction de la longueur d'onde). En pratique, négligeable

3. **Dispersion du guide** : $\beta = \beta(\omega) \rightarrow D_W$

$$D = D_M + D_W \tag{2.94}$$

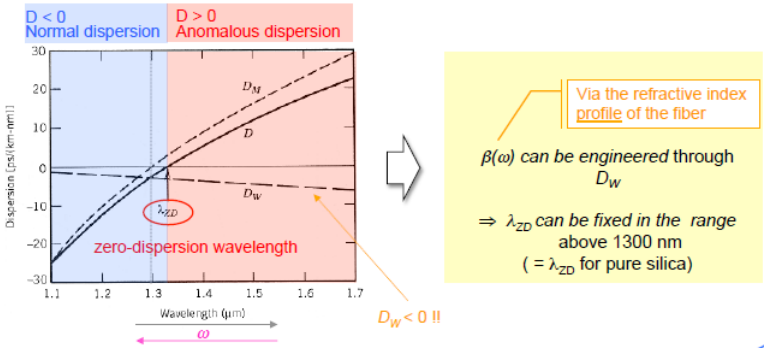


FIGURE 2.33

On peut voir ci-contre que la dispersion du guide est toujours négative. La dispersion totale (D) sera un peu "shiftée" vers le bas. Le zéro de dispersion ne va pas se situer au zéro de la silice mais un peu au dela. Comme on peut jouer sur $\beta(\omega)$ via D_W, on va pouvoir fixer λ_{ZD}. On parlera alors de fibre DSF (Dispersion-Shifted Fiber) : on amène le zéro de dispersion à 1.5 micron afin d'avoir le minimum de pertes et de dispersion. Cependant, travailler à λ_{ZD} n'est pas toujours bien (effets non-linéaires). On travaille alors un peu plus loin : fibres à dispersion décallée mais non nulle NZDSF (Non-Zero Dispersion-Shifted Fiber).

Essayons d'établir l'équation de propagation d'un pulse. Nous allons faire l'approximation de l'enveloppe lentement variable (SVEA) signifiant que $\Delta\omega \ll \omega_0$ où ω_0 est la fréquence de la porteuse. On fera aussi les hypothèses

1. Le mode LP_{01} est polarisé linéairement selon la direction x
2. Guidage faible $\Delta n \ll 1 \Rightarrow |E_z| \ll |E_x|$ (champ quasi transverse)
3. Le profil modal est identique pour toutes les composantes spectrales du signal
4. Milieu sans pertes et linéaire

Décrivons notre problème en fonction du champ $\vec{E}$. Pour une onde monochromatique

$$E_x(x, y, z, t) = F(\rho).\Theta(\theta).B(z, t) \tag{2.95}$$

où $B(z, t) = \tilde{b}.\exp(j[\omega_0 t - \beta_0 z])$ avec la porteuse et β_0, la constante de propagation à ω_0. Pour les ondes polychromatiques comme les pulses, on notera

$$E_x(x, y, z, t) = F(\rho).\Theta(\theta) \underbrace{\int \tilde{b}(\omega).\exp(j[\omega t - \beta(\omega) z]).d\omega}_{B(z,t)} \tag{2.96}$$

où $|\tilde{b}(\omega)|^2 \propto$ la densité spectrale.

Effectuons l'approximation de l'**enveloppe lentement variable** (SVE) $A(z, t)$

$$B(z, t) = A(z, t).\exp\left(j[\omega_0 t - \beta_0 z]\right) \tag{2.97}$$

où la largeur spectrale de $\tilde{A}$ est $\ll \omega_0$. Effectuons la transformée de Fourier par rapport à ω

$$\tilde{B}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} B \exp(-j\omega t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t).\exp\left(j[\omega_0 t - \beta_0 z]\right) \exp(-j\omega t) dt = \tilde{A}(z, \omega - \omega_0).\exp\left(-j\beta_0 z\right) \tag{2.98}$$

Prenons la TF de cette expression par rapport à β

$$\tilde{B}(\beta,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{B}(z,\omega)\exp(+j\beta z)dz = \tilde{A}(\beta-\beta_0,\omega-\omega_0) \tag{2.99}$$

Développons la constante de propagation $\beta(\omega)$ jusqu'à l'ordre 3 autour de la fréquence de la porteuse ω_0

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta_1(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega-\omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega-\omega_0)^3 + ... \tag{2.100}$$

où $\beta_m = \left(\frac{d^m}{d\omega^m}\beta\right)\Big|_{\omega=\omega_0}$. Multiplions ce développement par la résultat de notre précédente TF

$$(\beta-\beta_0)\tilde{A}(\beta-\beta_0,\omega-\omega_0) - \left[\beta_1(\omega-\omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega-\omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta_3(\omega-\omega_0)^3\right]\tilde{A} = 0 \tag{2.101}$$

Par changement de variable $\beta' = \beta - \beta_0$ et $\omega' = \omega - \omega_0$

$$\beta'\tilde{A}(\beta',\omega') - (\beta_1\omega' + \frac{1}{2}\beta_2\omega'^2 + \frac{1}{6}\beta_3\omega'^3)\tilde{A} = 0 \tag{2.102}$$

En effectuant la transformée de Fourier inverse en β'

$$\frac{\partial}{\partial z}\tilde{A}(z,\omega') = -j(\beta_1\omega' + \frac{1}{2}\beta_2\omega'^2 + \frac{1}{6}\beta_3\omega'^3)\tilde{A} \tag{2.103}$$

Au second ordre, la propagation dans un milieu linéaire dispersif cause seulement une évolution quadratique de la phase du champ : la **phase spectrale** est **quadratique**. La densité spectrale $|\tilde{B}|^2$ reste elle bien constante (sans pertes, linéaire).

Pour retrouver la propagation dans le domaine temporel, il faut effectuer la transformée de Fourier inverse en ω'. L'**évolution de l'enveloppe lentement variable** A est donnée par

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \beta_1\frac{\partial A}{\partial t} - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} = 0 \tag{2.104}$$

En nous mettant dans le référentiel temporel du pulse ($t' = t - \beta_1 z, z' = z$)

$$\boxed{\frac{\partial A}{\partial z'} - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t'^3} = 0} \tag{2.105}$$

où le second terme est la **G**roup **V**elocity **D**ispersion (GVD).

Les slides 93 et 94 donnent des exemples de dispersion. Essayons d'interpréter ces résultats. A cause de la dispersion chromatique, l'expression de la vitesse de groupe devient

$$v_g(\omega) = \frac{1}{[d\beta/d\omega]_{\omega_0} + \beta_2(\omega-\omega_0)} \tag{2.106}$$

On voit apparaître un $+\beta_2$: les fréquences décalées vers le bleu (fréquences élevées) vont se propager plus vite.

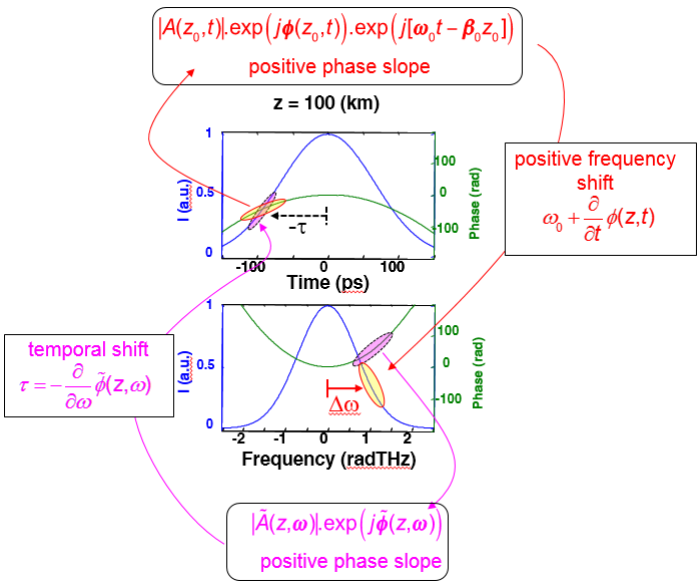


FIGURE 2.34

Considérons la représentation spectrale. La pente de de la phase du groupe de fréquence mauve est positive : il en résulte un shift temporel donné par

$$\tau = -\frac{\partial}{\partial\omega}\tilde{\phi}(z,\omega) \tag{2.107}$$

Ici la pente est positive, le délai introduit est donc négatif : ces fréquences se propagent plus rapidement. Les fréquences à droite du spectre sont alors à gauche (voir en mauve sur le graphe du dessus) dans la représentation temporelle car, se propageant plus vite, elles arrivent "avant".

Faisons le même exercice pour la phase temporelle, en rouge. Ce groupe de fréquence à une pente positive. Si on développe $\phi_0(t)$ en fonction du temps, on trouve un shift de fréquence positif donné par

$$\omega_0 + \frac{\partial}{\partial t}\phi(z,t) \tag{2.108}$$

Cette pense de phase positive traduit le fait qu'à cet endroit-là, la fréquence est supérieure à celle de la porteuse : elle se situe sur la droite dans le graphique fréquentiel. Toutes les informations sont présentes dans chaque domaine, mais l'interprétation est plus rapide lorsque les deux sont fournis.

Pour un faisceau Gaussien avec seulement le terme GVD, une solution exacte existe. Nous avons vu que dans ce cas, la phase que l'on acquiert pendant la propagation est quadratique : notons la directement comme telle (il s'agit donc d'un spectre gaussien)

$$\tilde{A}(0,\omega) = A_0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{W_0}\right)^2 - jb\omega^2\right] \tag{2.109}$$

où b est un paramètre impliquant une courbure de phase positive s'il est négatif et où $W_0 = HW1/e$ (intensité). Un paramètre utile est la largeur à mi-hauteur

$$\Delta\omega^I_{\mathrm{FWHM}} = 2(\ln 2)^{1/2} W_0 \approx 1.665 W_0 \tag{2.110}$$

L'intérêt est que la TF d'une gaussienne avec une phase quadratique est une gaussienne avec une phase quadratique. En calculant la TF^{-1}

$$A(0,t) = \frac{A_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{W_0}{\sqrt{1+j2bW_0^2}} \exp\left[-\frac{t^2 W_0^2}{2[1+j2bW_0^2]}\right] \tag{2.111}$$

où la phase est bien quadratique. La largeur du pulse est donnée par

$$\Delta t^I_{FW1/e} = \frac{2}{W_0}\sqrt{1+4b^2W_0^4} \tag{2.112}$$

Celle-ci est minimale pour une phase plate, soit $b = 0$. On dit alors que l'on se situe à la limite de Fourier

$$A(0,t) = \frac{A_0}{T_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t^2}{2T_0^2}\right] \tag{2.113}$$

où $T_0 = 1/W_0$.

Intéressons-nous au cas où nous ne sommes pas à la limite de Fourier [12] ($b \neq 0$)

$$A(0,t) \propto \exp\left[-\frac{t^2}{2T_{in}^2}(1-jC)\right] \quad \text{où} \quad \begin{cases} C & = 2bW_0^2 \\ T_{in} & = \frac{1}{W_0}\sqrt{1+4b^2W_0^4} \end{cases} \tag{2.114}$$

Le produit donne

$$T_{in}W_0 = \sqrt{1+C^2} \tag{2.115}$$

Nous avons vu quelques lignes plus haute que la phase temporelle (évoluant linéairement) est un shift en fréquence. On trouve ici

$$\delta\omega(t) = +\frac{\partial\phi}{\partial t} = +\frac{C}{T_{in}^2}t \tag{2.116}$$

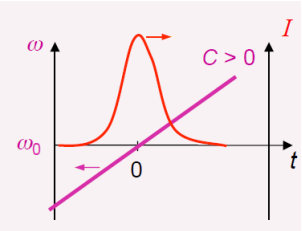


FIGURE 2.35

La fréquence instantanée $\delta\omega$ à l'instant t (contenu spectral à cet instant dans une fenêtre temporelle) évolue avec le temps. Si l'on "écoute" une impulsion passer on commencera dans le grave et la fréquence montera jusqu'à l'aiguë. Ici comme nous parlons spectralement, on commencera dans le rouge puis de plus en plus bleu. On appelle ça le **chirp** (prononcer "tcheurp", comme le "tchip tchip des oiseaux (variation du son continue).

Un pulse est dit *chirped* ($C \neq 0$) si sa fréquence instantannée change avec le temps.

Lorsque $b \neq 0$, la phase temporelle est quadratique et décrite par le chirp C : un $C > 0$ signifie une augmentation linéaire de la fréquence instantanée. Pour $C = 0$, on se situe à la limite de Fourier. Si la phase est quadratique, un $\delta\omega$ commence négatif, il augmente, passe au centre par la fréquence de la porteuse et puis continue à augmenter. Ici, le temps "négatif" signifie "arriver avant".

Étudions la **propagation** ($z \neq 0$). L'impulsion va acquérir une phase spectrale quadratique (la phase change, mais **reste** quadratique)

$$\tilde{A}(z,\omega) = \tilde{A}(0,\omega)\exp\left(-j[\frac{\beta_2}{2}\omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\omega^3]z\right) \tag{2.117}$$

Le pulse pour $z \neq 0 (\beta_3 = 0)$ est caractérisé par

$$b(z_1) = b_{z=0} + \frac{1}{2}\beta_2 z_1 \qquad \text{ou} \qquad C(z_1) = C_{z=0} + \beta_2 z_1 W_0^2 \tag{2.118}$$

Voyons comment le chirp change la durée de l'impulsion en évaluant le rapport

$$\frac{T_1}{T_{in}} = \left[\frac{1+4b^2W_0^4}{1+4b_{z=0}^2W_0^4}\right]^{1/2} = \left[\frac{1+C_{z=z_1}^2}{1+C_{z=0}^2}\right]^{1/2} \tag{2.119}$$

12. Il n'est pas possible d'avoir un pulse aussi court pour la même amplitude spectrale

où $T_1 = HW\ 1/e$ est l'intensité au point $z = z_1$ et où $T_{in} = HW\ 1/e$ est l'intensité au point $z = 0$. La largeur du pulse change lorsqu'il se propage ! ⚠ C et b ne sont pas toujours des fonctions croissantes avec la position car dépend du signe de β_1 et z_1.

FIGURE 2.36

Calculons l'évolution du pulse dans la configuration ci-contre. Initialement, nous avons un pulse à la limite de Fourier (phase plate, $C = 0$). Après propagation dans la SMF, l'impulsion est plus large. Pour une DCF, le *slide 95* nous apprend que la phase temporelle doit être une parabole. Il va falloir "redresser" la phase avec le DCF en prenant un β_2 de signe opposé à la SMF : C va se mettre à diminuer (en valeur absolue) et tendre progressivement vers zéro, en espérant revenir à l'impulsion du début. Ceci est "semblable" avec la convergence d'un faisceau gaussien à travers une lentille.

Sur le montage (cf. schéma ci-contre), nous voyons avant et après la fibre des tronçons de fibre à compensation de dispersion (DCF) (en deux parties pour limiter les effets non-linéaires). Calculons la longueur de DCF nécessaire pour contrecarrer la dispersion dans la fibre *TeraLight*. Les donnes sont les suivantes

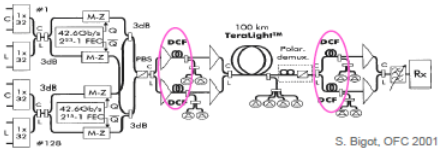


FIGURE 2.37

- $L^{SMF} = 100$km
- $D^{SMF} = 8$ ps/(nm.km)
- $D^{DCF} = -50$ ps/(nm.km)

On cherche donc L^{DCF}. Sachant que $b(z_1) = b_{z=0} + \frac{1}{2}\beta_2 z_1$, on trouve

$$b(z=0) = 0, \qquad b(z = L^{SMF}) = \frac{1}{2}\beta_2^{SMF}.L^{SMF} \tag{2.120}$$

$$b(z = L^{SMF} + L^{DCF}) = \frac{1}{2}\beta_2^{SMF}.L^{SMF} + \frac{1}{2}\beta_2^{DCF}.L^{DCF} \tag{2.121}$$

Pour ne pas avoir d'étalement, il faut que $b(z = L^{SMF} + L^{DCF}) = 0$. La condition pour ne pas en avoir est donnée par

$$\sum_j \beta_2^j L_j = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \sum_j L_j D_j = 0 \tag{2.122}$$

Il faut donc que $D^{DCF} = \left|\frac{D^{SMF}}{D^{DCF}}\right| L^{SMF} = 800/50 = 16$ km.

Ordre de dispersion supérieur

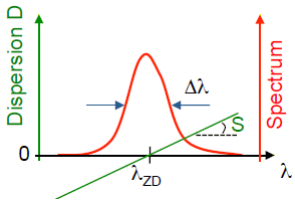


FIGURE 2.38

On se rappelle que nous avions pour une fibre $B < \frac{1}{|D|L\Delta\lambda}$ et pour plusieurs $B < \frac{1}{\left|\sum_j L_j D_j\right|\Delta\lambda}$. Dès lors, si $D = 0$ ou $\sum_j D_j L_j = 0$, B pourrait être arbitrairement grand ? Non, BL reste limité par les effets dispersifs d'ordre supérieurs. Ces effets sont caractérisés par la **pente de dispersion** S

Pente de dispersion S

$$S = \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\lambda} = \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)^2 \beta_3 + \frac{4\pi c}{\lambda^3}\beta_2 \tag{2.123}$$

En première approximation, lorsque $D = 0$ il faut le remplacer par $S\Delta\lambda$ de sorte à écrire

$$BL < \frac{1}{|S|\,\Delta\lambda^2} \tag{2.124}$$

où on voit apparaître un carré ! Au troisième ordre (β_3), la fonction est de type cubique : les pentes sont identique à gauche et à droite. Cela signifie que toutes les fréquences vont être décalées vers le même côté : tout se décale. On observe également des oscillations. En effet, certaines fréquences sont peu décalées et il en résulta un phénomène de battements.

Dans les systèmes de multiplexage en longueur d'onde, la pente de dispersion est importante. En effet, avec les DSF on peut seulement compenser la dispersion pour une seule longueur d'onde

$$D(\lambda) = S_0(\lambda - \lambda_{ZD}) \tag{2.125}$$

Comme pour la plupart des fibres $S > 0$, on ne peut compenser la dispersion que pour un seul channel. On peut travailler avec des fibres où S est faible (fibre à pente réduite) ou des fibres où $S < 0$ (fibre à inversion de dispersion).

Limitation du bit rate

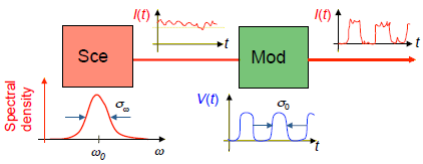


FIGURE 2.39

Les effets dispersifs (vitesse de propagation différente en fonction de la longueur d'onde) causent un élargissement de la taille du pulse qui peut limiter le *bit rate*. La largeur spectrale à deux origines

1. La largeur spectrale finie de la source (σ_w)
2. La forme temporelle (modulation) et la durée (σ_0)

Nous allons considérer la propagation d'un pulse gaussien de longueur temporelle σ_0 avec un spectre gaussien de longueur σ_w pour **la source**. Rappelons que

$$\sigma_t \equiv \sqrt{\langle t^2\rangle - \langle t\rangle^2} \tag{2.126}$$

où $\left(\langle t^m\rangle \equiv \int_{-\infty}^{\infty} t^m |A(t)|^2 dt\right) / \left(\int_{-\infty}^{\infty} |A(t)|^2 dt\right)$. On en tire

$$\frac{{\sigma_t}^2}{\sigma_0^2} = \left(1 + \frac{C\beta_2 L}{2\sigma_0^2}\right)^2 + (1 + V_\omega^2)\left(\frac{\beta_2 L}{2\sigma_0^2}\right)^2 + \frac{1}{2}(1 + C^2 + V_\omega^2)^2\left(\frac{\beta_3 L}{4\sigma_0^3}\right)^2 \tag{2.127}$$

où $V_\omega \equiv 2\sigma_\omega\sigma_0$ et C est pré-chirp du pulse.

On peut calculer le *bit rate* maximum en considérant que la largeur temporelle du pulse doit être inférieure à 1/4 du *bit slot*[13]

$$\sigma_t < T_B/4 = \frac{1}{4B} \tag{2.128}$$

Les *slides 105* et *106* donnent des exemples de calcul pour le produit BL (**à lire**).

13. Le pulse gaussien a alors 90% de son énergie dans le bit slot

2.4.3 Biréfringence et dispersion du mode de polarisation

La dispersion augmente les interférences inter-symbole, limitant le produit BL. Il y a plusieurs mécanismes de dispersion

Dispersion modale chaque mode se propage à sa propre vitesse de groupe

Dispersion chromatique chaque fréquence se propage à sa propre vitesse de groupe

Dispersion de mode de polarisation chaque état de polarisation principal se propage à sa propre vitesse de groupe

Les effets de polarisation dans les fibres n'affectent pas que l'**état de polarisation de sortie** mais il diminue aussi les **performances** du système de transmission (limitation du débit, la polarisation dans une fibre étant aléatoire).

Polarisation dans une fibre monomode

Considérons une fibre monomode où seul LP_{01} se propage. Sous l'approximation du guidage faible, on trouve (dans le cœur), nous avons pour LP_{01} $(N = 1, q = 1)$:

$$\begin{cases} E_z &= AJ_1(\frac{u.r}{a}).\sin(\theta).\exp(j[\omega t - \beta z]) \\ E_r &= A(-j\beta\frac{a}{u})J_0(\frac{u.r}{a}).\sin(\theta).\exp(j[\omega t - \beta z]) \\ E_\theta &= A(-j\beta\frac{a}{u})J_0(\frac{u.r}{a}).\cos(\theta).\exp(j[\omega t - \beta z]) \end{cases} \tag{2.129}$$

Dans un milieu massif, le champ électrique est orthogonal à la direction de propagation. Ce n'est pas tout à fait le cas dans une fibre optique où la composante z est non-nulle

$$|E_r| \approx |E_\theta| \approx \beta\frac{a}{u}|E_z| \tag{2.130}$$

Cependant, comme

$$\beta\frac{a}{u} = \frac{\beta.a}{\sigma.a} = \frac{\beta}{\sqrt{k_0^2 {n_1}^2 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{k_0^2 {n_1}^2/\beta^2 - 1}} \gg 1 \tag{2.131}$$

On peut dire que

$${E_r}^2 + {E_\theta}^2 \gg E_z \tag{2.132}$$

Pour les fibres à guidage faible, on a donc $\vec{E} \perp \vec{H}$ et $|E_z|/|\vec{E}| \ll 1$ soit presque des ondes TEM. Les **états de polarisation** (SOP) du mode LP_{01} dans une fibre peut être décrit par un formalisme basé sur les **ondes planes dans le vide**. Nous allons faire un rappel sur la polarisation des ondes EM.

État de polarisation (SOP) d'une onde EM

Les interactions lumière-matière se font via l'interaction de $\vec{E}$. Les **états de polarisation** correspondent à la trajectoire temporelle de la pointe du vecteur $\vec{E}$ (pour une position donnée)

$$\vec{E} = E_x\vec{1_x} + E_y\vec{1_y} \tag{2.133}$$

où $E_x = \mathrm{E}_{x0}\cos(\omega t + \varphi_x)$ et $E_y = \mathrm{E}_{y0}\cos(\omega t + \varphi_y)$ avec E_{x0} et E_{y0} les amplitudes de champ et φ_x, φ_y les phases des champs. En éliminant t et en posant $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$:

$$[\frac{E_x}{\mathrm{E}_{x0}}]^2 + [\frac{E_y}{\mathrm{E}_{y0}}]^2 - 2\frac{E_x}{\mathrm{E}_{x0}}\frac{E_y}{\mathrm{E}_{y0}}\cos(\Delta\varphi) = \sin^2(\Delta\varphi) \tag{2.134}$$

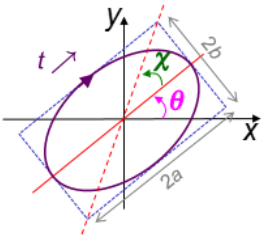


FIGURE 2.40

En toute généralité, l'état de polarisation d'une onde monochromatique polarisée est une **ellipse** dans le plan orthogonal à la propagation. La forme de la trajectoire (et donc le SOP) est caractérisée par **deux** paramètres θ (l'angle azimutal) et χ (définissant l'ellipticité) en plus de la direction

$$e \equiv \tan(\chi) = \pm\frac{b}{a} \tag{2.135}$$

où $\pm$ = droite/gauche. Deux exemples sont donnés au *slide 110*.

Propagation d'onde et évolution du SOP

La différence de phase $\Delta\varphi$ peut évoluer avec la distance de propagation. Selon le milieu, le SOP initial peut être **maintenu** ou **modifié** de façon déterministe ou aléatoire (fibre optique, difficile à prédire). Il existe quatre évolution de SOP

1. **Milieu isotope**
   La propagation est la même pour tous les états de polarisation : $\Delta\varphi_{prop} = 0$, le SOP est maintenu.
2. **Milieu linéaire biréfringent**
   Dans un tel milieu, il existe **deux direction perpendiculaires** dans lesquels deux états de **polarisation linéaire** qui se propagent resteront inchangés. Ce sont les axes (principaux) du milieu. Ici nous avons

   $$E_x = \mathrm{E}_{x0}\exp(j[\omega t - \beta_x z + \varphi_{x0}]), \qquad E_y = \mathrm{E}_{y0}\exp(j[\omega t - \beta_y z + \varphi_{y0}]) \tag{2.136}$$

   avec les constantes de propagations le long des axes x et y (axes principaux). Dans ce cas-ci, $\Delta\varphi_{prop} = -(\beta_y - \beta_x)z$: la différence de phase change linéairement avec z. Le fait de faire une boucle dans le fibre optique introduit de la biréfringence.
3. **Milieu à activité optique**
   Un SOP linéaire subit une rotation. Un SOP circulaire, rien ne change. Cette propriété vient du déphasage entre les polarisations circulaires gauche et droite.
4. **Matériau aléatoirement biréfringent**
   Le SOP de sortie n'est pas prévisible, c'est aléatoire : observé dans les fibres optiques standard !

Représentation mathématique d'un état de polarisation (SOP)

Il existe deux formalisme différent pour représenter un SOP : JONES (sur $E_x, E_y, \varphi_x, \varphi_y$) et STOKES (θ, χ).

FORMALISME DE JONES

Le SOP est représenté par un vecteur de Jones V (représentation en phaseur)

$$V \equiv \begin{pmatrix} \mathrm{E}_{x0}\exp(j\varphi_x) \\ \mathrm{E}_{y0}\exp(j\varphi_y) \end{pmatrix} \tag{2.137}$$

où $\| V \|^2 = {\mathrm{E}_{x0}}^2 + {\mathrm{E}_{y0}}^2$. On normalise habituellement V et $E_{x0}, E_{y0}, \Delta\varphi$ (le SOP) peuvent être déduit de V. Les deux états de polarisation V_1, V_2 sont orthogonaux

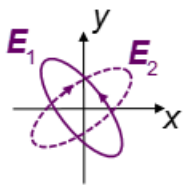


FIGURE 2.41

$$V_1^\dagger V_2 = V_2^\dagger V_1 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \theta_1 - \theta_2 = \pi/2 \ \ \& \ \ \chi_1 = -\chi_2 \tag{2.138}$$

Des exemples de vecteur de Jones sont donnés au *slide 114*.

Dans un milieu linéaire, la polarisation de sortie dépend linéairement de celle en entée

$$V_{OUT} = \underbrace{\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}}_{J} . V_{IN} \tag{2.139}$$

où J est la **matrice de Jones** (la matrice de transfert entre le SOP d'entrée et de sortie) qui est généralement complexe. Par conservation de l'énergie

$$J^{\dagger} J = J J^{\dagger} = 1 \tag{2.140}$$

Le formalisme traite aisément la propagation à travers un système optique constitué de différents milieux

$$V_{OUT} = J_n ... J_3 J_2 J_1 V_{IN} \tag{2.141}$$

FIGURE 2.42

La matrice de Jones possède **deux vecteurs propres orthogonaux**

$$B_{OUT} = J.B_{IN} = \lambda B_{IN} \tag{2.142}$$

Ces modes propres (B_{in}) voient leur polarisation inchangée par propagation entre l'entrée et à la sortie (mais pas "entre" les deux). Dans un matériau biréfringent linéaire, les vecteurs propres sont les axes de polarisation. Le *slide 116* donne des exemples de matrices de Jones [14].

Le *formalisme de Jones* est puissant et facile à utiliser (il conserve même la phase absolue, ce qui est perdu avec le formalisme de *Stokes*). Cependant, il n'est pas toujours le plus adéquat car il ne fonctionne pas lorsque l'onde est non monocrhomatique, la fréquence dépend de la biréfringence du milieu, la lumière est partiellement polarisée et la polarisation non linéaire.

Un autre aspect non-négligeable est la difficulté de mesurer une différence de phase $\Delta\varphi$. Avec une référence c'est "facile" mais si on est seulement en présence d'un champ c'est presque impossible à déterminer indirectement. On va alors faire des mesures indirectes et c'est le principe de fonctionnement du *formalisme de Stokes*.

14. Lire les notes de ce slide, intéressant

Formalisme de Stokes

Ce formalisme est lié à la différence de puissance (intensité) entre les états de polarisation orthogonaux. Les paramètres sont les suivants

Intensité totale

$$S_0 = E_{x0}^2 + E_{y0}^2 \tag{2.143}$$

Différence d'intensité entre les polarisations linéaires x *et* y

$$S_1 = E_{x0}^2 - E_{y0}^2 \tag{2.144}$$

Différence d'intensité entre les polarisations linéaires à $+45°$ et $++135°$

$$S_2 = 2E_{x0}E_{y0}\cos(\Delta\varphi) \tag{2.145}$$

Différence d'intensité entre les polarisation circulaire droite et gauche

$$S_3 = 2E_{x0}E_{y0}\sin(\Delta\varphi) \tag{2.146}$$

On définit le vecteur de Stokes comme

$$S \equiv (S_0\, S_1\, S_2\, S_3)^T \tag{2.147}$$

Que l'on normalise souvent tel que $s \equiv (1\ s_1\, s_2\, s_3)^T$. Lorsque la lumière est totalement polarisée, on a

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \tag{2.148}$$

Si l'on pouvait mesurer de façon instantanée l'évolution du champ, celle-ci serait toujours polarisée mais cette mesure n'est pas toujours accessible. Par exemple avec une impulsion polarisée horizontalement et l'autre verticalement (qui se suivent), si le détecteur à un temps de capture plus long que le passage des deux impulsions, il "verra" une onde totalement dépolarisée alors que ce n'est pas le cas. Dans ce cas, on aura une lumière partiellement polarisée et donc

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 < 1 \tag{2.149}$$

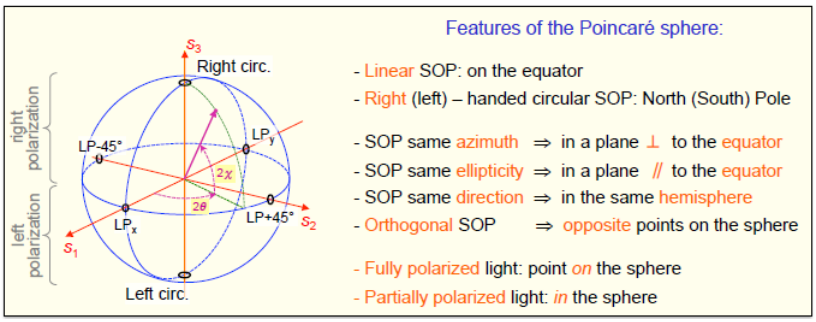


Figure 2.43

Dans le cas général d'une polarisation elliptique (totalement polarisé), le vecteur de Stokes s'écrit

$$s = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos(2\theta)\cos(2\chi) \\ \sin(2\theta)\cos(2\chi) \\ \sin(2\chi) \end{pmatrix} \tag{2.150}$$

Ceci suggère qu'un SOP totalement polarisé est représenté par un point **sur** la sphère de Poincaré (alors qu'il sera "dans" la sphère lorsque la polarisation est partielle). En effet, s_1, s_2 et s_3 sont les composantes d'un vecteur unitaire de coordonnées sphériques $(2\theta, 2\chi)$.

Exemple: Propagation dans un milieu biréfringent linéaire
Soit β_x, β_y les constantes de propagation pour l'axe x (axe rapide) et y (axe lent) : $\beta_x < \beta_y$ et un SOP linéaire à 45°. En supposant un milieu biréfringent linéaire avec $q = 0$, posons $\delta = (\beta_y - \beta_x)z$ et $\varphi = (\beta_y + \beta_x)z$.

Dans le formalisme de **Jones**, la polarisation d'entrée étant linéaire il n'y a pas de déphasage entre les deux composantes d'amplitudes ici égales

$$V_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.151}$$

La matrice de Jones du système est

$$J = \begin{pmatrix} \cos(\delta/2) + j\sin(\delta/2) & 0 \\ 0 & \cos(\delta/2) - j\sin(\delta/2) \end{pmatrix} e^{-j\varphi/2} \tag{2.152}$$

On en tire

$$V(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos(\delta/2) + j\sin(\delta/2) \\ \cos(\delta/2) - j\sin(\delta/2) \end{pmatrix} e^{-j\varphi/2} \tag{2.153}$$

La forme générale du vecteur de Stokes étant donné par

$$V = \exp(j\xi) \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\chi) - j\sin(\theta)\sin(\chi) \\ \sin(\theta)\cos(\chi) + j\cos(\theta)\sin(\chi) \end{pmatrix} \tag{2.154}$$

Par identification, on en tire que

$$\begin{cases} \theta & = \pi/4 \\ \chi & = -\delta/2 = -\Delta\beta z/2 \end{cases} \tag{2.155}$$

L'orientation de l'ellipse ne va **pas** changer, mais l'ellipticité va évoluer en fonction de z.

En partant d'une polarisation initiale $LP, +45°$ on va se balader dans un plan coupant la sphère de Poincaré, plan contenant les axes S_2 et S_3.

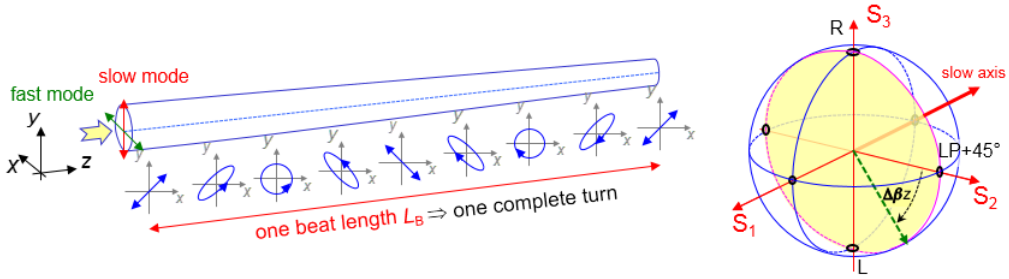


Figure 2.44

On va parler de *longueur de battement* la longueur z d'une "période, correspondant à la rotation sur la sphère de Poincaré dans la direction de l'axe lent (angle positif).

Ce résultat peut être généralisé :

Propagation à travers un élément à biréfringence elliptique
La transformation est équivalente à une rotation anti-horraire autour du SOP du mode lent (flèche verte)avec un taux de rotation égal à $\Delta\beta$

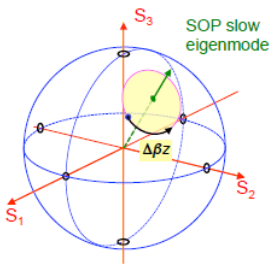


FIGURE 2.45

Une rotation complète correspond à une longueur de propagation égale à la longueur de battement

$$L_B = \frac{2\pi}{\Delta\beta} = \frac{2\pi}{\beta_{slow} - \beta_{fast}} \tag{2.156}$$

où $\Delta\beta = \beta_{slow} - \beta_{fast}$.

Origine de la biréfringence dans les fibres

Dans les fibres optiques, le biréfringence vient d'une brisure de symétrie d'un cœur et gaine parfaitement circulaire avec un indice de réfraction localement isotropique. Elle a plusieurs origines physiques

1. *Cœur non circulaire : brisure de symétrie.*
   Si le cœur n'est pas symétrique, appliquer les CL pour un mode horizontal ne donnera pas la même chose que pour un mode vertical.

$$n_x \neq n_y \qquad \Leftrightarrow \qquad \beta_x \neq \beta_y \tag{2.157}$$

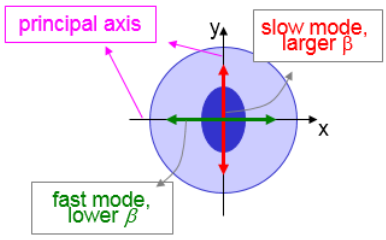


FIGURE 2.46

   On peut s'attendre à être dans un milieu de biréfringence linéaire. Le résidu typique de biréfringence est de $\Delta n = n_y - n_x \approx 10^{-7}$ (celui-ci vaut $\approx 10^{-7}$ dans une fibre à maintient de polarisation).

2. *Présence de contraintes.*
   L'effet élasto-optique fait en sorte que la propagation modifie n. En refroidissement la fibre de façon non-homogène on peut introduire des contraintes internes induisant une variation de n via l'effet élasto-optique. On peut aussi introduire des contraintes externes (en pressant par exemple sur la fibre).

3. *Plier la fibre : introduit des contraintes dans la fibre.*
   En pliant, la moitié de la fibre est en compression et l'autre en élongation : la contrainte est non uniforme et cela mène à une biréfringence linéaire avec comme axe lent (plus grand β, champ plus confiné) l'axe parallèle à l'axe de courbure

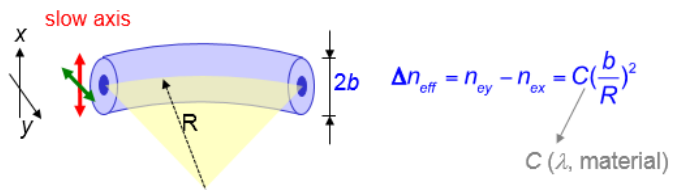


FIGURE 2.47 – R est le rayon de courbure et $2b$ le diamètre extérieur de la fibre.

4. *Torsion.*
   Introduit de la biréfringence circulaire : les polarisations circulaires gauches et droites sont maintenues mais leurs constantes de propagation sont différentes. La variation de phase entre les deux est donnée par

$$\Delta\varphi = \beta_{CR} - \beta_{LR} L \approx 1.146\ K\ L \tag{2.158}$$

5. *Présence d'un champ électrique transverse.*
6. *Présence d'un champ magnétique longitudinal.*

Les sources principales de biréfringence dans une fibre sont les quatre premières. Certaines sont constantes avec le temps, d'autres évoluent à **cause des conditions environnementales**. L'amplitude et l'orientation de la biréfringence le long d'une fibre est donc inconnue (sauf pour les fibres à maintient de polarisation).

Fibre à maintient de polarisation

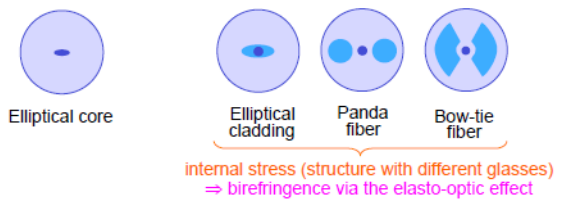


FIGURE 2.48

Parfois, il est très important de maintenir le SOP (surtout en télécommunication). Dans les SMF, la polarisation est très sensible aux conditions environnementales : le SOP de sortie est instable et à priori inconnu. On utilisera alors des **fibres à maintient de polarisation** PMF. Celles-ci sont caractérisée par une **grande** biréfringence linéaire obtenue en introduisant une forte asymétrie circulaire dans la section de la fibre.

Dispersion des modes de polarisation (PMD)

La biréfringence affecte l'état de polarisation, mais elle cause également l'**élargissement** de pulses : *polarization mode dispersion*. La forme du pulse sera ainsi modifiée car les modes propres n'ont pas seulement des vitesses de phases différentes, mais également des vitesses de groupes différentes. Il existe deux régimes.

1. RÉGIME INTRINSÈQUE PMD_i

- La biréfringence n'a qu'une valeur sur toute la longueur de la fibre,

- Les modes propres sont des SOPs linéaires,
- **Pas** de couplage de puissance entre ces modes.

