



ECOLE  
POLYTECHNIQUE  
DE BRUXELLES

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

SYNTHÈSE

---

**Power electronics**  
**ELEC-H-312**

---

*Auteur :*  
Enes ULUSOY

*Professeur :*  
Johan GYSELINK

Année 2015 - 2016

# Appel à contribution

## Synthèse Open Source



Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Johan GYSELINK à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue ! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer

surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

<https://github.com/nenglebert/Syntheses>

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site ! Vous avez vu une petite faute ? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire !

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi un README contenant de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet !

## Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : *Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)*. Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte-tenu de trois choses :



1. *Attribution* ; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
2. *Non Commercial* ; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
3. *Share alike* ; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

**Merci !**

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Aperçu des différents types de convertisseurs, de composants semi-conducteurs et d'applications . . . . .	2
1.1.1	Types de convertisseurs . . . . .	2
1.1.2	Types de composants semi-conducteurs . . . . .	2
1.1.3	Types d'applications . . . . .	3
1.2	Régimes périodiques et harmoniques . . . . .	3
1.2.1	Décomposition en série de Fourier . . . . .	4
1.2.2	Valeur efficace . . . . .	4
1.2.3	Puissances électriques instantanée et moyenne . . . . .	5
1.2.4	Grandeurs continues . . . . .	5
1.2.5	Grandeurs sinusoïdales (systèmes monophasés) . . . . .	5
1.2.6	Systèmes triphasés symétriques . . . . .	7
1.2.7	Tension moyenne à travers une inductance et courant moyen à dans un condensateur . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Redresseur à diodes</b>	<b>9</b>
2.1	Caractéristique des diodes . . . . .	10
2.2	Charge inductive générique et circuits redresseurs élémentaires à une ou deux diodes . . . . .	10
2.2.1	Charge RLE générique . . . . .	10
2.2.2	Circuits redresseurs élémentaires avec une diode et une charge R, ER ou EL . . . . .	11
2.2.3	Circuit avec une diode redresseuse et une diode de roue libre - empiètement	12
2.3	Ponts monophasé et triphasé - formules de base pour la tension redressée . . . . .	14
2.4	Ponts - fonctionnement avec charge inductive (conduction ininterrompue) . . . . .	14
2.4.1	Pont monophasé et charge infiniment inductive . . . . .	14
2.4.2	Pont triphasé et charge infiniment inductive . . . . .	15
2.4.3	Commutation entre diodes en présence d'inductance AC . . . . .	15
2.5	Ponts - fonctionnement avec lissage de la tension redressée . . . . .	16
2.5.1	Ponts à diodes monophasés . . . . .	16
2.5.2	Ponts à diodes triphasés . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Convertisseurs à thyristors</b>	<b>20</b>
3.1	Caractéristiques des thyristors . . . . .	20
3.2	Circuits élémentaires à thyristor . . . . .	20
3.2.1	Circuit avec un thyristor et une charge R . . . . .	20
3.2.2	Circuit avec un thyristor redresseur et un thyristor de roue libre . . . . .	21
3.3	Ponts à thyristors monophasé et triphasé . . . . .	22

3.3.1	Fonctionnement en redresseur . . . . .	22
3.3.2	Fonctionnement en onduleur (non autonome) . . . . .	24
3.4	Ponts mixtes (à diodes et à thyristors) . . . . .	24
3.5	Caractéristiques des triacs - gradateurs . . . . .	25
3.6	Cycloconvertisseurs . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Ponts universels</b>	<b>27</b>
4.1	Caractéristiques des interrupteurs commandables . . . . .	27
4.2	Convertisseurs à source de tension : généralités . . . . .	28
4.2.1	Topologie et réalisation pratique . . . . .	28
4.2.2	Conduction dans les composants semi-conducteurs et pertes associées . . . . .	28
4.2.3	Commutation dans un bras et pertes associées . . . . .	29
4.3	Hacheurs - modulation de largeur d'impulsions (MLI) . . . . .	29
4.3.1	Demi-pont . . . . .	30
4.3.2	Pont en H . . . . .	31
4.3.3	Couverture dans le plan tension-courant . . . . .	32
4.3.4	Déformation du courant absorbé par une charge inductive . . . . .	32
4.3.5	Temps mort . . . . .	33
4.4	Onduleurs de tension monophasés . . . . .	34
4.4.1	MLI sinusoïdale linéaire . . . . .	34
4.4.2	Surmodulation et onde carrée . . . . .	35
4.4.3	Charge RLE générique et composantes fondamentales et harmoniques du courant . . . . .	36
4.5	Onduleurs de tension triphasés . . . . .	36
4.5.1	MLI sinusoïdale linéaire . . . . .	36
4.5.2	Surmodulation et onde carrée . . . . .	37
4.5.3	Charge RLE générique et tensions phase-neutre . . . . .	37
4.5.4	Modulation à vecteur spatial . . . . .	38
4.6	Commande en tension (par MLI) versus commande en courant (à hystérésis) . . . . .	40
4.7	Convertisseurs à source de courant . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Hacheurs à un quadrant - alimentations à découpage</b>	<b>42</b>
5.1	Alimentations linéaires versus alimentations à découpage . . . . .	42
5.2	Topologie de base des hacheurs à un quadrant (buck, boost, buck-boost) . . . . .	42
5.2.1	Hacheur buck . . . . .	43
5.2.2	Hacheur boost . . . . .	45
5.2.3	Hacheur buck-boost . . . . .	46
5.3	Hacheurs avec isolation galvanique . . . . .	46

# Chapitre 1

## Introduction

abréviation	nom	<i>name</i>	
DC	courant continu	<i>direct current</i>	
AC	courant alternatif	<i>alternating current</i>	
DPF	facteur de déplacement	<i>displacement power factor</i>	
PF	facteur de puissance	<i>power factor</i>	
THD	taux de déformation harmonique total	<i>total harmonic distortion</i>	
PCC	point de couplage commun	<i>point of common coupling</i>	
EMC, CEM	compatibilité électromagnétique	<i>electromagnetic compatibility</i>	
symbole	unité	nom	<i>name</i>
$T$	s	période fondamentale d'une grandeur périodique	<i>fundamental period</i>
$f$	Hz	fréquence fondamentale d'une grandeur périodique	<i>fundamental frequency</i>
$\omega$	rad/s	pulsation (fréquence angulaire) fondamentale d'une grandeur périodique	<i>fundamental pulsation</i>
$V_0, I_0$ (ou $V, I$ )	V, A	valeur moyenne de la tension $v(t)$ ou du courant $i(t)$	<i>average value</i>
$V_{\text{rms}}, I_{\text{rms}}$ (ou $V, I$ )	V, A	valeur efficace de la tension $v(t)$ ou du courant $i(t)$	<i>root-mean-square (rms) value</i>
$V_k, I_k$	V, A	valeur efficace de la composante de rang $k \geq 1$ de la tension $v(t)$ ou du courant $i(t)$	<i>rms value of harmonic of order <math>k</math></i>
$\hat{V}_k, \hat{I}_k$	V, A	amplitude de la composante de rang $k \geq 1$ du courant $i(t)$	<i>amplitude of harmonic of order <math>k</math></i>
$\Delta V_{\text{pp}},$ $\Delta I_{\text{pp}}$	V, A	ondulation crête à crête de la tension $v(t)$ ou du courant $i(t)$	<i>peak-to-peak ripple</i>
$\varphi_k$	rad	angle de retard du courant sur la tension (harmoniques de rang $k$ )	<i>phase lag angle of current w.r.t. voltage (order <math>k</math>)</i>
$P$	W	puissance moyenne (ou active)	<i>average (or active) power</i>
$P_k$	W	puissance moyenne associée aux harmoniques de rang $k$ de tension et de courant	<i>average power associated with harmonics of order <math>k</math></i>
$R, L, C$	$\Omega, H, F$	résistance, inductance, capacité	<i>resistance, inductance, capacitance</i>

Tableau 1.1 – Liste des abréviations et symboles.