Le temps de vol est donné par

$$\tau = \frac{L}{v_g} = L\frac{\partial\beta}{\partial\omega} = L\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}n_{eff}(\lambda_0)\right) \tag{2.159}$$

Sachant que

$$\frac{\partial}{\partial\omega} = -\frac{\lambda_0^2}{2\pi c}\frac{\partial}{\partial\lambda_0} \tag{2.160}$$

On en tire

$$\tau = -\frac{L2\pi}{2\pi c}\lambda_0^2\left[\frac{-1}{\lambda_0}n_{eff} + \frac{1}{\lambda_0}\lambda_0\frac{\partial}{\partial\lambda_0}n_{eff}\right] \tag{2.161}$$

Après simplification, on trouve

$$\tau_{gx} = \frac{z}{c}(n_{eff}^x - \lambda\frac{dn_{eff}^x}{d\lambda}), \qquad \tau_{gy} = \frac{z}{c}(n_{eff}^y - \lambda\frac{dn_{eff}^y}{d\lambda}) \tag{2.162}$$

Soit

$$\Delta\tau_p = \tau_{gy} - \tau_{gx} = \frac{z}{c}(\Delta n_{eff} - \lambda\frac{d\Delta n_{eff}}{d\lambda}) = \frac{z}{c}\Delta N_{eff} \tag{2.163}$$

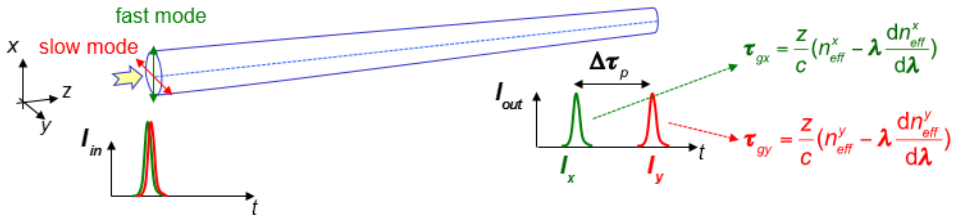


FIGURE 2.49

Le délai de groupe différentiel (DGD, la différence de temps de vol) est la différence de délai entre deux pulses orthogonaux situés le long des axes principaux de la fibre. On peut donc interpréter le DGD comme un étalement du pulse, limitant le produit BL. Dans le cas intrinsèque, on va définir un coefficient lié à ce mécanisme de dispersion de mode de polarisation

$$PMD_i \triangleq \frac{\Delta\tau_p}{z} = \frac{\Delta N_{eff}}{c} \tag{2.164}$$

C'est le **coefficient de dispersion de mode de polarisation (intrinsèque)**, qui s'exprime en **ps/km** !

La PMD_i se mesure facilement dans le domaine spectral. La différence de phase entre deux modes polarisés selon les axes principaux est

$$\Delta\varphi = \Delta\beta L = \frac{\omega}{c}\Delta n_{eff}(\omega)L \tag{2.165}$$

Cette différence de phase peut augmenter si L augmente ou si la fréquence de la porteuse ω augmente. Dans les deux cas, l'évolution est périodique dans le sens où elle "dessine" un cercle sur la sphère de Poincaré.

Expérimentalement, on peut facilement faire varier ω. On va s'arranger pour que $\Delta\omega$ soit tel que le SOP de sortie soit le même que le SOP d'entrée (on change la fréquence jusqu'à retrouver le même état de polarisation). Ceci est possible que si $\Delta\varphi$ augmente de 2π. Avec la précédente formule

$$\Delta\varphi + 2\pi = [\frac{\omega + \Delta\omega}{c}\Delta n_{eff}(\omega) + \frac{\omega}{c}\Delta\omega\frac{d}{d\omega}\Delta n_{eff}(\omega)]L \tag{2.166}$$

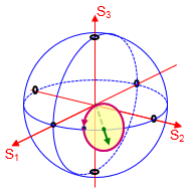


FIGURE 2.50

On peut faire apparaître l'expression du PMD_i

$$2\pi = \Delta\omega[\frac{\Delta n_{eff}}{c} + \frac{\omega}{c}\frac{d}{d\omega}\Delta n_{eff}]L = \underbrace{PMD_i\ L}_{\Delta\tau_p}\ \Delta\omega \tag{2.167}$$

Finalement

$$\frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} = \Delta\tau_p \tag{2.168}$$

On en tire que la DGD est simplement reliée au changement en fréquence nécessaire pour prendre prendre le SOP de sortie à travers un cycle complet.

2. RÉGIME COUPLÉ [15]

Le long de la fibre, l'orientation des axes principaux et de la biréfringence ne **peut pas** être considérée comme constant sur l'entièreté de la fibre. Un tel résultat peut être obtenu via la concaténation de petites fibres possédant toute une biréfringence linéaire différente.

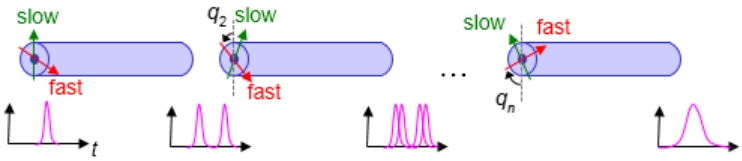


FIGURE 2.51

L'évolution du SOP est alors difficile à prédire : une polarisation linéaire initialement le long d'un axe principal peut être couplé à une polarisation orthogonale (projection du champ dans les axes propres au moment de la jointure). A cause du couplage entre les polarisation à chaque "jointure", le PMD couplé est moins limitant que l'intrinsèque : c'est pourquoi on conseille de souder les fibres avec une orientation aléatoire.

On peut écrire, dans le formalisme de Jones

$$V_{OUT} = J_{biref}(q_n, \delta_n)\ ...\ J_{biref}(q_2, \delta_2)J_{biref}(q_1, \delta_1)V_{IN} \tag{2.169}$$

Si la "biréfringence map" peut être totalement caractérisée (δ_i, q_i), le SOP de sortie peut être précisément connu pour chaque entre

$$V_{OUT}(\omega) = J_{span}(\omega)V_{IN} \tag{2.170}$$

15. Pas génial, bien relire *slides* !

Appelons un *span* la concaténation des fibres de biréfringence éventuellement différentes.

Même pour des spans complexes, il existe **deux états de polarisation d'entrée** (PPS, Principal Polarization State) à ω fixé

- Ces deux états sont orthogonaux
- Ils ne changent pas avec des petites variation de fréquences (ordre 1)
- Le PPS de sortie est orthogonaux et différent du PPS d'entrée

Par définition, pour les (deux) PPS de sortie

$$\lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{p_{out}(\omega + \Delta\omega) - p_{out}(\omega)}{\Delta\omega} = 0 \tag{2.171}$$

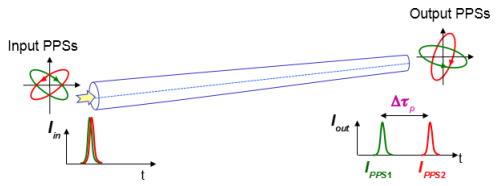


FIGURE 2.52

Comme le PPS de sortie ne dépend pas de la fréquence (au premier ordre), on peut définir un délai de groupe pour les deux PPS orthogonaux. Il n'y aura alors qu'un changement de la phase globale du vecteur de Jones du PPS de sortie avec la fréquence. **Un pulse initial tel que SOP = PPS d'entrée ne propage sans distosion** (au premier ordre). Un délai de groupe $\tau_g = \partial\tilde{\varphi}/\partial\omega$ peut être défini entre les deux PPSs.

Si par contre le SOP d'entrée est différent des PPSs, il y aura élargissement du signal à cause de la DGD entre les deux PPSs. Dans les vrai fibre, la "biréfringence map" évolue à cause de l'environnement : DGD change aléatoirement avec le temps ! La seule approche cohérente pour le PMD est **statistique**.

En effectuant des mesures à différentes moments de la journée, on trouve une distribution approximativement proche d'une distribution Maxwellienne. Dans ce régime, on a donc

$$\langle \Delta\tau_{pc} \rangle \propto \sqrt{L} \tag{2.172}$$

Le coefficient de PMD dans le régime couplé aura alors les unités de **ps.km**$^{-1/2}$

$$PMD_c \triangleq \frac{\langle \Delta\tau_{pc} \rangle}{\sqrt{L}} \tag{2.173}$$

En présence de N sections de fibres différentes

$$PMD_{tot}\sqrt{L_{tot}} = \sqrt{PMD_1^2 L_1 + PMD_2^2 L_2 + ... + PMD_N^2 L_N} \tag{2.174}$$

En pratique, PMD est signifiant lorsque DGD est supérieur à 30% du temps bit

$$DGD_{max} = 0.3 T_B \tag{2.175}$$

Le prolbème est que $\Delta\tau_{pc}$ est aléatoire et peut être bien plus grand que la valeur moyenne. On veut alors que la probabilité de dépasser la valoir maximale soit inférieure à 4×10^{-5} ce qui est vrai (selon la distribution Maxwellienne) si

$$DGD_{max} = 3 \langle \Delta\tau_{pc} \rangle \tag{2.176}$$

Lorsque la dispersion chromatique est compensée, le PMD est le paramètre limitant.

Chapitre 3

Passive Optical Components

Les composantes passifs ne convertissent pas l'énergie (pas d'émission, amplification ou conversion).

3.1 Optical couplers

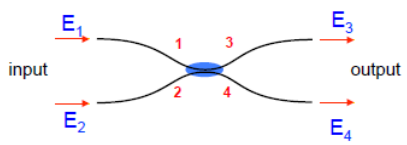


FIGURE 3.1

Le rôle d'un coupleur est de mélanger le signal venant de deux entrées différentes et diviser le signal mixé entre les différents ports de sortie. On peut alors combiner ou séparer des longueurs d'ondes différentes (ce que font les *wavelength division multiplexing systems* (WDM/DWDM couplers)). Le plus simple est le coupleur 2×2 que l'on peut voir comme une version fibrée/intégrée d'un semi-miroir de transmission ϵ^2. La matrice (s'il est sans perte) est d'ailleurs similaire à celle d'un semi-miroir

$$\begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & j\sqrt{1-\varepsilon^2} \\ j\sqrt{1-\varepsilon^2} & \varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

où ϵ^2 est la fraction d'énergie $1 \to 4$ ou $2 \to 3$ et la partie complexe découle de la conservation d'énergie.

3.1.1 Physical principle and analytical model

On va utiliser les propriétés des fibres pour essayer de coupler de l'énergie de l'une à l'autre. Si on place des fibre suffisamment proche, les modes évanescents vont se couvrir et il y aura échange d'énergie entre les deux guides d'ondes avec la distance de propagation.

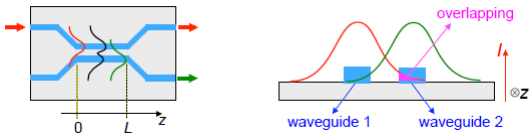


FIGURE 3.2

Si ce recouvrement n'induit qu'une "perturbation" (pas de grosse modification du profil du mode et de sa constante de propagation), l'évolution des amplitudes de $\vec{E}$ est donnée par un système de deux équations couplées.

$$\begin{cases} \dfrac{dA_1}{dz} & = -jC_{12}e^{-j\Delta\beta z}A_2 \\ \dfrac{dA_2}{dz} & = -jC_{21}e^{j\Delta\beta z}A_1 \end{cases} \tag{3.2}$$

où C_{ij} est la constante de couplage, qui augmente avec le recouvrement des modes et où $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$, la différence entre les constantes de propagation.

Ici, on regarde ce qui se passe *dans* le coupleur alors que la précédente matrice ne liait que l'entrée à la sortie. Supposons que les deux guides d'ondes soient identiques $\Delta\beta = 0, C_{12} = C_{21} = C_0$. En prenant comme C.I. $A_1(0) = \sqrt{P_0}$ et $A_2(0) = 0$, on trouve une solution en cosinus pour P_1 et en sinus pour P_2

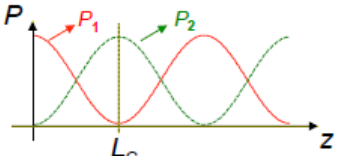


FIGURE 3.3

$$P_1(z) = {A_1}^2 = P_0\cos^2(C_0 z) \qquad P_2(z) = {A_2}^2 = P_0\sin^2(C_0 z) \tag{3.3}$$

On observe une variation périodique de l'énergie dans chaque guide d'onde. Le signal n'est inséré que dans un seul guide d'onde et toute l'énergie est transférée dans le second en $z = (2m+1)L_c$ où $L_c = \pi/(2C_0)$ est la longueur de couplage. On voit donc que plus le couplage est fort, plus il sera rapide en terme de distance. Notons que $L_c = f(\lambda)$. Des exemples de coupleurs sont donnés au *slide 6*.

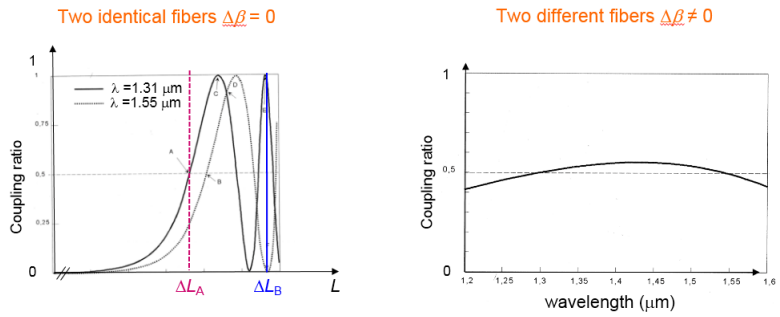


FIGURE 3.4

Intéressons-nous à l'évolution du rapport de couplage en fonction de l'étirement L. Soit le cas de deux fibres identiques, $\Delta\beta = 0$. Si on l'étire jusqu'au point ΔL_A on obtient un coupleur 50/50 chromatique, à une longueur d'onde donnée. Ce qui est intéressant, c'est l'étirement jusqu'à ΔL_B. Il s'agit de la solution ou l'on obtient un maximum de couplage pour 1.3 μm et un minimum pour 1.5μm : c'est le WDM, qui va permettre de séparer les deux.

Supposons que l'on ai deux sortie, P_3 et P_4. Le graphique nous donne $P_4/(P_4 + P_3)$. Quand celui-ci vaut 1, tout sort part P_4 et quand il vaut 0, par P_3. Si on envoie donc un mélange des deux longueurs d'onde dans une entrée d'un coupleur où $L = \Delta L_B$, $\lambda = 1.5\mu$m va sortie en P_3 et $\lambda = 1.3\mu$m va sortie en P_4. On peut également prendre des fibres différentes ($\Delta\beta \neq 0$) mais le ration de couplage maximum sera inférieur à 100%.

Il existe également des coupleurs en étoile ($N \times N$ ou $N \times M$) qui **combinent** les signaux des N entrées et les divise *équitablement* entre les N (M) sorties. C'est typiquement le cas des réseaux LAN. Deux exemples sont donnés *slide 8*. Notons qu'avec de tel système, on ne peut pas séparer les polarisations.

3.2 Polarization controllers (PC)

Le SOP d'une fibre est à priori inconnu et peut changer. Parfois, il est nécessaire de contrôler celui-ci (composants sensibles à la polarisation, systèmes de multiplexage, systèmes de polarisation cohérentes, ...).

Un contrôleur de polarisation (PC) peut transformer n'importe quel SOP d'entrée en un SOP de sortie voulu (soit n'importe où sur la sphère de Poincaré). Évidemment, il faudra des systèmes

dynamiques pour les télécommunications. Il existe deux principes physiques

Cristal biréfringent utiliser des lames à retard. Le problème c'est qu'il faut sortir du guide, passer le cristal et revenir dans le guide : pertes. De plus, l'inertie des lames limite la vitesse de changement.

Contraintes modifie la biréfringence de la fibre en la bouclant, pressant, tordant, ...Peu de pertes par insertion, pas de back-reflection et rapide (≈ 30 μs).

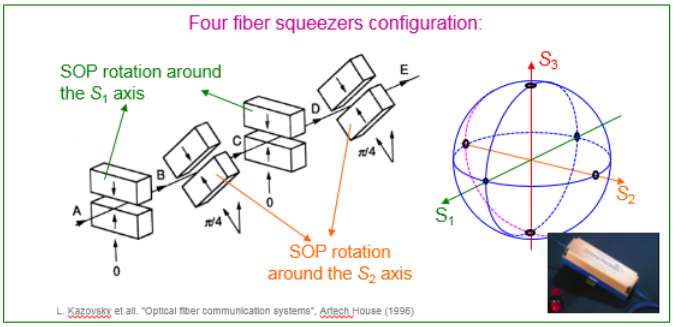


FIGURE 3.5

La meilleure technique actuelle est d'utiliser un feedback automatique pour contrôler les contraintes appliquées à la fibre, à l'aide de quatre "compresseurs" piézoélectriques. En fixant les compresseurs on fixe les axes de biréfringence et en modifiant la force qu'ils appliquent on modifie le saut de phase. L'avantage est qu'il est insensible à la longueur d'onde et qu'il n'y a pas d'effet de reset.

3.3 Isolateurs et circulateurs

Un isolateur autorise la transmission dans une direction, mais la bloque dans toutes les autres. Il s'agit d'un composant **non**-réciproque, celle-ci venant de l'effet Faraday intervenant lorsqu'un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ longitudinal est appliqué au milieu. En présence d'un champ d'induction magnétique $\vec{f} = -q\vec{B} \times \vec{v}$.

Pour un dipôle circulaire en rotation trigonométrique, cette force pointera vers le centre de rotation et inversement pour un dipôle. Cette force va ainsi causer la rotation d'un SOP linéaire d'un angle β. Lorsque de la lumière sera réfléchie, la polarisation va se "retourner" et la force appliquée sera dans le même sens : le sens de rotation est identique dans les deux direction, c'est l'effet non-réciproque.

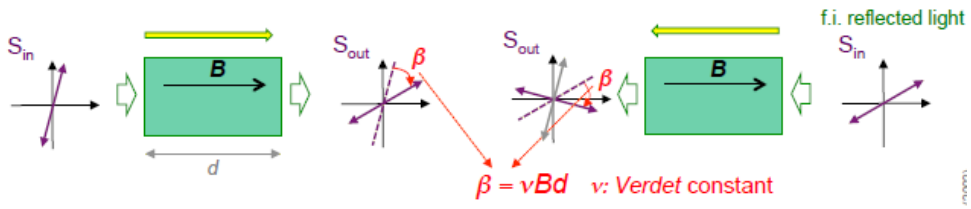


FIGURE 3.6 – Rotation des SOP linéaires d'un angle $\beta = \nu B d$ où ν est la constante de Verdet, B la norme du champ d'induction magnétique et d la distance de propagation. Le sens de rotation est indépendant du sens de propagation.

Généralement, on met un polariseur de sorte à ne laisser passer la lumière qui revient qu'à cette polarisation-là. On travaille ainsi avec $\beta = 45°$ tel que la lumière réfléchie est polarisée orthogonalement par rapport à la lumière à l'entrée de l'isolateur. Cependant, dans une fibre ce n'est pas pratique : on veut quelque chose d'insensible à la polarisation (fortes variation dans une fibre).

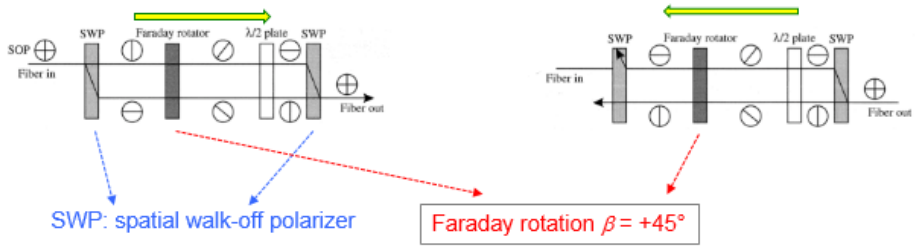


FIGURE 3.7

Pour les isolateurs insensibles à la polarisation, on va d'abord séparer le faisceau en deux à l'aide d'un cristal biréfringent (SWP) tel que la polarisation horizontale et verticale soient séparées spatialement mais parallèles. On les fait ensuite passer dans le rotateur puis par une lame $\lambda/2$ avant de les "recombiner" dans un second SWP. Si de la lumière vient de l'autre sens, après le rotateur elle aura une direction qui n'est pas celle du cœur : angle trop important, rien ne sera excité et toute l'énergie sera radiée (cf. flèche dans SWP) [1]. Le *slide 13* donne un exemple. Remarquons les faibles pertes par insertion (0.6 dB) malgré tout ce qui se trouve dans un tel dispositif.

Il existe aussi des circulateurs : le fonctionnement est le même que pour des isolateurs mais il y a plus que deux ports (même principes (non-réciproque) mais géométrie plus subtile). Ci-contre, la lumière qui rentre dans 1 peut aller dans 2 mais celle de 2 ne peut pas aller dans 1, mais seulement 3 etc.

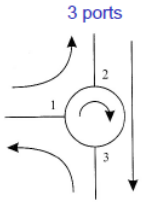


FIGURE 3.8

3.4 Fiber Bragg gratings

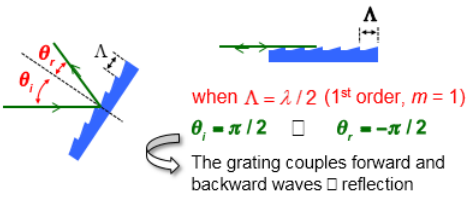


FIGURE 3.9

Les réseaux de Bragg fibrés se basent sur l'équation des réseaux [2]

$$\sin(\theta_i) - \sin(\theta_r) = m\frac{\lambda}{\Lambda} \tag{3.4}$$

où m est l'ordre de diffraction et Λ la période de modulation spatiale. Lorsque $\Lambda = \lambda/2$ (au premier ordre), $\theta_i = \pi/2 \rightarrow \theta_r = -\pi/2$: le réseau couple l'onde back et forward, soit de la **réflexion**.

A cause de la variation d'indice de réfraction, l'énergie du mode back et couplée à celle du mode forward pour les longueur d'ondes proche de la longueur d'onde de Bragg $\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda$ où Λ est la période du réseau et n_{eff} l'indice effectif du mode guidé.

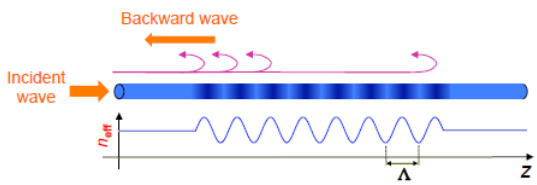


FIGURE 3.10

Comme les coefficients sont très dépendant de λ, il est possible d'en faire des filtres en réflexion.

1. A ré-expliquer
2. Variation périodique de n.

3.4.1 Propagation dans un réseau de Bragg fibré (théorie des modes couplés)

Faisons quatre hypothèses

1. SMF, $E(x)$ (polarisation linéaire)
2. Période de la constante diélectrique constante dans la direction z
3. Le profil transverse du mode $U(x, y)$ est constant (pas affecté par la modulation d'indice)
4. La SVEA s'applique

On peut alors écrire le champ électrique sous la forme

$$E\left(x, y, z, t\right) = \mathbf{1}_x A(z) U(x, y) \exp\left(j\omega_0 t\right) \tag{3.5}$$

Et l'équation de propagation

$$\Delta\tilde{E} + \kappa(x, y, z)\frac{\omega_0^2}{c^2}\tilde{E} = 0 \tag{3.6}$$

Considérons une variation périodique de κ, la constante diélectrique, comme sa série de Fourier au premier ordre (équivalent à considérer uniquement le premier ordre de diffraction du réseau)

$$\kappa\kappa_0(x, y) + \underbrace{\Delta\kappa(x, y)\cos(2\pi z/\Lambda)}_{\Delta\kappa} \tag{3.7}$$

où $\Delta\kappa(x, y) \ll 1$ (modes imperturbés). Il s'agit donc du saut d'indice permettant la modulation et d'une petite modulation (pouvant être $f(x, y)$) cosinusoïdale.

Dans le réseau, pour $\lambda \approx \lambda_B$, il y a un couplage entre l'onde for (A_F) et backward (A_B). La solution est une superposition entre ces deux ondes contra-propagatives

$$A(z) = A_F(z)e^{-j\beta_0 z} + A_B(z)e^{+j\beta_0 z} \tag{3.8}$$

Il suffit de tout injecter. Le champ étant transverse, on va séparer la partie transverse du Laplacien. La dérivée seconde de l'amplitude en z donne

$$\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}z^2} = -\beta_0^2 A + \left(-2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_F}{\mathrm{d}z}e^{-j\beta_0 z} + 2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_B}{\mathrm{d}z}e^{+j\beta_0 z}\right) + \left(\frac{\mathrm{d}^2 A_F}{\mathrm{d}z^2}e^{-j\beta_0 z} + \frac{\mathrm{d}^2 A_B}{\mathrm{d}z^2}e^{+j\beta_0 z}\right) \tag{3.9}$$

où la deuxième parenthèse s'annule (SVEA). En remplaçant ce résultat dans l'équation de propagation

$$\beta_0^2 AU + U\left(-2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_F}{\mathrm{d}z}e^{-j\beta_0 z} + 2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_B}{\mathrm{d}z}e^{+j\beta_0 z}\right) + A\Delta_\perp U + (\kappa_0 + \delta\kappa)\frac{\omega_0^2}{c^2}AU = 0 \tag{3.10}$$

où Δ_T est le Laplacien transverse. Rappelons que la séparation des variables $E = A(z)U(x, y)$ peut se faire car $n(z)$ ne modifie pas le profil transverse du mode $U(x, y)$. En reconnaissant l'équation modale $\Delta_\perp U + (\kappa_0\frac{\omega_0^2}{c^2} - \beta_0^2)U = 0$, l'équation de propagation devient

$$\left(-2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_F}{\mathrm{d}z}e^{-j\beta_0 z} + 2j\beta_0\frac{\mathrm{d}A_B}{\mathrm{d}z}e^{+j\beta_0 z}\right)U + \frac{\Delta\kappa}{2}\left(e^{+\frac{j2\pi z}{\Lambda}} + e^{-\frac{j2\pi z}{\Lambda}}\right)\left(A_F e^{-j\beta_0 z} + A_B e^{+j\beta_0 z}\right)\frac{\omega_0^2}{c^2}U = 0 \tag{3.11}$$

où $\delta\kappa$ a été écrit en exponentielle pour simplifier le problème.

En multipliant l'équation par le conjugué du profil transverse $U*$ et en intégrant sur tout le profil transverse[3] $\int \cdots \times U* \; dx \; dy$

$$\left(-j\frac{\mathrm{d}A_F}{\mathrm{d}z}e^{-j\beta_0 z} + j\frac{\mathrm{d}A_B}{\mathrm{d}z}e^{+j\beta_0 z}\right) + C\left(e^{+\frac{j2\pi z}{\Lambda}} + e^{-\frac{j2\pi z}{\Lambda}}\right)\left(A_F e^{-j\beta_0 z} + A_B e^{+j\beta_0 z}\right) = 0 \quad (3.12)$$

où C est le coefficient de couplage entre les mode back et forward défini par

$$C = \frac{1}{4\beta_0}\frac{\omega_0^2}{c^2}\frac{\int \Delta\kappa(x,y)|U|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y}{\int |U|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y} \quad (3.13)$$

avec $\int \Delta\kappa(x,y)|U|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ l'intégrale d'overlap entre la modulation de l'indice et le profil modal.

Pour la suite, il est plus simple d'écrire l'ED sous la forme de deux ED couplée. On va faire une sorte "d'intégrale glissante" sur un petit δz, une sorte de moyenne. On peut faire ça car beaucoup de termes oscillants dont certains qui vont s'annuler en moyenne (celui de A_B notamment). En multipliant par $e^{+j\beta_0 z}$, en prenant la moyenne sur z et avec la SVEA, on trouve[4]

$$\frac{\mathrm{d}A_F}{\mathrm{d}z} = -jCA_B e^{2j\beta_0 z - 2j\frac{\pi}{\Lambda}z} = -jCA_B e^{2j\delta z} \quad (3.14)$$

Le terme en A_B tombe et le terme croisé (celui en $C(\dots)(\dots)$) correspond à la deuxième contribution exponentielle. En faisant de même, mais en multipliant par $e^{-j\beta_0 z}$ on trouve

$$\frac{\mathrm{d}A_B}{\mathrm{d}z} = jCA_F e^{-2j\delta z} \quad (3.15)$$

où $\delta = \beta_0(\omega_0) - \frac{\pi}{\Lambda}$.

Posons $A_F = Fe^{+j\delta z}$ et $A_B = Be^{-j\delta z}$. On en tire un système de deux équations différentielles linéaires couplées

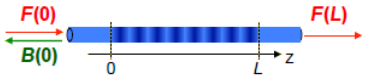


FIGURE 3.11

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} &= -j\delta F - jCB \\ \dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z} &= +j\delta B + jCF \end{cases} \quad (3.16)$$

Considérons comme CL que l'on injecte de la lumière d'un côté ($F(0) = F_0$) mais pas de l'autre ($B(L) = 0$). Soit le **detuning parameter**, crucial

$$\delta = \beta_0(\omega_0) - \frac{\pi}{\Lambda} \quad (3.17)$$

elui-ci "mesure" à quelle distance on se situe de la condition de réflexion de Bragg à travers la différence entre la constante de propagation du mode et le nombre d'onde du réseau π/Λ.

Pour déterminer le coefficient de réflexion de Bragg $B(0)/F(0)$, il faut donc résoudre les deux équations couplées avec les CL. Ceci se fait en calculant les vecteurs propres de la matrice, pour trouver

$$\begin{pmatrix} F \\ B \end{pmatrix} = A_1 \begin{pmatrix} \delta - j\zeta \\ -C \end{pmatrix} \exp(-\zeta z) + A_2 \begin{pmatrix} \delta + j\zeta \\ -C \end{pmatrix} \exp(+\zeta z) \quad (3.18)$$

3. ⚠ δk peut dépendre de x et y, on ne peut pas le sortir de l'intégrale.
4. Un terme oscillant sera à moyenne nulle. Par contre si $2\beta_0$ est proche de $2\pi/\Lambda$, l'oscillation sera très lente et il faudra garder ce terme.

où $\xi = \sqrt{C^2 - \delta^2}$. On en tire que

$$\rho(\omega) = \frac{B(0)}{F(0)} = \frac{-C\sinh(\zeta L)}{\delta\sinh(\zeta L) - j\zeta\cosh(\zeta L)} \tag{3.19}$$

La **réflectance** vaut alors

$$R = \rho^{\,2} = \frac{\sinh^2(\zeta L)}{\cosh^2(\zeta L) - \delta^2/C^2} \tag{3.20}$$

Si la longueur d'onde réfléchie est telle que $\delta < C$, alors ξ est réel : ces longueurs d'ondes subissent une décroissance exponentielle et ne se propagent pas et toute l'énergie est transférée au **mode backward**.

Intéressons-nous à comment varie R et l'augmentation de la bande passante avec le coefficient de couplage C et la longueur L du réseau. Lorsque le produit CL est suffisamment grand, on peut obtenir $R = 1$: tout le couplage à le "temps" de se faire. On voit une évolution de la phase non-linéaire (sinon on aurait des différence de vitesse de groupe et donc de la dispersion chromatique). Si le produit CL est trop petit, on n'atteint pas la valeur maximale. Cela signifie que le couplage entre back et forward est trop faible, c'est comme si on "coupait tôt" le couplage et qu'une partie de l'énergie arrive au bout et s'échappe (transmission).

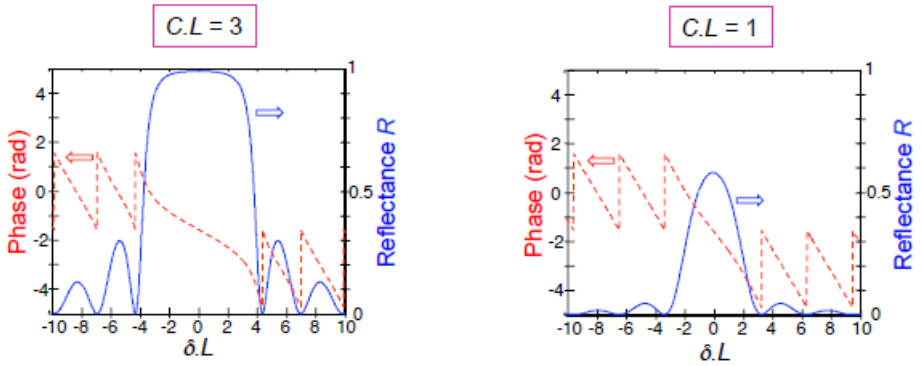


FIGURE 3.12

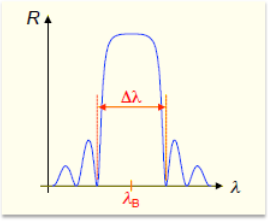


FIGURE 3.13

La bande passante en réflexion $\Delta\lambda$ dépend aussi de L et C. Ce paramètre est important car il permet de sélectionner un canal précis. Réécrivons le sinh en inversant C et M

$$\sinh(\zeta L) = 0 \Rightarrow \sin\left(\sqrt{\delta^2 L^2 - C^2 L^2}\right) = 0 \tag{3.21}$$

Sachant que $|\delta| = \sqrt{\frac{\pi^2}{L^2} + C^2} \approx 2\pi n_{eff}\frac{|\lambda_B - \lambda|}{\lambda_B^2}$, on en tire

$$\boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda_B} = \frac{\lambda_B}{\pi n_{eff}} C\sqrt{\left(\frac{\pi}{LC}\right)^2 + 1}} \tag{3.22}$$

Il en découle deux cas de figure

1. "Faible" couplage ($CL \ll 1$)

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_B} = 2\frac{\Lambda}{L} \tag{3.23}$$

   Plus le réseau est grand, plus $\Delta\lambda$ va être sélectif. Dans les spectromètre à réseau, la résolution spectrale est liée au nombre de traits interceptés.

2. "Fort" couplage ($CL \gg 1$)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_B} \to \frac{\lambda_B C}{\pi n_{eff}} \tag{3.24}$$

Le bande-passante est indépendante de L et proportionnelle à C, soit $\Delta\kappa$ soit Δn.

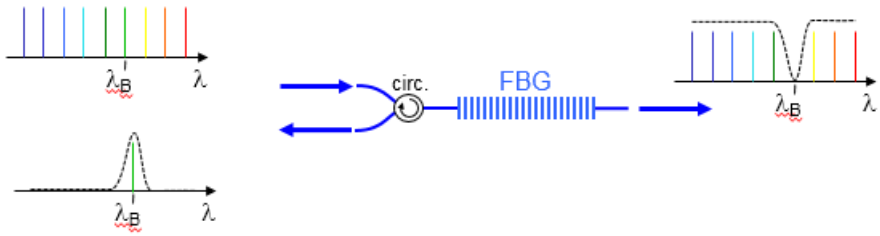


FIGURE 3.14 – La sélection se fait bien en réflexion, d'où l'utilité d'un circulateur pour faire un WDM avec un réseau de Bragg fibré. Lire remarques *slide 24*.

3.4.2 Chirped Fiber gratings for GVD compensation

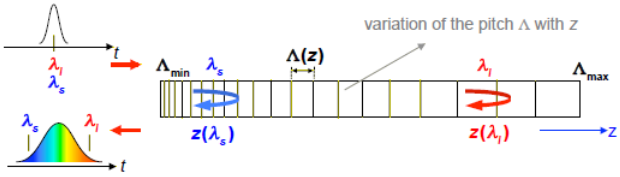


FIGURE 3.15

Un moyen de compenser la dispersion est d'utiliser des réseaux de Bragg fibré chirped [5] : le pas du réseau n'est pas constant et change sur sa longueur. Ceci implique que la longueur de Bragg varie avec z. Dès lors, la position de la réflexion d'une longueur d'onde dépend de la longueur d'onde elle-même : le temps pour qu'un paquet d'onde soit réfléchi est ainsi aussi dépendance de la longueur d'onde. Les variations dans le rouge sont retardées par rapport à celle dans le bleu. L'idée est de faire l'inverse pour compenser la dispersion causée par un chirped linéaire.

Calculons la "position" z de réflexion d'une longueur d'onde particulière. Sachant que la longueur d'onde réfléchie est donnée par $\lambda(z) = 2\Lambda(z)n_{eff}$, on en tire

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta z} = 2n_{eff}\frac{\Delta\Lambda}{\Delta z} \tag{3.25}$$

Le paramètre important est donc le gradient de pas du réseau. On peut également définir un temps de vol (délai de groupe) correspondant au temps de vol entre l'entrée et la sortie d'un groupe de fréquence. Celui-ci vaut la distance physique d'un aller/retour divisé par la vitesse de groupe moyenne v_g

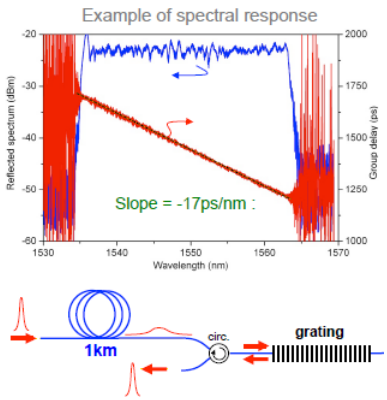


FIGURE 3.16

$$\tau_g(\lambda) = 2z(\lambda)/v_g \tag{3.26}$$

Le délai de groupe différentiel est donné par $\Delta\tau = 2\Delta z/v_g$. Sachant que

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\tau(\lambda)} = \frac{\Delta\lambda}{\Delta z}\frac{v_g}{2} = \frac{\Delta\Lambda}{\Delta z}\frac{v_g}{2}2n_{eff} = \frac{\Delta\Lambda}{\Delta z}v_g n_{eff} \tag{3.27}$$

On en tire

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta\lambda} = \left(v_g n_{eff}\frac{\Delta\Lambda}{\Delta z}\right)^{-1} \tag{3.28}$$

5. On va d'une période élevée vers une plus basse ici.

Ceci nous donne le décalage temporel $\Delta\tau$ accumulé par deux longueur d'ondes séparées de $\Delta\lambda$. On voit que la dispersion de la vitesse de groupe est inversement proportionnelle au gradient du pas du réseau.

3.4.3 Simple model of the linearly chirped grating : Transfer function in reflection

On s'en doute un peu : le rôle du réseau de Bragg chirped, c'est de modifier la phase spectrale. Dans le domaine spectral, la fonction de transfert est donnée par

$$\tilde{A}_{out}(\omega) = \tilde{H}(\omega)\tilde{A}_{in}(\omega) \tag{3.29}$$

où $\tilde{H}(\omega) = \tilde{H}(\omega)\ \mathrm{e}^{j\tilde{\varphi}(\omega)}$ avec $|\tilde{H}|$ l'amplitude (limitation de la BP) et $\tilde{\varphi}$ la phase (group delay dispersion). Le délai de groupe est relié à la phase spectrale par $\tau_g = -\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\omega}$. En dérivant par rapport à λ

$$\frac{\partial\tau_g}{\partial\lambda} = \left(v_g n_{eff}\frac{\Delta\Lambda}{\Delta z}\right)^{-1} = -\frac{\partial}{\partial\lambda}\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\omega} = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial\omega^2} = \frac{2\pi c}{\lambda^2}2a \tag{3.30}$$

où on a utilisé $\frac{d}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\frac{d}{d\omega}$ puis considéré que $2\pi c/\lambda^2$ est constant de sorte à poser une autre constante $2a$ valant

$$\left.\frac{\partial^2\tilde{\varphi}}{\partial\omega^2}\right|_{\omega_0} = 2a \quad\Rightarrow\quad \tilde{\varphi} = a(\omega-\omega_0)^2 - \tau_p(\omega-\omega_0) + \tilde{\varphi}_0 \tag{3.31}$$

La dérivée première de la phase spectrale est le délai moyen de toute l'impulsion lorsqu'elle fait un A/R dans le réseau de Bragg chirped, on le note τ_p. On peut également avoir un terme de phase constante du à la propagation. On remarque également une phase quadratique induite par le réseau chirped, qui est le paramètre important ici (servira à compenser la phase quadratique induite par la dispersion)

$$\tilde{H}(\omega) = \tilde{H}(\omega)\ \exp\Big[ja(\omega-\omega_0)^2\Big]\exp[j\tau_p(\omega-\omega_0) + j\tilde{\varphi}_0] \tag{3.32}$$

3.4.4 Bandwidth limitations

Hélas, on ne peut pas faire ce que l'on veut : il va y avoir un impact sur la bande passante. En effet, la bande passante du réseau ($\Delta\lambda$) et la dispersion induite par le réseau (D_g) ne sont pas indépendantes à cause de la longueur finie du réseau L_g. Soit D_g, le paramètre de dispersion du réseau. Par définition

$$\frac{\Delta\tau_g}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^2}.2a \triangleq L_g.D_g \tag{3.33}$$

Le temps de vol est donné par $\Delta\tau_g = \tau_g(\lambda_{\min}) - \tau_g(\lambda_{\max}) = \frac{2L_g}{v_g} = L_g D_g \Delta\lambda$. On "peut" écrire ce genre de relation car on se trouve dans le cas d'une variation quadratique de la phase. Dès lors

$$D_g = \frac{2n_{eff}}{c\Delta\lambda} \tag{3.34}$$

Une grande bande-passante implique un D_g petit, il faudra faire un compromis entre BP importante ou dispersion importante.