Ci-dessus se trouve un tableau reprenant les divers abréviations et symboles. L'électronique de puissance se distingue de l'électronique de signal par le niveau de puissance élevé. On s'occupe de la conversion de l'énergie d'une forme à une autre et non de la transmission et du traitement des informations analogiques ou digitales. Dans ce cours, on étudiera les convertisseurs quasi tout le temps en fonctionnement en régime établi. La déformation des grandeurs c'est-à-dire leur contenu harmonique est gênante.

## 1.1 Aperçu des différents types de convertisseurs, de composants semi-conducteurs et d'applications

### 1.1.1 Types de convertisseurs

Les convertisseurs électroniques de puissance effectuent un changement de **caractéristiques** entre leur entrée et leur sortie. Le Tableau 1.2 reprend les principaux. Un convertisseur peut être **réversible** en puissance, c'est-à-dire que le flux de puissance peut s'écouler aussi bien de l'entrée vers la sortie que vice-versa. Cette propriété est naturelle pour les convertisseurs **électromagnétiques** (un transformateur par exemple), mais l'est beaucoup moins pour les **statiques**. Ces derniers contiennent des composants semi-conducteurs qui sont fortement **non-linéaires**, en plus éventuellement de composants magnétiques et de capacités.

conversion	grandeur réglementée	appellation	name
AC-DC	amplitude éventuellement	redresseur	<i>rectifier</i>
DC-AC	fréquence, amplitude et phase	onduleur	<i>inverter</i>
DC-DC	amplitude	hacheur	<i>chopper</i>
AC-AC	amplitude	gradateur (dimmer)	<i>AC chopper</i>
AC-AC	fréquence, amplitude et phase	cycloconvertisseur	<i>cycloconverter</i>

Tableau 1.2 – Types de convertisseurs.

### 1.1.2 Types de composants semi-conducteurs

Les composants semi-conducteurs sont classifiés selon leur commandabilité :

- **La diode** est un dipôle non linéaire et non commandable. Elle correspond pratiquement à un court-circuit pour un sens du courant et un circuit ouvert pour l'autre. Les **redresseurs non commandés** constitués de diodes uniquement sont très utilisés.  
Capacité en fréquence : faible - grande, en puissance : faible - grande.
- **Le thyristor** possède en plus de la diode, une électrode de commande qui permet de reporter le début de la conduction, mais pas l'interruption du courant. C'est pourquoi on dit qu'il est **semi-commandable**. Avec des **ponts redresseurs à thyristors**, on peut commander la tension de sortie et en plus l'inverser (dans le cas de l'onduleur). On le retrouve aussi dans les **gradateurs** et **cycloconvertisseurs**. Il est **unidirectionnel** en courant comme la diode.  
Capacité en fréquence : faible, en puissance : grande.
- **Le triac** ressemble au thyristor dans la mesure où il est semi-commandable, mais est **bidirectionnel** en courant. Cela correspond à la mise en antiparallèle de deux thyristors (tête-bêche). On peut les utiliser dans des **gradateurs**.

Capacité en fréquence : faible, en puissance : faible.

- La dernière catégorie reprend les composants dont on peut en contrôler aussi bien le début que la fin de la conduction. Il s'agit de **transistors de puissance** (BJT, IGBT, MOSFET, ...) et de composants dérivés du thyristor (GTO). On parlera d'**interrupteurs commandables** (switches) qu'on retrouve dans les **convertisseurs en pont**. On les qualifie d'universels, car on peut faire plusieurs conversions d'énergie (redresseur, onduleur ou hacheur).

Dans l'ordre pour GTO - BJT, IGBT, ... - MOSFET, capacité en fréquence : faible - moyenne - grande, en puissance : grande - moyenne - faible.

### 1.1.3 Types d'applications

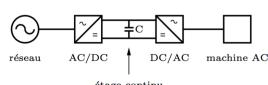
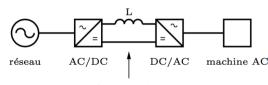


FIGURE 1.1

La conversion AC-AC est très utilisée notamment pour l'alimentation et la commande des machines électriques à courant alternatif à partir du réseau. Les gradateurs et cycloconvertisseurs réalisent ceci en une seule étape, mais ont des limitations importantes. On a une plus grande flexibilité avec la mise en cascade d'un convertisseur AC-DC puis DC-AC avec, entre les deux blocs (étage continu commun), soit un condensateur (parallèle), soit une self (en série) en tant que tampon d'énergie. Le même s'opère pour l'alimentation de machine à courant continu avec un convertisseur AC-DC puis DC-DC.

Un convertisseur peut être raccordé au réseau par l'intermédiaire d'un transformateur. En fonction du type de convertisseur et de charge, un courant plus ou moins déformé est tiré du réseau (la charge injecte des harmoniques dans le réseau). Vu l'impédance non nulle du réseau, une tension déformée se présente au niveau du PCC (là où d'autres charges sont raccordées) qui peut conduire à un dysfonctionnement, voire l'endommagement de la charge, auquel cas il y a une **incompatibilité électromagnétique** (EMC). Le problème des harmoniques peut être réglé par des filtres **passifs** (inductances et capacités) ou des filtres **actifs** (convertisseurs avec commande). Pareil entre le convertisseur et la charge pour les déformations.

Un autre aspect important est la **puissance réactive** côté réseau (à tension alternative) et/ou côté charge (à courant alternatif). Certains convertisseurs peuvent fournir de la puissance réactive plutôt que tirer un courant en retard sur la tension. Pour le cas des machines asynchrones à charge par exemple qui consomme de la puissance réactive, ceci est indispensable. La réversibilité du convertisseur niveau puissance active est également importante. Par exemple, le freinage électrique en récupérant l'énergie ou en la dissipant dans une résistance.

## 1.2 Régimes périodiques et harmoniques

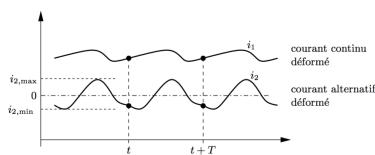


FIGURE 1.3

On travaillera en régime établi et dans ce cas les courants et tensions possèdent une période fondamentale  $T$ . Sur la figure ci-contre, le premier signal peut être désigné de continu, car ne change pas de signe et la composante continue est prépondérante alors que le deuxième pas, mais en possède une. L'ondulation crête à crête est la différence entre la valeur maximum

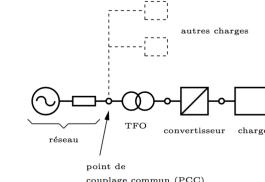


FIGURE 1.2

et la valeur minimum du signal. La fréquence fondamentale  $f = 1/T$  est directement liée à la fréquence d'alimentation du convertisseur ou à la fréquence de découpage commandée. La présence de composants non linéaires et découpage par interrupteurs déforme les grandeurs : soit non parfaitement constantes, soit non parfaitement sinusoïdales.

### 1.2.1 Décomposition en série de Fourier

Soit un courant périodique  $i(t)$  de pulsation fondamentale  $\omega = 2\pi f$ . Sa décomposition fréquentielle s'écrit :

$$\begin{aligned} i(t) &= I_0 + \sum_{k \geq 1} \left( \hat{I}_{ck} \cos k\omega t + \hat{I}_{sk} \sin k\omega t \right) \\ &= I_0 + \sum_{k \geq 1} \underbrace{\hat{I}_k \cos(k\omega t + \gamma_k)}_{i_k(t)} \quad \text{avec} \quad \hat{I}_{ck} - j\hat{I}_{sk} = \hat{I}_k e^{j\gamma_k}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

où  $I_0$  est la composante continue et  $i_k(t)$  l'harmonique de rang  $k$ . La composante continue donne la valeur moyenne de  $i(t)$  sur une période fondamentale puisque les harmoniques sont à valeur moyenne nulle :

$$I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt \quad (1.2)$$

Les relations d'orthogonalité à la page 7 du syllabus donnent les relations suivantes pour  $k \geq 1$  :

$$\begin{aligned} \hat{I}_{ck} &= \hat{I}_k \cos \gamma_k = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos k\omega t dt \\ \hat{I}_{sk} &= -\hat{I}_k \sin \gamma_k = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \sin k\omega t dt \end{aligned} \quad (1.3)$$