EXEMPLE: *Soit* $\Delta\lambda = 0.2$ *nm* $\rightarrow$ $D_g = 5 \times 10^7$ *ps/km/mm* ($n_{eff} \approx 1.5$). *Si* $L = 10$ *cm, ce réseau peut compesner la propagation sur ... km d'une fibre standard à* $1.5\mu m$.

On peut réutiliser la précédente relation

$$\sum_j L_j D_j = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad L_F D_F = L_g D_g \qquad \Leftrightarrow \qquad L_F = 333 \text{ km} \tag{3.35}$$

La longueur de compensation est très importante, mais on sélectionne ici un seul canal. Il faut plus de fibre à compensation de dispersion que 10 cm, mais avec elle on compense toute la bande C.

3.5 (Tunable) Optical Filters

Les filtres passe-bande sont des composants très importants, par exemple avant un détecteur, pour les WDM, pour supprimer le bruit des amplificateurs optiques, ... Un bon filtre doit avoir des IL faible, une faible dépendance en la température, une bande passante plate afin d'éviter les distorsion de l'amplitude spectrale et des extensions raides pour éviter les *crosstalk* entre les canaux adjacent (un flanc vertical n'est pas réalisable en pratique).

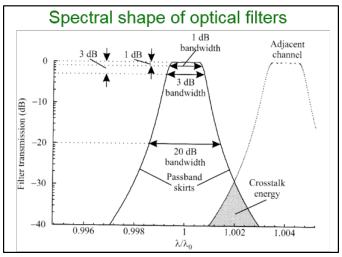


FIGURE 3.17

3.5.1 The Fabry-Perot filter

Il filtre FP est constitué d'une cavité linéaire construite avec deux miroirs semi-transparents de coefficient de réflexion en intensité R, supposé ici sans pertes. Pour certaines fréquences, il va y avoir l'accumulation d'une phase multiple de 2π : résonance. Ces résonances auront lieux lorsque $2d = m\lambda$ où m est entier. L'onde incidente et réfléchie interagiront de façon constructive et la transmission est alors maximale.

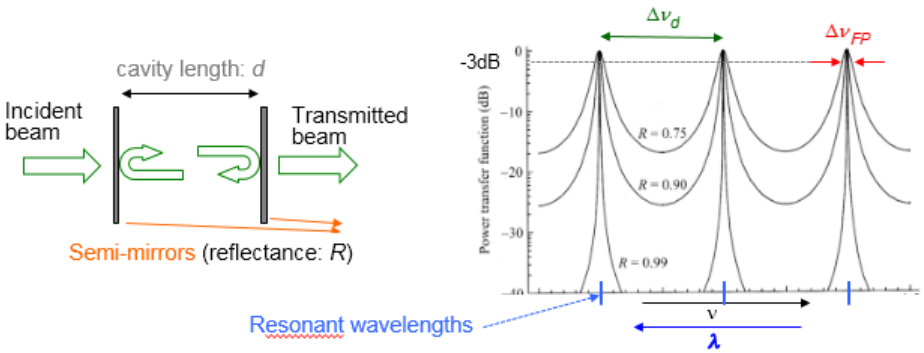


FIGURE 3.18

Définissons le *Free Spectral Range* (FSR) $\Delta\nu_d$ comme l'écart spectral entre deux pics de résonances. Plus $R \rightarrow 1$, meilleur sera la sélectivité spectrale (qui vaudra cependant toujours l'unité à la résonance, pour autant qu'il n'y ai pas de pertes). Ceci défini la finesse $\mathcal{F}$ du filtre FP

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_d}{\Delta\nu_{FP}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \tag{3.36}$$

Un tel filtre peut être utilisé pour sélectionner un canal d'un système DWDM. Soit un système WDM avec N cannaux travaillant à un bit-rate B. Il faut que l'écart entre les pics de résonances (soit le $FSR(\Delta\nu_d)$) du FP (il n'y en a pas qu'un seul !) soit plus grand que la taille su spectre sinon on sélectionnera plusieurs canaux en même temps. Il faut aussi que la largeur au niveau du pic $\Delta\nu_{FP}$ permette de laisser passer tout le contenu du canal sélectionné. En résumé

- $\Delta\nu_d = FSR > N\Delta\nu_{ch}$
- $\Delta\nu_{FP} \approx B$

On défini alors l'efficacité spectrale (à quel point la largeur spectrale est utilisée) comme le rapport entre le débit et l'écart entre les canaux

$$\eta_s \triangleq B/\Delta\nu_{ch} \tag{3.37}$$

On en tire

$$\Delta\nu_d > N.B/\eta_s \approx N.\Delta\nu_{FP}/\eta_s \tag{3.38}$$

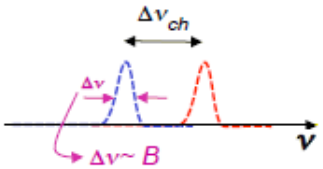


FIGURE 3.19

Et donc

$$\frac{\Delta\nu_d}{\Delta\nu_{FP}} = \mathcal{F} > \frac{N}{\eta_s} \tag{3.39}$$

EXEMPLE: 1. *Si $R = 99\%$ et $\eta_s = 20\%$, quel est le nombre maximal de canaux ?*

On sait que R impose la finesse (si pas de pertes, la finesse n'est liée qu'à R) qui vaut à peu près $\mathcal{F} \approx 312$. Il faut donc que $312 > N/\eta_s \;\Leftrightarrow\; N < 0.2 * 312 = 62$ canaux. C'est raisonnable, mais déjà un bon nombre.

EXEMPLE: 2. *Si $n = 1$ (air entre les semi-miroirs) et $B = 10$ Gbits/s, quelle est alors la longueur de la cavité ?*
On sait que $\Delta\nu_{FP} = B$ et que $\Delta\nu_\lambda = c/(2dn) = \mathcal{F}$. Dès lors, $\Delta_{FP} \approx FP \Rightarrow d = c/(2FB) = 50\mu$m. Avec une cavité de cette taille, on pourra sélectionné un seul des 62 canaux.

Tunability ?

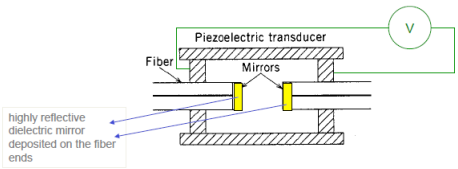


FIGURE 3.20

En pratique, comme $\Delta\nu_d = c/(2dn_{eff})$ on peut jouer sur n_{eff} et d_{eff} On peut modifier d à l'aide d'une monture piézoélectrique et modifier n à l'aide de cristaux liquides (dont n change en fonction de la tension appliquée).

3.5.2 Bragg grating filters

On peut construire une cavité FP entre deux miroirs de Bragg. Ces-derniers jouent alors le rôle des semi-miroirs. Le spectre en transmission dépend alors de la séparation entre les réseaux. Le gap entre les réseau peut être vu comme un "défaut" qui crée un niveau d'énergie permis. L'énergie va alors se regrouper au centre pour avoir une transmission qui tend vers l'unité.

3.5.3 Multilayer dielectric thin-film filters (TFF)

Il s'agit de la technologie la plus utilisée. En plaçant un dépot, en laissant une couche, puis un nouveau dépot puis une espace plus important pour faire une cavité on crée la première partie et on répète l'opération. A la fin, la structure créée sera de type Bragg-Cavité-Bragg. Comme les réseaux de Bragg sont petits, il y a de fortes chances que l'onde évanescente d'une cavité atteigne l'autre : il y aura couplage entre les cavités.

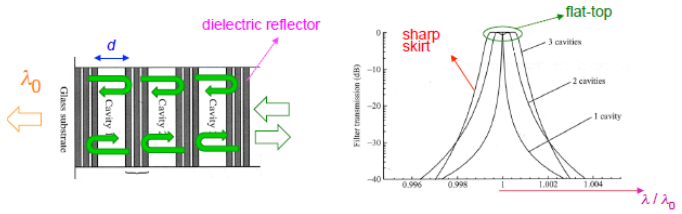


FIGURE 3.21

Il s'agit donc d'une cavité FP où les miroirs sont réalisés en utilisant des fines couches de diélectriques. La bande passante du filtre sera fonction de l'épaisseur de la cavité d. La fonction de transfert du filtre ressemble beaucoup à celle du PB mais avec un sommet beaucoup plus plat et une décroissante des flancs bien plus rapide, d'ou l'intérêt de cette configuration.

3.5.4 Acousto-optic tunable filters (AOTF)

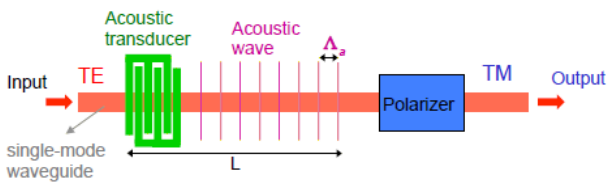


FIGURE 3.22

Le principe est que le signal d'entrée (mode TE) génère une onde acoustique dans la matériau. Cette onde acoustique va générer une modification de l'indice sous la forme d'un réseau via l'effet élasto-optique. Ce réseau va coupler l'énergie d'une état de polarisation à un autre (vers le mode TM) à la longueur d'onde λ_0 qui satisfait la condition de Bragg

$$k_{TM} = k_{TE} \pm K_a \qquad \frac{n_{TE}}{\lambda_0} = \frac{n_{TM}}{\lambda_0} \pm \frac{1}{\Lambda_a} \tag{3.40}$$

On place alors un polariseur à la sortie orthogonal à la polarisation d'entrée (TE). Dès lors, seul le signal à λ_0 est transmis ! Un exemple est donné au *slide 36*.

3.6 Multiplexers and Demultiplexers

Les multiplexeur (MUX) et démultiplexeur (DEMUX) sont des composants importants dans chaque système WDM. Le but d'un MUX est de combiner des signaux optiques de différentes longueur d'ondes venant de fibres différentes et de les coupler en une seule fibre. Le DEMUX a la fonction inverse.

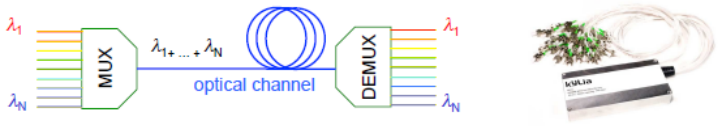


FIGURE 3.23

Le même dispositif peut être utilisé pour faire les deux, mais les performances des DEMUX ont des critères plus stricts pour éviter le crosstalk. Il existe deux catégories de MUX/DEMUX : ceux basés sur les propriétés de diffraction et ceux basés sur les propriétés de la lumière (interférences).

3.6.1 Grating-based Mux/Demux

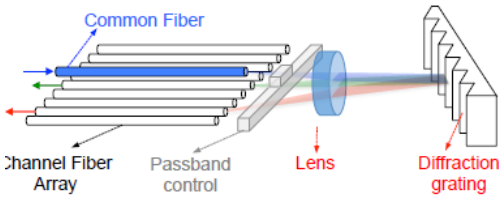


FIGURE 3.24

Le principe se base sur la loi des réseaux $\sin(\theta_i) - \sin(\theta_r) = m\frac{\lambda}{\Lambda}$. La lumière arrive d'une fibre unique. A sa sortie, la lumière est collimatée en faisceau parallèles à l'aide d'une lentille et celle-ci est incidente sur un réseau. Celui-ci diffracte la lumière et sépare les composantes en longueur d'ondes qui repassent dans la lentille qui les "focus" dans différentes fibres, dépendantes de la longueur d'onde. Attention aux pertes par dépendance de polarisation dans ces systèmes.

3.6.2 Interference based Mux/Demux

1. Arrayed waveguide grating

Il s'agit de la généralisation d'un interféromètre de Mach-Zehnder. On divise le signal en plus de deux parties et on les recombine à la sortie après avoir accumulé des phases différentes. La longueur optique de chaque guide d'onde introduit une délai dépendant de la longueur d'onde à l'entrée du coupleur de sortie. Dans le coupleur, les faisceaux de tous les guides d'ondes interfèrent. Il en résulte un motif d'interférence dépendant de la longueur d'onde dans le "plan d'image" de sorte que chaque longueur d'onde soit couplée dans une fibre de sortie différente. Pour les caractéristiques, voir le *slide 39*.

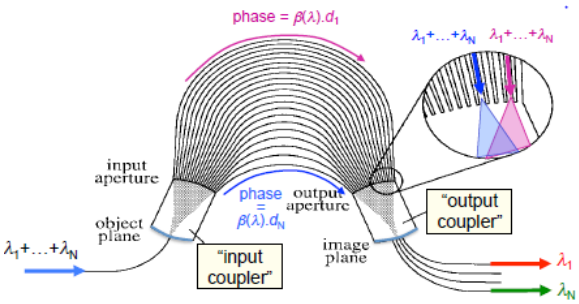


FIGURE 3.25

Fiber-Bragg gratings

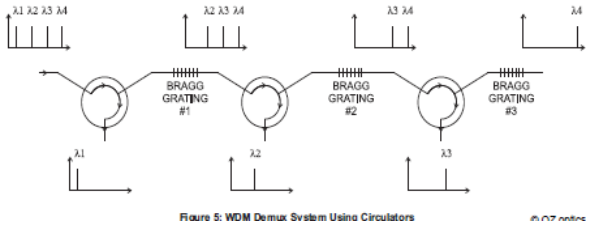


FIGURE 3.26 – Lorsqu'une image vaut mieux qu'un long discours

3. Demux based on cascaded dielectric thin-film filters

Le principe est de mettre en cascade un certain nombre de film filtres fin : chacun laisse passer une longueur d'onde différente et réfléchi toute les autres. L'avantage est de former un dispositif très compact qui ne dépend quasi pas de la température (avantage par rapport à Bragg qui se dilate). Les caractéristiques sont données au *slide 41*.

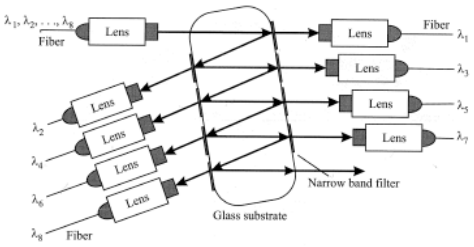


FIGURE 3.27

3.7 Optical add-drop multiplexers (OADM)

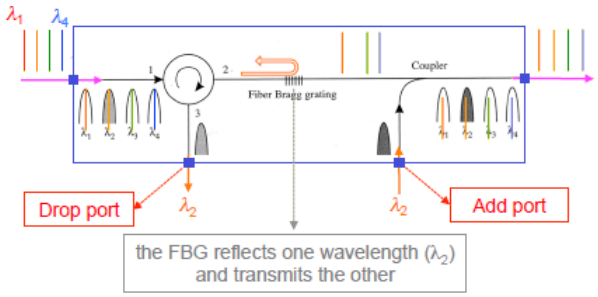


FIGURE 3.28

Le rôle principal d'un OADM est de supprimer une longueur d'onde particulière d'une groupe de longueur d'onde (*drop*) ou en ajouter une particulière (*add*) tout en maintenant l'intégrité du signal pour toutes les autres longueurs d'onde (canaux). On les utilise typiquement pour des réseau comme celui de Belnet. En venant d'Anvers, on sortira l'information pour Bruxelles mais celle de Namur ira tout droit. On peut voir ça comme des connecteurs modulables.

Chapitre 4

Optical transmitters

4.1 Introduction

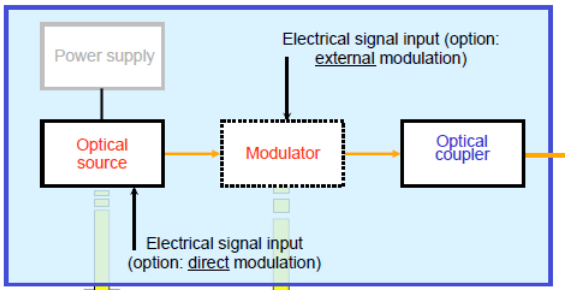


FIGURE 4.1

Le but d'un transmetteur est de convertir un signal d'entrée électrique en une sortie optique afin d'être envoyée dans un lien optique. Toutes les transmetteurs sont basés sur les semiconducteurs. Selon l'application, on utilisera comme source une LED ou une diode laser. Il existe deux technique pour moduler le signal

1. La modulation interne (directe) où le courant de la source est modulée pour générer le signal
2. La modulation externe (indirecte) où un modulateur est inséré entre la source optique et la canal de communication pour modifier l'amplitude ou la phase du signal optique.

4.2 Interaction : photon ⇔ matter ; Électroluminescence

L'électroluminescence est un principe qui trouve son origine dans la recombinaison radiative des porteurs.

4.2.1 Energy diagram : Band structure of semiconductor crystals

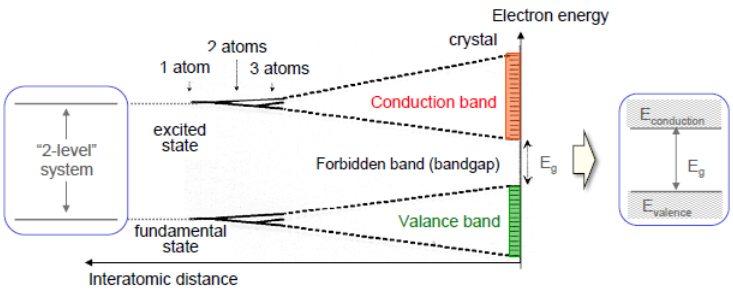


FIGURE 4.2

Soit un unique atome possédant deux nivaux isolés et discrets. Lorsqu'on place plusieurs de ces mêmes atomes les un à côté des autres, le principe d'exclusion de Pauli va jouer : il va y avoir apparition de sous-niveau d'énergie, autant qu'il n'y a d'atomes. En en ajoutant un certain nombre suffisamment proche, on va se retrouver avec une structure en bande : valence et conduction séparées par une bande interdite, le *gap*.

L'interaction lumière ⇔ matière va se produire lorsqu'une change de valence est excitée, passe dans la bande de conduction et se recombine (h^+/e^-).

Il est possible d'utiliser la relation suivant afin de déterminer l'énergie de gap nécessaire à la production d'une longueur d'onde particulière.

$$\begin{cases} E_g &= E_2 - E_1 &= E_{cond} - E_{val} \\ E_g &= h\nu &= hc/\lambda \end{cases} \quad \frac{\lambda}{1\ \mu m} = 1.24 \left(\frac{E_g}{1\ eV}\right)^{-1} \tag{4.1}$$

où $E_g \approx 1$ eV dans le domaine de l'optique.

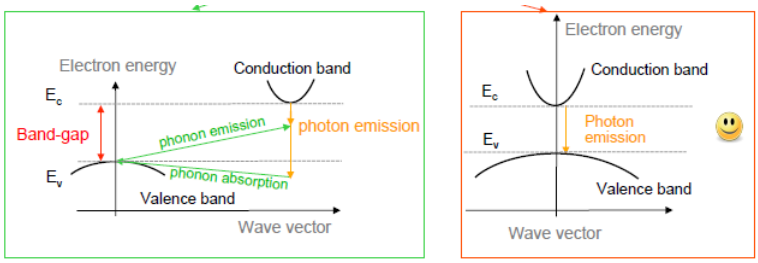


FIGURE 4.3 – Gap indirect (gauche) et direct (droite)

Il existe deux types de SC, selon le type de gap : *direct* ou *indirect*. Lorsque l'impulsion du maximum de la bande de valence coïncide avec l'impulsion du minimum de la bande de conduction, on parle de gap direct (même vecteur d'onde, recombinaison de paires e^-/h^+. Si ce n'est pas le cas, la différence $\hbar\vec{k}$ doit être reprise par un photon. Comme le mécanisme fait intervenir trois éléments, il est moins fréquent que le précédent : la probabilité d'émission de photons est plus grande dans un SC à gap direct.

Electroluminescence by carriers injection in a pn-junction

Dans le cadre des télécommunications, on ne pompe jamais optiquement mais toujours électriquement : on va utiliser des jonctions. Il est possible de faire des diodes électroluminescentes avec le plus simple des jonctions, la jonction PN (mais jamais une diode laser).

En plaçant côte à côte une région de type n (densité d'électrons plus importante) et une de type p (densité de trous plus importantes), les charges (p.e. trou de p) vont migrer (p.e. vers n) pour se recombiner avec les dopants. Il va en résulter un champ électrique statique dans la zone où ces charges ont diffusée, induisant une variation de potentiel mettant fin à la diffusion des charges.

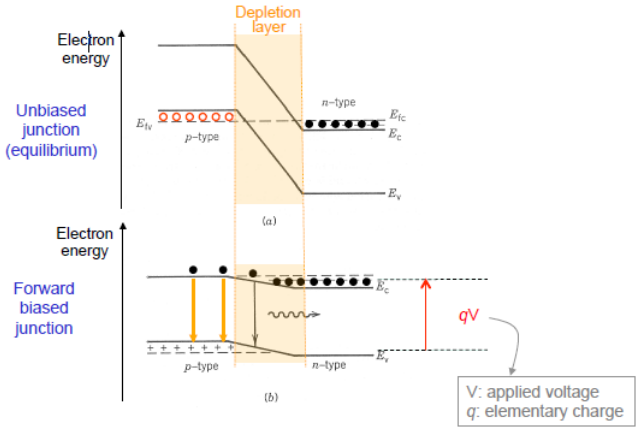


FIGURE 4.4

Pour minimiser l'énergie, un électron doit toujours se trouver "au plus bas" de la bande de conduction et un trou "au plus haut" et de la bande de valence. En appliquant une différence de potentiel (appliquée en sens direct de sorte à diminuer la barrière de potentiel), celle-ci va principalement s'appliquer autour de la zone de déplétion (tout étant fortement dopé) et permettre les recombinaisons radiatives. Un bon matériau sera tel que ces transition radiatives seront favorisées.

4.2.2 Absorption, spontaneous emission and stimulated emission

Il existe trois processus d'interaction pour un système atomique à deux niveau avec une densité spectrale de radiation $\rho_{ph}(\nu)$

Absorption Soit R_{abs} le taux d'absorption par unité de temps et de volume à la fréquence ν, N_1 la densité de population dans l'état fondamental et B' le coefficient d'Einstein

$$R_{abs} = B' N_1 \rho_{ph} \tag{4.2}$$

Émission spontanée Soit A le coefficient d'Einstein et N_2 la densité de population atomique dans l'état excité

$$R_{spon} = A N_2 \tag{4.3}$$

Émission stimulée Soit B le coefficient d'Einstein

$$R_{stim} = B N_2 \rho_{ph} \tag{4.4}$$

A l'équilibre thermodynamique, le taux d'absorption est exactement compensé par le taux d'émission

$$B' N_1 \rho_{ph} = B N_2 \rho_{ph} + A N_2 \tag{4.5}$$

Les densités atomiques sont données par la distribution de Maxwel-Boltzmann, on peut écrire

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right) \tag{4.6}$$

où $E_2 - E_1 = h\nu$. A $\lambda = 1.5$ μù et $T = 300$ K, on trouve que $h\nu/k_B T \approx 30$. A partir de ces considérations, on obtient l'expression suivante pour la densité spectrale d'énergie

$$\rho_{ph} = \frac{A/B}{(B'/B)\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \tag{4.7}$$

Le système étant en équilibre thermodynamique, cette densité spectrale doit être équivalente à celle du corps noir donnée par

$$\rho_{ph} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} / [\exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1] \tag{4.8}$$

Par identification, on trouve les coefficients d'Einstein

$$B = B' \qquad\qquad A = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B \tag{4.9}$$

L'émission spontanée n'est en fait que de l'émission stimulée à un photon par mode. Avec ce raisonnement, on peut conclure que pour une source optique à l'équilibre thermodynamique, l'émission spontanée domine largement la stimulée

$$\frac{R_{stim}}{R_{spon}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} \ll 1 \tag{4.10}$$

L'émission de lumière par une LED est donc dominée par l'émission stimulée. La radiation n'est donc pas cohérente et l'émission laser est loin de l'équilibre (inversion de population, $N_2 > N_1$).

Dans les SC, les niveaux d'énergies sont remplacés par une structure en bande. La condition d'inversion de population devient alors

$$qV > h\nu \tag{4.11}$$

où q est une charge élémentaire et V la tension appliquée (nous avons aussi $h\nu > E_g$). Lorsque cette condition est satisfaite, les différentes densités sont telles que le taux d'émission stimulée est plus grande que le taux d'absorption.

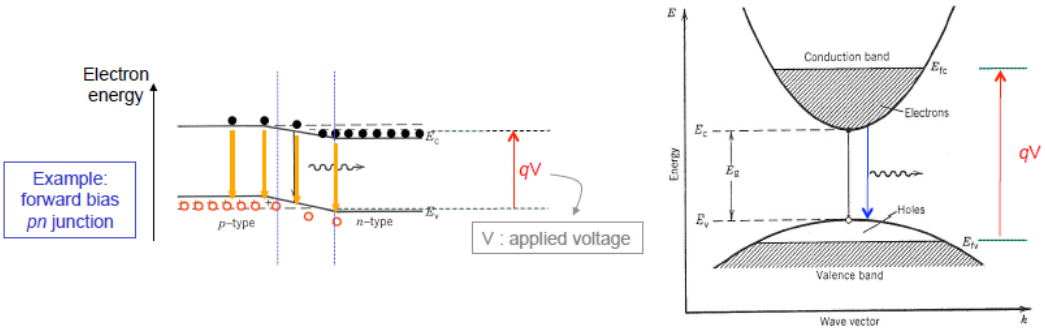


FIGURE 4.5

4.2.3 Radiative quantum efficiency

En plus des transitions radiatives, il existe des recombinaisons non-radiatives, par exemple autours de défauts dans la structure cristalline mais également à cause de l'effet Auger. On défini alors le rendement d'émission quantique η_{rad} d'une *light-emitting diode* (LED) comme

$$\eta_{rad} = \frac{\text{Nbre of emitted photons / u. of time}}{\text{Nbre of injected carriers/ u. of time}} \tag{4.12}$$

Il s'agit donc du rapport du taux de recombinaisons radiatives sur le taux de recombinaisons total. Dans un SC, pour une LED, l'émission stimulée est négligeable (l'émission spontanée domine, c'est LA différence avec les diodes laser).

$$\eta_{rad} = \frac{R_{\text{spon}} + R_{\text{stim}}}{R_{\text{tot}}} \approx \frac{R_{\text{spon}}}{R_{\text{spon}} + R_{\text{nr}}} \tag{4.13}$$

Par un modèle phénoménologique

$$R_{\text{spon}} = \left.\frac{dN_e}{dt}\right|_{\text{spon}} = -\frac{N_e}{\tau_{\text{rad}}} \qquad R_{\text{nr}} = \left.\frac{dN_e}{dt}\right|_{\text{nr}} = -\frac{N_e}{\tau_{\text{nr}}} \tag{4.14}$$

On en tire

$$\eta_{rad} = \frac{R_{\text{spon}}}{R_{\text{spon}} + R_{\text{nr}}} = \frac{1}{1 + \tau_{\text{rad}}/\tau_{\text{nr}}} \tag{4.15}$$

Ce rendement peut atteindre 0.88 pour le GaAs (gap direct), le problème est que "ça chauffe".

NOTE. Lorsque l'on parle "d'injecter des charges", ce n'est pas du dopage. L'application d'une tension fait circuler un courant : lorsque l'on regarde la zone de charge, tout se passe comme si il y avait effectivement injection de charge.

4.2.4 Semiconductor materials for optical « telecommunications »

Il faut avoir un **gap direct** avec une énergie proche de l'eV (soit un gap de 1.24 μm) et surtout une longue durée de vie. Voir l'important *slide 11*.

4.2.5 Double-heterostructure (DH)

Le problème est qu'il est nécessaire d'avoir du gain : $qV > E_{gap}$. Or, la caractéristique de la diode est fortement croissante, le courant à injecter va être monumental et le dispositif va chauffer jusqu'à mourir. Pour régler ça, on va utiliser une *double hétérojonction* composée de trois matériaux de gap différent (bien que les deux matériaux extérieurs soient souvent les mêmes).

On utilise souvent une structure PIN. Pour limiter Auger, il faut avoir les densités de charges les plus faibles que possibles : on évite alors de doper le matériau du centre pour former une zone intrinsèque, d'où le I de PIN. La région centrale possède un petit gap et les régions extérieures un gap plus important. Pour visualiser, faire les trois diagrammes de bande avec au centre, un gap plus petit. Lorsqu'une tension est appliquée, les électrons vont aller vers la droite (énergie de gap plus petite, énergie plus faible : on minimise). Étant au centre, "à droite" le gap est plus grand : l'électron n'a pas assez d'énergie pour y aller, il est "piéger" au milieu et le courant est limité.

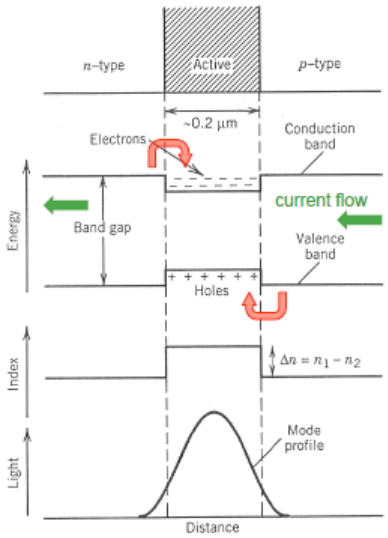


FIGURE 4.6

En plus de limiter le courant, le DH permet de localiser le champ. Il y a en effet un lien entre le gap et l'indice de réfraction : plus le gap est petit, plus n est grand. Au centre, l'indice de réfraction est plus grande et on se retrouve dans la configuration du guide plan ! Comme le saut d'indice n'est cependant pas énorme, le champ débordera de façon assez négligeable de la zone active mais comme le gap est plus grand, il y aura peu d'absorptions.

4.3 Light-emitting diode (LED)

Dans un **LED**, le procession dominant de recombinaison e^-/h^+ est l'**émission spontanée**. L'émission est donc non-directionnelle et temporellement incohérente (spectre large de ±40nm, ce qui limite fortement la distance de transmission à cause de la dispersion chromatique). En pratique, on les utilise pour des sources bon marché, des courtes distances de propagation et un débit lent (< 100 Mbits/s).

4.3.1 Principle

Le but est d'utiliser une jonction semi-conductrice (jonction PN ou DH). Ci-contre, le structure typique d'une LED (jonction PN). L'émission est donc isotropique et émise dans un cône. Certains photons peuvent se faire absorber ou subir une réflexion totale (pertes). Comme la zone de recombinaison s'étend plus dans la zone p que n, on placement la zone p proche de la surface pour limiter les pertes internes. On peut également utiliser une DH pour limiter l'absorption.

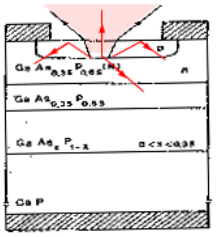


FIGURE 4.7

A cause de l'absorption et de la réflexion totale interne seule une petite partie des photons peut échapper la diode et le rendement quantique externe η_{ext} n'est que de quelques pourcents.

4.3.2 Output power of the LED under steady-state conditions (P)

Celle-ci est donnée par

$$P = \hbar\omega \frac{I}{q} \eta_{rad} \eta_{ext} \tag{4.16}$$

où $\hbar\omega$ est l'énergie du photon, I/q est le taux d'injection de porteurs, η_{rad} est la fraction d'e^-/h^+ qui se recombinent en émettant unphoton et η_{ext} est le taux de photons qui s'échappent de la structure LED. Cette puissance est souvent faible (100-200 μW) à cause de la petite valeur de η_{ext}.

4.3.3 Optical spectral density

Ci-contre, le spectre typique d'une LED avec une largeur spectrale de quelques dixièmes d'eV. Le pic d'émission est donc bien plus large que l'énergie du gap de la couche SC (mais le maximum correspond à E_g). On peut démontrer que la largeur spectrale de la LED est quasi toujours égale à $1.8k_BT$. A cause de ce spectre large, on ne les utilise que pour les systèmes avec un produit BL modéré.

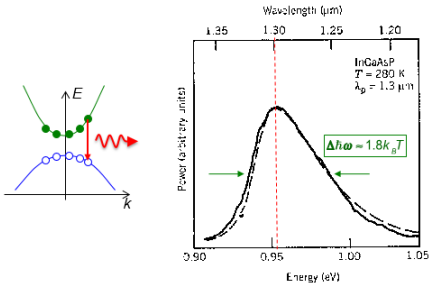


FIGURE 4.8

4.3.4 Small-signal frequency response of a LED

Intéressons-nous au cas de la modulation directe de la puissance de sortie va la modulation du courant d'injection. Nous allons le faire dans le cas d'un petit sinus autour du courant stationnaire. On s'intéresse à la réponse LED d'une modulation faible, à l'aide de l'équation de bilan des porteurs

$$\frac{\mathrm{d}N^e}{\mathrm{d}t} = \frac{I(t)}{q} - \frac{N^e}{\tau_c} \tag{4.17}$$

où $\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_{\mathrm{nr}}} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{rad}}}$ avec τ_c, le temps de vie des charges. La puissance émise est donnée par

$$P = \hbar\omega \frac{N^e}{\tau_{\mathrm{rad}}} \eta_{ext} \propto N^e \tag{4.18}$$

On voit que celle-ci est proportionnelle à N^e, le nombre d'électron dans la couche active. En représentation phaseur, notre courant s'écrit (notation abusive pour $\tilde{I}(t)$ qui n'est pas le courant réel)

$$\tilde{I}(t) = \tilde{I}_b + \tilde{I}_m \exp(j\omega_m t) \qquad \tilde{N}^e(t) = \tilde{N}^e_{st} + \tilde{n}^e_{\mathrm{m}} \exp(j\omega_m t) \tag{4.19}$$

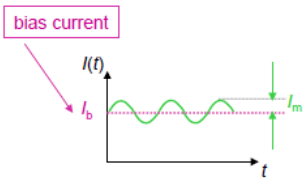


FIGURE 4.9

Il s'agit bien d'un courant constant auquel on ajoute une modulation. En injectant ceci dans (4.17), on trouve

$$\tilde{n}^e_{\mathrm{m}}(\omega_m) = \frac{\tilde{I}_m}{q} \frac{\tau_c}{1 + j\omega_m \tau_c} \tag{4.20}$$

La bande passante de modulation à 3dB est donnée par $\omega_{3dB} = \sqrt{3}/\tau_c$: plus le temps de vie est court, plus la BP est élevée. Malheureusement on ne peut pas agir sur τ_c : la bande passante est limitée par le temps de vie radiatif.

4.3.5 LED – optical fibre coupling

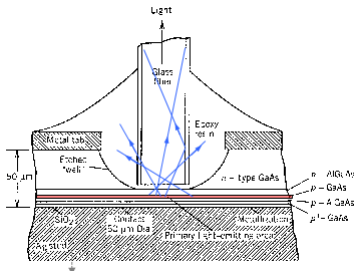


FIGURE 4.10

L'émission n'étant pas directionnelle, seul une toute petite fraction des photons sont couplés avec la fibre (efficacité de NA^2) : il est préférable de coupler ce système avec des fibres multimodes (plus grand diamètre de cœur, plus grande NA). On utilise une résine dont l'indice de réfraction est proche de celui de la FO pour limiter les pertes pas réflexion de Fresnel. En rouge, une DH est utilisée pour éviter l'absorption dans le substrat autour de la zone active. En bas, un substrat en argent est utiliser pour améliorer le couplage (back-reflection)

4.3.6 LED - conclusion

On utilise les LED pour les systèmes de telecom avec un faible débit, sur de faibles distances. Elles ont aussi des applications dans le *free space*. Pour ces raisons, on préfère utiliser des diodes laser.

4.4 Semiconductor laser diodes

Ici, le processus principal de recombinaison e^-/h^+ est l'**émission stimulée** : le laser est un oscillateur optique possédant un **gain** et une rétroaction positive. Avec une diode laser, on peut avoir de l'émission temporellement cohérente (important pour la modulation en phase, la modulation la plus répandue actuellement, bande passante en dessous de 100 kHz), être hautement polarisé (et linéaire, alors que diode c'est rien : polarization extinction ration de plus de 20 dB) et l'émission est directionnelle (couplage efficace avec les fibres). Il s'agit donc de bonnes sources pour des grandes distances à haut débit.

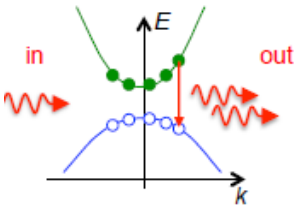


FIGURE 4.11

4.4.1 Optical gain

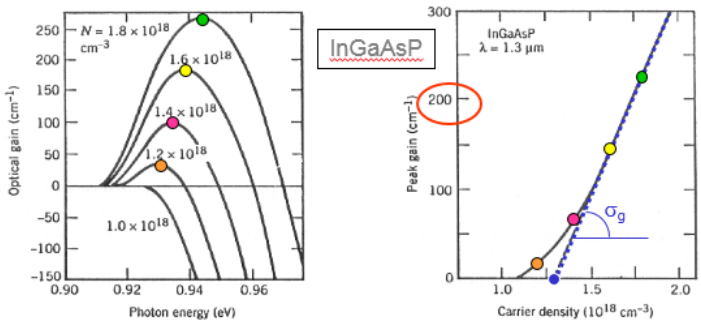


FIGURE 4.12

Une condition nécessaire est d'avoir un gain assez large pour compenser les pertes totales du dispositif. Un gain positif peut être obtenu dans la zone active avec une DH par l'application d'une tension V tel que $E_g < h\nu < qV$ (soit l'équivalent de l'inversion de population). L'application de cette tension directe va injecter une densité de porteurs N supérieure à N_T (dépasse le seul) et on va avoir inversion de population. Cette dernière va permettre d'obtenir un gain optique, décrit par paramètre g (m^{-1})

$$P(z) = P(0)e^{+gz} \tag{4.21}$$

Ci-dessus, à gauche, la courbe du gain g en fonction de l'énergie du photon $h\nu$. Le gain n'est positive que dans un intervalle fini d'énergie et la valeur maximal augmente avec N. A droite, on observe une augmentation linéaire du gain avec N, pour les grandes valeurs de N. En définissant

$N-T$ comme la densité de transparence ($g=0$), on va linéariser la loi et travailler autour d'un point de fonctionnement

$$\text{Gain}^{\max} = g_p(N) \approx \sigma_p(N - N_T) \tag{4.22}$$

Le gain est assez important (facteur 200 dans l'exponentielle) mais en pratique, il y aura saturation.

4.4.2 Feedback and lasing threshold

Pour faire un laser, il ne suffit pas d'amplifier (sinon c'est un ampli) mais il faut faire une rétroaction. Dans les circuits optique, le feedback peut se faire avec une cavité "loop" ou de type Fabry-Perot. La dernière configuration est retenue dans 95% des lasers à SC.

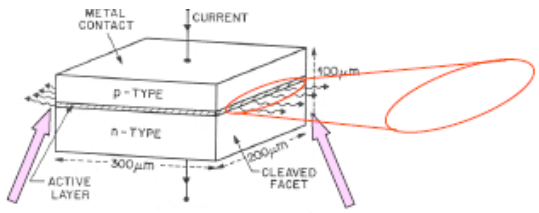


FIGURE 4.13

En pratique, la région intrinsèque est petite et la lumière est confinée dans la direction verticale. Pour faire un feedback, on va cliver les deux faces (parfait pour un cristal, au niveau d'un plan atomique). Par rapport à la longueur d'onde, le clivage est vu comme un plan : il agit comme un miroir. Le miroir n'est cependant pas "bon" ($R \approx 0.3$) mais le gain est si important que ça fonctionne tout de même. Le problème est qu'une telle structure ne confine pas latéralement la lumière, ce qui pose problème en télécom où l'on veut optimiser l'injection dans une fibre.

Lasing conditions

Le lasage provient d'une situation stationnaire tel qu'il n'y a pas de variation en amplitude et en phase

$$E_0 \exp(gL)\sqrt{R_{M1}R_{M2}}\exp(-\alpha_{\text{int}}L)\exp(2jkL) = E_0 \tag{4.23}$$

Nous avons une accumulation de phase sur un aller-retour de $2kL$, un coefficient de réflexion en intensité (d'où la présence de $\sqrt{\dots}$ car on veut en amplitude) dû aux semi-miroirs, les pertes par propagation (énormes ici, 2 dB/cm alors qu'une fibre c'est 0.2dB/km [1], les 2 se simplifient.) et bien évidemment le gain.

En en tire

$$\begin{cases} g & = \alpha_{\text{int}} - \dfrac{1}{2L}\ln(R_{M1}R_{M2}) = \alpha_{\text{int}} + \alpha_{\text{mir}} = \alpha_{\text{cav}} \\ 2kL & = 2m\pi \;\rightarrow\; \nu = \nu_m = m\dfrac{c}{2nL} \;\rightarrow\; \Delta\nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \dfrac{c}{2nL} \end{cases} \tag{4.24}$$

où par habitude les pertes de la cavité sont décomposées en pertes internes et pertes dues aux miroirs. La seconde ligne du système est la condition de résonance du résonateur (FP). Il s'agit donc des conditions de lasage. Les pertes dans la cavité sont donc **exactement** compensée par le gain optique, et la phase accumulée doit être un multiple de 2π sur un A/R dans la cavité.