La **symétrie demi-onde** (half-wave symmetry) se manifeste dans de nombreux cas en pratique,  $v(t) = -v(t + T/2)$  ou  $i(t) = -i(t + T/2)$ . Ceci permet d'annuler les harmoniques de **rang pair** :

$$\begin{aligned} \int_0^T v(t) \cos k\omega t dt &= \int_0^{T/2} v(t) \underbrace{(\cos k\omega t - \cos k\omega(t + T/2))}_{= 0 \text{ si } k \text{ est pair}} dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

### 1.2.2 Valeur efficace

La valeur efficace ou rms du courant  $i(t)$  est définie comme :

$$I_{rms} = \sqrt{\int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k \geq 1} \hat{I}_k^2} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k \geq 1} I_k^2}, \quad (1.5)$$

où  $I_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{I}_k$  est la valeur rms de l'harmonique de rang  $k$ . Remarquons que les termes croisés  $I_k I_l$  n'apparaissent pas en raison de l'orthogonalité. Considérons un courant parcourant une résistance  $R$ , les **pertes Joules instantanées** valent  $ri^2(t)$  et celles **moyennées sur une période fondamentale T** sont données par :

$$P_J = \frac{1}{T} \int_0^T R i^2 dt = RI_0^2 + \sum_{k \geq 1} RI_k^2 = RI_{rms}, \quad (1.6)$$

et sont donc proportionnelles au carré de la valeur efficace du courant.

### 1.2.3 Puissances électriques instantanée et moyenne

Soit une tension  $v(t)$  et un courant  $i(t)$  :

$$v(t) = V_0 + \sum_{k \geq 1} \underbrace{\sqrt{2}V_k \cos(k\omega t + \gamma_{vk})}_{v_k(t)} \quad \text{et} \quad i(t) = I_0 + \sum_{k \geq 1} \underbrace{\sqrt{2}I_k \cos(k\omega t + \gamma_{ik})}_{i_k(t)} \quad (1.7)$$

La puissance instantanée dans un système monophasé est donnée par  $p(t) = v(t)i(t)$  et celle moyennée

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \underbrace{V_0 I_0}_{P_0} + \underbrace{V_1 I_1 \cos \varphi_1}_{P_1} + \sum_{k \geq 2} \underbrace{V_k I_k \cos \varphi_k}_{P_k} \quad (1.8)$$

où  $P_0$  est la puissance associée aux composantes continues,  $P_k$  aux harmoniques de rang  $k \geq 1$  et où  $\varphi_k = \gamma_{vk} - \gamma_{ik}$  est le retard du courant  $k$  sur la tension  $k$ . Notons que de nouveau les termes croisés n'apparaissent pas. La sommation dans (1.8) peut être limité à un seul terme :

- Si la tension  $v(t)$  est continue et non déformée ( $v(t) = V_0; V_k = 0, k \geq 1$ ) la puissance moyenne est donnée par  $P = V_0 I_0$ , quelle que soit la déformation du courant. Pareil en inversant tension et courant.
- Si la tension est sinusoïdale non déformée ( $v(t) = \sqrt{2}V_1 \cos(\omega t + \gamma_v); V_k = 0, k \neq 1$ ), la puissance moyenne est donnée par  $P = V_1 I_1 \cos \varphi_1$ , quelle que soit la déformation du courant. Pareil en inversant tension et courant.

Dans les autres cas, les  $P_k$  sont souvent négligeable devant  $P_0$  ou  $P_1$ .

### 1.2.4 Grandeurs continues

En l'absence de toute déformation, les grandeurs dites continues sont parfaitement constantes. La déformation du courant  $\Delta i(t)$  peut comprendre toutes les harmoniques de rang  $k \geq 1$  :

$$i(t) = I_0 + \underbrace{\sum_{k \geq 1} \hat{I}_k \cos(k\omega t + \gamma_k)}_{\Delta i(t)} \quad (1.9)$$

La valeur efficace de la déformation  $\Delta i(t)$  est donnée par :

$$\Delta I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k \geq 1} \hat{I}_k^2} = \sqrt{\sum_{k \geq 1} I_k^2} \quad (1.10)$$

Il vient pour la valeur efficace du courant total :

$$I_{rms} = \sqrt{I_0^2 + \Delta I_{rms}^2}. \quad (1.11)$$

Les pertes Joules supplémentaires dues à la déformation sont données par  $R(\Delta I_{rms})^2$ .

### 1.2.5 Grandeur sinusoïdales (systèmes monophasés)

En l'absence de déformation, les grandeurs alternatives sont parfaitement sinusoïdales. L'éventuelle déformation se manifeste en une composante  $I_0$  et les harmoniques de rang  $k \geq 2$  :

$$i(t) = \underbrace{\hat{I}_1 \cos(\omega t + \gamma_1)}_{i_1(t)} + \underbrace{I_0 + \sum_{k \geq 2} \hat{I}_k \cos(k\omega t + \gamma_k)}_{\Delta i(t)} \quad (1.12)$$

La valeur efficace de la déformation est donnée par :

$$\Delta I_{rms} = \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k \geq 2} \hat{I}_k^2} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k \geq 2} I_k^2} \quad (1.13)$$

Le **THD - total harmonic distortion** d'une grandeur AC est défini comme le quotient de la valeur efficace de sa déformation sur la valeur efficace de la composante fondamentale :

$$THD = \frac{\Delta I_{rms}}{I_1} \quad (1.14)$$

Le **DPF - displacement power factor** est défini comme le cosinus de l'angle  $\varphi_1$ , le retard du fondamental de courant sur le fondamental de tension :

$$DPF = \cos \varphi_1. \quad (1.15)$$

La **puissance apparente S** et le **PF - power factor** sont défini :

$$S = V_{rms} I_{rms} \quad \text{et} \quad PF = \frac{P1}{S} = \frac{V_1 I_1 \cos \phi_1}{S} \quad (1.16)$$

où  $P_1$  est la puissance moyenne ou active associée aux fondamentaux. Le PF est souvent inférieur à 1 en raison du déphasage  $\varphi_1$  ou encore à la déformation de la tension ou du courant ( $V_{rms} > V_1$  ou  $I_{rms} > I_1$ ). Pour la transmission d'énergie AC électrique, une charge est dite idéale si connecté à une source de tension parfaitement sinusoïdale, le courant absorbé l'est de même et est en phase avec la tension. Le DPF et PF valent alors 1. Dans ce cas, la valeur efficace du courant et les pertes Joules sont minimales.

### Ondes carrée et triangulaire

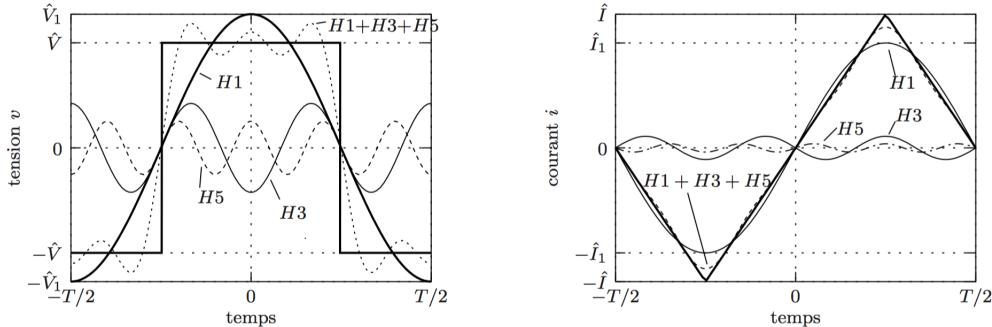


FIGURE 1.4

D'après la figure ci-dessus, l'onde carrée de tension varie entre  $\hat{V}$  et  $-\hat{V}$  et l'amplitude et valeur efficace de la fondamentale sont

$$\hat{V}_1 = \frac{4}{\pi} \hat{V} \quad \text{et} \quad V_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \hat{V} \quad (1.17)$$

Les harmoniques de rang pairs étant nulles grâce à la symétrie demi-onde et l'amplitude des harmoniques de rangs  $k \geq 1$  étant inversement proportionnelle à leur rang  $\hat{V}_k = \frac{1}{k} \hat{V}_1$  :

$$THD = \sqrt{1/3^2 + 1/5^2 + 1/7^2 + \dots} = 48.3\% \quad (1.18)$$

Pour l'**onde triangulaire**, on applique une tension carrée  $v(t) = \pm \hat{V}$  sur une inductance L. On a alors un courant triangulaire de pente  $\frac{di}{dt} = \pm \frac{1}{L} \hat{V}$ . La symétrie demi-onde est de nouveau là et les harmoniques (rang impair) de tension et courant sont liés comme :

$$\hat{V}_k \cos(k\omega t + \gamma_k) = L \frac{d}{dt} (\hat{I}_k \sin(k\omega t + \gamma_k)) \Rightarrow \hat{V}_k = k\omega L \hat{I}_k \quad (1.19)$$

Alors, l'amplitude des harmoniques impaires  $k \geq 1$  est  $\hat{I}_k = \frac{1}{k^2} \hat{I}_1$ . Le courant est moins déformé que la tension :

$$THD = \sqrt{1/3^4 + 1/5^4 + 1/7^4 + \dots} = 12.12\% \quad (1.20)$$

De façon dual, un courant carré dans une capacité donnera une tension triangulaire de pente  $\frac{dv}{dt} = \pm \frac{1}{C} \hat{I}$  et les harmoniques seront liées par :

$$\hat{I}_k = k\omega C \hat{V}_k. \quad (1.21)$$

### 1.2.6 Systèmes triphasés symétriques

#### Régime périodique quelconque

Considérons un système de trois courants  $i_a(t), i_b(t)$  et  $i_c(t)$ , de même fréquence et période fondamentale. On parlera de **symétrique triphasé** lorsque les grandeurs de phase sont décalées de  $\pm T/3$ , ce qui donne en ordre de phase **direct** et **inverse** :

$$i_a(t) = i_a(t + T/3) = i_a(t - T/3) \quad \text{et} \quad i_a(t) = i_a(t - T/3) = i_a(t + T/3) \quad (1.22)$$

On parle de **courants homopolaires** lorsque les 3 courants sont identiques. Pour ce qui est du **contenu harmonique** dans le cas d'une symétrie d'ordre direct, on suppose la symétrie demi-onde donc pas de rang pair. Le rang  $k$  des harmoniques restantes peut être exprimé comme  $k = 6m + 1, k = 6m + 3, k = 6m + 5$  ( $m$  entier). Les courants se développent comme :

$$i_a(t) = \sum_{k=6m+1} \hat{I}_{a,k} \cos(k\omega t + \gamma_{a,k}) + \sum_{6m+3} \hat{I}_{a,k} \cos(k\omega t + \gamma_{a,k}) + \sum_{6m+5} \hat{I}_{a,k} \cos(k\omega t + \gamma_{a,k}) \quad (1.23)$$

La symétrie est aussi d'application au niveau des harmoniques, donc l'amplitude du courant est la même dans les 3 phases. Pour trouver le lien entre les angles de phase, on sait d'après l'ordre des phases direct que :

$$\cos(\omega t + \gamma_{a,k}) = \cos(\omega t + \gamma_{b,k} + \frac{2\pi}{3}) = \cos(\omega t + \gamma_{c,k} - \frac{2\pi}{3}). \quad (1.24)$$

- $k = 6m + 1$  :

On a  $\gamma_{a,k} = \gamma_{b,k} + \frac{2\pi}{3} = \gamma_{c,k} - \frac{2\pi}{3}$ . Les harmoniques constituent donc un système triphasé d'ordre direct de période  $T/k$ .

- $k = 6m + 3$  :

On a  $\gamma_{a,k} = \gamma_{b,k} = \gamma_{c,k}$ , traduisant des systèmes homopolaires lorsque  $k = 3, 9, \dots$ . Lorsque la somme des phases est nulle à tout instant,  $i_{a,k}(t) + i_{b,k}(t) + i_{c,k}(t)$ . Les harmoniques multiples de 3 sont donc d'office exclus.

- $k = 6m + 5$

On a  $\gamma_{a,k} = \gamma_{b,k} - \frac{2\pi}{3} = \gamma_{c,k} + \frac{2\pi}{3}$ . Les harmoniques constituent des systèmes triphasés d'ordre inverse.

## Onde carrée triphasée

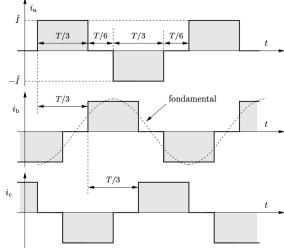


FIGURE 1.5

Sur le schéma on voit bien la symétrie d'ordre direct des courants de période fondamentale  $T$ . Les impulsions positives et négatives de période  $T/3$  sont séparées par des intervalles de valeur nulle et de largeur  $T/6$ . L'amplitude et la valeur efficace du courant sont donné par

$$\hat{I}_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \hat{I} \quad \text{et} \quad I_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \hat{I}. \quad (1.25)$$

Les harmoniques présentes sont de rang impair (symétrie demi-onde) et non multiple de 3 (somme des courants nulle). Comme pour le monophasé, on a  $\hat{I}_k = \hat{I}_1/k$  et donc :

$$THD = \sqrt{1/5^2 + 1/7^2 + 1/11^2 / \dots} = 31.1\% \quad (1.26)$$

### 1.2.7 Tension moyenne à travers une inductance et courant moyen à dans un condensateur

#### Inductance

En cas de régime établi de période  $T$ , la tension moyenne  $v_{L,0}$  est nulle (L cst) :

$$v_{L,0} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v_L(t) dt = \frac{L}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{di_L}{dt} dt = \frac{L}{T} (i_L(t_0 + T) - i_L(t_0)) = 0 \quad (1.27)$$

Aussi dans le cas d'une inductance non linéaire, car le flux périodique  $\phi_L(T + t_0) = \phi_L(t_0)$  et  $v_L = \frac{d\phi_L}{dt}$ . En régime établi, l'inductance absorbe et débite de l'énergie magnétique alternativement selon  $e_L(t) = \frac{1}{2}Li_L^2$ . Le courant oscille autour de sa valeur moyenne  $I_{L,0}$  et l'énergie autour de  $E_{L,0} = \frac{1}{2}LI_{L,rms}^2$  à 2 fois la fréquence fondamentale.

#### Condensateur

En cas de régime établi de période  $T$ , le courant moyen est nul (C cst) :

$$I_{C,0} = \frac{C}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{dv_C}{dt} dt = \frac{C}{T} (v_C(t_0 + T) - v_C(t_0)) = 0 \quad (1.28)$$

L'énergie électrique accumulé entre les électrodes du condensateur est  $e_C(t) = \frac{1}{2}Cv_C^2$ . Il débite et absorbe alternativement de la puissance où la tension oscille autour de  $v_{C,0}$  et l'énergie autour de  $E_C = \frac{1}{2}CV_{C,rms}^2$ .