1. Sur un A/R, $\exp(-1/2\alpha 2L)$

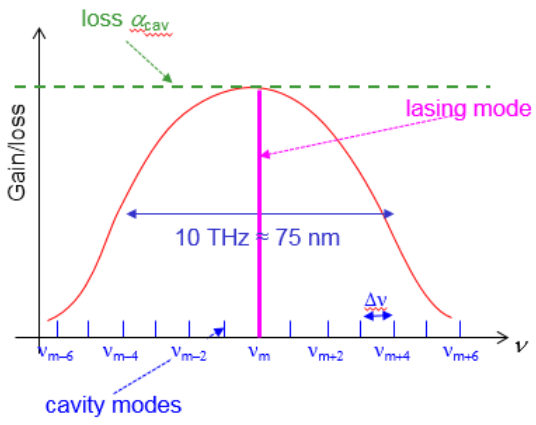


FIGURE 4.14

Ce qui résonne décrit les modes longitudinaux, qui sont caractérisés par la fréquence (alors que les modes transverses sont plus caractérisés par leurs profils)

$$\nu_m = m\frac{c}{2n(\nu_m)L} \tag{4.25}$$

Ci-contre, en rouge, la courbe de gain qui peut faire plusieurs dizaines de nanomètres de large. Le mode qui va laser est celui qui rencontre la condition "pertes = gain" en premier. En pratique, on voit que c'est un peu différent car le gain est quasi-constant d'un mode à l'autre et les pertes restent identiques : plusieurs modes peuvent laser. En plus, on retrouve les effet de *spatial hole burning*. De plus, comme on se situe proche du seuil laser il y a de la superradiance : la condition "pertes = gain" n'est pas remplie mais le gain est si important que l'émission spontanée va être amplifiée.

4.4.3 Transverse structure of laser diodes

Pour les application en télécommunication, les facettes clivées ne sont pas suffisante car le confinement n'est pas assez fort dans la seconde direction. Pour confiner, il faut créer une structure guidante dans la direction transverse, soit moduler n dans la direction x.

Le **guidage d'indice faible** ($\Delta n_L \approx 0.01$). Une partie de la couche dopée supérieure de la structure DH est remplacée par du SiO_2. La silice permet au courant de passer dans la partie centrale de la structure (couche dopée p) et de profiter du gain positif. D'autre part, la silice réduit n_{eff} et confine latéralement le champ dans la région centrale.

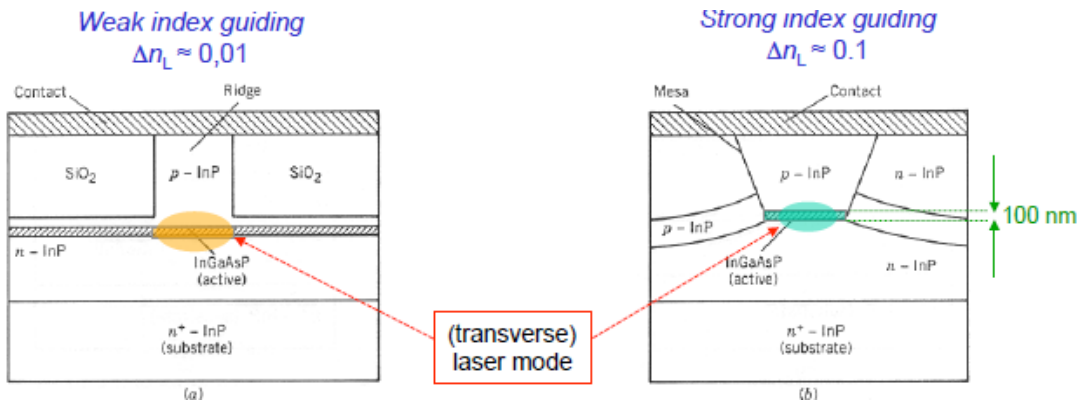


FIGURE 4.15

Le **guidance d'indice fort** ($\Delta n_L \approx 0.1$). Une structure $2D$ complexe force le courant à traverser la partie active centrale par des jonctions polarisées inversées, mais confine aussi fortement le champ dans la partie centrale grâce à un "grand" profil d'indice de réfraction dans les deux directions latérales. La région centrale est ainsi "entourée" de zone d'indice plus faible et dopés. En faisant ça en sens bloquant (par exemple entre p LnP et n Ip c'est bloquant), les charges sont obligées d'aller dans la structure active.

4.4.4 Longitudinal single-mode lasing emission

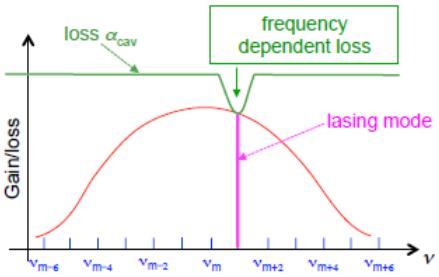


FIGURE 4.16

Le problème des lasers SC à faces clivées et que la différence de gain entre mes modes longitudinaux est faible et les pertes sont les mêmes pour tous les modes. Le laser peut alors osciller à plusieurs modes longitudinaux, ce qui n'est pas bien pour les applications en télécommunications. De plus, on veut éviter la superradiance qui peut distordre les impulsions par effet de dispersion de la vitesse de groupe. La solution est d'avoir un laser monomode transverse avec un profil longitudinal pour limiter au maximum la dispersion chromatique. Pour y arriver, on va faire de la discrimination positive pour un mode (diminuer ses pertes). La puissance sera principalement émise dans ce mode-là.

La qualité du caractère monomode est quantifiée à l'aide du **MSR** (mode suppression ratio). On le défini comme le rapport entre la puissance du mode lasant sur la puissance maximal des modes latéraux.

$$\text{MSR} : \frac{P_{lm}}{P_{sm}} > 30 \text{ dB (typ.)} \tag{4.26}$$

La plus simple façon d'y arriver et d'introduire des pertes dépendantes de la longueur d'onde.

DFB laser : distributed feedback laser

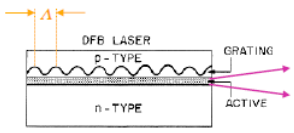


FIGURE 4.17

Il existe plusieurs stratégie pour avoir du monomode. Dans le DFB laser, à l'extérieur de la zone active mais proche de celle-ci, on ça faire croitre périodiquement la région P afin d'obtenir une structure ondulée. Ceci module l'indice de réfraction et le champ, possédant une partie évanescente, va le ressentir : la structure est celle d'un réseau de Bragg qui ne donnera lieu à une réflexion que lorsque $\lambda = \lambda_B$

$$\Lambda = m(\lambda_B/2n_{mode}) \tag{4.27}$$

où Λ est la période de modulation spatiale, m l'ordre de diffraction (entier) et n_{mode} l'indice moyen du mode guidé. La rétroaction est ainsi dépendante de la longueur d'onde et, forcément, les pertes aussi $\alpha_{mir} = \alpha_{mir}(\lambda)$.

Malheureusement, on peut pas se contenter de faire une modulation d'indice car pour certaines longueur d'onde : la "fonction de transfert" d'un miroir de Bragg possède une zone tel que la propagation à travers celui-ci n'est pas possible [2].

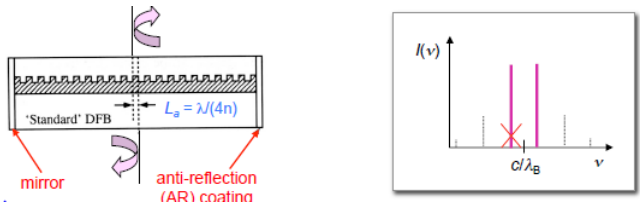


FIGURE 4.18

On peut voir un laser DFB standard comme un ensemble de plein de petites cavités de longueur $L_a = \Lambda/2 = \lambda_B/(4n)$. Si l'on se trouve à $\lambda = \lambda_B$, le déphasage vaut exactement π et la cavité est *anti-résonante* à cette longueur d'onde.

2. La relation de dispersion d'un système périodique est non continue : pour certaines valeurs de ω, il n'y a pas de valeur de k. Si c'est le cas il n'y aura pas de lasage et donc pas de lumière autour de λ_B.

Dans les lasers DFB standard, les fréquences aux extrémités de la bande optique ont les coefficients de réflexions les plus importants : ils vont pouvoir se propager dans la structure, qui oscillera naturemment dans l'un de ces deux modes. En brisant la symétrie de sorte à favoriser l'un de ces deux modes, on obtiendra un laser monomode. [3]

$\lambda/4$ shifted DFB laser

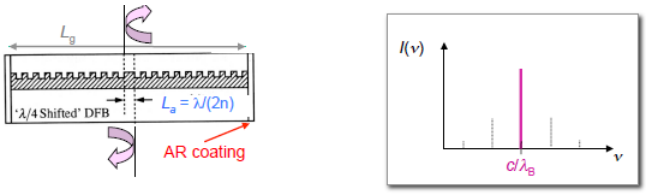


Figure 4.19

Une autre façon de casser la symétrie du réseau est d'introduire un défaut : la lumière se focalisera autour de celui-ci et le lasage à λ_B sera possible. Dans les laser DFB shifté de $\lambda/4$, le défaut fait $\lambda/2n$ de long. La structure résultante peut être vue comme une petite cavité de longueur $L_a = \lambda/2n$ entourée de deux miroirs de Bragg tel que à $\lambda = \lambda_B$ (résonance) on observe le maximum de réflexion. Un exemple est donné au slide 28.

Coupled cavity laser

Une autre stratégie est de coupler deux cavités FB clivées en laissant un espace d'air entre les deux. Chaque cavité aura ses modes résonants et différents : la longueur d'onde la plus proche des deux ensembles de mode sera la première à atteindre le seuil laser.

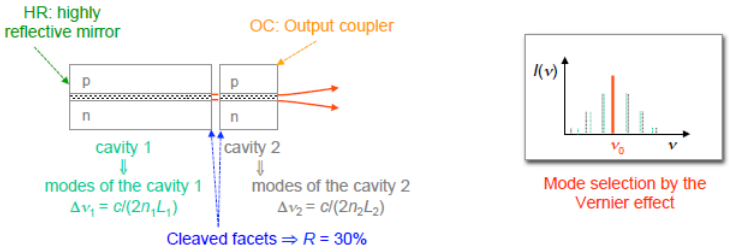


Figure 4.20

Extented cavity laser

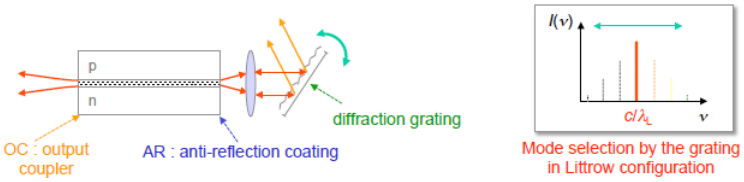


Figure 4.21

Les laser à cavité étendue (EC) sont utile pour faire des lasers accordables. En plaçant un réseau de diffraction en configuration de Littrow (l'angle de diffraction est le même que l'incident) on crée un miroir à grande réflexion à la fin de la cavité FP. L'accordabilité s'obtient par rotation du réseau.

Vertical cavity surface emitting laser (VCSEL)

Ici, les miroirs de Bragg sont construits (par dépot de couches successives) dans les structures supérieures et inférieures du laser qui entourent la zone active : le mode longitudinal est perpendiculaire à la couche active. On obtient le confinement latéral du gain à l'aide d'une couche d'aluminium, qui permet également la modulation transverse des pertes tout en forçant le mode laser à se confiner au centre de la structure. Si l'espace L entre les miroirs est assez petit, l'espace entre les modes $\Delta\nu = c/2nL$ sera grand par rapport à la bande de gain spectral : monomode.

3. Revoir cette partie.

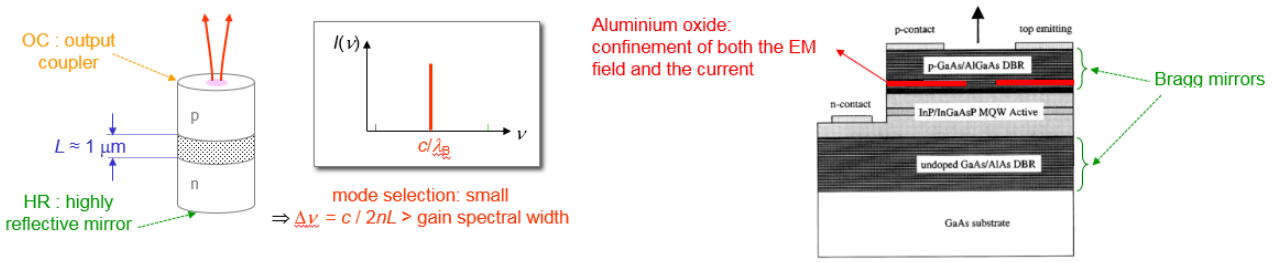


FIGURE 4.22

4.4.5 Optical power-current $(P - I)$ curve of laser diodes

La dynamic d'un laser est gouverné par deux équations de bilan qui décrivent l'évolution temporelle

1. Du nombre de photon P dans le mode lasant

$$\frac{dP(t)}{dt} = GP + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p} \tag{4.28}$$

où G est le facteur de gain [4], R_{sp} est le taux d'émission spontanée ($n_{sp}G \ll PG$) et τ_{sp} est le temps de vie des photons dans la cavité ($1/\tau_{sp} = v_g\alpha_{cav} = v_g(\alpha_{mir} + \alpha_{int})$).

La variation du nombre de photon vient de l'émission stimulée (gain multiplié par le nombre de photon), de l'émission spontanée et diminuée du nombre de photons qui disparaissent.

2. Du nombre de porteurs N_e dans la couche active

$$\frac{dN_e}{dt} = \eta_{\text{int}}\frac{I}{q} - \frac{N_e}{\tau_c} - GP \tag{4.29}$$

où on retrouve le courant dans la zone active $\eta_{int}I$ ($\eta_{int} \approx 1$) [5] et q la charge élémentaire, τ_c le temps de vie de l'électron (émission spontanée et non-radiative) et GP la recombinaison e^-/h^+ (émission stimulée).

Intéressons-nous aux solutions stationnaires ($dP/dt = dN^e/dt = 0$)

$$\begin{cases} (G - 1/\tau_p)P & = 0 \\ \frac{I}{q} - \frac{N_e}{\tau_c} - GP & = 0 \end{cases} \tag{4.30}$$

Dans la première équation en en tire $P = 0$ (pas de lasage) et $G = 1/\tau_p$ (gain = pertes). On distincte trois situation

1. Si I est tel que $G < 1/\tau_p$

$$P = 0 \qquad\qquad N^e = \tau_c I/q \tag{4.31}$$

On se trouve en dessous du seuil laser. Il n'y a pas assez de gain que pour compenser les pertes. Plus on augmente le courant, plus N^e augmente .

4. $G = gv_g = G_N(N^e - N_T^e)$ dans le modèle linéaire précédemment développé, pour l'émission stimulée.
5. Le rendement quantique interne, car toutes les charges injectée n'arrivent pas dans la zone active.

2. Si I est tel que $G = 1/\tau_p$

$$P = 0 \qquad G = G^{max} = 1/\tau_p = G_N(N^e - N_T^e) \rightarrow N^e = N_{seuil}^e = N_T^e + 1/G_n\tau_p \tag{4.32}$$

$$I_{seuil} = N_{seuil}^e q/\tau_c \tag{4.33}$$

On se trouve juste au seuil, il n'y a pas de gain ni de pertes.

3. Si I est tel que $G = 1/\tau_p$

$$G = G^{max} = 1/\tau_p = G_N(N^e - N_T^e) \qquad P = (1/G)[(I/q) - (N_{seuil}^e/\tau_c)] = (\tau_p/q)[I - I_{seuil}] \tag{4.34}$$

Nous avons ici émission laser.

On voit donc qu'en dessous du seuil laser, le nombre d'électron N^e possède une valeur constante dans la zone active, indépendante de P. Ce modèle nous dit également que le nombre de photon, et donc la puissance optique augmente linéairement au dessus du seuil laser : une partie de l'électricité compense les pertes et l'autre va dans la puissance laser.

On peut en déduire la puissance de sortie à partir du nombre de photon s'échappant de la cavité par unité de temps, multipliée par l'énergie d'un photon

$$P_{out} = \frac{1}{2}(v_g\alpha_{\text{mir}})\frac{h\omega}{2\pi}P = \frac{1}{2}\eta_{\text{int}}\frac{h\nu}{q}\frac{\alpha_{\text{mir}}}{\alpha_{\text{mir}} + \alpha_{\text{int}}}(I - I_{\text{threshold}}) \tag{4.35}$$

où le 1/2 vient de l'hypothèse que les miroirs sont équivalents, $\eta_{int} \approx 1$ et $1/\tau_p = v_g\alpha_{cav} = v_g(\alpha_{mir} + \alpha_{int})$.

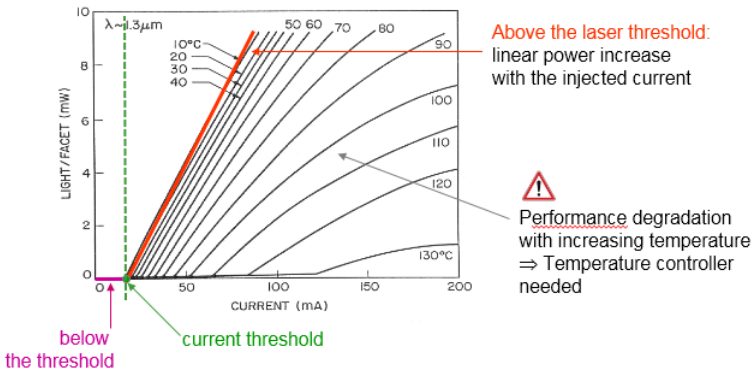


FIGURE 4.23

En dessous du seuil, la puissance est nulle. Cette dernière croit ensuite linéairement au dessus du seuil, mais seulement à une température de 10°C. Par contre, lorsque la température augmente, les performances se dégradent de façon très nette : il est nécessaire de contrôler la température[6]. Souvent, on utilise l'effet Peltier thermoélectrique.

4.4.6 Frequency response of a laser diode

Comme pour une LED[7], une petite modulation du signal donne la bande passante du signal lorsque la modulation est le résultat d'une modulation directe

$$I(t) = I_b + I_m \sin(\omega_m t) \tag{4.36}$$

où I_b est le courant de biais et I_m, la modulation considérée petite ($I_m \ll I_b - I_{seuil}$). Soit les équations de bilan pour le laser

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} & = GP + R_{\text{sp}} - \frac{P}{\tau_{\text{p}}} \\ \frac{\mathrm{d}N^e}{\mathrm{d}t} & = \frac{I(t)}{q} - \frac{N^e}{\tau_{\text{c}}} - GP \end{cases} \tag{4.37}$$

6. C'est également important car la longueur d'onde dépend de la température (via la longueur de la cavité et l'indice de réfraction).

7. Pour elle, c'était lié au temps de vie.

où $R_{sp} \approx 0$. Même si le régime est non-linéaire, on va chercher une solution de type linéaire car la modulation est petite

$$P(t) = P_s + p_{\mathrm{m}} \sin(\omega_{\mathrm{m}} t + \theta_{\mathrm{m}}) \qquad N^e(t) = N_{\mathrm{s}}^e + n_{\mathrm{m}}^e \sin(\omega_{\mathrm{m}} t + \varphi_{\mathrm{m}}) \tag{4.38}$$

En faisant donc cette linéarisation ($p_m \ll P_s^e, n_m^e \ll N_s^e$, les produits $p_m n_m^e$ seront négligés). En utilisant l'équation stationnaire et en négligeant les produits du second ordre (voir *slide 35* pour le détail), on trouve ("*après quelques lignes de calcul*")

$$\tilde{p}_{\mathrm{m}} = \frac{\tilde{I}_{\mathrm{m}} G_{\mathrm{N}} P_{\mathrm{s}}/q}{(\Omega_{\mathrm{R}} + \omega_{\mathrm{m}} - j\Gamma_{\mathrm{R}})(\Omega_{\mathrm{R}} - \omega_{\mathrm{m}} + j\Gamma_{\mathrm{R}})} \tag{4.39}$$

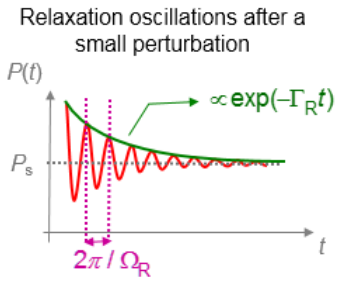


FIGURE 4.24

L'amplitude de modulation $\tilde{p_m}$ est proportionnelle à l'amplitude du courant et inversement proportionnelle à la constante de modulation. On retrouve les oscillation de relaxations

$$\Omega_{\mathrm{R}} = (G G_{\mathrm{N}} P_{\mathrm{s}} - \Gamma_{\mathrm{R}}^2)^{1/2} \tag{4.40}$$

Et le taux d'amortissement des oscillations de relaxation (donné par $1/\Gamma_r$)

$$\Gamma_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2}(\frac{1}{\tau_{\mathrm{c}}} + G_{\mathrm{N}} P_{\mathrm{s}}) \tag{4.41}$$

Pour faire le passage $P \to P_s$, on observera la décroissance donnée par la courbe en vert. On remarque que plus le gain augmente, plus l'oscillation de relaxation (rouge) est rapide.

Physiquement, on peut s'attendre à avoir une augmentation avec la décroissance. On retrouve le maximum de cette augmentation à Ω_R, normal car il s'agit de la fréquence d'oscillation du système. Sous l'hypothèse que $\Gamma_R \ll \Omega_R$, on trouve comme bande passante

$$f_{3\mathrm{dB}} = \frac{1}{2\pi}(\frac{3G_{\mathrm{N}}}{q}[I_{\mathrm{b}} - I_{\mathrm{threshold}}])^{1/2} \tag{4.42}$$

La BP augmente avec le courant de polarisation : la dynamique du laser est régie par le temps de vie des photons dans la cavité et le taux d'émission stimulée est plus élevé lorsque le laser fonctionne avec un courant de polarisation I_b plus élevé. Son ordre de grandeur est dans la gamme des GHz, plus importante que la LED dominée par la recombinaison spontanée [8].

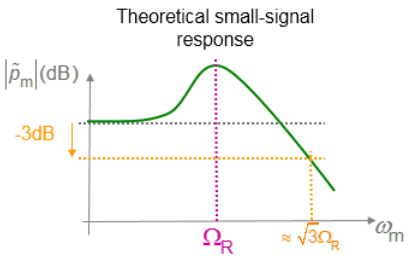


FIGURE 4.25

4.4.7 Noise in semiconductor lasers

Même si I_b est constant, il y a des fluctuations dans l'intensité et la phase du laser à cause de l'émission spontanée et la nature discrète de la charge électrique et des photons. Ces fluctuations élargissent la largeur spectrale du laser. L'amplitude de celles-ci est donnée par

$$SNR_o \triangleq \bar{P}/\left\langle \delta P^2 \right\rangle^{1/2} \tag{4.43}$$

8. Le temps de vie radiatif ou de Auger défini la dynamique. Pour le laser, on retrouve le produit GP : $1/G$ est une sorte de temps de vie et si G est très grand, la dynamique est plus rapide. Plus on est lon du seuil, plus la dynamique sera rapide.

avec $\bar{P}$ la puissance moyenne et δP la fluctuation de puissance. Par définition, le RIN (Relative Intensity Noise Spectrum) est donné par

$$RIN(\omega) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle \delta P(t)\delta P(t+\tau)\rangle}{\bar{P}^2} \mathrm{e}^{-j\omega\tau} \mathrm{d}\tau \tag{4.44}$$

En faisant la TF, on peut montrer que

$$SNR_o = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} RIN(\omega) \mathrm{d}\omega \right)^{-1/2} \tag{4.45}$$

4.5 Optical signal generation

4.5.1 Direct modulation

Il s'agit d'une modulation forte qui revient à faire *du on-off*[9] : résolution des équations de bilan pour une grande amplitude de modulation du courant $i(t)$. Les paramètres à contrôler sont : le temps pour atteindre N^e_{seuil} et l'amortissement des oscillation (Ω_R, Γ_R). Lorsqu'on allume le laser, beaucoup de gain est disponible mais ça ne lase pas directement. L'émission stimulée va consommer le gain, produire un pulse et ce jusqu'à arriver à l'état stationnaire. En pratique, on évite de descendre en dessous du seuil laser pour conserver une bonne dynamique.

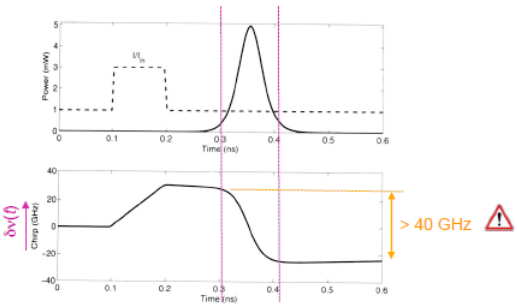


FIGURE 4.26

Si on fait ça, on obtient un beau pulse optique : on peut coder de l'information en RZ (impulsion d'une durée de l'ordre e la ps, bien !). Cependant, l'indice de réfraction varie avec la densité de charge : il va changer durant la génération du pulse causant une modification de la phase, soit un chirp qui n'est pas du tout négligeable ($\Delta\nu > B$). Le système est utilisable, mais limité en terme de débit (5Gb/s).

Comme il n'est pas possible de jouer sur les propriétés de la dynamique du laser [10], il va falloir procéder à une modulation externe.

4.5.2 External modulation : electro-optic and semiconductor modulators

Electro-optic intensity and/or phase modulators

Pour faire plus rapide, on peut jouer sur les propriétés interférométriques de la lumière : c'est le *modulateur Mach-Zender*. L'idée est de séparer les faisceaux et appliquer un champ électrique sur l'un d'eux. Grâce aux effets non-linéaires, il est possible de modifier la valeur de l'indice de réfraction de l'un des deux bras, impliquant une différence de phase entre les deux bras [11].

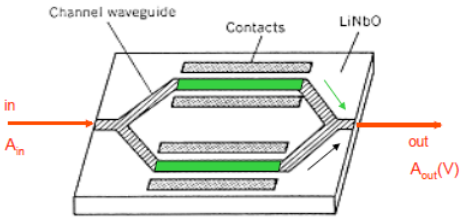


FIGURE 4.27

9. On Off Keying (OOK)
10. Laser à déclanchement revient à jouer sur le gain, ça ne change pas la rapidité de la dynamique. Laser à blocage de mode génère un train d'impulsion, pas bien non plus
11. $\phi(z) = kz = 2\pi/\lambda_0 nz$: jouer sur n, c'est jouer sur la phase.

Lorsqu'on les recombinera, le profil d'interférence donnera la modulation. Pour se faire, on utilise l'effet Pockels [12]

$$\delta n\left(V\right)=\frac{1}{2}\frac{V}{d}n^{3}r_{el-opt} \tag{4.46}$$

où r_{el-opt} est le coefficient électro-optique. En pratique, on applique un voltage dépendant du temps $V(t)$.

Asymmetric MZ modulator (= phase delay in one arm)

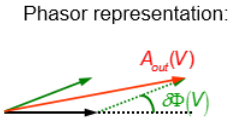


Figure 4.28

Dans le montage asymétrique, on induit un délai de phase seulement sur un des deux bras [13]. Dans la représentation en phaseur, l'amplitude de sortie (rouge) sera importante si les délai de phase (vert)

$$\delta n\left(V\right)=\frac{1}{2}\frac{V}{d}n^{3}r_{el-opt} \tag{4.47}$$

et l'effet Pockels (noir) sont alignés

$$\delta\Phi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta n l_{m} \tag{4.48}$$

L'amplitude résultant de sortie est donnée par

$$A_{out}(V)=\frac{A_{in}}{2}\left[1+\exp\left(i\delta\Phi\left(V\right)\right)\right] \tag{4.49}$$

Il est également possible d'ajouter une phase négative afin que les deux vecteurs soient opposés. Ceci sera obtenu lorsque la différence de phase entre les deux bras vaut π. La tension qui permet d'obtenir cette différence de phase est notée V_{pi} : elle permet la modulation.

Le problème est que la phase dépend du temps : si celle-ci n'est pas linéaire (sur l'axe réel), on va avoir des fréquences différentes en fonction du temps. Il en résultera un chirp et donc, un élargissement de la bande de modulation. Cette dépendance temporelle provient de $V(t)$. Cependant, si la résultante est toujours sur l'axe réel, il n'y aura pas de modification de la phase. On ajoute dès lors un champ électrique sur le second bras, de tension opposée.

Symmetric MZ modulator (phase delay in the two arms) : "push-pull" configuration

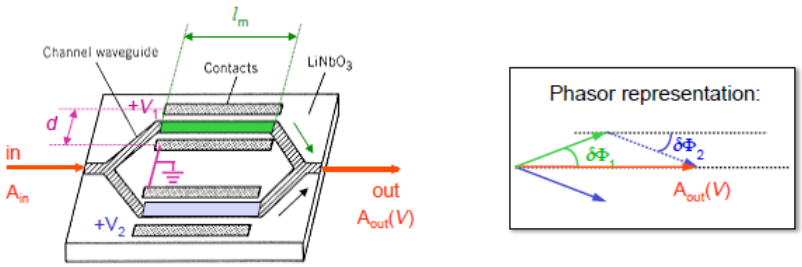


Figure 4.29

En appliquant dans le premier bras

$$\delta\Phi_{1}=\frac{2\pi}{\lambda}\delta n\left(V_{1}(t)\right)l_{m} \qquad 0\leq\delta\Phi_{1}\leq+\frac{\pi}{2}\text{rad} \tag{4.50}$$

12. Non linéairité du second ordre, le champion dans la catégorie est le niobate de lithium
13. Si les deux bras sont identiques, il n'y a pas de différence de phases causée par la propagation.

Et dans le second

$$\delta\Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}\delta n\left(V_2(t)\right) l_m \qquad 0 \leq \delta\Phi_2 \leq -\frac{\pi}{2}\text{rad} \tag{4.51}$$

On trouve comme amplitude de sortie

$$A_{out}(V_1, V_2) = \frac{A_{in}}{2}\left[\exp\left(j\delta\Phi_1\left(V_1\right)\right) + \exp\left(j\delta\Phi_2\left(V_2\right)\right)\right] \tag{4.52}$$

Avec un peu de trigonométrie

$$A_{out}(V_1, V_2) = A_{in}\cos\left(\frac{\delta\Phi_1 - \delta\Phi_2}{2}\right)\left[\exp\left(j\left(\frac{\delta\Phi_1 + \delta\Phi_2}{2}\right)\right)\right] \tag{4.53}$$

On se place dans la configuration **push-pull** si $V_1 = -V_2 = V \rightarrow \delta\Phi_1 = -\delta\Phi_2$. La modulation est alors sans chirp

$$A_{out}(V) = A_{in}\cos\left[\delta\Phi_1\left(V_1\right)\right] \tag{4.54}$$

Semiconductor intensity modulators (electro-absorption)

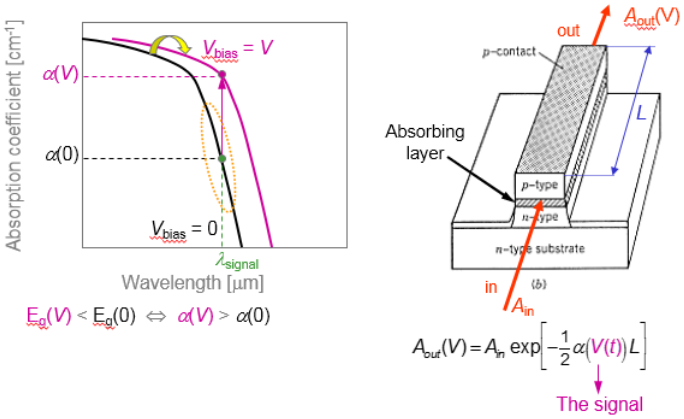


FIGURE 4.30

Les modulateurs externes peuvent être intégrés sur le même substrat que sur les laser DFB. L'idée est que, plutôt que de jouer sur l'interférométrie, on jour sur l'absorption : électroabsorption par application d'une tension externe.

En appliquant une tension à une jonction pn, on crée une "forte pente" entre la région de type p et n tel qu'une petite variation de x peut fortement changer l'absorption. En effet, en appliquant une tension à une jonction pn, on diminue l'énergie nécessaire aux photons pour créer une paire e^-/h^+. On peut ainsi moduler l'énergie minimum des photons pour qu'ils soient absorbés [14].

Les structures semi-conductrices à puits quantiques sont constituées de petites couches SC (5-10 nm) dans lesquelles les charges libres sont piégées. En ce qui concerne les électrons dans un atome, seuls les niveaux d'énergie discrets deviennent accessibles pour les électrons et les trous à cause de l'effet de piégeage. Seuls les photons ayant une énergie supérieure à la différence d'énergie entre les niveaux d'énergie dans la conduction et les bandes de valence sont absorbés. Lorsqu'une tension est appliquée à la structure, l'énergie des niveaux est légèrement modifiée par l'effet Stark confiné. L'absorption peut ainsi être contrôlée par une tension appliquée. Un avantage de ce type de modulateur est son faible encombrement et la possibilité de faire croître le modulateur à semi-conducteur sur le même substrat que la source laser CW, ce qui se traduit par des émetteurs très compacts.

14. Stark. Modification des niveaux cause une modification de l'énergie nécessaire à l'absorption.

Semiconductor intensity and/or phase modulators : InP based modulators

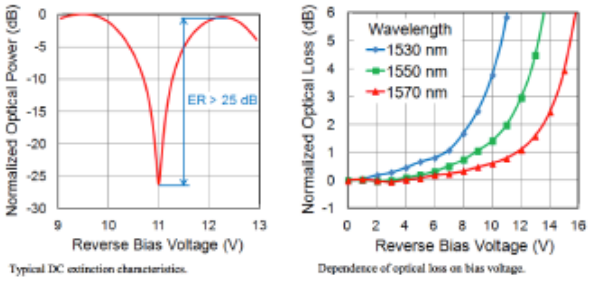


FIGURE 4.31

Des modulateurs d'amplitude et de phase récemment efficaces ont été construits sur une plate-forme InP à semi-conducteurs. Les modulations d'amplitude et de phase sont générées dans différentes sections. Le principe de la modulation de phase est également basé sur l'effet Stark confiné car tout changement d'absorption entraîne un changement d'indice de réfraction (Kramers-Kronig). Il est ainsi possible de concevoir des structures de puits quantiques dans lesquelles la phase du signal est accordée électroniquement sans modifier significativement le coefficient d'absorption. Ceci est illustré dans les deux graphiques. Le premier montre la transmission en sortie des modulateurs Mach-Zehnder semi-conducteurs (dans la section modulateur) en fonction de la tension de polarisation inverse. Un taux d'extinction supérieur à 25 dB est indiqué. Le deuxième graphique montre la perte d'absorption totale due à la tension appliquée en polarisation inverse. Comme on peut le voir à 11V, la perte reste inférieure à 3 dB à 1550 nm et 1570 nm. Le principal avantage des modulateurs basés sur InP par rapport à la technologie LiNbO3 standard est l'empreinte réduite. Ces modulateurs deviendront utiles dans de futures applications à faible coût et à faible consommation avec des centaines de canaux.

4.6 Laser diode to optical fiber coupling

Lire notes des *slides 47-49*.

Chapitre 5

Optical receivers

5.1 Introduction

Le rôle d'un récepteur optique est de convertir un flux optique en un signal électrique puis de le traiter afin de générer un flux de bits. Le premier élément est le bloc récepteur, constitué d'un photo-détecteur semiconducteur (photodiode pn, APD) puis d'un amplificateur (avec contrôle de gain automatique) et d'un filtre. La dernière partie est le circuit de décision qui converti le signal analogique en une série de bits.

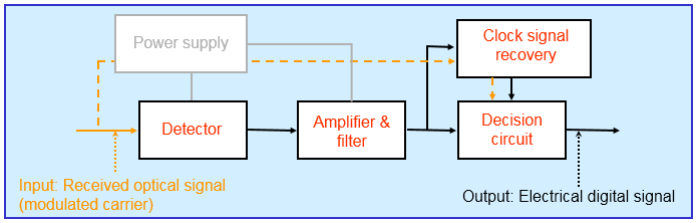


FIGURE 5.1

5.2 Semiconductor photodiode

5.2.1 $p-n$ photodiode : source of photocurrent

Le principe physique est la génération de porteurs libres par absorption de photons dans la zone de charge d'espace d'une jonction pn, polarisée en inverse. En effet, si l'on prend du Si pur, aucun courant ne circulera si l'on éclaire la jonction. Il y aura bien absorption, un peu de diffusion puis une recombinaison : il est nécessaire de polariser la jonction sans quoi ça n'ira pas.

Pour avoir de l'absorption, la condition suivante doit être remplie

$$E_{photon} = h\nu = hc/\lambda > E_g \tag{5.1}$$

La génération du photo-courant se fait en trois étapes

1. Absorption d'un photon dans la zone de déplétion
2. Création d'une paire e^-/h^+
3. Dérive de ces charges libres par application d'un champ électrique : génère I_p

5.2.2 Photocurrent and Responsivity

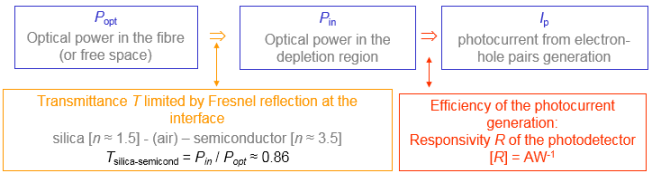


FIGURE 5.2

La **responsivity** d'une photodiode R [A.W^{-1}] est le coefficient qui relie la puissance optique d'entrée P_{in} [W] au photocourant I_p [A]

$$I_p = RP_{in} \tag{5.2}$$

Celle-ci dépend de la longueur d'onde λ et peut être liée à l'efficacité quantique η de la photodiode. Ce-dernier est le rendement de la conversion d'un photon d'entrée en une paire e^-/h^+

$$\eta \triangleq \frac{\text{electron generation rate}}{\text{incident photon rate}} = \frac{I_p/q}{P_{in}/h\nu} = \frac{h\nu}{q}R \tag{5.3}$$

La relation suivante montre que le courant est plus important lorsque la longueur d'onde augmente

$$\frac{R}{(1\ A/W)} = \eta\frac{1}{(1\ A/W)}\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{h}\nu} = \eta\frac{1}{(1\ A/W)}\frac{\mathrm{q}}{\mathrm{hc}}\lambda = \frac{\eta}{1.24}\ \frac{\lambda}{(1\ \mu m)} \tag{5.4}$$

Soit une puissance constante. Si la longueur d'onde augmente, les photons sont moins énergétiques : il faut un flux plus important pour maintenir la réponse constante. Comme un photon génère une paire, le courant sera plus important, d'où l'augmentation de R.

Link between the absorption coefficient α in the depletion region and η

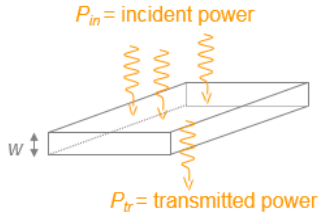


FIGURE 5.3

La puissance absorbée dans le SC dépend de α et de son épaisseur w, selon Beer-Lambert. La puissance transmise vaut donc $P_{tr} = P_{in}\exp[-\alpha.w]$. Donc, la puissance absorbée

$$P_{abs} = P_{in} - P_{tr} = P_{in}(1 - \exp[-\alpha.w]) \tag{5.5}$$

Si un photon absorbé $\rightarrow$ une paire e^-/h^+, l'efficacité quantique est donnée par

$$\eta = \frac{P_{abs}}{P_{in}} = 1 - \exp[-\alpha.w] \tag{5.6}$$

Ci-contre, l'évolution de α en fonction de λ. On peut voir qu'ici, contrairement aux sources, on peut utiliser des SC à gap indirect comme le *Si* et *Ge* (les transitions indirectes de la bande de valence à la bande de conduction sont possibles). Cependant, en dessous de l'énergie de la bande interdite directe, l'absorption des matériaux à bande interdite indirecte est moins efficace, mais elle peut être compensée par une couche d'absorption plus épaisse.