# Chapitre 2

## Redresseur à diodes

Ils sont simples, bon marché et ne nécessitent aucun réglage, délivrent une tension continue essentiellement constante sur base d'une tension alternative. Il existe deux catégories de charges à alimenter, celles pour lesquelles il faut délivrer une tension continue lisse et celle pour lesquelles il faut limiter la déformation du signal. Les équipements électroniques appartiennent à la 1re catégorie, c'est pourquoi on retrouve un condensateur connecté entre les bornes de sortie qui permet de lisser le signal redressé. Les machines à courant continu, charges dites *RLE*, appartiennent à la 2e catégorie, nécessite un redresseur à thyristors (**commandable**) puisque celui à diode est **non-commandable**. La liste des symboles utilisés est reprise ci-dessous.

symbole	unité	nom	name
$V_{D,\text{on}}$	V	tension de seuil (d'une diode)	threshold voltage
$R_{D,\text{on}}$	$\Omega$	résistance en conduction (d'une diode)	on-resistance
$V_{\text{ac}}^0$	V	tension à vide (valeur rms) de la source de tension monophasée	noload voltage of single-phase voltage source
$U_{\text{ac}}^0$	V	tension à vide phase-phase (valeur rms) de la source de tension triphasée	noload phase-to-phase voltage (of three-phase voltage source)
$L_{\text{ac}}$	H	inductance totale côté AC (par phase en triphasé)	total AC inductance
$T_{\text{com}}, \theta_{\text{com}}$	s, rad	durée de la commutation entre phases	phase-commutation time or angle
$\Delta V_{\text{com}}$	V	réduction de tension moyenne due à la commutation entre phases	average-voltage decrease due to commutation
$\Delta V_{\text{dc,pp}}$	V	ondulation crête à crête de la tension de sortie	peak-to-peak ripple of the output voltage
$V_{\text{dc}}^0$	V	tension à vide de la source de tension DC équivalente	noload voltage of the equivalent DC voltage source
$R_{i,\text{dc}}$	$\Omega$	résistance interne de la source de tension DC équivalente	internal resistance of the equivalent DC voltage source
$T_c, \theta_c$	s, rad	durée d'un intervalle de conduction	conduction time or angle interval
$T_{\text{nc}}, \theta_{\text{nc}}$	s, rad	durée d'un intervalle de non-conduction	non-conduction time or angle interval

Tableau 2.1 – Liste des symboles.

## 2.1 Caractéristique des diodes

La figure ci-dessous reprend la représentation réelle à idéalisée de la diode. Elle est **conductrice** ou passante pour  $v_D = v_{AK}$  positive. La tension dépend alors peu du courant  $i_D$ .

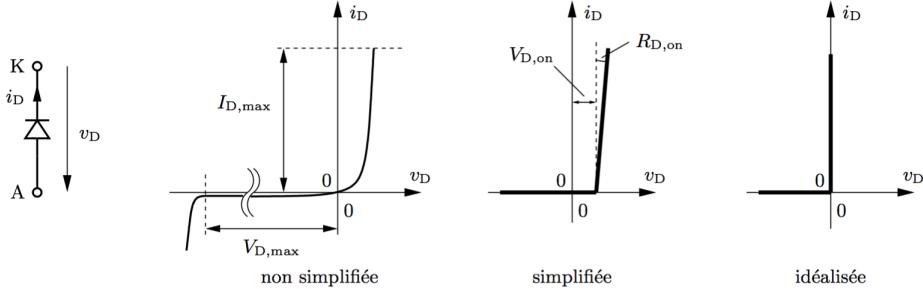


FIGURE 2.1

Le courant maximum qu'elle peut supporter, noté  $i_{D,max}$  dépend de sa construction, sa taille et du radiateur, refroidisseur sur lequel elle est montée et peut atteindre plusieurs  $kA$  pour celles sur le commerce. Pour les diodes de puissance, le transfert de chaleur vers le radiateur est essentiel. De plus elles ont une faible **inertie thermique** vu leur taille. Pour le modèle simplifié, on a en conduction :

$$v_D = v_{D,on} + R_{D,on}i_D \quad (2.1)$$

où  $v_{D,on}$  est appelé **tension de seuil** et est de l'ordre du volt. Sauf pour les basses tensions (dizaine de volts ou moins), on négligera cette tension  $v_D$ , car elle influence peu les caractéristiques macroscopiques des convertisseurs. On n'oubliera cependant pas qu'il existe une **perte de conduction** instantanée  $P_D(t) = v_D(t)i_D(t)$ .

Pour ce qui est de l'état **bloquant** ou **bloqué**, il se manifeste lorsque  $v_D < 0$  et  $i_D$  sera négatif, mais négligeable. La tension inverse maximum qu'on peut appliquer est notée  $v_{D,max}$  et vaut plusieurs  $kV$ . Les diodes de puissance sont utilisées à de faibles **fréquences de commutation** (50 ou 60 Hz).

## 2.2 Charge inductive générique et circuits redresseurs élémentaires à une ou deux diodes

### 2.2.1 Charge RLE générique

Pour l'étude des circuits, on considérera une charge inductive générique RLE. Ces paramètres sont supposés constants c'est-à-dire que leur variation sur un cycle d'alimentation AC est négligeable. Ceci représente par exemple le circuit d'induit d'une MCC ( $E_{dc} \neq 0$ ) ou son circuit d'excitation ( $E_{dc} = 0$ ). L'équation différentielle pour la tension aux bornes de la charge est :

$$v_{dc} = E_{dc} + R_{dc}i_{dc} + L_{dc} \frac{di_{dc}}{dt} \quad (2.2)$$

En régime établi et en introduisant la **tension moyenne**  $V_{dc}$  et le **courant moyen**  $I_{dc}$ , on a :

$$V_{dc} = E_{dc} + R_{dc}I_{dc} \quad (2.3)$$

La charge étant alimenté par un redresseur à diode,  $i_{dc}$  et  $I_{dc}$  ne peuvent pas être négatifs et si  $E_{dc}$  est trop élevé, le courant est nul. On a :

$$I_{dc} = \max\left(\frac{V_{dc} - E_{dc}}{R_{dc}}, 0\right). \quad (2.4)$$

L'inductance de la charge tend à lisser le courant. C'est d'autant plus le cas que la constante de temps  $\tau = L_{dc}/R_{dc}$  est grande par rapport à  $T = 1/f$  du réseau. Pour les ponts monophasé ou triphasé, c'est l'intervalle de temps  $T/2$  ou  $T/6$  qui importe. Dans le cas d'une MCC, les ondulations de la tension impliquent une ondulation du courant et donc une ondulation du **couple électromagnétique**, ce qui est dérangeant. On peut donc adjoindre une inductance extérieure si c'est insuffisant, au détriment de performances dynamiques réduites en cas de commande de couple, vitesse ou de position de l' entraînement électrique.

## 2.2.2 Circuits redresseurs élémentaires avec une diode et une charge R, ER ou EL

### Avec charge R

La figure ci-dessous représente un circuit avec une source de tension AC de fréquence  $f$  idéale raccordée à une diode idéale et une résistance avec  $R_{dc}$  constante. Dans ce cas,  $i_{ac}(t) = i_{dc}(t)$  à tout instant. La diode n'est passante que lorsque  $v_{ac}(t) > 0$ , avec  $v_{dc}(t) = v_{ac}(t)$  et  $i_{dc} = v_{ac}(t)/R_{dc}$ . La diode est bloquante lorsque  $v_D = v_{ac} < 0$ , avec  $v_{dc} = 0 = i_{dc}$ .

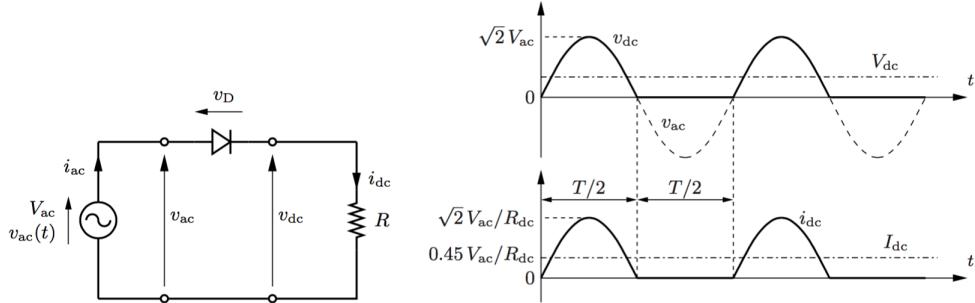


FIGURE 2.2

On obtient la valeur moyenne de la tension en intégrant sur une demi-période de conduction :

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{2}V_{ac} \sin(\omega t) dt = \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{\pi}}_{0.450} V_{ac}. \quad (2.5)$$

La tension redressée et le courant  $i_{dc} = i_{ac}$  sont fortement ondulés, tous les harmoniques de fréquence  $k f$  sont présents (pas de symétrie demi-onde). Le fait qu'un courant continu à moyenne non nul est tiré de la source pose un problème et provient d'un seul chemin  $\Rightarrow$  **redresseur simple voie**.

### Avec charge ER

On a cette fois en plus une source de tension DC dans la charge et on peut voir le montage comme si on chargeait une batterie avec résistance interne.

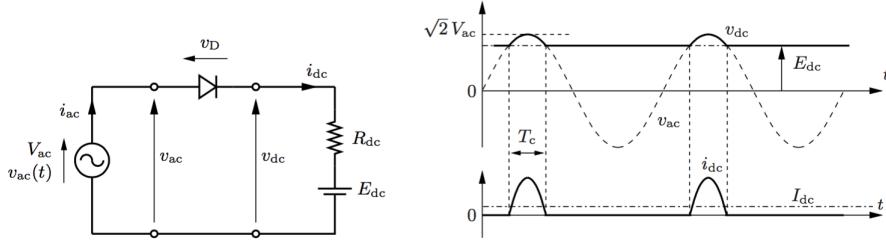


FIGURE 2.3

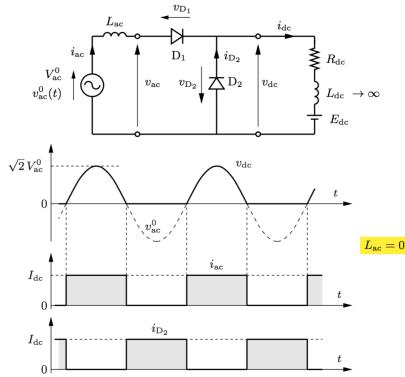
Dans le cas où la diode est passante,  $v_{ac}(t) = v_{dc}(t) = E_{dc} + R_{dc}I_{dc}$ , à la condition que  $(v_{ac} - E_{dc})/R_{dc} > 0$  donc que  $v_{ac} > E_{dc}$ . Dans le cas d'une diode bloquante, on a  $v_{dc} = E_{dc}$ . Les grandeurs DC déformées contiennent de nouveau tous les harmoniques de fréquence  $kf$  et on a pour les intervalles de conduction de largeur  $T_c$  ou  $\theta_c = \omega T_c$  :

$$E_{dc} = \hat{V}_{ac} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta_c}{2}\right) = \hat{V}_{ac} \cos\frac{\theta_c}{2} \quad \Rightarrow \quad \theta_c = 2 \arccos \frac{E_{dc}}{\hat{V}_{ac}} \quad (2.6)$$

où on remarque que les intervalles sont d'autant plus courts que  $E_{dc}$  tend vers  $\hat{V}_{ac}$ . La tension  $V_{dc}$  moyenne s'obtient en intégrant sur  $\theta_c$  et les  $2\pi - \theta_c$  restant :

$$\begin{aligned} \frac{V_{dc}}{\hat{V}_{ac}} &= \frac{1}{2\pi\hat{V}_{ac}} \left[ \int_0^{2\arccos \frac{E_{dc}}{\hat{V}_{ac}}} \hat{V}_{ac} \sin \omega t \, d\omega t + \int_{2\arccos \frac{E_{dc}}{\hat{V}_{ac}}}^{2\pi} E_{dc} \, d\omega t \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{E_{dc}}{\hat{V}_{ac}}\right)^2} + \left(1 - \frac{1}{\pi} \arccos \frac{E_{dc}}{\hat{V}_{ac}}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

### 2.2.3 Circuit avec une diode redresseuse et une diode de roue libre - empirément



Sur la figure ci-contre sont représentées deux diodes D1 et D2, la 1re laissant conduire la source de tension AC et la 2e dites de roue libre étant un chemin supplémentaire pour le courant dans la charge. La source AC est modélisée par son équivalent à vide  $v_{ac}^0(t)$  et une inductance interne  $L_{ac}$ . Prenons d'abord le cas où  $L_{dc} \rightarrow \infty$ , lissant parfaitement le courant  $i_{dc} = I_{dc}$ . Il s'agit toujours d'un redresseur simple voie, car le courant n'est pas alternatif.

FIGURE 2.4

#### Avec source de tension AC idéale et charge infiniment inductive

Supposons d'abord que  $L_{ac} = 0$ , on a alors avec  $L_{dc} = \infty$  :

$$I_{dc} = i_{ac} + i_{D2}. \quad (2.8)$$

On peut très bien faire l'expérience de la pensée qui conclut que le courant de la charge sera fourni par la source AC lors des alternances positives et circulera dans D2 lors des alternances négatives. La commutation entre les 2 diodes est instantanée. La valeur de tension moyenne se calcule comme (2.5). Lors des alternances négatives, la D2 étant passante,  $-v_{D2} = v_{dc} = 0$ . Toute la tension se retrouve alors sur D1.

## Avec source de tension AC non idéale et charge infiniment inductive

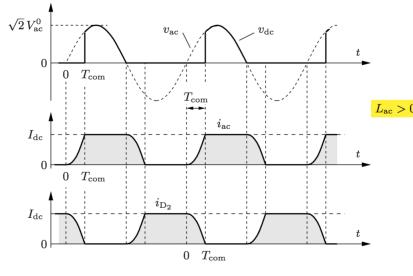


FIGURE 2.5

Dans ce cas,  $L_{ac}$  empêche les variations instantanées du courant lors des commutations. L'intervalle de temps est désigné par  $T_{com}$ , pendant lequel les 2 diodes conduisent en même temps, on parle d'**empiètement** ou de **recouvrement**. L'équation de la maille de gauche nous permet d'écrire avec les 2 diodes conductrices :

$$v_{ac}^0(t) = \sqrt{2}V_{ac}^0 \sin \omega t = L_{ac} \frac{di_{ac}(t)}{dt}. \quad (2.9)$$

On a comme précédemment  $v_{dc}(t) = -v_{D2}(t) = 0$ .

Intéressons-nous dans un premier temps à la commutation de  $D_2$  vers  $D_1$  (0 à  $T_{com}$ ). En intégrant (2.9) comme suit :

$$\begin{aligned} \int_0^{\omega T_{com}} \sqrt{2}V_{ac}^0 \sin \omega t \, d\omega t &= \int_0^{I_{dc}} \omega L_{ac} \, di_{ac} \\ \Leftrightarrow \sqrt{2}V_{ac}^0 (1 - \cos \omega T_{com}) &= \omega L_{ac} I_{dc} \\ \Leftrightarrow \theta_{com} = \omega T_{com} &= \arccos \left( 1 - \frac{\omega L_{ac}}{\sqrt{2}V_{ac}^0} I_{dc} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

On remarque ici que la durée de la commutation est d'autant plus grande que le courant et l'inductance sont grands. La commutation de  $D_1$  vers  $D_2$  se fait quoi qu'il en soit à  $v_{dc} = 0$ . Le retard sur la hausse de tension induit une baisse de la valeur moyenne de la tension de sortie désignée par  $\Delta V_{com}$  :

$$\Delta V_{com} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega T_{com}} v_{ac}^0(t) \, d\omega t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega T_{com}} \omega L_{ac} \frac{di_{ac}}{dt} \, dt = \frac{\omega L_{ac}}{2\pi} I_{dc}. \quad (2.11)$$

On voit que les mêmes conclusions sont valables pour la chute de tension moyenne.

## Équivalent de Thévenin DC

Si maintenant on prend en compte la chute de tension dans les diodes (identiques), on a :

$$V_{dc} = \underbrace{0.45V_{ac} - V_{D,on}}_{V_{dc}^0} - \underbrace{\left( R_{D,on} + \frac{\omega L_{ac}}{2\pi} \right) I_{dc}}_{R_{i,dc}} \quad (2.12)$$

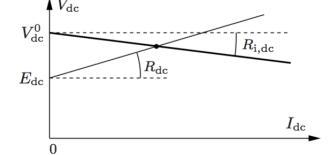


FIGURE 2.6

où on regroupe les termes sous un équivalent de Thévenin source de tension DC de la source AC et les 2 diodes, avec tension à vide  $V_{dc}^0$  et résistance interne  $R_{i,dc}$ . Sur la Figure 2.6, on peut voir le point de fonctionnement. Signalons qu'aucune perte Joule n'est associée à  $R_{i,dc}$ .