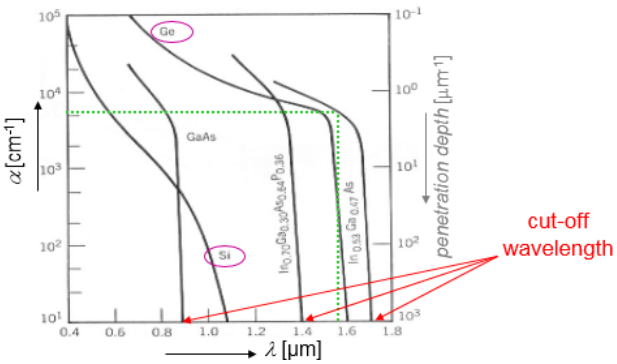


FIGURE 5.4

Une énergie minimal est nécessaire pour générer une paire e^-/h^+ : α chute rapidement pour des énergies de photon inférieure à l'énergie de bande interdite, c'est-à-dire pour des longueur d'ondes supérieurs à celle de coupure. Toutes les photodiodes ne sont donc pas adaptées à toutes les applications : le Si ne convient pas autour de 1.3 ou 1.5 nm.

5.2.3 $p-i-n$ Photodiode

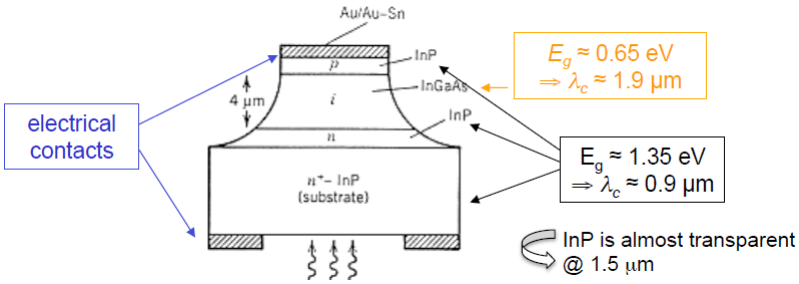


FIGURE 5.5

La plus simple des photodiodes est une jonction pn polarisée en inverse : les photons absorbés créent des paires e^-/h^+ qui, sous l'application du champ électrique créé par la tension, vont générer le photo-courant (les électrons dérivent dans le côté n et les trous dans le côté p). En dehors de la zone de déplétion, le champ électrique est faible et les charges créés dans ces régions vont lentement migrer. Il en résulte un courant de dérive "lent" (bien plus lent que le temps de dérive dans la zone de charge d'espace) augmentant le temps de réponse de la photodiode : limitation de la bande passante.

On peut s'arranger pour que le photon ne soit pas arrangé dans la bande p et n, mais dans une région intrinsèque qui possède un gap inférieure à l'énergie des photons (ce qui n'est pas le cas des régions p et n). On est alors en possession d'une région intrinsèque de grande résistivité sur laquelle on peut appliquer une grande tension. De plus, comme il n'y a pas de courant de diffusion, la bande passante est plus importante. Ce dispositif est une photodiode $p-i-n$. En résumé, trois avantages

1. Pas de courant de diffusion $\rightarrow$ bande passante plus importante
2. Épaisseur de la couche d'absorption (intrinsèque) plus facilement contrôlabl
3. Augmentation de l'efficacité quantique (car pas d'absorption en dehors de la zone i)

5.2.4 Avanlanche photodiode (APD)

Dans une photodiode $p-n$ ou $p-i-n$, le photo-courant est donné par

$$I_p = RP_{in} \leq \frac{q}{h\nu} P_{in} \tag{5.7}$$

Il est limité par le nombre de photons incident qui produit une paire e^-/h^+. Dans une **photodiode à avalanche**, celui-ci est amplifié grâce à une responsivity $R > q/h\nu$.

L'amplification se fait par ionisation d'impact : une charge libre est accélérée par un grand champ électrique ($\approx 10^5$ V/cm) qui augmente l'énergie de la charge. Si elle est assez grande, une partie de cette énergie cinétique peut être transférée à un électron lié qui va aller dans la bande de valence (collision) : nouvelle paire produite qui contribue au photo-courant. Celle-ci peut aussi être accélérée et produire d'autres paires. Dès lors, un photon absorbé va donner M paires e^-/h^+ [1].

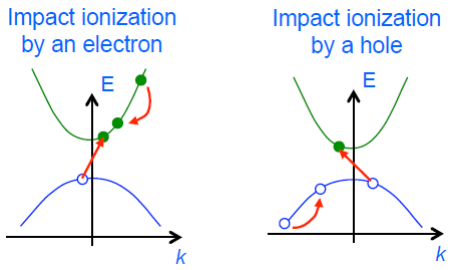


FIGURE 5.6 – Perte d'énergie de la charge accélérée (courbe) : génération paire (droit)

1. Haute énergie veut dire "haut" dans la bande de valence et "bas" dans la bande de conduction.

D'un point de vue pratique, on évite d'avoir une $p-i-n$ avec de l'avalanche dans i. On préfère avoir deux régions spatiales : un où on amplifie et l'autre où on absorbe (zone d). On parle d'**APD**. Ceci permet un meilleur contrôle du facteur d'amplification M.

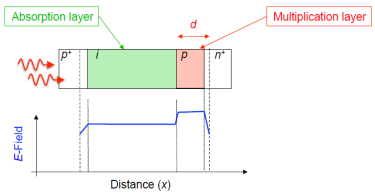


FIGURE 5.7

Calculation of the current gain

On peut calculer ce gain grâce à des équations de bilan. On sait que le taux d'amplification du courant dépend du *impact-ionization coefficient* des électrons α_e et des trous α_h. Soit i_e le courant d'électrons i_h le courant de trous. On en tire

$$\begin{cases} \dfrac{di_e}{dx} & = \alpha_e i_e + \alpha_h i_h \\ \frac{di_e}{dx} & = \alpha_e i_e + \alpha_h i_h \end{cases} \tag{5.8}$$

Pour le courant lié aux électrons, ceux-ci contribuent mais les trous également. Le courant de trous, lui, se déplace dans l'autre sens. On remarque rapidement que le courant total $I = i_e(x) + i_h(x)$ est constant dans la couche de multiplication. Notons que les coefficients α_i dépendent du matériel **et** du champ électrique dans cette même zone.

Multiplication factor(M)

Le but de la séparation des couches est de savoir quelle espèce entre dans la région de multiplication, ce qui permet de contrôler M. A partir des deux précédentes équations de bilan, on peut en obtenir une seule pour l'évolution du courant des électrons libre en fonction de la position x dans la couche d'amplification.

$$\frac{di_e}{dx} = (\alpha_e - \alpha_h) i_e + \alpha_h I \tag{5.9}$$

Faisons deux hypothèses

1. Le champ électrique dans la couche de multiplication est uniforme : α_i constants et $\alpha_e > \alpha_h$.
2. On ne considère ici que les électrons dans la couche de multiplication.
   — Ceci donne les CL : $i_h(d) = 0$ (pas de trous), $i_e(d) = I$.

Après résolution

$$i_e(0) = \frac{I \exp(-\alpha_e[1-k_a]d)}{1-k_a} - \frac{k_a I}{1-k_a} \tag{5.10}$$

où $k_a = \alpha_h/\alpha_e$. On en tire une valeur moyenne du gain d'amplification M (l'amplification n'est pas identique à chaque fois)

$$M = \frac{I}{i_e(0)} = \frac{1-k_a}{\exp(-\alpha_e[1-k_a]d) - k_a} \tag{5.11}$$

La responsivity d'une photodiode APD est donc M fois la responsivity d'une photodiode $p-i-n$ qui possède la même couche d'absorption

$$R_{\text{APD}} = MR = M\eta \frac{q}{h\nu} \tag{5.12}$$

On peut voir que M dépend fortement des *impact ionization coefficient*

$$\alpha_h \ll \alpha_e \quad \Rightarrow \quad M \approx \exp(+\alpha_e d) \qquad\qquad \alpha_h \approx \alpha_e \quad \Rightarrow \quad M \approx 1/(1-\alpha_e d) \tag{5.13}$$

Comme ceux-ci dépendent du champ électrique, on peut contrôler M à travers la tension appliquée. Comme les électrons et les trous jouent un rôle égal, il y a un risque de claquage par avalanche lorsque $\alpha_e d = 1 \rightarrow M = \infty$. Pour cette raison, on utilisera un matériau tel que seulement les trous **ou** les électrons provoquent des avalanches [2]

Bande passante de l'APD

L'inconvénient de l'APD est le temps de transition requis pour la génération et la collection des paires secondaires : le gain va dépendre de la fréquence à cause de ce temps de transition

$$M(\omega) = \frac{M_0}{\sqrt{1 + [\omega \tau_e M_0]^2}} \tag{5.14}$$

La bande passante vaut alors $\Delta f = \sqrt{3}/(2\pi\tau_e M_0)$. Il faudra donc faire un compromis entre un APD sensible (grand M) et la bande passante (petit M).

5.3 Receiver : beyond the detector

5.3.1 Architecture of a digital optical receiver (amplitude modulation & direct detection)

Les récepteurs sont composés de **trois** sections : le *front-end* (détection (conversion optique à électrique) et pré-amplification), le *linear channel* (amplification et filtrage du signal électrique (contrôle de l'maplitude et limitation du bruit)) et le *data recovery* (circuit de décision).

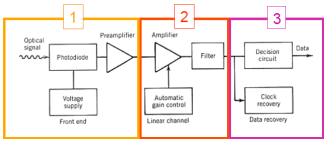


FIGURE 5.8

5.3.2 Front end

Le but ici est de générer une tension signal V_0 à partir du photo-courant I_p à l'aide d'une résistance de charge R_L et d'un pré-amplifier. Comme d'habitude il faut faire un choix : grande sensibilité (grand R_L) ou grande bande passante (petit R_L). Il existe deux front end design

A grande impédance ($R_L \gg 1$) La résistance de charge est en parallèle avec la photodiode et la différence de tension est amplifiée par l'AOP de gain A. La tension en sortie vaut donc $V_0 = AR_L I_p$ à basse fréquence. On peut modifier l'effet capacitif (une photodiode $p-i-n$ c'est un isolant et deux conducteurs, donc une capacité) par le placement d'une capacité qui tient donc compte des effets de charge et de décharge. Notons que la résistance d'entrée de l'AOP est supposée infinie, la photodiode "verra" R_L. Donc

$$Z_i = \frac{R_L}{1 + j\omega C R_L} \qquad \Rightarrow \qquad V_0 = \frac{AR_L}{1 + j\omega C R_L} I_p \tag{5.15}$$

La bande passante vaut alors

$$BW_1 = \frac{1}{R_L C} \tag{5.16}$$

On retrouve bien le fait qu'une grande résistance d'entrée donne une grande sensibilité au récepteur mais limite aussi sa bande passante.

2. Ceci a cependant de l'intérêt pour la détection de photons uniques.

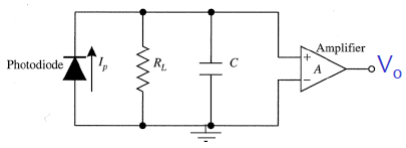


FIGURE 5.9

A transimpédance Ceci permet de régler quelques limitations du circuit à grande impédance.

$$V_0 = \frac{AR_L}{j\omega CR_L - (A-1)} I_p \tag{5.17}$$

La bande passante vaut ici

$$BW = \frac{A-1}{R_L C} \tag{5.18}$$

Grâce au gain A de l'AOP, on peut avoir un grand gain et une grande bande passante en même temps. On parvient aussi à avoir un bruit faible avec ce montage (voir section 5.4.2).

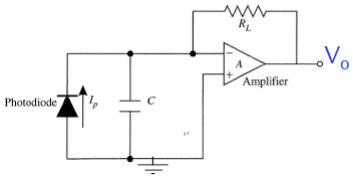


FIGURE 5.10

5.3.3 Linear amplification channel

Le chaîne d'amplification linéaire se compose d'un amplificateur à grand gain (contrôlé automatiquement) et d'un filtre passe bas. On utilise celui-ci pour obtenir l'amplitude moyenne souhaitée et on ajoute son gain automatiquement pour que ceci soit toujours le cas.

Le filtre passe bas de bande passante Δf sert à limiter le bruit (électrique et/ou optique ainsi que celui du détecteur). Il doit être adapté selon la bande passante du signal transmis [3]. Une fois de plus, il y a un compromis entre l'efficacité du filtre et la bande passante. En pratique, il faut prendre $\Delta f \approx B$.

5.3.4 Data-recovery section

Le circuit de décision est la dernière partie du récepteur. Il doit comparer le niveau du signal reçu à un seuil de décision pour fournir un débit binaire (voir diagrammes de l'œil). La synchronisation de celui-ci est importante.

Spectral density of a pseudo-random bit sequence

Considérons une modulation OOK (RZ ou NRZ (si $T_B = T_0$). Soit la densité spectrale d'une séquence de bits aléatoires (Théorème de Wiener-Khinchin)

$$\tilde{S}(\omega) = \frac{\left|\tilde{A}(\omega)\right|^2}{4T_B}(1 + \frac{2\pi}{T_B}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta[\omega - k\frac{2\pi}{T_B}]) \tag{5.19}$$

3. Une bande passante trop basse élargi le pulse sur un temps supérieur au temps bit et trop grand il y a trop de bruit et donc trop d'erreurs.

On retrouve le spectre du signal multiplié par 1 plus un peigne de fonction de Dirac. Si la forme du pulse est un signal carré, on peut montrer que la densité spectrale présente un pic à la fréquence $f = B$. Comme la TF d'un rectangle est une sinc, on va retrouver des pics à cause de ses zéros.

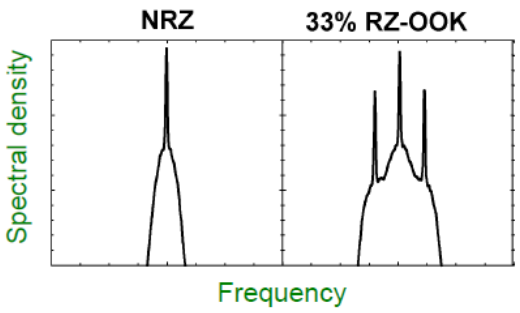


FIGURE 5.11

Le problème, pour les NRZ pseudo-aléatoires, c'est que le premier zéro de la transformée de Fourier de l'impulsion coïncide exactement avec la composante du peigne de Dirac et l'annule ainsi dans le spectre du signal. Par contre, si le signal est filtré par un circuit de détection de bord, le signal correspondra à nouveau à un signal RZ pseudo-aléatoire avec un débit binaire de $2B$. La mesure du spectre de ce signal filtré fournit donc la valeur $f = 2B$.

5.4 Noise mechanisms leading to current fluctuations in optical receivers : Shot noise and Thermal noise

En pratique, même si P_{in} est constant, le photo-courant $I(t)$ présente des fluctuations générées par le récepteur

$$I(t) = I_p + I_{dark} + i(t) \tag{5.20}$$

où

Photo-courant moyen

$$I_p = RP_{in} \tag{5.21}$$

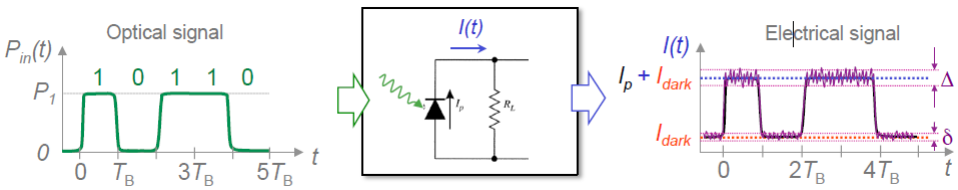


FIGURE 5.12

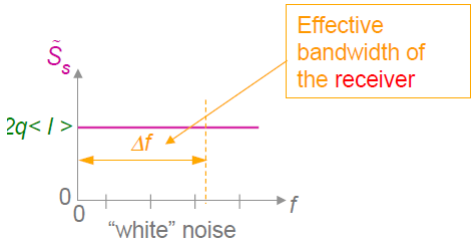
Courant noir Il s'agit du courant moyen lorsque $P_{in} = 0$, il est causé par le bruit thermique (résistance R_L, sa tension varie au cours du temps) des porteurs libres. Il est généralement négligeable face au photo-courant.

Fluctuations du courant Il s'agit de processus stationnaires aléatoires qui ont une moyenne nulle. On distincte deux contributions

1. Le *shot-noise* (bruit de grenaille) lié à la quantification des particules. Lorsqu'on détecte des photons sur un laps de temps, leur nombre n'est pas toujours identique : fluctuation statistique du nombre de photon par unité de temps, même à puissance constante. On parle de "granulosité" dans le signal.
2. Le bruit thermique (ou de Nyquist). Si l'on mesure la tension d'une résistance dans laquelle les charges bougent, on va voir des fluctuations liées au mouvement brownien des charges libres dans un conducteur.

5.4.1 Shot noise

Le shot noise provient de la nature quantique de la lumière : fluctuation du nombre de photons par unité de temps N atteignant le détecteur et donc le nombre de porteurs libres générés. Ces fluctuations obéissent à une statistique de Poisson $p(N)$ qui peut être approximée par une statistique Gaussienne (avec une certaine variance) pour un grand $\langle N \rangle$



$$I(t) = I_p + i_s(t) \qquad \text{FIGURE 5.13} \qquad (5.22)$$

où I_s est une distribution gaussienne. Avec le théorème de Wiener-Khinchin [4], on peut obtenir la densité spectrale du shot noise

$$\tilde{S}_s(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle i_s(t)\, i_s(t+\tau) \rangle\, e^{-j2\pi f\tau} \mathrm{d}\tau \qquad (5.23)$$

où $\langle i_s(t)\, i_s(t+\tau) \rangle = \lim\limits_{T\to\infty} \frac{1}{\Delta T} \int\limits_{\Delta T} i_s(t)\, i_s(t+\tau)\, dt$ est l'auto-corrélation de i_s. Ceci donne lieu à un *bruit blanc* (indépendant de la fréquence) de la valeur vaut $2q < I >$.

On peut calculer la variance du shot noise

$$\sigma_s^2 = \left\langle i_s^2(t) \right\rangle = 2q \langle I \rangle \Delta f \qquad (5.24)$$

où $\Delta f = \int_0^\infty \left|\tilde{H}\right|^2 df$. Comme le courant noir contribue également au shot noise, on trouve finalement

$$\boxed{\sigma_s^2 = 2q\left(I_p + I_{dark}\right)\Delta f \qquad (5.25)}$$

Comme la bande passante du détecteur Δf es tlimitée par le filtre passe-bas, c'est lui qui contrôle la variance du bruit de grenaille : il est essentiel de filtrer dans le canal linéaire pour limiter l'impact du bruit de grenaille. C'est pour cette raison que la bande passante du filtre est prise proche de B (en OOK).

5.4.2 Thermal noise (also "Nyquist noise" or "Johnson noise")

Le bruit thermique provient des fluctuations de charge dans la résistance d'entrée R_L à cause de l'agitation thermique aléatoire à la température T.

$$I(t) = I_p + I_{dark} + I_T(t) \qquad (5.26)$$

où $I_T(t)$ est une distribution Gaussienne dont la densité spectrale est donnée par

$$\tilde{S}_T(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle i_T(t)\, i_T(t+\tau) \rangle\, e^{-j2\pi f\tau} \mathrm{d}\tau \qquad (5.27)$$

On peut en déduire que la densité spectrale de bruit thermique vaut $4k_BT/R_L$ où k_B est la constante de Boltzmann. Il s'agit encore une fois d'un bruit blanc. La variance du bruit thermique est donnée par

$$\sigma_T^2 = \left\langle i_T^2(t) \right\rangle = \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)\Delta f \qquad (5.28)$$

4. La TF de la densité spectrale d'un signal est donné par la TF de l'auto-corrélation du signal. Ceci est utilisé dans les spectromètre à TF (donnant un très haute résolution).

Attention, les amplificateurs présents dans le récepteur génèrent aussi des fluctuations thermiques : on en prend phénoménologiquement compte en multipliant le bruit thermique généré dans la résistance de charge par le **amplifier noise figure** F_n. La variance thermique en *front end* vaut alors

$$\sigma_T^2 \cong \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)\Delta f F_n \tag{5.29}$$

Contrairement au bruit de grenaille, la variance du bruit thermique est indépendante de la puissance optique d'entrée mais dépend de la température (on s'en doutait).

5.4.3 Total variance of the noise

Le shot noise et le bruit thermique sont deux processus indépendants avec des statistiques approximativement gaussiennes : on peut sommer les variances $\sigma^2 = \sigma_S^2 + \sigma_T^2$ [5]. On en tire

$$\sigma^2 = 2q\left(I_p + I_{dark}\right)\Delta f + \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)F_n\Delta f \tag{5.30}$$

où le shot noise dépend du courant moyen mais **pas** le thermal noise.

Ceci montre qu'il est important de limiter la bande passante du récepteur Δf. La variance σ n'est rien autre que la valeur RMS du courant du bruit généré par le récepteur $p-i-n$. On peut voir les différences entre ces deux bruit sur les diagrammes de l'œil. Ci-contre, on remarque rapidement que le shot noise limite à gauche. En effet, celui-ci est proportionnel à I_p, les fluctuations sont plus importantes "en haut" du diagramme. Par contre, pour le bruit thermiques, elles sont importantes partout (à droite).

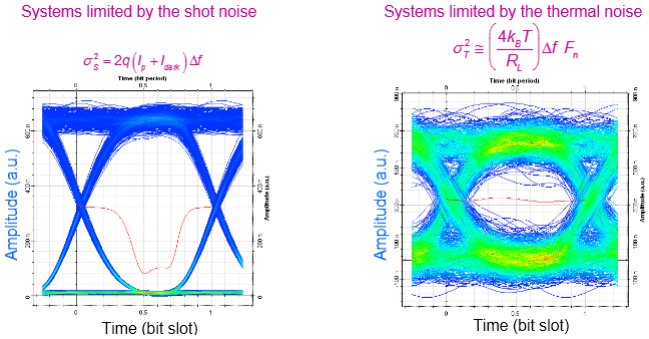


FIGURE 5.14

5.5 Signal-to-noise ratio (SNR$_e$) of an optical detector

Par définition, le SNR$_e$ d'un détecteur optique est le rapport entre la puissance électrique moyenne et la puissance électrique du bruit

$$SNR_e = \frac{{I_p}^2}{\left\langle\left(I\left(t\right) - \left(I_p + I_{dark}\right)\right)^2\right\rangle} = \frac{{I_p}^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} \tag{5.31}$$

où $I_p = RP_{in}$. On utilisera le SNR$_e$ pour déterminer le taux d'erreur. Nous allons considérer les récepteurs $p-i-n$ et APD séparément.

5.5.1 $p-i-n$ receivers

Le bruit vient du bruit de grenaille et du thermique. On en tire, en reprenant les précédentes expressions

$$SNR_e = \frac{R^2P_{in}^2}{2q\left(RP_{in} + I_{dark}\right)\Delta f + \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)F_n\Delta f} \tag{5.32}$$

5. $\sigma^2 = \left\langle\left(I(t) - \left(I_p + I_{dark}\right)\right)^2\right\rangle = \left\langle i_s^2\left(t\right) + i_T^2\left(t\right)\right\rangle = \left\langle i_s^2\right\rangle + \left\langle i_T^2\right\rangle$

où $R = \eta q/(h\nu)$. Lorsque la contribution principale du SNR$_e$ est le bruit thermique

$$SNR_e{}^{Thermal} = \frac{R^2 P_{in}^2}{\underbrace{2q(RP_{in} + I_{dark})\Delta f}_{\ll} + \left(\frac{4k_B T}{R_L}\right) F_n \Delta f} \cong \frac{R^2 P_{in}^2 R_L}{4k_B T F_n \Delta f} \tag{5.33}$$

Le SNR$_e$ est amélioré (augmente) lorsque

1. P_{in} et/ou R_L augmentent ; un minimum de puissance est requis et il y a un compromis entre un grand SNR$_e$ et une grande bande passante.
2. T et/ou Δf sont réduits ; importance du contrôle de la température et du filtre passe-bas dans le récepteur (linear channel).

Noise equivalent power (NEP)

On utilise parfois le NEP ($[W.Hz^{-1/2}]$) pour évaluer la puissance optique minimale nécessaire au détecteur pour une bande passante Δf donnée. Par définition

$$NEP \triangleq \frac{P_{in}^{Th=1}\left[\text{suchas} SNR_e{}^{Thermique} = 1\right]}{\sqrt{\Delta f}} \tag{5.34}$$

où il convient d'utiliser $P_{in} = NEP\sqrt{\Delta f}$ avec Δf la bande passante électrique du **récepteur** !

$$NEP = \left(\frac{4k_B T F_n}{R^2 R_L}\right)^{1/2} = \frac{h\nu}{\eta q}\left(\frac{4k_B T F_n}{R_L}\right)^{1/2} \tag{5.35}$$

Lorsque la contribution principale du SNR$_e$ est le bruit thermique

$$SNR_e{}^{Shotnoise} = \frac{R^2 P_{in}^2}{2qRP_{in}\Delta f + \underbrace{\left(\frac{4k_B T}{R_L}\right) F_n \Delta f}_{\gg}} \cong \frac{\eta P_{in}}{2h\nu\Delta f} \tag{5.36}$$

Dans ce cas, le SNR$_e$ augmente lorsque

1. P_{in} est augmentée ; une puissance minimale est nécessaire.
2. Δf est diminuée ; importance du filtre passe-bas dans le récepteur (linear channel)

On peut donner une relation entre le SNR$_e$ et le nombre de photons par bit N_p^{bit}

$$P_{in} = N_p^{bit} h\nu B \qquad \Rightarrow \qquad SNR_e{}^{Shotnoise} = \frac{\eta P_{in}}{2h\nu\Delta f} \cong \frac{\eta N_p^{bit} B}{2\Delta f} \approx \eta N_p^{bit} \tag{5.37}$$

On peut montrer qu'un SNR$_e$ de 20dB peut être atteint avec 100 photons par bits !

5.5.2 APD based receivers

Ici, le photo-courant est amplifié d'un facteur M par rapport à celui de la photodiode $p-i-n$

$$I = R_{\text{APD}} P_{in} = MRP_{in} \tag{5.38}$$

Supposons que l'on ai juste un amplificateur sans bruit. La variance totale est alors donnée par

$$\sigma^2 = \left\langle [M\ i_s(t)]^2 \right\rangle + \left\langle i_T(t)^2 \right\rangle = 2qM^2\left(RP_{in} + I_{dark}\right)\Delta f + \left(\frac{4k_B T}{R_L}\right) F_n \Delta f \tag{5.39}$$

où Δf est la bande passante électronique du récepteur. Le courant thermique est indépendant du mécanisme d'amplification (indépendant de M). Si le SNR_e est dominé par le bruit thermique, on gagne un facteur M^2. Le SNR_e n'est pas affecté si le récepteur est limité par le shot noise [6].

Cependant, dans les APD réels, l'amplification es tun processus aléatoire [7] qui va causer une contribution au bruit : **noisy amplification**. On va modéliser ça en utilisant F_a pour écrire la variance totale du shot noise

$$\sigma_s{}^2 = 2qM^2F_A\left(RP_{in} + I_{dark}\right)\Delta f \tag{5.40}$$

où F_a est l'**excess noise factor**. Par définition

$$F_a \triangleq \left\langle m^2 \right\rangle / M^2 = k_a M + (1 - k_a)(2 - 1/M) \tag{5.41}$$

où $\langle m \rangle = M$. Nous faisons ici l'hypothèse que seuls les électrons sont injectés dans la couche d'amplification. En effet

$$k_a \ll 1 \quad \rightarrow \quad F_a < 2 \qquad \text{et} \qquad k_a \approx 1 \quad \rightarrow \quad F_a \approx M \tag{5.42}$$

La condition de droite signifie que les électrons **et** les trous participent ce qui crée un bruit associé très élevé (car, en général, $M > 2$). Ceci justifie pourquoi on utilise l'un où l'autre pour les meilleures performances ($\alpha_h \ll \alpha_e$ ou $\alpha_e \ll \alpha_h$). En conclusion, pour les récepteurs basés sur APD, la puissance moyenne du signal est multipliée par M^2, la variance du bruit de tir est multipliée par M^2F_a et la variance du bruit thermique n'est pas affectée.

Si le récepteur est limité par le shot noise

$$SNR_e = \frac{(RP_{in})^2}{2qF_a\left(RP_{in} + I_{dark}\right)\Delta f} \tag{5.43}$$

La photodiode en avalanche augmente le courant, mais dégrade le SNR_e par rapport au récepteurs $p-i-n$ d'un facteur F_a ! Dans le cas général pour les APD

$$SNR_e = \frac{(MRP_{in})^2}{2qM^2F_a\left(RP_{in} + I_{dark}\right)\Delta f + \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)F_n\Delta f} \tag{5.44}$$

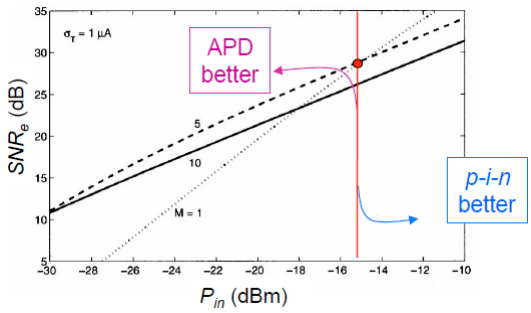


FIGURE 5.15 – $M = 1$ pour la photodiode $p-i-n$ car pas d'amplification

Les APD sont attractifs lorsque le bruit thermique domine le shot noise !

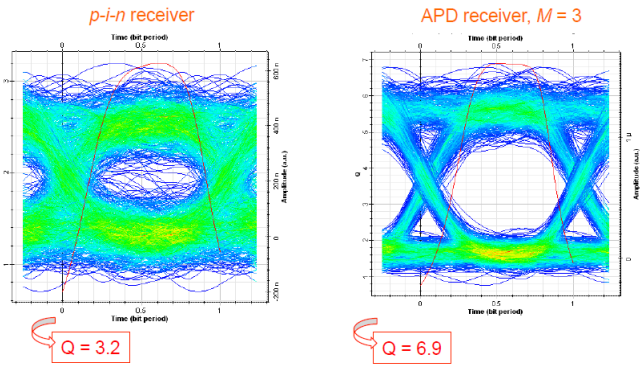


FIGURE 5.16 – $P_{in} = -37$ dBm, NRZ. Ici, l'ADP est préférable.

6. Erreur et thermal noise, non ?
7. Le nombre d'électrons généré pour un photon varie.

5.6 Receiver sensitivity and Bit-Error Rate (BER)

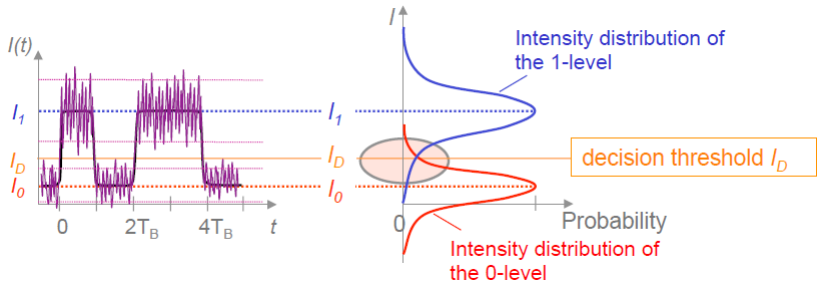


FIGURE 5.17

Un récepteur est plus sensible lorsqu'il atteint les mêmes performances pour une puissance incidente plus faible. Pour la définir, il faut savoir mesurer la performance d'un récepteur : c'est le nombre de fois qu'il ne se trompe pas pour une certaine quantité de bit reçus, soit l'erreur binaire.

Le **Bit-Error-Rate (BER)** est la probabilité qu'une erreur ai lieu dans l'identification d'un bit par le récepteur. A cause du bruit (même si le signal est sans bruit, l'amplification en introduit) causant des fluctuations, des erreurs sont possibles.

Posons

- $p(1)$ la probabilité de recevoir un bit '1'
- $p(0)$ la probabilité de recevoir un bit '0'
- $P(0/1)$ la probabilité de déduire '1' lorsque '0' est reçu
- $P(1/0)$ la probabilité de déduire '0' lorsque '1' est reçu

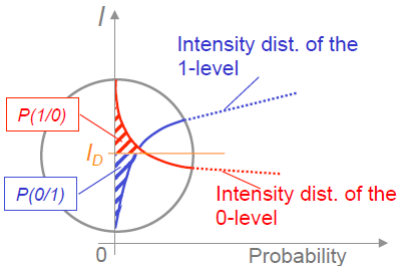


FIGURE 5.18

Le BER est alors donnée par

$$BER = p\,(1)\,P\,(0/1) + p\,(0)\,P\,(1/0) = \frac{1}{2}\left[P\,(0/1) + P\,(1/0)\right] \tag{5.45}$$

C'est la probabilité d'avoir '1' multiplié par la probabilité d'interpréter '1' comme '0' + ...Nous avons ici fait l'hypothèse que $p(0) = p(1) = 1/2$ car il n'y a pas de raison d'avoir plus de '1' que de '0' dans un signal. On peut calculer les probabilités conditionnelles

$$P\,(0/1) = \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{I_D} \exp\left[-\frac{(I-I_1)^2}{2\sigma_1^2}\right] dI = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{I_1 - I_D}{\sigma_1\sqrt{2}}\right) \tag{5.46}$$

$$P\,(1/0) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}\int_{I_D}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(I-I_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] dI = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{I_D - I_0}{\sigma_0\sqrt{2}}\right) \tag{5.47}$$

Ces deux probabilités dépendent de I_D, le courant de décision où erfc est la fonction d'erreur complémentaire. Le BER s'écrit alors

$$BER = \frac{1}{4}\left[erfc\left(\frac{I_1 - I_D}{\sigma_1\sqrt{2}}\right) + erfc\left(\frac{I_D - I_0}{\sigma_0\sqrt{2}}\right)\right] \tag{5.48}$$

Comme il dépend bien évidemment aussi de I_D, nous allons chercher la valeur I_D^* qui le minimise

$$\frac{I_1 - I_D^*}{\sigma_1} = \frac{I_D^* - I_0}{\sigma_0} = Q \qquad \Rightarrow \qquad I_D^* = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \tag{5.49}$$

Celui-ci est tracé en rouge à la Figure 5.14. Par définition, le **facteur de qualité** Q du signal reçu est donné par

$$Q \triangleq \frac{I_1 - I_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \tag{5.50}$$

Il s'agit du rapport de la différence entre les photo courants sur la somme RMS des fluctuations du courant.

Lorsque le bruit du récepteur est dominé par le thermique, $\sigma_0 = \sigma_1 \Rightarrow I_D^{*Thermal} = \frac{I_1+I_0}{2}$: les valeurs moyennes du courant des niveaux '1' et '0' sont équidistantes du seuil de décision optimal.

La valeur optimale du BER vaut

$$BER* = BER(I_D*) = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{I_1 - I_0}{\sqrt{2}\left[\sigma_1 + \sigma_0\right]}\right) = \frac{1}{2}erfc\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right) \cong \frac{\exp\left(-\frac{Q^2}{2}\right)}{Q\sqrt{2\pi}} \tag{5.51}$$

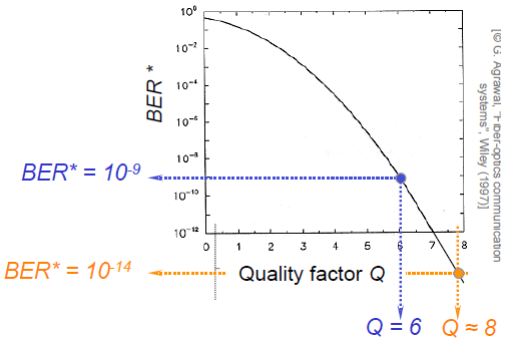


FIGURE 5.19

En faisant l'hypothèse raisonnable que $Q \geq 3$. Il y a donc une relation simple entre le BER^* et Q : lorsque Q augmente, le BER diminue rapidement(d'où le nom *facteur de qualité*). Lorsque $Q = 0$, on a une chance sur deux de se tromper ('1' ou '0').

Sensibilité du détecteur

Supposons que le seuil de décision est optimal ($I_D = I_D^*$). La **sensibilité du détecteur** est la puissance optique moyenne minimale incidente $\overline{P_{rec}}$ nécessaire à un récepteur pour avoir un BER $< 10^{-9}$ ($Q = 6$).

Faisons trois hypothèses

1. Le format de modulation est NRZ
2. La puissance optique moyenne dans l'état *off* P_0 est nulle
3. Le courant noir I_{dark} peut être négligé

La dérivation est donnée au *slide 36*. L'idée est d'écrire la puissance moyenne du signal en fonction de Q puis d'inverser la relation. On trouve alors

$$\boxed{\overline{P_{rec}} = \frac{Q}{R}\left(Qq\Delta f + \sigma_T\right) = \frac{Q}{R}\left(Qq\Delta f + \left(\frac{4k_BT}{R_L}\right)^{1/2}\Delta f^{1/2}F_n^{1/2}\right)} \tag{5.52}$$

Il s'agit de la puissance nécessaire au récepteur pour avoir une certaine valeur de Q (qui permet de remonter au BER). La sensibilité d'un récepteur $p-i-n$ a donc une contribution venant du shot noise (premier terme, celui proportionnel à Δf et à la charge élémentaire q) et une venant du bruit thermique (le second terme, celui proportionnel à $\Delta f^{1/2}$ et à k_BT).

5.7 Degradation of the receiver sensitivity & Power penalty

Jusqu'ici nous avons considéré un signal idéal : tous les pulses '1' avaient la même énergie et le même profil temporel et les pulses '0' n'avaient pas d'énergie. Seul le bruit du récepteur était pris en compte. Hélas, le transmetteur génère aussi du bruit, certains bruits générés par les amplificateurs sont inévitables, la forme des pulses n'est pas parfaite et il y a des distorsions du signal.

Pour maintenir Q, il faut augmenter la puissance optique moyenne qui atteint le détecteur. On utilise alors la **power penality**. C'est l'augmentation de puissance nécessaire au récepteur pour outrepasser la dégradation causée par des conditions non-idéales.

Les sources de pénalité de puissances sont liées à deux propriétés non idéale du **transmetteur** (Hyp. : les sources de pénalité de la propagation du signal sont ignorées)

1. L'énergie portée par les '0'
2. Le bruit en intensité

5.7.1 Penalty due to average optical power P_0 carried by the '0' bits

L'origine de l'énergie présente au bit '0' dépend de la modulation.

Modulation directe Allumer un laser demande un certain seuil, il faut du délai. Pour moduler plus rapidement, on se met un peu au dessus de ce seuil pour éviter le délai de démarrage.

Modulation indirecte Utilise un Mach-Zehnder dont les interférences destructives ne le sont jamais totalement.

Pour s'en sortie, on utilise le **rapport d'extinction** r_{ex} comme le rapport entre la puissance optique moyenne P_1 et la sortie du transmetteur

$$r_{ex} \triangleq \frac{P_0}{P_1} \tag{5.53}$$

La puissance moyenne reçue est-elle une fonction de Q et r_{ex} ? L'idée est la même que précédemment : on exprime Q comme une fonction de P et on l'inverse. Hélas, la pénalité de puissance causée par r_{ex} ne se calcule pas facilement à cause de la dépendance en puissance du shot noise (détail *slide 40*)

$$Q = \frac{2R\overline{P_{rec}}}{\sigma_1 + \sigma_0}\frac{(1 - r_{ex})}{(1 + r_{ex})} \tag{5.54}$$

où $\sigma = \sigma_T + \sigma_s(\overline{P_{rec}})$. En faisant l'hypothèse que le bruit du récepteur est dominé par le bruit thermique ($\sigma_1 = \sigma_0 = \sigma_T$), on en tire

$$Q = \frac{R\overline{P_{rec}}}{\sigma_T}\frac{(1 - r_{ex})}{(1 + r_{ex})} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{P_{rec}}\,(r_{ex}) = \frac{(1 + r_{ex})}{(1 - r_{ex})}\frac{Q\sigma_T}{R} \tag{5.55}$$

La pénalité vaut donc

$$Penalty = \frac{\overline{P_{rec}}\,(r_{ex})}{\overline{P_{rec}}\,(r_{ex} = 0)} = \frac{(1 + r_{ex})}{(1 - r_{ex})} \tag{5.56}$$

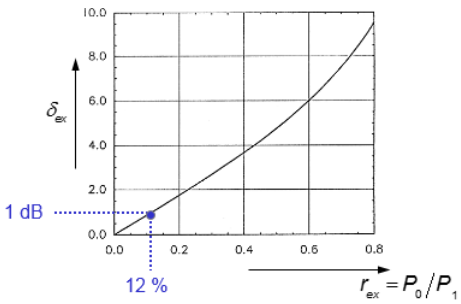


FIGURE 5.20

Celle-ci augmente de façon monotone avec r_{ex} est dépend de Q. On définit $\delta_{ex} = 10\log_{10}(Penalty)$ comme la pénalité en dB. De cette façon

$$\delta_{ex} = 10\log_{10}\frac{(1+r_{ex})}{(1-r_{ex})} \tag{5.57}$$

La figure ci-contre montre l'évolution de la pénalité en puissance (échelle dB) comme une fonction de r_{ex}. La pénalité est de 1 dB lorsque $r_{ex} = 0.12$. Dans les modulateurs MZ, le rapport d'extinction vaut à peu près -20 dB ; on peut négliger le pénalité de puissance due à l'énergie présente dans le '0' dans ces systèmes.

5.7.2 Penalty due to the intensity noise of the transmitter

Pour la simplicité, considérons une approche phénoménologique en considérant un terme additionnel dans la variance du bruit (on suppose les sources indépendantes)

$$\sigma^2 = \sigma_S^2 + \sigma_T^2 + \sigma_I^2 \tag{5.58}$$

Le bruit du signal peut venir du bruit du laser (bruit d'intensité du transmetteur) ou par celui généré dans l'amplificateur. On se concentrera ici sur la première option. L'écart type est donné par

$$\sigma_I = R\left\langle\left(\Delta P_{in}^2\right)\right\rangle^{1/2} = RP_{in}r_l \tag{5.59}$$

où nous avons introduit (pour des raisons pratiques) le coefficient r_l[8]. Le *slide 42* donne le facteur de qualité

$$[Q = \frac{2R\overline{P_{rec}}}{\left(\sigma_S^2 + \sigma_T^2 + \sigma_I^2\right)^{1/2} + \sigma_T} \tag{5.60}$$

Qui doit être inversé. Le *slide 43* donne le détail mathématique. On y trouve la puissance optique moyenne au récepteur

$$\overline{P_{rec}} = \frac{q\Delta f Q^2 + \sigma_T Q}{R\left(1 - r_l^2 Q^2\right)} \tag{5.61}$$

Ce qui donne comme pénalité

$$Penalty = \frac{\overline{P_{rec}}\left(r_l\right)}{\overline{P_{rec}}\left(r_l = 0\right)} = \frac{1}{\left(1 - r_l^2 Q^2\right)} \tag{5.62}$$

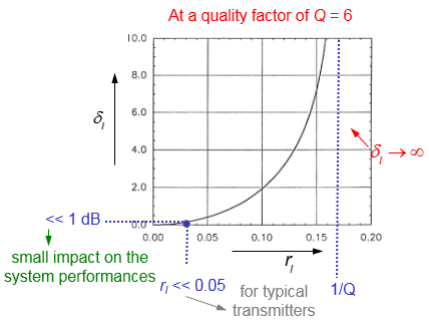


FIGURE 5.21

Contrairement au cas précédent, la pénalité en puissance dépend de Q lorsque le bruit d'intensité du laser est considéré. Ceci vient du fait que les variation en amplitude du courant augmente avec la puissance moyenne puisqu'une partie de ces fluctuations provient du laser lui-même. En définissant $\delta_l = -10\log_{10}\left(1 - r_l^2 Q^2\right)$, on voit bien que celui-ci dépend du facteur de qualité Q. La pénalité tend vers l'infini lorsque $r_l \to 1/Q$, c'est-à-dire lorsque $\mathrm{SNR}_o \to Q$. Sans tenir compte des pénalité, le SNR_o limite intrinsèquement le facteur Q réalisable. Pour un système de télécom à $Q = 6$, il faut que $\mathrm{SNR}_o > 6$.

8. Sachant que $\frac{1}{SNR_o} = \frac{\left\langle\left(\Delta P_{in}^2\right)\right\rangle^{1/2}}{P_{in}} \triangleq r_I$

5.8 Qualitative measurement of the performances of a $p-i-n$ receiver : Estimation/measurement of the BER at different power levels

Pour mesurer la sensibilité ou le pénalité de puissance, le bruit, ... il faut mesurer les performances du système. La méthode est simple

1. On envoie une séquence de bits pseudo-aléatoire dans le système
2. On compare la séquence en sortie avec la séquence originale pour évaluer le BER.

Ceci peut être fait pour différentes puissances d'entrées et différentes longueurs de propagation. Le BER nous donne ainsi toutes les informations. Un exemple est donné au *slide 46*.

Chapitre 6

Photonics systems

6.1 Optical amplification

6.1.1 Introduction

Il est nécessaire d'amplifier pour limiter les pertes dues à la propagation. Il y a différentes applications

- Si l'amplification est de trop haute puissance, on va rencontrer des effets non-linéaires. Si elle est trop basse, on ne captera rien. Dans les long-haul systems, on place des **in-line amplifiers** tous les 50-80km.
- **Power boosters** : juste après la source, pour atteindre 100-200km.
- **Optical preamplifier** : juste avant le récepteur.
- Pour compenser les pertes de distribution.

6.1.2 General concepts

La plupart des amplificateurs se basent sur le principe de l'émission stimulée. Comme pour les laser, on retrouve un milieu à gain dans lequel la lumière est amplifiée durant son passage. Le pompage peut être électrique (semiconducteurs), optique (fibré) ou aussi de type Raman où il n'y a pas d'inversion de population.

Gain and bandwidth (two-level system)

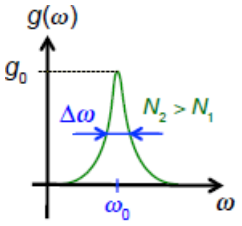


FIGURE 6.1

Lorsque le signal d'entrée est suffisamment faible, le gain $g(\omega)$ (m^{-1}) est indépendant de la puissance. C'est le régime non saturé. Dans un système à deux niveaux, la largeur naturelle de gain est donnée par n

$$g(\omega) = \frac{g_0}{1 + 4(\omega - \omega_0)^2 T_2^2} \tag{6.1}$$

Dans le régime d'amplification, celle-ci est décrite par une loi de Beer-Lambert avec une "absorption négative"

$$\frac{\mathrm{d}P(z)}{\mathrm{d}z} = +g(\omega)P \tag{6.2}$$

Le profil de gain a une forme Lorentzienne. Il possède un maximum à la fréquence de la transition atomique ω_0. On défini la largeur de gain (FWHM) comme $\Delta\omega_g = 1/T_2$ où T_2 est le temps de relaxation du dipôle. En communication, on préfère éviter d'avoir un gain très piqué, sans quoi seulement quelques canaux seraient amplifiés [1].

1. Par chance, les amplificateurs Erbium couvrent toute la bande C !

Souvent, on défini un amplificateur par sa la largeur de bande d'amplification qui est reliée à la FWHM du gain d'amplification (facteur d'amplification) G (et non pas via $g(\omega)$)

$$G = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \mathrm{e}^{g(\omega)L} \tag{6.3}$$

La FWHM est donnée par

$$\Delta\omega_G = \Delta\omega_g[\ln(2)/\ln(G_0/2)]^{1/2} \tag{6.4}$$

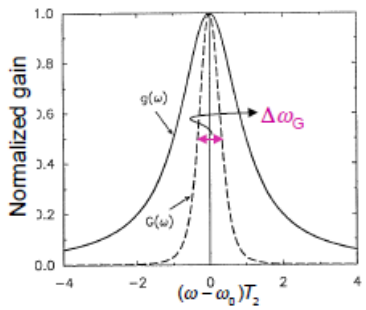


FIGURE 6.2

Celle-ci décroit avec $G_0 = \exp(g_0 L)$. On remarque que le **gain d'amplification** $G(\omega)$ décroit plus rapidement que le **gain optique** $g(\omega)$.

Gain saturation

La valeur maximale de P_{out} est limitée [2]. Pour des signaux "importants", le gain optique peut dépendre de la puissance impliquant une diminution de G lorsque la puissance du signal augmente (car $g(\omega)$ devient de plus en plus petit lorsque la puissance augmente, c'est la saturation du gain). Le gain devient

$$g(\omega) = \frac{g_0}{1 + 4(\omega - \omega_0)^2 T_2^2 + P/P_{sat}} \tag{6.5}$$

où P_{sat} est la puissance de saturation, qui apparaissait naturellement en résolvant les équations de Maxwell-Bloch. Lorsque $P < P_{sat}$ le gain est celui à petit signal. Cependant lorsque $P \approx P_{sat}$, g devient plus petit que le gain à petit signal g_0.

Supposons que nous sommes à la résonance ($\omega = \omega_0$, gain maximum)

$$\frac{\mathrm{d}P(z)}{\mathrm{d}z} = +gP = \frac{g_0}{1 + P(z)/P_{sat}} P(z) \tag{6.6}$$

En intégrant l'ED

$$\int_{P_{in}}^{P_{out}} \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{P_{sat}}\right)\mathrm{d}P = \int_0^L g_0 \mathrm{d}z \qquad \Rightarrow \qquad G = G_0 \exp\left[-\frac{G-1}{G}\frac{P_{out}}{P_{sat}}\right] \tag{6.7}$$

Il s'agit d'une relation implicite entre le facteur de gain actuel G et la valeur de G_0 (soit une relation implicite avec P_{out}/P_{in}). Cette relation montre que G diminue avec P_{out} et que $G \ll G_0$ lorsque $P_{out} \to P_{sat}$.

Par définition, la **puissance de sortie à saturation** est la puissance de sortie tel que G diminue de 3dB par rapport à la valeur non saturée G_0

$$G(P_{out}^s) = \frac{G_0}{2} \qquad \Rightarrow \qquad P_{out}^s = P_{sat}\frac{G_0 \ln(2)}{G_0 - 2} \tag{6.8}$$

Il s'agit d'un paramètre important pour caractériser les amplificateurs. Celui-ci est inférieur à P_{sat} et indépendant de G_0 pour de grandes valeurs de ce-dernier.

2. Souvent limité par la source externe.

Amplifier noise

Tous les amplificateurs dégradent le *signal-to-noise ration* (SNR) (aussi bien optique que électronique). Cette dégradation vient de l'émission spontanée dans les amplificateurs, qui ajoute du bruit dans le signal amplifié. On quantifie la dégradation du SND avec le *noise figure of the amplifier* F_n

$$F_n = \frac{(SNR_e)_{in}}{(SNR_e)_{out}} \tag{6.9}$$

où SNR_e est le SNR électrique [3] (sans bruit) mesuré avec un photo-détecteur idéal (limité par le shot-noise et$\eta = 1$).

Soit un signal d'entrée électrique, nous avons

$$(SNR_e)_{in} = \frac{{I_p}^2}{\sigma_S^2} = \frac{(RP_{in})^2}{2qRP_{in}\Delta f} = \frac{P_{in}}{2h\nu\Delta f} \tag{6.10}$$

La première égalité s'écrit sous l'hypothèse que le signal d'entrée est sans bruit ($I_{dark} = 0$) et que le récepteur est idéal : le bruit au récepteur est dominé par le shot-noise [4]. La seconde égalité vient du photo-détecteur idéal ($\eta = 1 \rightarrow R = q/h\nu$).

Pour le signal de sortie, c'est plus compliqué : il faut avoir un modèle du bruit et savoir comment il va jouer sur les fluctuations du courant [5]. Le calcul sera fait dans le contexte des amplificateurs dopés à l'erbium.

En plus de causer des variations d'amplitudes, l'émission spontanée cause également des fluctuations de la phase du signal amplifié [6]. La phase initial ω_0 est shiftée de $\delta\omega$ (comme si la fréquence de la porteuse) de façon aléatoire. Comme la vitesse de groupe dépend de la fréquence

$$v_g = 1/[\beta'(\omega_0) \ + \delta\omega\beta(\omega_0)\ ] \tag{6.11}$$

FIGURE 6.3 – La vitesse à laquelle les impulsions de signal se propagent est affectée de manière aléatoire après chaque amplificateur.

Le temps de vol de chaque impulsion est légèrement différent à cause de la dispersion de la vitesse de groupe. Le bruit optique ou encore **ASE** (amplified spontaneous emission) est ainsi responsable de fluctuations aléatoires dans le temps d'arrivée de chaque bit dans son slot. On parle de *Gordon-Haus jiter*, qui impose une limitation fondamentale pour les systèmes long-haul.

3. Car au final, c'est ce que l'on va détecter.
4. $(SNR_e) = \frac{I_p^2}{\sigma^2}$ où $\sigma = \sigma_S$, le bruit thermique étant négligeable devant le shotnoise .
5. Soit quantifier l'impact de l'émission spontanée sur le SNR.
6. Même si ces fluctuations sont petites, sur plus de 1000km on voit la différence.

6.1.3 Erbium-doped fiber amplifiers

L'amplificateur optique le plus commun dans les systèmes de télécommunication est l' *erbium-doped fiber amplifier* **EDFA** (pour la bande C, 1530-1565nm). Le cœur d'une telle fibre est dopée avec des ions d'erbium (le verre de la fibre joue le rôle du milieu hôte). Ci-contre, les niveaux d'énergie des ions erbium. Chaque niveau d'énergie est divisé en sous-niveau : on peut représenter les niveaux d'énergies par des bandes [7]. Ainsi, on peut pomper aux alentours de 980nm ou 1480nm. En pompant à 980nm, on crée de l'absorption vers la troisième bande qui se désexcite rapidement vers la seconde bande puis vers le fondamental par émission radiative (spontanée ou stimulée) dans la gamme 1530-1565nm. Sur le schéma de droite est représenté la section efficace d'absorption et la section efficace de gain. On voit que le pompage à 1480nm est possible car la section efficace d'absorption y est plus grande que la section efficace de gain.

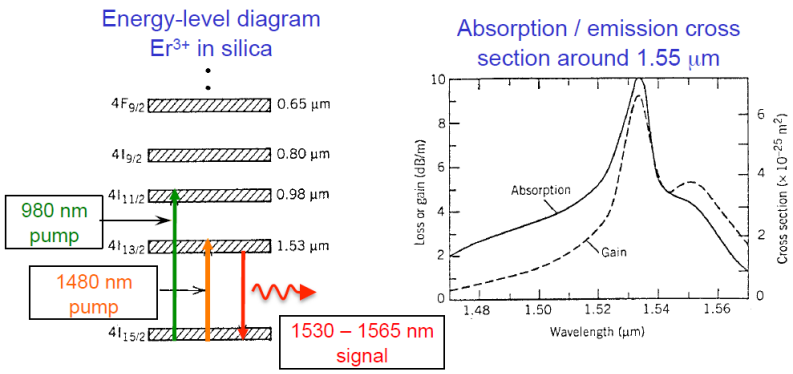


FIGURE 6.4 – Le passage d'une courbe à l'autre dépend de N_i

L'émission stimulée et l'absorption (des ions d'erbium) sont caractérisés par les **sections efficaces** σ^e et σ^a

$$\frac{\partial P}{\partial z} = (\sigma^e N_2 - \sigma^a N_1)P \tag{6.12}$$

- Si $N_2 \gg N_1 \rightarrow g(\omega) = \sigma^e N_2$
- Si $N_2 \ll N_1 \rightarrow \alpha(\omega) = \sigma^a N_1$

Pour l'EDFA, le pompage optique est efficace pour 980nm ou 1480nm (laser SC). L'avantage de l'EDFA est qu'il possède une large bande de gain (35nm) pouvant amplifier simultanément plusieurs signaux dans la bande C (plusieurs canaux de WDM dans la bande C en même temps).

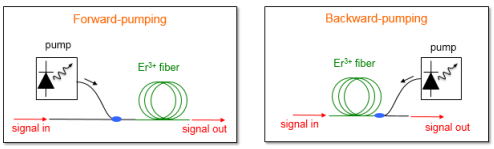


FIGURE 6.5

Deux configurations de pompage sont possibles : "avant" ou "après" la fibre. Pour se faire, on utilise un WDM 980/1550. En terme de performance, il n'y a pas de différence **mais** le *noise figure* F_n peut différer. Parfois, on fait les deux.

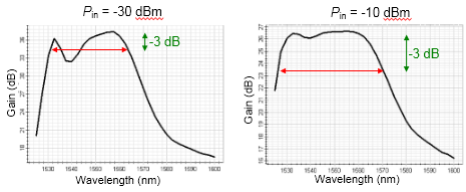


FIGURE 6.6

Nous avons vu que lorsque le signal devient grand, le gain d'amplification diminue par rapport au gain à petit signal(saturation). Ceci a pour conséquence que le gain d'amplification G est "plus plat" [8] que la section efficace d'émission (dans le régime saturé donc) et la bande passante de l'amplificateur est forcément plus

7. Nature amorphe du verre rend la séparation des niveaux différent pour chaque ion
8. On le voit comment ?

grande que dans le régime insaturé. Ci-contre, le graphique de droite est plus proche de la saturation que celui de gauche. On constate effectivement un gain plus "plat" : on travaillera proche de la saturation.

Simple two-level model of the EDFA

Considérons que les deux populations atomiques N_1 et N_2, la puissance de pompe P_p et du signal P_s sont gouvernées par les équations de bilan. Trois hypothèses

1. *Interaction avec un système à deux niveaux.*
   En réalité, il faut trois niveaux pour faire de l'amplification. Cependant, sa durée de vie est courte : il est presque vide.
2. *L'ASE est négligée.*
   On ne considère que l'absorption et l'émission stimulée. L'ASE est cependant bien possible, mais on ne la prend pas en compte dans l'évolution de l'onde du signal.
3. *Le profil des modes et les variations de densité atomique transverses sont négligées.*
   On ne considère qu'une seule dimension spatiale z, le long de la fibre.

I. Équations de la densité atomique

Sous les précédentes hypothèses, l'équation régissant la dynamique de l'état de population dans le niveau supérieur est

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = (\sigma_p^a N_1 - \sigma_p^e N_2)\phi_p + (\sigma_s^a N_1 - \sigma_s^e N_2)\phi_s - \frac{N_2}{T_1} \qquad (1) \tag{6.13}$$

On retrouve l'absorption de la pompes et du signal par les ions dans l'état fondamental ainsi que l'émission stimulée à la pompe et à la longueur d'onde du signal. Le dernier terme correspond à la désintégration spontanée de l'état excité (durée de vie T_1). On notera plus particulièrement

- σ, la section efficace (m^{-2}) d'absorption et d'émission à la longueur d'onde de la pompe et du signal
- $\phi_{p,s} = P_{p,s}/(S.h\nu_{p,s})$ le flux de photons ($\mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-2}$) où S est la section transversale du mode.
- T_1 le temps de vie de la fluorescence (spontanée) ($T_1 = 10$ms pour l'EDFA).

La relation suivante nous donne directement l'équation de bilan pour N_1

$$N_1 + N_2 = N \Rightarrow \frac{\partial N_1}{\partial t} = -\frac{\partial N_2}{\partial t} \qquad (2) \tag{6.14}$$

II. Équation pour les champs (puissance)

L'évolution de la puissance du signal avec z est donnée par

$$\frac{\partial P_s}{\partial z} = (\sigma_s^e N_2 - \sigma_s^a N_1)P_s - \alpha_s^f\ P_s \qquad (3) \tag{6.15}$$

L'évolution du signal de pompe est lui donné par

$$s\frac{\partial P_p}{\partial z} = (\sigma_p^e N_2 - \sigma_p^a N_1)P_p - \alpha_p^f\ P_s \qquad (4) \tag{6.16}$$

où $s = \pm 1$ selon le sens du pompage. Nous allons faire l'hypothèse que la longueur de d'amplificateur est petite (quelques dizaines de mètres) de sorte à considérer $\alpha_{p/s}^f \approx 0$. On remarque que

ces deux équations ne sont que les équations de Beer-Lambert où le gain est explicité en fonction des densités atomiques. Elles ne tiennent pas compte de l'émission spontanée, très faible (et de plus, peu se retrouvent dans la fibre et dans le mode que l'on cherche à amplifier [9].

Faisons deux hypothèse supplémentaires

4. *La fibre est courte.*
   On néglige ses pertes
5. *Propagation d'un signal continu (de même pour la pompe) et équation stationnaire ($\partial N_2/\partial t = 0$.*

A partir de (1), on peut extraire une expression de $N_2(z)$ fonction des densités atomiques et des flux de photons du signal et de la pompe

$$N_2(z) = T_1 \left((\sigma_p^a N_1 - \sigma_p^e N_2)\phi_p + (\sigma_s^a N_1 - \sigma_s^e N_2)\phi_s \right) \tag{6.17}$$

En utilisant (3) et (4), la précédente relation devient

$$N_2(z) = -\frac{sT_1}{Sh\nu_p}\frac{\mathrm{d}P_p}{\mathrm{d}z} - \frac{T_1}{Sh\nu_s}\frac{\mathrm{d}P_s}{\mathrm{d}z} \tag{6.18}$$

où $\phi_s = P_s/(Sh\nu_s)$. En combinant cette dernière équation avec à nouveau l'équation (3), on trouve une EDO1 qui peut être intégrée

$$\frac{\mathrm{d}P_s}{\mathrm{d}z} = [\sigma_s^e N_2 - \sigma_s^a (N - N_2)]P_s = \left(-s\frac{T_1(\sigma_s^e + \sigma_s^a)}{Sh\nu_p}\frac{\mathrm{d}P_p}{\mathrm{d}z} - \frac{T_1(\sigma_s^e + \sigma_s^a)}{Sh\nu_s}\frac{\mathrm{d}P_s}{\mathrm{d}z} - \sigma_s^a N \right) P_s \tag{6.19}$$

Celle-ci nous donne l'évolution de la puissance du signal. On y trouve l'absorption de l'onde du signal $\alpha_s = \sigma_s^a N$. En considérant la saturation intrinsèque de la puissance du signal ($\nu_s \approx \nu_p = \nu$)

$$P_s^{IS} = \frac{Sh\nu}{T_1(\sigma_s^e + \sigma_s^a)} \tag{6.20}$$

L'équation devient

$$\frac{\mathrm{d}P_s}{P_s} = -\left(\frac{1}{P_s^{IS}}(s\frac{\mathrm{d}P_p}{\mathrm{d}z} + \frac{\mathrm{d}P_s}{\mathrm{d}z}) + \alpha_s \right) \mathrm{d}z \tag{6.21}$$

Celle-ci n'est modélisée que par deux paramètres : la puissance de saturation intrinsèque à la longueur d'onde du signal et la coefficient d'absorption [10].

Intégrons cette ED entre le début ($z = 0$) et la fin ($z = L$) de l'amplificateur ($s = 1$)

$$P_s^{out} = P_s^{in} e^{-\alpha_s L} e^{(P^{in} - P^{out})/P_s^{IS}} \tag{6.22}$$

Il s'agit de l'expression de la puissance de sortie du signal en fonction de la puissance totale d'entrée $P^{in} = P_p^{in} + P_s^{in}$ et de la puissance totale de sortie $P^{out} = P_p^{out} + P_s^{out}$. Par un raisonnement similaire, pour la pompe

$$P_p^{out} = P_p^{in} e^{-\alpha_p L} e^{(P^{in} - P^{out})/P_p^{IS}} \tag{6.23}$$

où $\alpha_p = \sigma_p^a N$ et $P_p^{IS} = \frac{Sh\nu}{T_1(\sigma_p^e + \sigma_p^a)}$.

9. Si le signal est très petit, ce n'est plus le cas.
10. Celui-ci est relié à l'absorption par les ions d'erbium lorsque ceux-ci se trouvent dans le fondamental. C'est donc l'absorption subie par le signal lorsqu'il n'y a pas de pompe, si le signal d'entrée est suffisamment faible.

La puissance totale de sortie s'obtient en sommant les deux contributions

$$\sum \Rightarrow P^{out} = P_s^{in} e^{-\alpha_s L} e^{(P^{in}-P^{out})/P_s^{IS}} + P_p^{in} e^{-\alpha_p L} e^{(P^{in}-P^{out})/P_p^{IS}} \tag{6.24}$$

Il s'agit d'une équation transcendantale en P^{out} (tout est connu, sauf lui). La résolution de cette équation donnera P^{out} et donc P_s^{out}. Quelques remarques avant d'aborder la résolution numérique

- Il y a seulement deux paramètres dépendant de la longueur : l'atténuation α et la puissance de saturation intrinsèque P^{IS}
- Le gain d'amplification et les caractéristiques de saturation sont indépendantes de la configuration de pompage (soit le signe de s)
- Le modèle peut être généralisé à N faisceaux, mais l'équation sera toujours transcendantale.
- Le modèle est toujours valable quand la puissance de signal d'entrée domine la puissance d'entrée du bruit.

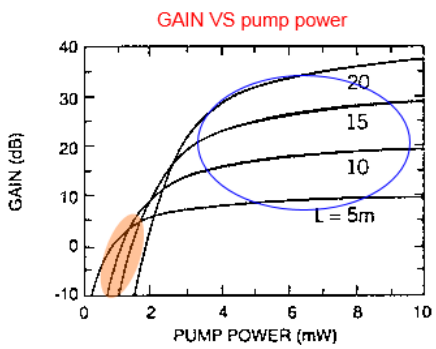


FIGURE 6.7

Ci-contre, la résolution numérique d'un amplificateur donné (longueur fixée). Pour une petite puissance, le gain est négatif (orange) et celui-ci sature lorsque la puissance de pompage devient grande (rond bleu). En effet, à petite puissance l'énergie est totalement absorbée par l'amplificateur : les ions Er restent dans l'état fondamental et absorbent une partie du signal. Pour une grande puissance de pompe, tous les atomes sont dans un états excité et le gain ne peut plus augmenter (le milieu devient transparent, avoir une pompe plus puissante ne sert à rien). On remarque également que, pour une puissance d'entrée importante, le facteur d'amplification augmente avec la longueur de l'amplificateur [11].

Ci-contre est représenté l'évolution du gain en fonction de la longueur de l'amplificateur, pour différente puissances de pompes. On voit que pour une longueur donnée, il existe une longueur qui maximise le gain : au delà de cette longueur, le gain diminue car le signal est absorbé par les ions non excités. La longueur optimale L_{opt} **dépend** de la puissance de pompe, on ne peut pas les choisir indépendamment.

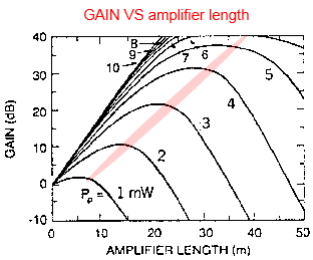


FIGURE 6.8

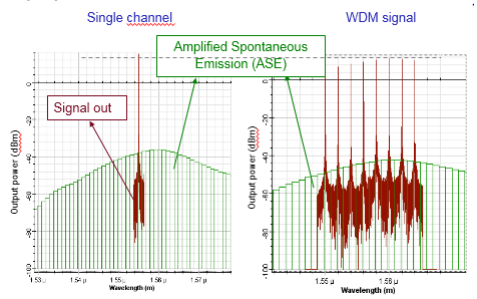


FIGURE 6.9

Considérons maintenant la simulation numérique du signal d'amplification en présence d'ASE : à la fois le signal et l'émission spontanée sont amplifiés. A gauche, un seul canal est utilisé et plusieurs sont utilisés à droite. On remarque que l'amplification est plus importante lorsqu'un seul signal est amplifié. Dans un système à WDM, la puissance moyenne dans un canal à la sortie de l'amplificateur dépend

11. Pour des petites puissances de pompe, l'augmentation du gain est exponentielle

de la présence et du nombre de signaux à d'autres longueurs d'onde : cause des fluctuations du signal de puissance au récepteur [12]. Les plus observateurs remarqueront que l'ASE est également réduit lorsque plusieurs canaux sont utilisés [13].

Quelques discussions sur ces résultats

- Il y a toujours du bruit à cause de l'ASE, mais la saturation causée par l'amplification réduit son niveau.
- L'effet de "saturation de gain croisé" est une source de cross-talk entre les canaux commun à tous les amplificateurs optiques.
- La non-uniformité du gain est une limitation de l'EDFA.

Amplification of pulses in EDFA

Jusqu'ici nous nous sommes intéressés à l'amplification de signaux continus, mais qu'en est-il des impulsions (important pour le codage d'informations) ? Ce n'est pas évident car la réponse dépend de l'énergie de l'impulsion. Pour avoir la réponse à la question, nous allons résoudre les équations de bilan en prenant en compte le profil du pulse. Heureusement, lorsque la **durée du pulse** est **plus courte** que le temps de fluorescence T_1, le système est facilement résolvable avec une pompe continue et un signal pulsé.

Partons de l'équation de l'équation de bilan (1) décrivant l'évolution de N_2

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = (\sigma_p^a N_1)\phi_p + \sigma_s(N_1 - N_2)\phi_s - \frac{N_2}{T_1} \tag{6.25}$$

où on suppose $\sigma_p^e \approx 0$ (émission à la longueur d'onde de la pompe négligeable [14]) et que les sections efficaces d'émission et d'absorption sont à peu près les même à la longueur d'onde du signal $\sigma_s^e \approx \sigma_s^a = \sigma_s$. Ceci se justifie avec la Figure 6.4.
Par définition du gain optique, en introduisant l'inversion de population $\mathcal{D}$ on peut ré-écrire N_1 et N_2

$$g = \sigma_s(N_2 - N_1) = \sigma_s \mathcal{D} \tag{6.26}$$

où $N_1 = (N - \mathcal{D})/2$ et $N_2 = (N + \mathcal{D})/2$. On trouve alors la variation du gain à une position donnée z dans l'amplificateur en fonction du temps

$$\frac{\partial g(z,t)}{\partial t} = -g(\sigma_p^a \phi_p + \frac{1}{T_1}) + N\sigma_s(\sigma_p^a \phi_p - \frac{1}{T_1}) - 2g\sigma_s\phi_s \tag{6.27}$$

S'il n'y a pas de signal d'entrée ($\phi_s = 0$), on retrouve le gain à petit signal g_0 en étudiant le cas stationnaire (logique, car pas de signal d'entrée c'est un "petit" signal)

$$g_0 = N\sigma_s(T_1\sigma_p^a\phi_p - 1)/(T_1\sigma_p^a\phi_p + 1) \tag{6.28}$$

où $g_0 > 0$ lorsque $\sigma_p^a \phi_p T_1 > 1$. Il s'agit d'une condition sur le signal de pompe pour avoir inversion de la population.

12. D'où l'importance de contrôler le gain automatiquement dans chaque canal du bloc récepteur !
13. On verra en effet que l'ASE dépend linéairement du facteur d'amplification.
14. C'est-à-dire que le taux d'émission stimulée à cette longueur d'onde est négligeable par taux de décroissance du niveau $3 \to 2$ des ions d'Er. Cette dernière est rapide et la population atomique est soit dans le premier état excité, soit dans le fondamental, c'est à dire $N = N_1 + N_2$.

On peut donc ré-écrire l'équation différentielle pour g qui dépend maintenant de g_0

$$\frac{\partial g(z,t)}{\partial t} = (g_0 - g)(\sigma_p^a \phi_p + \frac{1}{T_1}) - 2g\sigma_s \phi_s(z,t) \tag{6.29}$$

Écrivons le flux de photons du signal en fonction de la puissance d'entrée

$$\phi_s(z,t) = \frac{P_s(z,t)}{Sh\nu_s} \tag{6.30}$$

où S est la surface effective du faisceau, qui prend en compte le profil du mode exact. Introduisons également la saturation en énergie intrinsèque du milieu à la longueur d'onde du signal

$$E_s^{IS} = \frac{Sh\nu_s}{2\sigma_s} = P_s^{IS} T_1 \tag{6.31}$$

Cette énergie joue le même rôle que la puissance de saturation, mais pour l'amplification de pulse et non pas d'un signal continu [15].

Nous allons essayer de simplifier (6.29) en limitant l'équation à l'utilisation en télécommunications. En NRZ, 1Gbits/s donne un temps bit de l'ordre de la ns (durée de l'impulsion). C'est beaucoup plus court que la durée de vie de la fluorescence $T_1 \approx 10$ms et que le temps caractéristique de pompage $(\sigma_p^a \phi_p)^{-1}$. Le premier terme ($\propto (g - g_0)$) peut alors être négligé durant l'amplification du pulse

$$\frac{\partial g(z,t)}{\partial t} = -gP_s(z,t)/E_s^{IS} \tag{6.32}$$

Cette équation s'intègre facilement

$$\int_{g_0}^{g(t)} \frac{dg}{g} = -\int_{-\infty}^{t} P_s(\tau)/E_s^{IS} d\tau \tag{6.33}$$

Ce qui donne

$$g(z,t) = g_0(z) \exp\left(-\int_{-\infty}^{t} P_s(z,\tau)/E_s^{IS} d\tau\right) \tag{6.34}$$

Tant que l'énergie de l'impulsion du signal est inférieure à l'énergie de saturation, le gain n'est pas affecté par l'amplification du pulse et il reste égal à g_0. L'énergie du pulse étant donnée par

$$E_s(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_s(t,z) dt << E_s^{IS} \tag{6.35}$$

Celle-ci vaut à peu près $P.\Delta t = 1ns.1mW \approx pJ$ et donc l'exponentielle fait donc à peu près 1. Si le gain ne varie pas, c'est parce que l'énergie transférée au pulse est négligeable par rapport à l'énergie "disponible" dans le milieu atomique. En conclusion, en télécommunication, le gain peut être supposé constant et il ne dépend pas du modèle exact de l'impulsion.

$$g(z,t) = g_0(z) \tag{6.36}$$

Le gain ne varie pas de pulse à pulse et la saturation du gain est gouvernée par la **moyenne** du signal et pas la puissance de pic d'une impulsion.

15. Lorsque l'énergie du pulse est éloigné de cette valeur, le gain est non-saturé mais le gain est réduit lorsqu'on s'approche de cette valeur. Elle vaut à peu près 10μJ pour l'EDFA (valeur énorme).

Amplifier noise in EDFA and the noise figure F_n

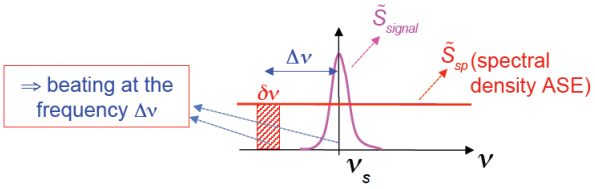


FIGURE 6.10

Dans l'EDFA, l'ASE ajoute du bruit au signal amplifié causant une dégradation (limité par le shot-noise, inévitable) du SNR_e. Cette dégradation est quantifiée par la *noise figure* F_n

$$F_n = \frac{(SNR_e)_{in}}{(SNR_e)_{out}} \tag{6.37}$$

Cette ASE va causer une fluctuation de la puissance du signal optique à case d'un battement entre le signal à une longueur d'onde et l'ASE à une autre longueur d'onde. Le battement entre deux bandes spectrales différentes dans l'ASE donne aussi lieu à des fluctuations de puissance. Il est donc nécessaire de calculer la densité spectrale de l'ASE !

1. SPECTRAL DENSITY OF THE ASE ?

Le but ici est de donner le nombre de photons à la sortie d'un amplificateur connaissant le nombre de photons à son entrée, en tenant compte de l'émission spontanée à la longueur d'onde de travail. Faisons deux hypothèses

1. Le profil du monde et la densité atomique transverse sont négligés.
2. Système atomique à deux niveaux avec une densité spectrale de radiation [16] $\rho_s(\nu)$ dans un guide d'onde monomode.

Nous allons nous baser sur les taux d'absorption et d'émission

$$R_{abs} = \int B\ f(\nu) N_1\ \rho_s d\nu, \qquad R_{stim} = \int B\ f(\nu) N_2\ \rho_s d\nu \tag{6.38}$$

où $[N_j] = m^{-3}$ et où $f(\nu)$ est la *lineshape function* qui inclus la dépendance de la fréquence des photons dan l'interaction lumière-matière.

1. **Contribution cohérente**

   Nous parlons ici de l'amplification d'une onde monochromatique. Il faut commencer par écrire la densité spectrale de radiation

$$\rho_s = (\phi_s/v_g) h\nu_s \delta(\nu - \nu_s) \tag{6.39}$$

   où n_p est la densité d'énergie [17]. On peut la réécrire $n_p = \phi_p/v_g$, le flux de photons divisé par la vitesse de groupe. On en tire

$$\begin{aligned} \int_V (\phi_p/v_g)\, h\nu \int_\nu Bf(\nu) N_1 \delta(\nu - nu_s) d\nu dV &= -\int (\phi_p/v_g)\, h\nu_s f(\nu_s) N_1 dV \\ &= -\int_V (\phi_p/v_g)\, dV h\nu_s B f(\nu_s) N_1 \\ &= -Bf(\nu_s) h\nu_s N_p N_1 \end{aligned} \tag{6.40}$$

   car $\int_V (\phi_p/v_g)\, dV = N_p$ avec $[N_p] = 1$ (⚠). Il s'agit du nombre d'absorption par unité de temps et de volume. Sa variation est donnée par

$$\left.\frac{dN}{dt}\right|_{abs} = -\int R_{abs}\ dV \tag{6.41}$$

16. Densité d'énergie par unité de volume et de fréquence.
17. Quantité d'énergie par unité de volume et de fréquence.

En faisant de même pour l'émission spontanée, on peut en déduire

$$\frac{d}{dt}N_P\Big|_{coh} = \int (R_{stim} - R_{abs})\, dV = Bf(\nu_s)h\nu_s(N_2 - N_1)N_P \tag{6.42}$$

Sachant que la vitesse de groupe est donnée par $v_g = c/n_g = (\frac{\partial\beta}{\partial\omega})^{-1}$, on en tire $\frac{d}{dt}N_P = v_g\frac{d}{dz}N_P$ de sorte à écrire

$$\Rightarrow \frac{d}{dz}N_P\Big|_{coh} = \sigma(N_2 - N_1)N_P = gN_P \tag{6.43}$$

où l'on reconnaît la **section efficace "d'interaction"** $\sigma = Bf(\nu_s)h\nu_s/v_g$. Le gain en $[m^{-1}]$ est donné par $\sigma(N_2 - N_1)$.

2. **Distribution incohérente**
   Plus dur, il faut prendre en compte l'émission spontanée. Comment écrire le taux d'émission spontané à ν_s dans le mode guidé ? Écrivons le taux *total* d'émission spontané

$$R_{sp} = \int A\, N_2 f(\nu)d\nu = \int \frac{8\pi\nu^2}{c^3}h\nu\; BN_2 f(\nu)d\nu \tag{6.44}$$

   où nous avons utilisé la définition du coefficient d'Einstein $A = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}h\nu B$. Grâce à la densité spectrale de mode [18] $(8\pi\nu^2/c^3)$, on calcule l'émission à toutes les fréquences. Or, ce qui nous intéresse, c'est uniquement ce qui est émis dans le mode guidé : on veut pour un seule mode. On ne va plus considérer l'intégrale sur toute les fréquences et la remplacer par '1' pour n'avoir la contribution que d'un seule mode

$$\frac{d}{dz}N_p\Big|_{incoh} = (Bf(\nu_s)h\nu_s/v_g).1.N_2 = \sigma N_2 \tag{6.45}$$

   Il s'agit bien de l'émission spontanée à **un** mode, à **un** état de polarisation **et** à ν_s.

3. **En tenant les deux en compte**
   En sommant les deux contributions

$$\frac{d}{dz}N_p = \sigma(N_2 - N_1)(N_p + \frac{N_2}{N_2 - N_1}) = g(N_p + n_{sp}) \tag{6.46}$$

   où $n_{sp} = N_2/(N_2 - N_1)$ est le **facteur d'émission spontané**.

Maintenant que nous avons la contribution totale, il faut l'intégrer du début ($z = 0$) à la fin de l'amplificateur ($z = L$)

$$\int_{N_p(0)}^{N_p(L)} \frac{dN_p}{N_p + n_{sp}} = \int_0^L g dz \qquad \Rightarrow \qquad \Rightarrow N_p(L) = [N_p(0) + n_{sp}]e^{gL} - n_{sp} \tag{6.47}$$

où $N_p(0)$ est le nombre de photons au début de l'amplificateur et $N_p(L)$ le nombre à la fin (ce qu'on cherche). On en tire, en se souvenant que $G = e^{gL}$

18. Le nombre de modes par unité de volume et de fréquence

$$N_p(L) = GN_p(0) + (G-1)n_{sp} \tag{6.48}$$

où $(G-1)n_{sp}$ est une phase aléatoire responsable du signal de bruit. Celle-ci est bien amplifiée $(G-1)$.

La contribution de l'**émission spontanée** est équivalent à **l'amplification de n_p photons** (par mode) dans un amplificateur idéal avec un facteur d'amplification $G-1$.

Lorsqu'il n'y a pas de signal d'entrée ($N_p(0) = 0$), $N_p(L)$ donne l'émission spontanée amplifiée (ASE) dans le mode guidé et à la fréquence ν. La **densité spectrale d'ASE** (dans un état de polarisation) à la sortie de l'amplificateur est *presque constante* (bruit blanc) et peut s'écrire

$$\tilde{S}_{ASE} = (G-1)n_{sp}h\nu \tag{6.49}$$

Remarques

- Le niveau d'ASE est plus bas en présence d'un signal grâce aux effets de saturation du gain ($G \ll G_0$ quand $P_{out} \approx P_s^{IS}$).
- Lorsque la section efficace d'absorption est différente de celle d'émission, le facteur d'émission spontané s'écrit
$$n_{sp} = \sigma_s^e N_2/(\sigma_s^e N_2 - \sigma_s^a N_1) \tag{6.50}$$
- Pour un amplificateur idéal $N_2 \gg N_1$ (inversion de population complète), $n_{sp} \to 1$. Souvent, on fait dès lors l'hypothèse que le bruit rajoute un photon par mode.