## Charge non infiniment inductive

Dans le cas d'une charge réelle avec  $L_{dc}$  réel, on peut distinguer le cas d'une conduction ininterrompue donnant un courant  $i_{dc}$  ondulé avec harmonique de fréquence  $k_f$  et toujours positif. On a aussi le cas d'une conduction interrompue avec  $i_{dc} = 0$  durant des intervalles de temps (quand  $i_{D2} > 0$ . Dans le cas **ininterrompu**, les équations pour  $\theta_{com}$  et  $\Delta V_{com}$  reste une bonne approximation, mais pour le cas **interrompu**, les équations sont fausses et la commutation de  $D_1$  vers  $D_2$  n'existe plus.

## 2.3 Ponts monophasé et triphasé - formules de base pour la tension redressée

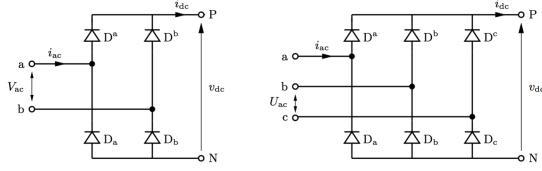


FIGURE 2.7

utilisées, on parle de **redresseur double voie**. Les bras des bornes d'entrée se raccordent aux points milieux. Le groupe de diodes supérieur constitue un sélecteur de potentiel maximum reliant le bus P à la borne d'entrée de potentiel max. Pareil pour le groupe inférieur qui constitue un sélecteur de potentiel minimum. Ainsi,  $v_{PN} \equiv v_{dc}$  est le maximum des tensions entre lignes disponible à l'entrée. On a pour les deux cas :

$$\begin{aligned} \text{monophasé : } v_{dc}(t) &= \max(v_{ac}, -v_{ac}) = |v_{ac}|, \\ \text{triphasé : } v_{dc}(t) &= \max(u_{ab}, -u_{ab}, u_{bc}, -u_{bc}, u_{ca}, -u_{ca}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Graphiquement, cela revient à considérer l'enveloppe supérieure des 2 ou 6 tensions comme illustré sur la figure ci-contre. On parle alors de redressement à 2 impulsions et redressement à 6 impulsions donnant des harmoniques de fréquences  $2kf$  et  $6kf$ . La tension de sortie en triphasé est nettement moins ondulée, elle varie entre  $\sqrt{3}/4\hat{U}_{ac} = 0.866\hat{U}_{ac}$  à  $\hat{U}_{ac}$ . On a pour les valeurs moyennes :

$$\begin{aligned} \text{monophasé : } V_{dc} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2}V_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_{ac}, \\ \text{triphasé : } V_{dc} &= \frac{3}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{2}U_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{ac}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

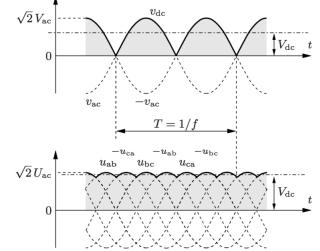


FIGURE 2.8

Les hypothèses sont les suivantes :

- La source de tension AC est supposée idéale alors que dans le réel on a une impédance.
- Diode conductrice à chaque instant, donc sans interruption. On peut avoir des intervalles durant lesquelles aucune diode ne conduit, où  $v_{dc}$  ne dépendra que de la charge.
- Imperfection des diodes négligées.

## 2.4 Ponts - fonctionnement avec charge inductive (conduction ininterrompue)

### 2.4.1 Pont monophasé et charge infiniment inductive

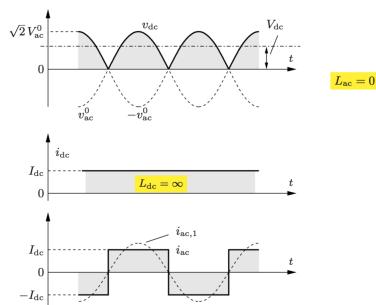


FIGURE 2.9

Source de tension AC idéale  $L_{ac} = 0$  et charge RLE avec  $L_{dc} \rightarrow \infty$ . Lors des alternances positives de la tension d'entrée  $v_{ac}^0$ , les diodes  $D^a$  et  $D_b$  sont conductrices et durant les négatives  $D^b$  et  $D_a$ . Le courant de sortie constant  $i_{dc}$  donne un courant d'entrée en onde carrée. C'est  $L_{ac} = 0$  qui permet la discontinuité instantanée du courant. L'amplitude du fondamental du courant d'entrée vaut  $I_{ac,1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{dc}$ . Il est en phase avec  $v_{ac}^0$  et donc le  $DPF = \cos \varphi_1 \approx 1$ , ce qui est

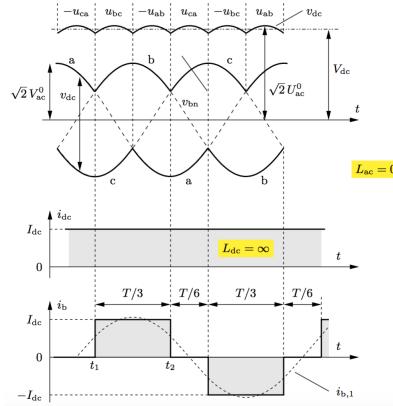
le cas pour quasi tous les redresseurs à diodes. Le FP est par contre inférieur à l'unité vu la déformation du courant en onde carrée. On peut vérifier le bilan de puissance suivant à l'aide de l'équation (2.14) :

$$V_{ac}^0 I_{ac,1} \cos \varphi_1 = V_{dc} I_{dc}. \quad (2.15)$$

Lorsque  $L_{dc} \neq \infty$ , le courant n'est pas constant et oscille avec  $I_{dc,min} \geq 0$ . Lorsque  $E_{dc} < V_{dc}$ , le courant ne s'annule pas à condition que  $L_{dc}$  soit suffisamment grand. Dans ce cas, on est dans l'ininterrompu et (2.14) reste d'application. En prenant compte de la chute de tension dans les diodes, celle-ci devient en ininterrompu :

$$V_{dc} = 0.9003 V_{ac}^0 - 2V_{D,on} - 2R_{D,on}I_{dc} \quad (2.16)$$

#### 2.4.2 Pont triphasé et charge infiniment inductive



La source de tension idéale est représentée par son équivalent en étoile. On suppose  $L_{dc} = \infty$  et les 3 phases contribuent de façon symétrique au courant continu et constant. Durant une période fondamentale, chaque phase conduit durant 2 fois  $120^\circ$  et ne conduit pas durant 2 fois  $60^\circ$ . Comme précédemment, les 3 courants ont une forme d'onde carrée triphasée. On a à nouveau les fondamentales de courant en phase avec les tensions des phases correspondantes et  $\phi_1 = 0 \Rightarrow \cos \phi_1 = 1$ . La valeur efficace de la composante fondamentale du courant vaut  $I_{ac,1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_{dc}$ . Ainsi le bilan de puissance :

$$\sqrt{2} V_{ac} I_{ac,1} \cos \phi_1 = V_{dc} I_{dc}. \quad (2.17)$$

Dans le cas **ininterrompu**, (2.14) reste valable en y ajoutant les pertes des 2 diodes conductrices.

#### 2.4.3 Commutation entre diodes en présence d'inductance AC

On peut, en plus de l'inductance de la source, avoir une inductance de lissage ou un filtre LC en amont des diodes. La commutation ne peut alors se faire instantanément.