2. Contribution of the ASE to the output SNR_e ?

Les photons incohérents générés par l'émission spontanée causent des fluctuations de l'amplitude du signal électrique à cause d'un **battement** entre les photons à différentes fréquences. Le photo-courant s'écrit

$$I(t) + I_p + i_S(t) + i_{S-ASE}(t) + i_{ASE-ASE}(t) \tag{6.51}$$

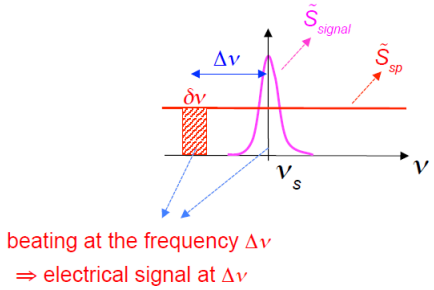


Figure 6.11

Même si l'amplitude de l'ASE est petite comparée à l'amplitude du signal, le battement $ASE - ASE$ peut être important car chaque paire de fréquence séparée de $\Delta\nu$ contribue aux fluctuations du courant à la fréquence $\Delta\nu$. Pour minimiser la contribution du battement entre bandes spectrales séparée, on va insérer un *filtre optique* de bande passante $\Delta\nu_{opt}$ avant le récepteur [19]. Ainsi, pour $G > 10$ dB, la contribution principale du bruit vient de i_{S-ASE}.

Le photo-courant généré par le signal d'amplification étant $I = R.\sqrt{G}E_{in} + E_{sp}{}^2$, le **courant de bruit** résultant du battement *signal-ASE* est donc

$$i_{sig-ASE}(t) = 2R\sqrt{GP_{in}}E_{sp}\cos[\Delta\phi(t)] \tag{6.52}$$

où le terme $\cos(\ldots)$ est responsable d'une phrase aléatoire variant rapidement.

19. Limite le nombre de paire possible.

On calcule la variance du signal de battement dans la bande passante du **récepteur** Δf ainsi que la moyenne sur les fluctuations comme nous avions fait pour le shot et thermal noise

$$\sigma^2_{sig-sp} = 4R^2 G P_{in}(\tilde{S}_{ASE} 2\Delta f).\frac{1}{2} \tag{6.53}$$

On retrouve un $2\Delta f$ car le battement à $\Delta\nu$ peut provenir d'une bande décalée de $\Delta\nu$ ou décalée de $-\Delta\nu$. Encore une fois, il convient de regarder ici uniquement ce qui passe à travers le filtre passe-bas.

On en déduit le SNR$_e$ de sortie

$$(SNR)_{out} = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma^2_{sig-sp}} = \frac{(RGP_{in})^2}{2qRGP_{in}\Delta f + 4R^2 G P_{in}\tilde{S}_{ASE}\Delta f} \tag{6.54}$$

Comme $R = q/h\nu$ et $\tilde{S}_{ASE} = (G-1)n_{sp}h\nu$, on peut réécrire le SNR$_e$ à la sortie de l'amplificateur

$$(SNR)_{out} = \frac{GP_{in}}{2h\nu\Delta f[1 + 2(G-1)n_{sp}]} \tag{6.55}$$

3. Noise figure F_n of the amplifier ?
Maintenant que nous avons tous les éléments nécessaire en notre possession, nous pouvons calculer le F_n.

Signal d'entrée

$$(SNR_e)_{in} = \frac{{I_p}^2}{\sigma_S^2} = \frac{(RP_{in})^2}{2qRP_{in}\Delta f} = \frac{P_{in}}{2h\nu\Delta f} \tag{6.56}$$

où la première égalité suppose $I_{dark} = 0$ et que nous sommes limités par le shot noise. La seconde égalité suppose que nous avons un photodétecteur idéal ($\eta = 1$) : $R = q/h\nu$.
⚠ Δf est bien la bande passante du linear channel du **détecteur** !

Signal de sortie

$$(SNR_e)_{out} = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma^2_{sig-sp}} = \frac{(RGP_{in})^2}{2qRGP_{in}\Delta f + 4R^2 G P_{in}\tilde{S}_{ASE}\Delta f} = \frac{GP_{in}}{2h\nu\Delta f[1 + 2(G-1)n_{sp}]} \tag{6.57}$$

En effectuant le rapport des deux

$$F_n = \frac{(SNR)_{in}}{(SNR)_{out}} = \frac{P_{in}}{2h\nu\Delta f}\frac{2h\nu\Delta f[1 + 2(G-1)n_{sp}]}{GP_{in}} = 2n_{sp}(1 - \frac{1}{G}) + \frac{1}{G} \approx 2n_{sp} \tag{6.58}$$

La dernière "égalité" suppose que $G \gg 1$.

Cette expression est simplifiée car elle ne tient pas compte de la dépendance en z. Dans le cas du bruit le plus faible possible $n_{sp} = 1$, on trouve $F_n = 2$ soit une dégradation du SNR$_e$ de 3 dB. C'est le minimum de bruit possible.

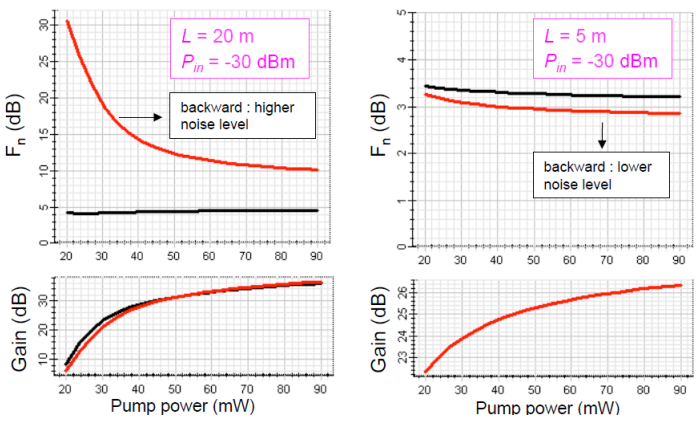


FIGURE 6.12

Regardons comment varie la figure de bruit. En noir nous avons le forward et en rouge le backward. On remarque que le gain est quasi identique pour les deux situations, mais pas le F_n. On remarque que la situation *backward* introduit un plus grand niveau de bruit, près de 30 dB pour une puissance de pompe peu élevée. En effet, si l'on pompe à la fin d'une longue fibre avec une faible puissance, nous aurons à l'avant $N_1 > N_2$ et à l'arrière $N_2 > N_1$. En se propageant, le signal va d'abord diminuer par absorption puis il va attaquer la région de gain avec un signal très faible, quasi nul. Il n'y a absolument pas d'effet de saturation du gain et le bruit d'ASE correspond au maximum que l'on peut avoir. Dans la situation inverse, on augmentera exponentiellement le signal causant une saturation du gain, et donc, une diminution de l'ASE.

Optical pre-amplification

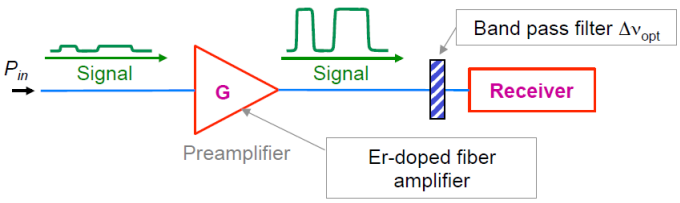


FIGURE 6.13

Une application de l'amplificateur optique est d'amplifier le signal juste avant le récepteur. Le but de ceci est d'avoir une plus longue distance de propagation entre le transmetteur et le récepteur. Ce préamplificateur va augmenter la puissance moyenne du signal qui atteint le récepteur mais aussi le bruit à cause de l'ASE. Dès lors, *la sensibilité du récepteur avec un préampli est-elle meilleure que le récepteur seul ?* Le SNR nous le dira.

- Si le récepteur est limité par le **shot noise**

$$(SNR_e)_{preamp} = \frac{SNR_e{}^{Shotnoise}}{F_n} \tag{6.59}$$

  La dégradation est liée à $1/F_n$. Au mieux, on le diminue d'un facteur 2. Un préamplificateur optique n'aide pas dans cette situation.
- Cas général

$$(SNR_e)_{preamp} = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma_{sig-ASE}^2 + \sigma_T^2} = \frac{(RGP_{in})^2}{2qRGP_{in}\Delta f + 4R^2GP_{in}\tilde{S}_{ASE}\Delta f + F_{n,e}(4k_BT/R_L)\Delta f} \tag{6.60}$$

$$(SNR_e)_{PIN} = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma_T^2} = \frac{(RP_{in})^2}{2qRP_{in}\Delta f + F_{n,e}(4k_BT/R_L)\Delta f} \tag{6.61}$$

Quand la sensibilité du récepteur est limitée par le bruit thermique, la pré-amplification augmente le SNR_e. On peut montrer (*slide 36*) que

$$\bar{P}_{rec} = 2Q^2 \frac{G-1}{G} n_{sp} h\nu \Delta f \tag{6.62}$$

où Δf est un filtre passe-bas dans le récepteur ? [20]

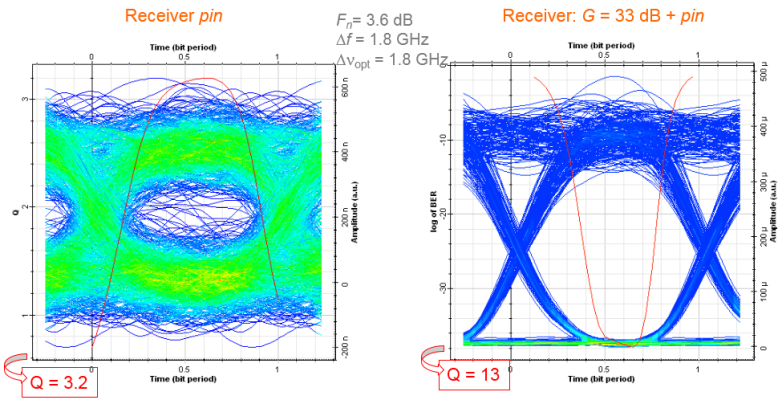


FIGURE 6.14

Lumped amplification

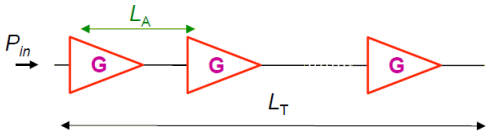


FIGURE 6.15

Les lignes de transmission *long-haul* ont besoin de beaucoup d'amplificateurs pour compenser les pertes fibrées. Soit L_A, la distance entre deux amplificateurs et $\exp(-\alpha L_A)$ les pertes entre ces deux égales. Il faut au moins que la perte soit compensée par l'amplificateur de gain G

$$G = e^{\alpha L_A} \tag{6.63}$$

Il ne faut pas oublier que chaque amplificateur ajoute de l'émission spontanée : l'ASE augmente linéairement avec le nombre d'étages. L'ASE est préjudiciable pour deux raisons : elle dégrade le SNR et elle peut saturer l'amplificateur optique (diminution du gain).

L'ASE est augmentée [21] à chaque amplificateur mais est aussi atténuée entre deux étages. L'ajout net d'ASE de chaque amplificateur $\tilde{S}^1_{ASE}$ peut simplement être ajoutée

$$P^{tot}_{ASE} = 2N_A \tilde{S}^1_{ASE} \Delta\nu_{opt} \tag{6.64}$$

La puissance totale prend en compte les deux polarisations (ASE non polarisée), le nombre total d'étages $N_A = L_T/L_A$, la densité spectrale d'ASE et la bande passante du **filtre optique** dans le récepteur. En explicitant

$$P^{tot}_{ASE} = 2N_A \Delta\nu_{opt} n_{sp} h\nu (G-1) \tag{6.65}$$

La puissance d'ASE augmente avec $N_A(G-1)$, elle peut devenir non-négligeable. Cependant, $N_A = \frac{L_T}{L_A} = \frac{\alpha L_T}{\ln(G)}$. On peut réécrire cette expression en fonction de G

$$P^{tot}_{ASE} = 2n_{sp} h\nu L_T \alpha \Delta\nu_{opt} (G-1)/\ln(G) \tag{6.66}$$

20. **A vérifier**
21. Linéairement, et pas amplifiée. A vérifier.

L'augmentation de la puissance de l'ASE est proportionnelle à $(G-1)/\ln(G)$: plus G est petit à chaque étage, moins l'ASE est important. De plus, plus L_A est petit, plus la puissance d'ASE diminue. L'idéal est donc d'avoir un maximum d'étage avec le plus petit gain sur chacun, mais ça coûte cher.

Il y a un compromis entre le nombre d'amplificateurs et la dégradation du SNR$_o$. Ce dernier est défini par

$$SNR_o = \frac{P_s}{P_{ASE}^{tot}} = \frac{P_{in}}{P_{ASE}^{tot}} = \frac{P_{in}\ln(G)}{2n_{sp}h\nu L_T\alpha\Delta\nu_{opt}(G-1)} \tag{6.67}$$

En considérant ces deux expressions

$$SNR_o = \frac{P_s}{P_{ASE}^{tot}} = \frac{P_s}{2\tilde{S}_{ASE}\Delta\nu_{opt}}, \qquad Q \approx \frac{I_1}{\sigma_{sig-ASE}} = \frac{RP_s}{\sqrt{4R^2P_s\tilde{S}_{ASE}\Delta f}} \tag{6.68}$$

On peut mettre en évidence un lien entre le SNR$_o$ et le facteur de qualité Q

$$\Rightarrow\ Q = \sqrt{SNR_o\ M/2} \tag{6.69}$$

où $M = \Delta\nu_{opt}/\Delta f$. Comme nous ne considérons ici que le signal de battement $ASE - ASE$

$$Q = \frac{SNR_o\sqrt{M}}{\sqrt{2SNR_o+1}+1} \tag{6.70}$$

L'expression devient

$$SNR_o = \frac{2Q^2}{M} + \frac{2Q}{\sqrt{M}} = \frac{P_s}{2\tilde{S}_{ASE}\Delta\nu_{opt}} \tag{6.71}$$

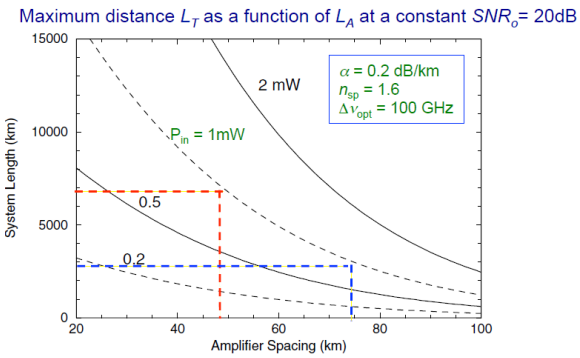


FIGURE 6.16

où nous avons utilisé la définition du SNR$_o$ pour la seconde égalité. Cette expression montre que le SNR$_o$ augmente rapidement lorsque M est réduite en dessous de 10. La réduction de M impose une augmentation de Q pour maintenir un SNR$_o$ constant.

En pratique, le SNR$_o$ est supérieur à 20 dB et la puissance maximale est proche de 1 mW à cause des effets non linéaires (forward mixing). Ceci implique que pour une distance L_T, il y a une limite supérieur à L_A pour conserver SNR$_o$ > 20 dB. A titre d'exemple, pour une puissance de l'ordre de 1 mW, pour une transmission transatlantique (rouge), il faut un amplificateur tous les 50 km.

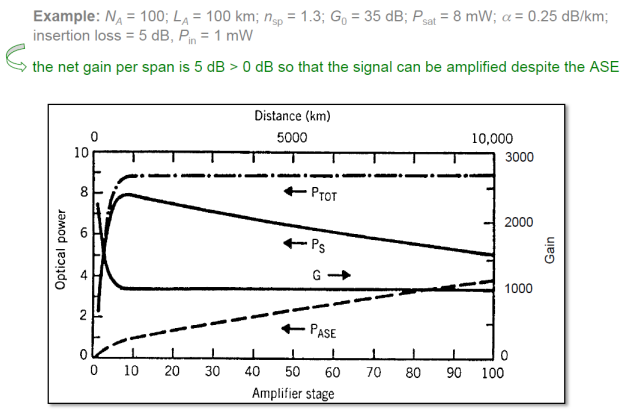


FIGURE 6.17

Considérons l'évolution de la puissance du signal et de l'ASE le long d'une chaîne d'amplificateurs dopés à l'erbium. On va calculer les pertes juste avant un amplificateur à juste avant le prochain amplificateur. Les pertes par propagation sont de $100\alpha = 25$ dB et les pertes par insertion de 5 dB, portant les pertes totales à 30 dB ce qui est plus petit que $G_0 = 35$ dB. Si c'était égal, l'ASE poserait problème (build-up). La puissance totale va se séparer en $P_S + P_{ASE}$ où P_{ASE} ne va faire que augmenter. Si *gain* = *pertes*, rien de grave pour le premier canal. Mais pour le second, on est en présence d'ASE qui va également être amplifiée et le signal va déjà commencer à diminuer, d'où l'excès de gain de 5 dB.

On voit que la puissance total augmente jusqu'au niveau ou le gain compense les pertes (saturation). Ensuite, elle est constante. Rappelons que comme $P_{tot} = c^{te}$ et que P_{ASE} augmente, P_S doit forcément diminuer. Au début P_S augmente car excès de gain puis diminue à cause de la répartion avec l'ASE. Ici le SNR_o est proche de 1 alors qu'il faut au moins 7 : il est très mauvais, et la ligne de transmission aussi. Ce n'est pas étonnant car pour une ligne de 10'000km, il faut des amplificateurs plus fréquemment que ce qui est utilisé ici, à savoir tous les 100km.

Le système est donc auto-régulé : après quelques étages, la puissance **totale** reste constante. La puissance totale est telle que la perte par étage est exactement compensée par le gain saturé

$$G = G_0 \exp\left[\frac{1-G}{G} \cdot \frac{P_s + P_{ASE}}{P_{sat}}\right] \tag{6.72}$$

Même si ce modèle est simple, il permet de trouver la puissance totale

$$P_{tot} \approx \ln\left(\frac{G_0}{G}\right) P_{sat} = 9.2\text{mW} \tag{6.73}$$

6.1.4 Raman amplifiers

Les amplificateurs Raman fibrés amplifient le signal grâce au **stimulated Raman scattering** (SRS). La diffusion de Raman est une diffusion inéalistique dans laquelle un photon est diffusé par une molécule et la différence d'énergie entre le photon incident et diffusé excite un état de vibration du système (phonons $h\Omega$). Le photon diffusé a donc une énergie ($\hbar\omega_s$) inférieure à l'énergie de la pompe ($\hbar\omega_p$). Si la différence d'énergie $\hbar\omega_s = \hbar\omega_p - \hbar\Omega$ correspond à l'énergie du signal, celui-ci est amplifié. L'étude du spectre Raman permet de retrouver l'emprunte spectrale de la molécule utilisée.

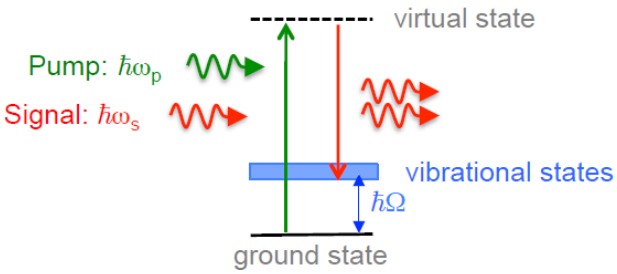


FIGURE 6.18

La présence de la pompe et du signal simultanément va causer au battement qui va forcer la molécule à vibrer à la différence de fréquence angulaire Ω. Ceci va exciter un état vibrationnel et la différence d'énergie est un photon supplémentaire pour le signal : transfert d'énergie. Tout se passe donc comme si l'absorption d'un photon pompe excitait la molécule dans un état virtuel et que, en même temps, le signal photon stimule l'émission d'un second photon de signal et la décroissance de la molécule à l'un de ses états vibrationnels.

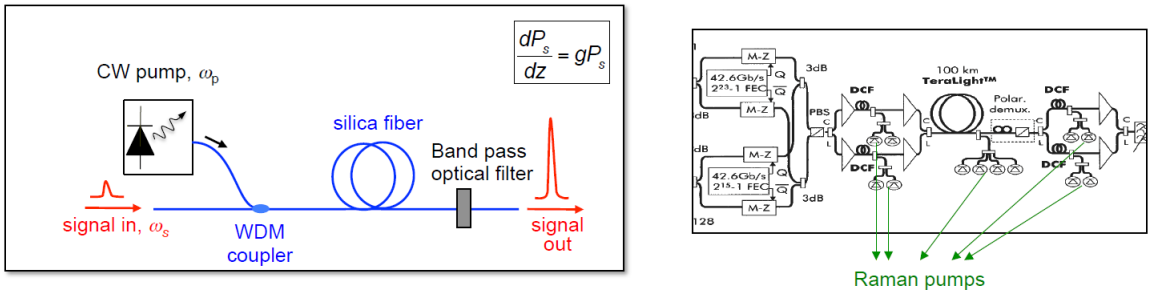


FIGURE 6.19

En pratique, les choses sont simples : on prend n'importe quelle fibre et on la pompe. Il faut cependant pas mal de puissance de pompe, l'effet étant non linéaire. Un WDM est nécessaire car les fréquences sont différentes.

Raman gain and bandwidth

Le gain optique dû au SRS g est lié à l'intensité [22] de la pompe par la relation

$$g = g_R I_p = g_R \frac{P_p}{S_p} \qquad \frac{dP_s}{dz} = gP_s \tag{6.74}$$

P_p la puissance de pompe, P_s la puissance de signal, S_p la surface transverse de la pompe et g_R le coefficient de gain Raman. Contrairement à l'amplificateur erbium, l'effet Raman implique un niveau virtuel ce qui lève toute dépendance en un matériau. On peut choisir n'importe quelle valeur de pompe, il faudra juste faire attention à l'écart pour amplifier correctement le signal. Ci-contre, le gain maximal est obtenu pour 13.2 ThZ ce qui correspond à l'énergie $\hbar\Omega$.

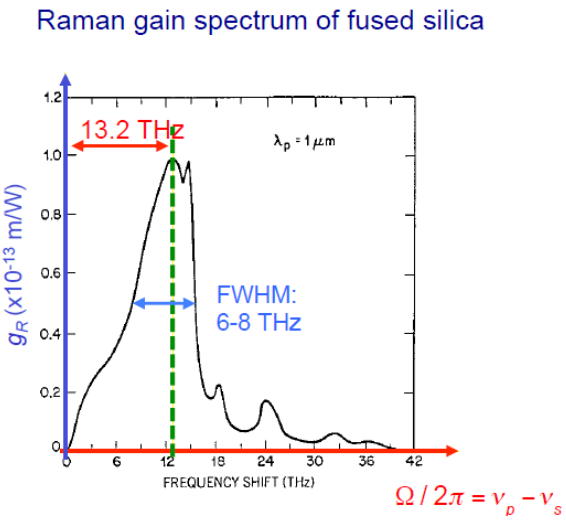


FIGURE 6.20

Le gain Raman dépend de la section transverse de la fibre $g = g_R \frac{P_p}{S_p}$. Dès lors, différentes fibres donnent des gains Raman différents. La force du SRS c'est qu'il existe pour toute les longueurs d'onde comme il ne dépend que de la longueur d'onde de pompe. Dès lors, il possède une grande largeur à mi-hauteur qui permet d'amplifier sur toute la bande C.

Signal gain in Raman amplifiers

L'évolution de la puissance du signal et de la pompe s'obtient en résolvant deux équations couplées : la première pour le signal et la seconde pour la pompe

$$\frac{dP_s}{dz} = -\alpha_s P_s + \frac{g_R}{S_p} P_p\, P_s, \qquad \frac{dP_p}{dz} = -\alpha_p P_p - \frac{\omega_p}{\omega_s}\frac{g_R}{S_p} P_p\, P_s \tag{6.75}$$

22. L'effet Raman sera dès lors plus important en DCF qu'en SMF.

Dans les amplificateurs erbium, très courts, nous pouvions négliger leur pertes mais pas cette fois-ci. Dans la limite des petits signaux, le second terme est négligeable : la pompe est si forte que toute sa déplétion vient du premier terme.

$$\frac{dP_p}{dz} \approx -\alpha_p P_p \quad \Rightarrow \quad P_p(z) = P_p(0)\exp[-\alpha_p z] \quad \Rightarrow \quad \frac{dP_p}{dz} \approx -\alpha_p P_p \quad \Rightarrow \quad P_p(z) = P_p(0)\exp[-\alpha_p z] \tag{6.76}$$

On peut substituer ce résultat dans l'équation du signal et intégrer celle-ci.

$$\int_{P_s(0)}^{P_s(L)} \frac{dP_s}{P_s} = \int_0^L (-\alpha_s + \frac{g_R}{S_p} P_p(0) e^{-\alpha_p z}) dz \tag{6.77}$$

Le résultat de l'intégration donne

$$P_s(L) = P_s(0)\exp[-\alpha_s L]\exp\left[\frac{g_R}{S_p} P_p(0) L_{eff}\right] \tag{6.78}$$

où $L_{eff} = (1 - e^{-\alpha_p L})/\alpha_p$. La longueur effective nous informe que l'effet Raman ne sera présent que sur les premiers kilomètres de la fibre, puis il n'y aura plus de gain. Le facteur d'amplitication est donné par

$$G(L) = \frac{P_S(L)}{P_S(0)} \tag{6.79}$$

Les amplificateurs Raman ont besoin de **longues fibres** (quelques km) et d'une puissance de pompe relativement élevées (quelques watts). C'est beaucoup, et c'est ça qui pose des difficultés en pratique : la moindre saleté et le connecteur brûle. Les effets non linéaires sont négligeables, L_{eff} étant trop "petite".

Distributed Raman amplification

Le gain optique des amplificateurs Raman est considérablement plus petit que celui des EDFA : il est nécessaire d'injecter périodiquement de la puissance de pompe dans la fibre. La puissance de pompe P_{in} et la distance entre deux stations de pompe L_A est telle que les pertes par propagation sont compensées par le gain de chaque étage

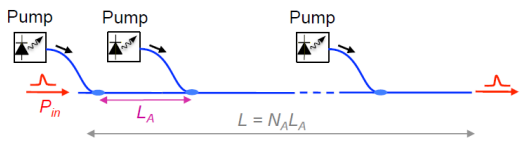


FIGURE 6.21

$$P_S(L_A) = P_S(L) = P_{in} \tag{6.80}$$

Le SNR$_o$ pour une amplification distribuée est

$$SNR_o = \frac{P_s(L)}{N_A P_{ASE}} = \frac{P_{in}}{2\tilde{S}_{ASE}\Delta\nu_{opt} N_a} \tag{6.81}$$

Ce n'est pas parce que le niveau est virtuel qu'il n'y a pas de bruit : de l'ASE provient de l'effet Raman spontané. Cependant, le bruit est faible car l'absorption des photons du signal dans l'état virtuel "haut" est très faible [23].

23. "*La principale différence entre les amplificateurs Raman et les EDFA est que ces derniers sont à faible bruit. Le facteur d'émission spontanée des EDFA dépend en effet de l'inversion de population et donc de la puissance de la pompe. Pour une puissance de pompe faible, le gain local net peut être négatif. Cependant, même pour une faible puissance de pompage, il y a toujours des émissions spontanées car la population de l'état supérieur est non nulle. Au contraire, les amplificateurs Raman sont peu bruyants quelle que soit la puissance de la pompe car l'absorption des photons du signal vers l'état virtuel supérieur est extrêmement faible. Le gain reste donc toujours positif lorsqu'une diffusion Raman spontanée non négligeable de la pompe se produit.* "

Dans le cas d'amplificateurs Raman distribués, $L = 100$km et $P_{in} = 1$mW, les performances sont meilleurs que dans le cas simplement pompé (forward). Pour une système à $L = 10000$km, $\text{SNR}_o \approx 50 - 20 = 30$ dB (50 pour un ampli, 20 pour la cascade). C'est mieux que les 20 dB requis et très différent de l'erbium ou le SNR_o est proche de 1. Ici, on peut en mettre tous les 100km. On les utilise aujourd'hui car ils ont un bruit plus faible que l'EDFA.

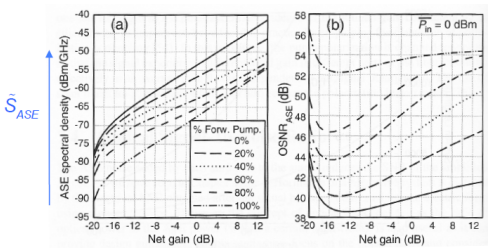


FIGURE 6.22

Systems using backward pumping distributed Raman amplification to assist in the amplification

En envoyant la pompe Raman vers l'arrière à chaque phase d'amplification, l'amplification Raman distribuée permet à l'amplitude du signal de rester en dessous du niveau des effets non linéaires puisque l'amplification du signal le long de la seconde moitié maintient l'émission au-dessus du bruit sol.

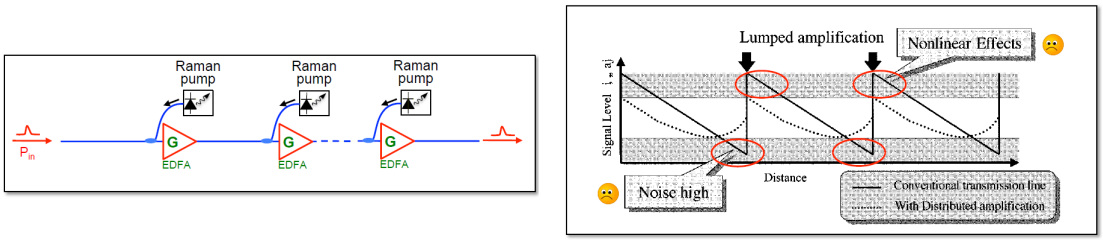


FIGURE 6.23

6.2 Nonlinear effects in optical fibers

6.2.1 Introduction

Augmenter la puissance d'un signal permet la propagation sur des distances plus importantes. Cependant, si la puissance devient trop importante, les interactions non linéaires entre la silice et le signal deviennent non négligeable (de même si la longueur de propagation augmente). Des effets non linéaires variés peuvent apparaître dans les système à simple ou multiple channel : **limite supérieure** à la puissance. Par contre, les performances sont dégradées lorsque le SNR_o est trop faible au récepteur : **limite inférieure** à la puissance.

Il y a donc un compromis entre le signal minimum (limite le bruit) et le maximum (limite effets non linéaires). Les effets peuvent être catégorisés en processus de diffusion ou en processus lié à l'effet Kerr. Plusieurs facteurs influences ces effet.

- Brillouin scattering
- Raman scattering
- Self- and cross- phase modulation
- Four-wave mixing

} inelastic scattering

} $n = n(I) \Leftrightarrow$ Kerr effect

- the chromatic dispersion,
- the mode field diameter,
- the number of channels and the spacing between them (WDM systems),
- the linewidth of the optical source,
- the modulation format.

FIGURE 6.24

6.2.2 Brillouin scattering

L'origine physique de la **diffusion de Brillouin** est un phénomène d'*électro-striction* : la tendance d'un matériau à être compressé en présence d'un champ électrique. Le matériau devient plus dense lorsque la densité d'énergie électromagnétique augmente. Pour une onde électromagnétique de fréquence ω_p, ce phénomène génère une onde acoustique de fréquence Ω.

Comme le matériau est compressé [24], son indice de réfraction augmente par *effet photo-élastique* et la lumière est diffusée par la variation d'indice de réfraction. Celle-ci va interférer avec la lumière incidente : patern d'interférence. Il va donner lieu à l'apparition d'un réseau d'indice de réfraction mobile (l'onde accoustique) qui cause lui-même de la diffusion.

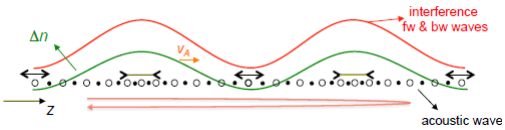


FIGURE 6.25

La diffusion de Brillouin spontanée peut être vue comme la diffusion de l'onde à ω_p sur l'onde acoustique. Ce processus de diffusion inélastique génère une nouvelle onde à fréquence $\omega_s = \omega_p - \Omega$ où Ω est la fréquence associée au phonon.

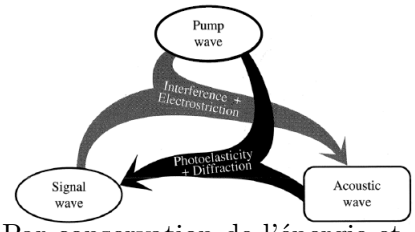


FIGURE 6.26

La diffusion de Brillouin stimulée (SBS) se produit lorsque le battement entre l'onde initiale ω_p et l'onde diffusée ω_s renforcent l'onde acoustique ($\Omega = \omega_p - \omega_s$) par électrostriction [25].

Par conservation de l'énergie et de l'impulsion

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\Omega, \qquad \hbar k_p = \hbar k_s + \hbar q \tag{6.82}$$

On retrouve bien une partie de l'énergie de la pompe diffusée et l'autre partie génère l'onde acoustique. Dans une fibre optique, seule les modes forward ($+z, \theta = 0$) et backward ($-z, \theta = \pi$) peuvent se propager. Il y a donc deux directions pour $\vec{k_s}$. De plus

$$q_\perp = q\sin(\theta') = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \theta' = 0 \tag{6.83}$$

On en déduit

$$k_p \pm k_s = q \tag{6.84}$$

où il faudra considérer $\pm k_s$ selon le sens de diffusion et où q est le nombre d'onde du vecteur créé. Comme $\Omega = qv_a$

$$\Rightarrow \Omega = (k_p \pm k_s)v_A = k_p v_A(1 \pm \frac{k_s}{k_p}) \tag{6.85}$$

où v_a est la vitesse de l'onde acoustique. Sachant que

$$\frac{k_s}{k_p} = \frac{\omega_s}{\omega_p} = \frac{\omega_p - \Omega}{\omega_p} = 1 - \frac{\Omega}{\omega_p} = 1 - \frac{q}{k_p}\frac{v_A}{c/n_{eff}} \approx 1 \tag{6.86}$$

En effet, $q/k_p \to 1$ (même ordre de grandeur que dans l'optique) par contre $v_a/c \to 0$. Donc

$$\Omega = k_p v_A(1 \pm 1) \tag{6.87}$$

24. Il s'agit bien de la génération d'un phonon sur la bande acoustique alors que l'effet Raman est plus lié à l'optique.
25. QR !

Si $\theta = 0$; diffusion inélastique dans la même direction, impliquant $\Omega = 0$ (le phonon ne prend pas d'énergie). Si par contre le photo est rétro-diffusé ($\theta = \pi$), $\Omega = 2k_p v_a$. On en conclu que le SBS ne se produit que en **rétro-diffusion**. Le saut de fréquence est [26]

$$\nu_B = \frac{2k_p v_A}{2\pi} = \frac{2n_p v_A}{\lambda_p} \approx 11 \ \ GHz \tag{6.88}$$

pour $v_a \approx 5.9$km. La fréquence de l'onde diffusée est presque identique à celle du signal d'entrée. Il y a un **seuil de puissance** au delà duquel presque toute la puissance incidente est transférée à l'onde diffusée par SBS. Ce seuil dépend de la fibre, mais aussi de la largeur de la source laser **et** du format de modulation.

La largeur de gain du SBS est liée au temps d'amortissement de l'onde acoustique. Il est de l'ordre de $50MHz$ dans une fibre en silice à 1.55 μm. Ainsi, cet effet ne va pas fortement dégrader les performances du système [27]

- Lorsque la largeur de bande de la porteuse est grande par rapport à 50 MHz ou avec une modulation de phase.
- Quand la puissance est en dessous du seuil (quelques mW).

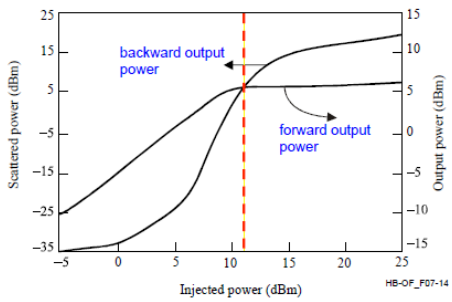


FIGURE 6.27

6.2.3 Stimulated Raman scattering

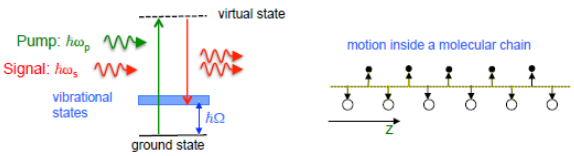


FIGURE 6.28

Le principe physique derrière la diffusion de Raman est le transfert d'énergie aux molécules de silice et plus précisément, aux états vibrationnels. Considérons une chaîne d'atomes. La diffusion Raman est une excitation non pas longitudinale, mais transverse (à fréquence plus élevée que la diffusion Brillouin, 13 THz contre 11 GHz). La grande différence avec Brillouin est que cette diffusion peut se faire en forward et en backward [28]. A cause de la structure amorphe du verre, la bande passante de la diffusion Raman est grande ($\Delta\nu \approx 6 - 8$ THz). La **diffusion stimulée Raman** (SRS) affecte les systèmes simple/multi-channels.

Single-channel systems

Dans de tel système [29], la diffusion de Raman peut causer une atténuation de la puissance signal. En effet, le signal **joue la pompe** pour l'amplification des photons générés par SRS ainsi que l'amplification du bruit généré par les amplificateurs *inline*. Cependant, sans amplificateurs, on doit injecter ≈ 500 mW pour l'observer : c'est gigantesque, elle ne posera pas de problèmes.

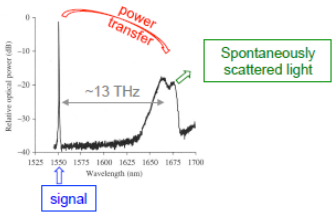


FIGURE 6.29

26. ??
27. Comprends pas la conclusion
28. Pas d'onde acoustique sujette au phase matching.
29. Nuance canaux/monocrhoma. Pulse ? D'accord que WDM on mix bcp de lambda mais fibre monomode pour chacun d'eux ?

Multichannel systems

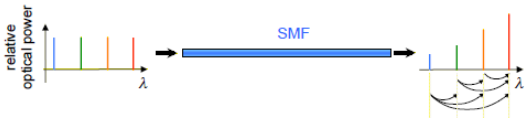


FIGURE 6.30

Avec la SRS, le **signal** à la longueur d'onde λ_s devient une **pompe Raman** pour les canaux à d'autres longueurs d'onde : transfert d'énergie les petites longueurs d'onde vers les grandes. La SRS dégrade les systèmes WDM : déplétion du signal et cross-talk.

A cause de cet effet, il faut augmenter la pénalité en puissance pour maintenir le facteur de qualité voulu. Par exemple (voir *slide 65*), on est limite à une vingtaine de canaux à 10 mW.

Raman implique une pénalité de puissance dans la puissance par canal P_{ch}, le nombre de canaux N_{ch} et l'espace inter-canaux $\Delta\nu_{ch}$. A cause des pertes, l'effet n'est à prendre en considération sur une distance de $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$ ainsi que la surface effective du mode dans la fibre S. Il en résulte une sorte de formule empirique

$$P_{tot}\Delta\lambda L_{eff} < 40 \text{ mW.nm.Mm} \tag{6.89}$$

où $P_{tot} = N_{ch}P_{ch}$, $\Delta\lambda = N_{ch}\Delta\lambda_{ch}$ et $L_{eff} \approx 1/\alpha$.

Cette relation permet, si une pénalité de puissance de 1 dB est acceptable, d'estimer le seuil de puissance total P_{tot} causé par la SRS.

6.2.4 Nonlinear polarization

Dans l'approche électromagnétique des guides d'onde, les interactions optiques étaient supposées linéaires : les interactions lumière-matières sont décrites par la polarisation linéaire

$$\vec{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\mathbf{r}', t - t') \vdots \vec{E}(\mathbf{r}, t')\, dt'. \tag{6.90}$$

Pour un milieu isotropique avec une réponse instantanée et locale

$$\chi(\mathbf{r}, t_0) = \tilde{\chi}(\mathbf{r})\, \delta(t - t_0) \qquad \Rightarrow \qquad \vec{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \tilde{\chi} \vec{E}(\mathbf{r}, t) \tag{6.91}$$

Ceci est indépendant de la fréquence (instantané). Pour des champs électrique important, la polarisation n'est plus juste proportionnelle à l'amplitude du champ électrique. C'est le régime de propagation non linéaire. Lorsqu'on se situe loin des transition d'énergie entre deux niveaux [30]

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(1)} \vec{E} + \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(2)} \vec{E}^2 \vec{+} \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} \vec{E}^3 \vec{+} \cdots \tag{6.92}$$

Dans la fibre optique, $\chi^{(2)} = 0$. Le plus bas ordre de polarisation non linéaire est donc

$$\vec{P}_{nl} = \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} \vec{E}^3 \tag{6.93}$$

Considérons donc

$$P = \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(1)} E + \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} E^3 \tag{6.94}$$

30. Soit les résonance, pour les fibres optiques loin de l'UV et l'IR moyen

avec $E = Ee^{j\omega_0 t} + E^* e^{-j\omega_0 t}$. Développons le cube du champ électrique

$$\begin{aligned} E^3 &= (E^2 e^{j2\omega_0 t} + E^{*2} e^{-j2\omega_0 t} + 2E^2)(Ee^{j\omega_0 t} + E^* e^{-j\omega_0 t}) \\ &= (E^3 e^{j3\omega_0 t} + E^{*3} e^{-j3\omega_0 t} + E^2 E^* e^{j\omega_0 t} + EE^{*2} e^{-j\omega_0 t} \ + 2E^2 E e^{j\omega_0 t} + 2E^2 E^* e^{-j\omega_0 t}) \end{aligned} \tag{6.95}$$

La polarisation s'écrit

$$P = \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(1)} E e^{j\omega_0 t} + \varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} (E^3 e^{j3\omega_0 t} + 3E^2 E e^{j\omega_0 t}) + c.c \tag{6.96}$$

On voit apparaître un terme source : il s'agit de la **troisième harmonique**, qui peut être ignorée dans les fibres optiques (pas de *phase-matching*). Si l'on réécrit la polarisation $P = Pe^{j\omega_0 t} + P^* e^{-j\omega_0 t}$, on en tire

$$P = \varepsilon_0 (\tilde{\chi}^{(1)} + 3E^2 \tilde{\chi}^{(3)}) E \qquad \Rightarrow \qquad P_{nl}^{\omega_0} = 3\varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} E^2 E \tag{6.97}$$

Il s'agit de l'**effet Kerr**.

6.2.5 Self-phase modulation (SPM)

Considérons le régime de propagation non linéaire $P = \varepsilon_0 (\tilde{\chi}^{(1)} + 3E^2 \tilde{\chi}^{(3)}) E$. La susceptibilité (non linéaire) vaut $\tilde{\chi} = \tilde{\chi}^{(1)} + 3E^2 \tilde{\chi}^{(3)}$. Par la définition conventionnelle de l'indice de réfraction

$$n = \sqrt{1 + \tilde{\chi}} = \sqrt{1 + \tilde{\chi}^{(1)} + 3\tilde{\chi}^{(3)} E^2} = \sqrt{n_0^2 + 3\tilde{\chi}^{(3)} E^2} \approx n_0 + \frac{3\tilde{\chi}^{(3)} E^2}{2n_0} \tag{6.98}$$

où n_0 est l'indice de réfraction linéaire. Nous allons considérer qu'on ne lui ajoute qu'une perturbation de sorte à le mettre en évidence et obtenir la dernière "égalité". Nous allons considérer que ce sont des scalaires [31]. L'amplitude du champ analytique est lié à l'intensité par la relation $E^2 = I/(2\varepsilon_0 c n_0)$. En utilisant notre expression de n, on trouve l'**effet Kerr optique**

$$\boxed{n = n_0 + n_2^I I \qquad \text{où} \quad n_2^I = \frac{3\tilde{\chi}^{(3)}}{4\varepsilon_0 c n_0^2} \text{ (indice de réfraction NL)}} \tag{6.99}$$

L'indice de réfraction va ainsi varier en fonction de l'intensité. Dans la fibre optique, on remplace l'intensité par la puissance transportée par le mode fondamental $I = PS$, où S est la surface effective du mode fondamental. **L'effet Kerr linéaire modifie la constante de propagation**

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 + n_2^I \frac{P}{S}) = \beta_0 + \frac{2\pi n_2^I}{\lambda S} P = \beta_0 + \gamma P \tag{6.100}$$

où β_0 est la constante de propagation du mode guidé et $\gamma \equiv \dfrac{2\pi n_2^I}{\lambda S}$.

Nonlinear propagation equation

Au chapitre 2, nous avons dérivé la relation de dispersion

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta_1 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \dots \tag{6.101}$$

31. Pas très "grave" pour les fibres optiques.

avec $E(\rho,\theta,z,t) = F(\rho,\theta)A(z,t).\exp\left(j[\omega_0 t - \beta_0 z]\right)$. Nous avions alors trouvé

$$\frac{\partial A}{\partial z} - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \cdots = 0 \tag{6.102}$$

Étudions maintenant la propagation d'un pulse d'amplitude $A_0(t)$ dans le régime non linéaire

$$\beta_0 \to \beta_0 + \gamma P \qquad \Rightarrow \qquad A = A_0(t)e^{-j\gamma P(t)z} \tag{6.103}$$

où $P(t) \propto |A(t)|^2$. L'amplitude A obéit à l'équation

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\gamma P A = 0 \tag{6.104}$$

En prenant en compote la GVD et en sommant les deux, on trouve l'**équation de Schrödinger non linéaire** (NLS)

$$\boxed{\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} - j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + j\gamma A^2 A = 0} \tag{6.105}$$

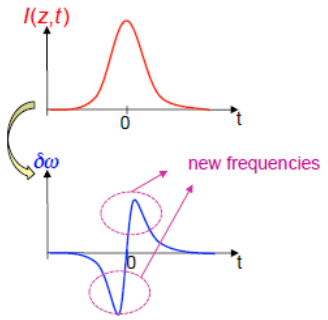


FIGURE 6.31

Supposons qu'il n'y ai pas de dispersion ($\beta_2 = 0$)

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\gamma P A = 0 \qquad \Rightarrow \qquad A(z,t) = A(0,t)e^{-j\gamma A(z,t)^2 z} \tag{6.106}$$

On voit que le champ électromagnétique modifie lui même sa propre phase : c'est l'**auto-modulation de phase**. La phase n'est plus linéaire, elle vaut

$$\Rightarrow \quad \varphi_{nl}(z,t) = -\gamma A(z,t)^2 z \tag{6.107}$$

Il lui correspond donc un chirp

$$\delta\omega = \frac{\partial \varphi_{nl}}{\partial t} = -\gamma\frac{\partial A(z,t)^2}{\partial t}z \tag{6.108}$$

Au maxima, la dérivée est nulle. Par contre, sur les flancs montants et descandents elle ne l'est pas et on va générer de nouvelle fréquence. La non linéarité ajoute de **nouvelles** fréquences qui causeront de la distorsion (le spectre est ainsi élargi).

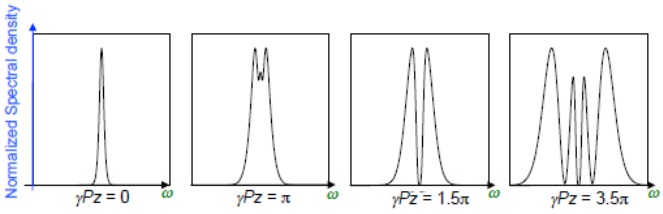


FIGURE 6.32 – Spectre pour différentes valeurs de z, dans un milieu sans pertes.

On voit que la fréquence initiale a été entièrement convertie. En continuant la propagation, on va "creuser" les nouvelles fréquences et ainsi de suite. La SPM augmente lorsque la puissance augmente ainsi que le bit rate (pentes plus raides). La SPM est négative dans les *long-haul system* (effets cumulatif et dispersion chromatique) et dans les systèmes DWDM (interférence entre canaux adjascents (inter-channel crosstalk)).

Dans les fibre optique, la puissance évolue comme ($\alpha \neq 0$) $P(z) = P(0)e^{-\alpha z}$. Comme la phase dépend de la puissance, elle sera maximale pour

$$\varphi_{nl,\max} = -\int_0^L \gamma |A(z)|^2 dz = -\int_0^L \gamma P(0) e^{-\alpha z} dz = -\gamma P(0) L_{eff} \tag{6.109}$$

où $L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha$. Il s'agit de la longueur sur laquelle on peut observer des effets non linéaire. Au delà, la puissance est trop faible. On n'observera ces effets qu'en début de ligne, sau si on place des amplificateurs (la, on aura la chance de retrouver à chaque fois la SPM).

Si une phase non linéaire de 0.1 est acceptable, la puissance d'entrée est limitée (pour N_a étages d'amplification)

$$P(0) < \frac{0.1\alpha}{\gamma N_a} \tag{6.110}$$

Si l'on module en phase, la puissance reste constante $P(t) = P_0$: shift constant causé par la SPM et pas d'élargissement spectral.

6.2.6 Cross-phase modulation (XPM)

Il s'agit ici d'influence de phase pour des signaux qui n'ont pas la même longueur d'onde (système WDM). Considérons un champ électromagnétique composé de deux ondes, une à ω_1 et l'autre à ω_2

$$E = E_1 e^{j(\omega_1 - \omega_0)t} + E_2 e^{j(\omega_2 - \omega_0)t} \tag{6.111}$$

On peut en déduire (comme dans la section sur la polarisation non linéaire, section 6.2.3) les polarisation des deux ondes

$$\begin{aligned} P_{nl}^{\omega_1} &= 3\varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} ({E_1}^2 + 2{E_2}^2) E_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi_{nl}^{\omega_1} = -\gamma L_{eff} (\underline{P_1} + \underline{\underline{2P_2}}) \\ P_{nl}^{\omega_2} &= 3\varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} ({E_2}^2 + 2{E_1}^2) E_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi_{nl}^{\omega_2} = -\gamma L_{eff} (\underline{P_2} + \underline{\underline{2P_1}}) \end{aligned} \tag{6.112}$$

On observe de l'auto-modulation de phase mais également de la modulation de phase croisée (XPM). Cet effet est responsable d'un élargissement du spectre en OOK. Le bit '1' du signal à ω_1 va influencer le bit '1' du signal à ω_2 (car énergie) et il va en résulter un élargissement spectral. Il s'agit d'un effet de pure modulation de phase mais qui ajoute de nouvelle fréquence, causant un élargissement spatial de l'impulsion [32]. On voit qu'on a intérêt à utiliser des fibres avec une certaine dispersion pour éviter de "croiser les '1'.

6.2.7 Four-wave mixing (FWM)

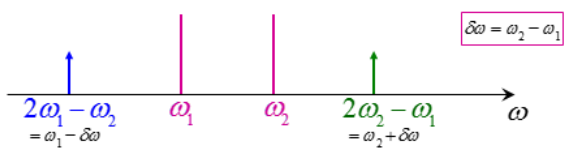


FIGURE 6.33

Considérons deux signaux (ω_1, ω_2)

$$E = E_1 e^{j(\omega_1 - \omega_0)t} + E_2 e^{j(\omega_2 - \omega_0)t} \tag{6.113}$$

Le calcul de la polarisation fait apparaître deux termes à fréquence nouvelle

$$P_{nl}^{2\omega_1 - \omega_2} = 3\varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} E_1^2 E_2^*, \qquad P_{nl}^{2\omega_2 - \omega_1} = 3\varepsilon_0 \tilde{\chi}^{(3)} E_2^2 E_1^* \tag{6.114}$$

Le **mélange à quatre ondes** (FWM) est responsable d'un **transfert d'énergie** de deux ondes à ω_1 et ω_2 vers deux autres ondes à $2\omega_1 - \omega_2$ et $2\omega_2 - \omega_1$.

32. Heuuu

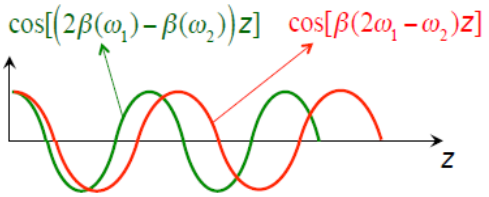


FIGURE 6.34

Il existe un mécanisme pour éviter ces échanges d'énergie : c'est la dispersion chromatique. Considérons le cas précédent du mélange à quatre onde en nous intéressant plus particulièrement à l'onde de fréquence $2\omega_1 - \omega_2$. Sa polarisation et son champ sont donnés par

$$P_{nl}^{2\omega_1-\omega_2}(z) \propto A_1^2 A_2^* e^{-j[2\beta(\omega_1)-\beta(\omega_2)]z} \qquad E_{2\omega_1-\omega_2}(z) \propto e^{-j\beta(2\omega_1\ -\ \omega_2)z} \tag{6.115}$$

Or, rien ne dit que les exponentielles sont égales. En vert, le champ de polarisation. Il peut être un terme source pour le rouge mais il possède une autre constante : à un certain moment, les champs seront en opposition. Il faut qu'ils soient en phase pour devenir macroscopique (sinon ne respecte pas la conservation de l'impulsion). Le champ à $2\omega_-\omega_2$ grandira seulement si

$$\beta(2\omega_1\ -\ \omega_2) \approx 2\beta(\omega_1) - \beta(\ \omega_2) \tag{6.116}$$

Soit un (quasi-)respect de la conservation de l'impulsion. On parle de **condition de phase matching**. On peut développer en série (voir *slide 78*) pour réécrire la condition de phase matching

$$\frac{1}{2}\delta\omega^2\beta''(\omega_1) + 4\gamma P \approx 3\gamma P - \frac{1}{2}\delta\omega^2\beta''(\omega_1) \qquad \Leftrightarrow \qquad -\delta\omega^2\beta''(\omega_1) \approx \gamma P \tag{6.117}$$

A gauche la dispersion chromatique, à droite la non-linéarité de la fibre et la puissance du signal. L'adaptation de puissance permet l'obtention d'un transfert d'énergie efficace. Il est indispensable de vérifier cette condition (qui dépend de β'' et γP) pour voir le résultat du mélange à quatre ondes [33].

Le FWM est un processus non linéaire dans laquelle une interaction avec deux ou trois ondes génère de nouvelles ondes à fréquences différentes ($\omega_4 = \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$). Pour des canaux également espacés, avec la même puissance, le FWM est efficace sur la bande passante

$$[\delta\omega^2\beta''] \approx \gamma P \tag{6.118}$$

Près du zéro de dispersion $\beta'' \approx 0$, le FMW est efficace même entre des canaux loin les un des autres [34]. Le FWM cause un transfert d'énergie entre les canaux voisins les plus proches (perte de puissance dans le canal, inter-channel crosstalk (fluctuation amplitude '1')). L'efficacité du FWM est réduite en espaçant les canaux ou en les espaçant de façon inégales (pas utilisé en pratique).

6.2.8 Dispersion map

Les effets non linéaires croisés sont responsable d'un crosstalk inter-canaux. On peut réduire ces effets en maintenant localement une grande dispersion chromatique pour que la vitesse de groupe soit différente sur chaque canal (mais il faudra la compenser à la fin). Cependant, la dispersion chromatique dégrade des performances quand elle n'est pas proprement compensée. On utilise alors des NZDSF ou on compense dans le récepteur.

33. Pourquoi 4 ? On n'en verra jamais que 3 au mieux, non ?
34. ?

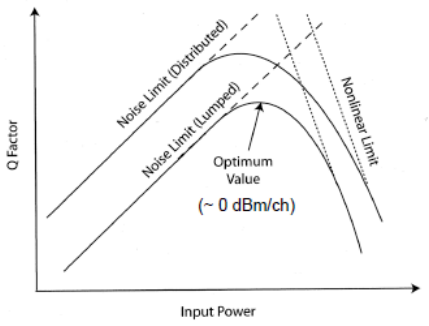


FIGURE 6.35

On se rappelle que l'élargissement temporel était donné par

$$\Delta T = \sum_j L_j D_j \Delta\lambda \tag{6.119}$$

Les valeurs de L_j et D_j forment la carte de dispersion. Dans un régime linéaire, l'ordre n'a pas d'importance mais en non linéaire, il peut en avoir ! En effet, la dispersion interagit avec les effets non linéaires : le facteur de qualité dépend de la variation de dispersion le long de la ligne, ce qui est indiqué par la **dispersion map**. Les *slides 82* à *83* illustrent ces propos.

6.2.9 Optimal input power

Comme dit en début de section, il y a un compromis entre les grand effets non linéaires au cours de la propagation et la dégradation du SNR_o par les amplificateurs. [35]

6.3 Coherent systems

6.3.1 Introduction

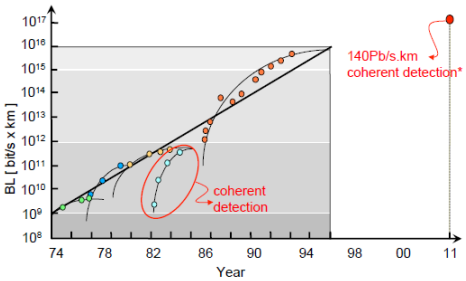


FIGURE 6.36

Le produit BL n'a cessé d'augmenter depuis la création de la fibre optique. Une grande avancée a été faite par l'invention de la **détection cohérente** pour augmenter la sensibilisé du détecteur : cela augmente la distance de propagation maximale entre le transmetteur et la source. Ensuite, avec l'EDFA, on a un peu oublié les systèmes cohérents, mais ils sont ressorti de l'ombre en 2004 grâce aux progrès dans les circuits intégrés. En combinant la modulation en amplitude **et** en phase, on a pu **diminuer le taux de symbole pour un taux binaire donné.**

6.3.2 Coherent detection

L'objectif principal est de réaliser un récepteur **limité par le shot noise** en mesurant à la fois l'amplitude et la phase du signal. Le princise se base sur la génération d'**interférences** entre le signal reçu et une onde continue (**oscillateur local**) **avant** la détection par une photodiode.

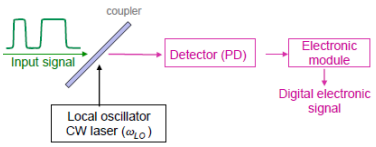


FIGURE 6.37

Soit le champ électrique du signal d'entrée et celui de l'oscillateur local

$$E_s = A_s \exp\left(j[\omega_s t + \phi_s]\right), \qquad E_{LO} = A_{LO} \exp\left(j[\omega_{LO} t + \phi_{LO}]\right) \tag{6.120}$$

Quelle est la puissance qui atteint le détecteur ? Faisons l'hypothèse que ces deux champs ont le même état de polarisation. La puissance reçue est donnée par

$$P_{in} = C|E_s + E_{LO}|^2 = P_s + P_{LO} + 2\sqrt{P_s P_{LO}} \cos\left((\omega_s - \omega_{LO})t + \phi_s - \phi_{LO}\right) \tag{6.121}$$

35. Ndlr : j'ai passé quelques développements mathématiques dans cette section. Une lecture des slides devrait cependant être suffisante (mais il **faut** le faire).

Définissons la **fréquence intermédiaire** ν_{if}

$$\nu_{if} = \frac{|\omega_s - \omega_{LO}|}{2\pi} \tag{6.122}$$

Si $\nu_{if} = 0$, on parle de réception **homodyne**. Si non, la réception est dite **hétérodyne**.

Homodyne reception ($\omega_{LO} = \omega_s$)

Soit une podulation OOK, un photodétecteur PIN et un blocage de phase $\phi_{LO} = \phi_s$. Dans ce cas, la puissance incidente dans le détecteur (PIN) vaut

$$P_{in}(t) = P_s(t) + P_{LO} + 2\sqrt{P_s(t)P_{LO}} \tag{6.123}$$

Supposons que $P_{LO} \gg P_s$, le terme utile est $2\sqrt{P_s P_{LO}}$. Nous allons voir que ceci permet de faire sortir le bruit homodyne du bruit thermique. On appelle le **signal homodyne**

$$I_h(t) = 2R\sqrt{P_s(t)P_{LO}} \tag{6.124}$$

Faisons la comparaison avec une détection directe en faisant le rapport entre la puissance en détection homodyne et le signal reçu directement par le détecteur PIN

$$\frac{I_h^2}{I^2} = \frac{4R^2 P_s(t) P_{LO}}{R^2 P_s^2(t)} = \frac{4P_{LO}}{P_s} \gg 1 \tag{6.125}$$

Ceci montre que la détection homodyne **augmente la puissance utile** pour le circuit de décision **mais** il augmente le shot noise ($I_h \gg I$).

Pour en savoir plus, évaluons le SNR$_e$

$$SNR_e = \frac{{I_h}^2}{\sigma^2} = \frac{4R^2 P_s P_{LO}}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} \tag{6.126}$$

où l'on supposera que le bruit est dominé par le shot noise, rendant σ_T^2 négligeable. En faisant les hypothèses que $P_{LO} \gg P_S$ et $RP_{LO} \gg I_{dark}$, la variance du shot noise s'écrit

$$\Rightarrow \sigma_S^2 = 2q\Delta f(R[P_{LO} + P_S + 2\sqrt{P_{LO}P_S}] + I_{dark}) \approx 2qRP_{LO}\Delta f \tag{6.127}$$

Le SNR$_e$ devient alors

$$SNR_e = \frac{4R^2 P_s P_{LO}}{2qRP_{LO}\Delta f} = 2\frac{RP_s}{q\Delta f} = 2\eta\frac{P_s}{h\nu\Delta f} \approx \frac{2\eta}{h\nu}\frac{N_p^{bit} h\nu 2\Delta f}{\Delta f} = 4\eta N_p^{bit} \tag{6.128}$$

Ce résultat est quatre fois plus élevé que dans le cas d'une détection directe dominée par le shoit noise ($SNR^{Shotnoise} \approx \eta N_p^{bit}$).

Dans la détection homodyne, on peut faire en sorte que le SNR est limité par le shot noise même si le bruit thermique n'est pas négligeable à condition que

$$\sigma_S^2 = 2qRP_{LO}\Delta f \gg \sigma_T^2 = \frac{4k_B T}{R_L}F_n\Delta f \qquad \Leftrightarrow \qquad P_{LO} \gg \frac{\sigma_T^2}{2qR\Delta f} = \frac{2k_b T F_n}{R_L qR} \tag{6.129}$$

Cette condition sur P_{LO} (de l'ordre de 50 μW) est très facile à atteindre.

Qu'en est-il de la sensibilité du détecteur $\bar{P}_{rec}(Q)$? Faisons l'hypothèse que nous utilisons le seuil de décision optimal, format NRZ, $P_0 = 0$, que le shot noise domine le bruit d'intensité et thermique, que $P_{LO} \gg P_1$ et que le bruit d'intensité de l'oscillateur local n'est **pas** négligeable ($\sigma_{i,LO}$). Reprenons le courant homodyne

$$I_1 = R\left(P_1 + P_{LO} + 2\sqrt{P_1 P_{LO}}\right), \qquad I_0 = RP_{LO}, \qquad \bar{P}_{rec} = P_1/2 \tag{6.130}$$

On en tire

$$Q = \frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0} = \frac{R\left(P_1 + P_{LO} + 2\sqrt{P_1 P_{LO}}\right) - RP_{LO}}{2\sqrt{2qRP_{LO}\Delta f + \sigma_{l,LO}^2}} \tag{6.131}$$

Sachant que $\sigma_{l,LO} = RP_{LO} r_{I,LO}$, $Q \approx \frac{R\sqrt{2\bar{P}_{\text{rec}} P_{LO}}}{\sqrt{2qRP_{LO}\Delta f + R^2 P_{LO}^2 r_{I,LO}^2}}$, ou encore

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{P}_{\text{rec}}}{2q\Delta f R^{-1} + P_{LO} r_{I,LO}^2}} \tag{6.132}$$

En en tire la puissance moyenne au récepteur

$$\bar{P}_{\text{rec}} = \frac{Q^2}{2}\left(2q\Delta f R^{-1} + P_{LO} r_{I,LO}^2\right) \tag{6.133}$$

Cette expression montre l'importance du SNR ($= 1/r_{I,LO}$) de l'oscillateur local. Si le shot noise de l'oscillateur local [36] domine (c'est-à-dire qu'il est plus important que le bruit en intensité (de l'oscillateur local))

$$\bar{P}_{\text{rec}} = \frac{Q^2}{R} q\Delta f = Q^2 \frac{h\nu}{\eta}\Delta f \tag{6.134}$$

Ceci est à comparer avec la détection directe qui donne $\overline{P_{rec}} = \frac{Q}{R}\left(Qq\Delta f + \sigma_T\right)$. La sensibilité atteint la limite du shot noise même pour les récepteurs PIN dont les performances sont limitées par le bruit thermique.

Tout a l'air bien, mais nous avons négligé pas mal de choses (NL, Raman, ...). Il y a deux désavantages majeurs à la détection homodyne

1. Il faut la même fréquence entre le laser maître et l'esclave (mais parfois 400km entre les deux)
2. La différence de phase $\Delta\phi = \phi_s - \phi_{LO}$ doit rester constante ($I_h \propto \cos(\Delta\phi)$).

Il faut faire une rétroaction sur la phase, ce qui est loin d'être trivial.

Heterodyne detection ($\omega_{LO} \neq \omega_s$)

La détection hétérodyne est plus simple à mettre en place. La contrainte sur ω_s est plus faible et on peut utiliser ω_{LO} pour plusieurs canaux. La contrainte sur la stabilité de la longueur d'onde est également plus faible et il n'y a pas besoin de boucle pour bloquer la phase.

Supposons $P_{LO} \gg P_s$ et

$$P_{in} = P_s(t) + P_{LO} + 2\sqrt{P_s(t)P_{LO}}\cos\left((\omega_s - \omega_{LO})t + \phi_s - \phi_{LO}\right) \tag{6.135}$$

36. Vérifier

Il en résulte un signal à la fréquence intermédiaire $\nu_{fi} = (\omega_{LO} - \omega_s)/2\pi$ dans les micro-ondes ($\approx 1GHz$). En filtrant pour n'avoir que ce signal (filtre continu)

$$I_{AC} = 2R\sqrt{P_s(t)P_{LO}}\cos\left(2\pi\nu_{fi}t + \phi_s - \phi_{LO}\right) \tag{6.136}$$

Ce qui correspond à une puissance de signal hétérodyne de $\langle I_{AC}^2 \rangle = 2R^2 P_s(t) P_{LO}$.

Comparons cette puissance au cas homodyne

$$\frac{\langle I_{AC}^2 \rangle}{I^2} = \frac{2R^2 P_s(t) P_{LO}}{R^2 P_S^2} = \frac{1}{2}\frac{4P_{LO}}{P_s} \tag{6.137}$$

De par la nature alternative du signal hétérodyne, on perd la moitié de la valeur maximale du signal obtenue en homodyne, soit une pénalité de 3dB. Avec les mêms hypothèses que pour la détection homodyne, on trouve

$$SNR_e = 2\eta N_p^{bit}, \qquad \bar{P}_{\text{rec}} = 2\frac{Q^2}{R} q\Delta f \tag{6.138}$$

Ce qui correspond également à une pénalité de 3 dB (prix à payer pour ne pas devoir faire du phase-locked).

6.3.3 Advanced modulation formats

1. Amplitude modulation

On peut faire du On-Off keying (OOK), par exemple en utilisant un Mach-Zehnder pour faire les interférences destructives.

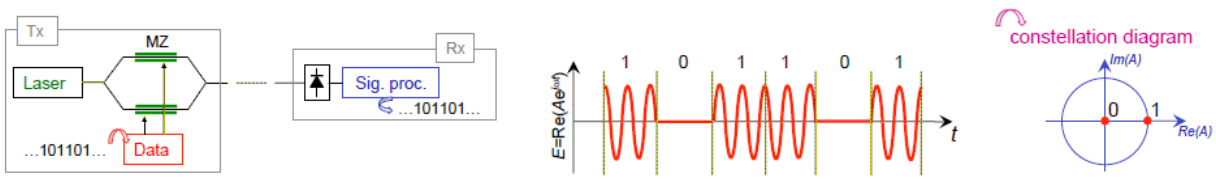


FIGURE 6.38

2. Phase modulation

BINARY PHASE-SHIFT KEYING (BPSK)
A la place d'encoder des niveaux d'amplitude, on va faire des sauts de phase de π lorsque l'on veut envoyer quelque chose. Le modulateur est le même, mais on va appliquer ici la même tension aux deux bras du MachZehnder ($A_{out} = A_{in}e^{j\varphi(V)}$).

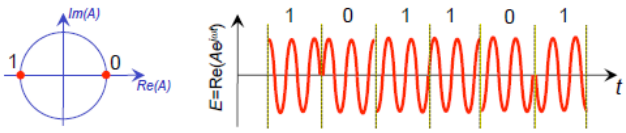


FIGURE 6.39

Pour le récepteur, c'est moins drôle. Soit le champ électrique du signal $E_s = \sqrt{P_s}\mathrm{e}^{j(\omega_s t+\phi_s)} = A_s\mathrm{e}^{j\omega_s t}$ et celui de l'oscillateur local $E_{LO} = \sqrt{P_{LO}}\mathrm{e}^{j[\omega_{LO}t+\phi_{LO}]}$.

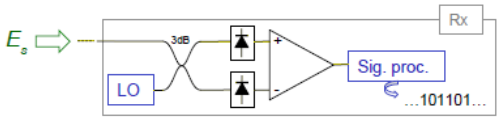


FIGURE 6.40

La puissance reçue est

$$P_\pm = \frac{1}{2}\left(P_s + P_{LO} \pm 2\sqrt{P_s P_{Lo}}\sin[(\omega_s - \omega_{LO})t + \phi_s - \phi_{LO}]\right) = \frac{1}{2}\left(P_s + P_{LO} \pm 2\sqrt{P_s P_{Lo}}\cos(\omega_{IF}t + \phi)\right) \tag{6.139}$$

où nous avons utilisé $\omega_{IF} = \omega_s - \omega_{LO}$ et $\phi = \phi_s - \phi_{LO} - \pi/2$. En faisant la différence entre les deux photo-courants

$$I = R\left(P_+ - P_-\right) = 2R\sqrt{P_s P_{Lo}}\cos(\omega_{IF}t + \phi) \tag{6.140}$$

On veut retrouver la phase, ce qui gène c'est le ω_{if}. Pour ça, nous allons travailler dans le domaine électronique

1. On va retrouver la porteuse dans le microonde ω_{if}
2. On va multiplier ce signal par un signal à cette porteuse généré synthétiquement $\cos(\omega_{IF}t)$. Le signal sera alors $\propto [\cos(2\omega_{IF}t + \phi) + \cos(\phi)]$.
3. En appliquant un filtre passe-bas, on récupère $R\sqrt{P_s P_{Lo}}\cos(\phi) \propto \mathrm{Re}(A_s)$

Cette méthode requiert une stabilisation de la phase de l'oscillateur local ou un algorithme pour trouver ϕ_s.

On peut aussi concevoir un récepteur sans oscillateur local. On va mélanger le signal avec une version retardée de lui même d'exactement un temps symbole T_S. Il s'agit d'une méthode de détection directe : on perd l'augmentation de sensibilité (venant des interférences avec l'oscillateur local).

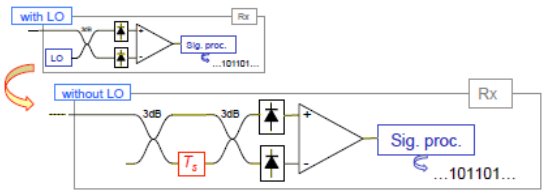


FIGURE 6.41

$$P_+ = \frac{1}{4}E_s(t) + j^2 E_s(t - T_s)^2 \tag{6.141}$$

Et donc

$$P_\pm = \frac{1}{4}\left(P_s(t) + P_s(t - T_s)\ \pm [-A_s(t)A_s^*(t - T_s) + c.c]\right) \tag{6.142}$$

Le courant reçu vaut alors (voir calculs *slide 99*)

$$I_{DPSK} = R(P_- - P_+) = \frac{R}{2}\left([A_s(t)A_s^*(t - T_s) + c.c]\right) = R\mathrm{Re}\left(A_s(t)A_s^*(t - T_s)\right) = RP_s\cos(\Delta\phi) \tag{6.143}$$

On peut alors retrouver le signal d'entrée par un traitement des données (mais il faut encoder les donnée dans la différence de phase entre deux bits adjacents [37]).

Differential BPSK (DBPSK)
On effectue un saut de phase seulement lorsque l'on veut coder un zéro. Il faut que la phase du laser soit stable sur au moins 2 bits.

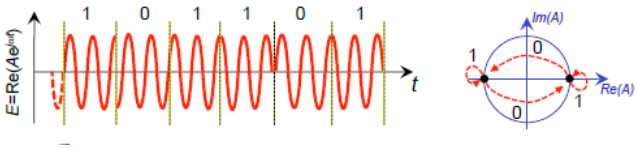


Figure 6.42

Les méthodes BPSK et DBPSK n'augmentent pas l'efficacité comparé au OOK, mais le format de modulation permet d'encoder plus de bits sur un symbole et augmenter l'efficacité spectrale.

Quadrature PSK (QPSK) or Differential QPSK (DQPSK)
Il s'agit d'une modulation purement en phase, mais à la place d'avoir des sauts de phase de 0 et π, on aura également $\pi/2$ et $3\pi/2$. Ceci permet d'avoir un débit binaire valant deux fois le débit symbole mais le modulateur est plus compliqué (besoin d'une partie réelle et imaginaire). On utilise un MZ dédoublé.

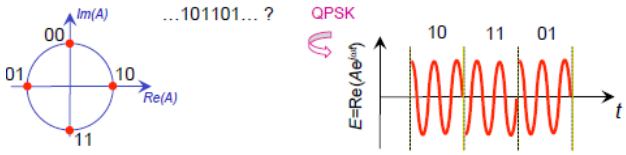


Figure 6.43

Pour le **récepteur, voir *slide 102*** [38]

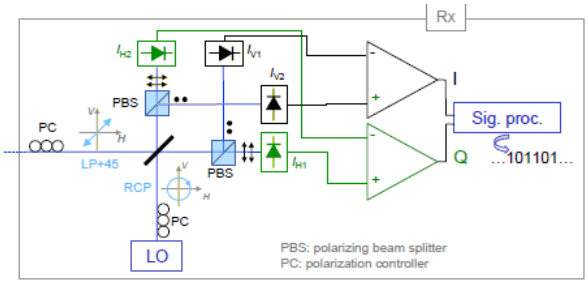


Figure 6.44

Phase shift keying (PSK) & quadrature amplitude modulation (QAM)
On peut faire mieux que quatre points sur la constellation. En modulant en amplitude et en phase, on peut faire n'importe quelle constellation. Un format de modulation plus rapide que le binaire permet de réduire le taux de symbole et ainsi limiter les impacts de la propagation (dispersion chromatique, PMD). Hélas, cela rend le système plus sensible au bruit.

37. Expliciter.
38. QR!!

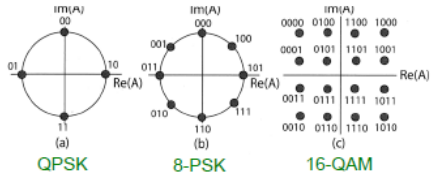


FIGURE 6.45

POLARIZATION MULTIPLEXING QPSK (PM-QPSK)
En exploitant l'état de polarisation de la porteuse optique, l'efficacité spectrale peut être encore augmentée par un facteur de deux : Deux flux binaires sont envoyés simultanément à la même longueur d'onde mais sur deux états de polarisation orthogonaux. Le *slide 105* donne un exemple de transmetteur. Voir aussi *slide 106*.

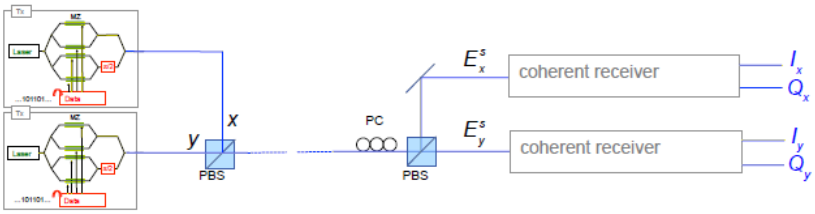


FIGURE 6.46

6.3.4 Electronic compensation of propagation impairments

Dans les détecteurs cohérent, on mesure l'amplitude et la phase. Mais avant de passer dans le circuit de décision, un signal digitalisé peut être traité pour compenser les différentes distorsions.

Chromatic dispersion compensation

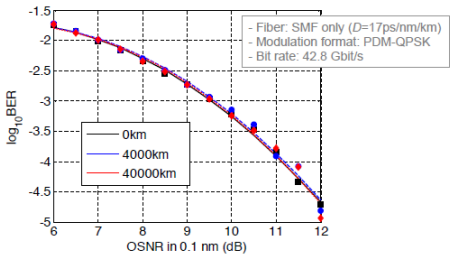


FIGURE 6.47

Dans un régime linéaire, la fibre optique est un système linéaire dont la fonction de transfert est donnée par

$$\tilde{H}(\omega) = \exp\left(-j\int_0^L \beta(\omega, z)dz\right) \tag{6.144}$$

On peut compenser la dispersion chromatique dans le domaine temporel

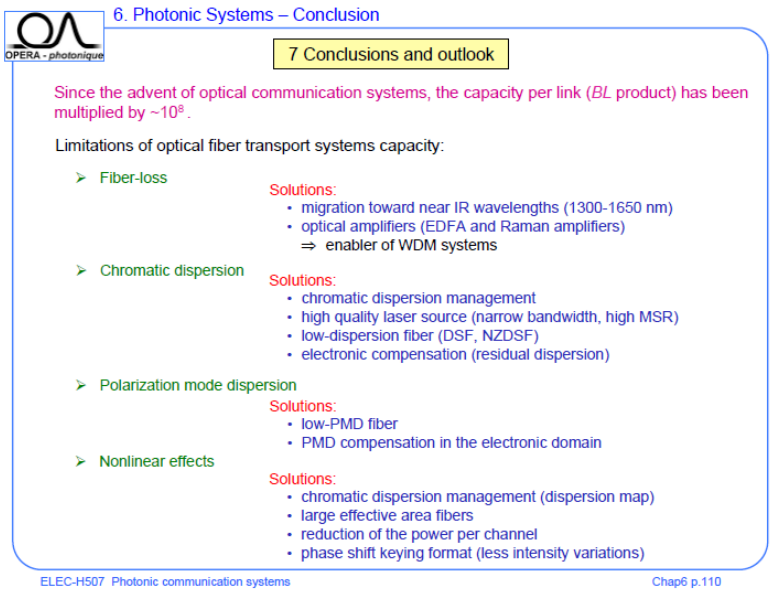
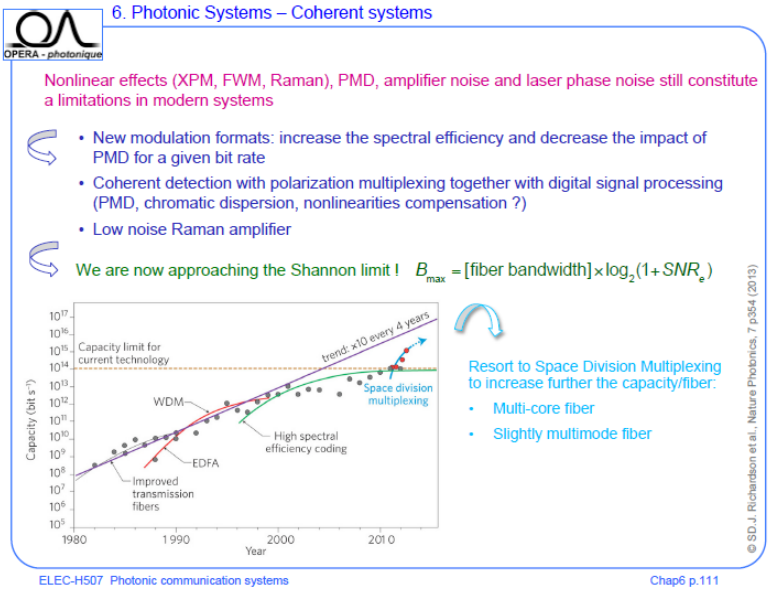
1. Prendre la TF du signal digitalisé
2. Multiplier la TF par l'inverse de la fonction de transfert

$$\tilde{H}^*(\omega) = \exp\left(+j\int_0^L \beta(\omega, z)dz\right) \tag{6.145}$$

3. Prendre la TF inverse du résultat

Ceci permet de compenser en une fois toute la dispersion dans le détecteur sans avoir besoin d'utiliser des DCF avec plein de non-linéarité. Comme le régime est linéaire, tout est préductible. Il n'y a donc pas de pénalité ici !

PMD compensation

Lorsque le récepteur enregistre les deux polarisations, on peut compenser la PMD en utilisant l'inverse de la matrice de Jones estimée. On peut écrire des algorithmes qui construisent la matrice de Jones des données reçue en fonction du format de modulation. Le système de compensation doit être adaptatif car la PMD dépendant du temps.

6.4 Conclusion and outlook