Regardons d'abord le cas monophasé avec inductance après source  $L_{ac} \neq 0$ . La figure ci-contre nous montre les intervalles de commutation  $T_{com}$ . On peut montrer que dans le cas d'une charge infiniment inductive, la tension de sortie sera la moyenne des deux présentes lors de la commutation, donc nulle. On a alors pour la durée de commutation :

$$\omega T_{com} = \arccos \left( 1 - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{2} V_{ac}} I_{dc} \right). \quad (2.18)$$

On trouve alors pour la diminution de la moyenne :

$$\Delta V_{dc} = \frac{2\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}. \quad (2.19)$$

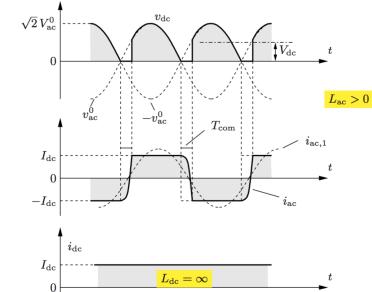


FIGURE 2.11

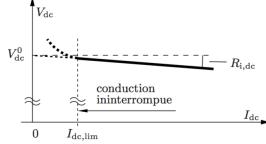


FIGURE 2.12

On peut alors exprimer la tension moyenne avec les chutes aux diodes et  $\Delta V_{dc}$  puis regrouper en source de tension continue avec sa résistance interne (Thévenin) :

$$V_{dc} = \underbrace{0.9003V_{ac}^0 - 2V_{D,on}}_{V_{dc}^0} - \underbrace{\left(2R_{D,on} + \frac{2\omega L_{ac}}{\pi}\right)}_{R_{i,dc}} I_{dc} \quad (2.20)$$

Valable uniquement dans le cas d'une conduction ininterrompue, caractérisée par une valeur seuil  $I_{dc,lim}$ . Comme effet secondaire du recouvrement, la composante fondamentale du courant est déphasée par rapport à la tension à vide  $v_{ac}^0$  avec  $\phi_1 > 0$  et  $DF = \cos \phi_1 < 1$ .

Dans le cas triphasé, les équations obtenues (livre de référence) sont :

$$\omega T_{com} = \arccos \left( 1 - \frac{2\omega L_{ac}}{\sqrt{2}U_{ac}^0} I_{dc} \right) \quad \Delta V_{com} = \frac{3\omega L_{ac}}{\pi} I_{dc}. \quad (2.21)$$

## 2.5 Ponts - fonctionnement avec lissage de la tension redressée

On branche une capacité C en parallèle sur la charge pour lisser la tension. La déformation de  $v_{dc}(t)$  sera d'autant plus faible que C sera grand. Le cas d'une capacité infinie donne lieu à une tension parfaitement lisse  $V_{dc}$  (nécessité d'une énergie et un temps de charge infini). La charge sera pour l'instant considérée comme une résistance  $R_{dc}$ . La tension  $v_{dc}(t) = v_C(t)$  est liée aux courants :

$$C \frac{dv}{dt} = i_C = i_{dc} - i_{dc,R} \quad (2.22)$$

où  $i_{dc}$  et  $i_{dc,R} > 0$ . En régime établi,  $i_C = 0$ . On a alors  $i_{dc} = i_{dc,R}$  et est d'autant plus grand que la résistance est petite (charge grande). En absence de charge  $R_{dc} = \infty$ , aucune conduction dans le pont.

### 2.5.1 Ponts à diodes monophasés

Le circuit ci-contre possède 3 impédances, une liée à la source  $L_{ac,1}$ , bobine de lissage à l'entrée  $L_{ac,2}$  et une deuxième bobine de lissage en amont du condensateur  $L_{dc}$ . On néglige les différentes résistances internes. D'autres charges peuvent être raccordées à la même source de tension AC via le PCC, où la tension est :

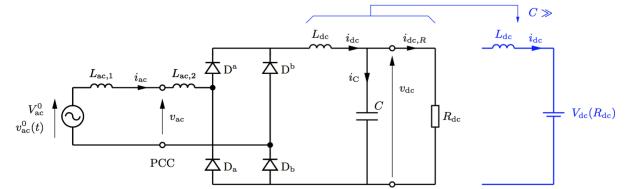


FIGURE 2.13

$$v_{ac}(t) = v_{ac}^0(t) - L_{ac,1} \frac{di_{ac}}{dt}. \quad (2.23)$$

Si on suppose  $v_{ac}^0$  parfaitement sinusoïdale (pas d'harmonique), la seule déformation est due à celle du courant  $i_{ac}$ . Explicitons les harmoniques de rang  $k > 1$  de  $v_{ac}(t)$  et  $i_{ac}(t)$  et leurs valeurs efficaces :

$$v_{ac,k}(t) = -L_{ac,1} \frac{di_{ac,k}}{dt} \Rightarrow V_{ac,k} = k\omega L_{ac,1} I_{ac,k}. \quad (2.24)$$

Il importe donc de limiter la déformation du courant pour limiter celle de la tension. Grâce au condensateur, la tension de sortie est peu ondulée et on peut modéliser l'ensemble condensateur-résistance comme une source de tension DC idéal, mais dont  $V_{dc} = cst$  dépend de la valeur de  $R$ .

## Conduction interrompue

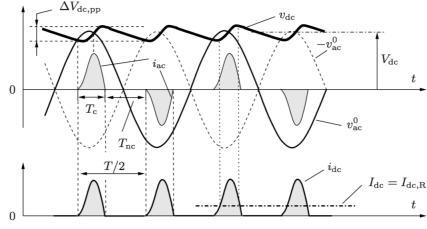


FIGURE 2.14

La conduction se fait par paire de diodes, sans recouvrement (4 diodes en même temps). Le courant redressé  $i_{dc}$  n'est rien d'autre que  $|i_{ac}|$  et possède donc 2 impulsions positives par période fondamentale. Le courant  $i_{ac} \neq 0$  n'apparaît que lorsque  $|v_{ac}^0(t)| \geq v_{dc}(t)$ . Grâce à l'inductance totale  $L_{ac} + L_{dc}$ ,  $i_{ac}$  croît graduellement pour atteindre son max lorsque  $|v_{ac}^0| = v_{dc}$ . La conduction perdure tant que les inductances restituent l'énergie accumulée. Pendant les intervalles de conduction  $T_c$ , l'équation différentielle pour la montée et la descente de  $i_{dc}$  est :

$$(L_{ac} + L_{dc}) \frac{di_{dc}}{dt} = |v_{ac}(t)| - v_{dc}(t). \quad (2.26)$$

**Tension de sortie** Dans le cas réel où  $C$  est fini,  $v_{dc}(t)$  est en *dents de scie*. L'ondulation est d'autant plus faible que  $C$  est grand. Durant  $T_{nc}$  où  $i_{dc} = i_{ac} = 0$ , aucun courant n'est fourni au condensateur, mais ce dernier alimente la charge en se déchargeant faiblement. Si la constante de temps  $\tau = R_{dc}C$  est grande devant  $T/2$ , les flancs descendant des dents-de-scie sont pratiquement droits et de pente  $-V_{dc}/\tau$  :

$$C \frac{v_{dc}(t)}{dt} = -i_{dc,R}(t) = \frac{v_{dc}(t)}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_{dc}}{dt} \approx -\frac{V_{dc}}{R_{dc}C} \quad (i_{dc} = 0). \quad (2.27)$$

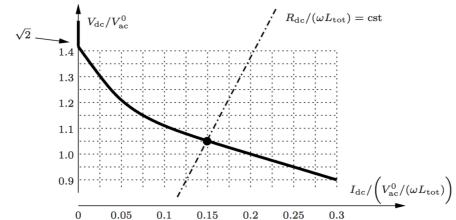
Durant un intervalle de conduction  $T_c$ ,  $v_{dc} = v_c$  atteint une valeur extrémale lorsque  $i_{dc} = i_{dc,R}$  selon (2.22). En particulier, on a un minimum au début et un maximum à la fin de  $T_c$ . L'ondulation crête à crête de  $v_{dc}(t)$  est approché comme suit :

$$\Delta V_{dc,pp} \approx \frac{T_{nc}}{R_{dc}C} V_{dc}, \quad (2.28)$$

dont une limite supérieure s'obtient avec  $T_{nc} = T/2$ .

**Courant de sortie** Puisque  $v_{dc}$  est peu ondulé, il en est de même pour  $i_{dc} = v_{dc}/R_{dc}$ . Le courant dans le condensateur  $i_c = i_{dc} - i_{dc,R}$  est la différence entre  $i_{dc}$  en impulsions  $\pm$  étroite et  $i_{dc,R}$  quasi constante. Pour rappel,  $i_c$  est un courant AC de valeur nulle (régime).

**Caractéristique tension/courant de sortie adimensionnelle** On s'intéresse à la caractéristique de sortie globale, la tension de sortie moyenne  $V_{dc}$  versus  $I_{dc}$  c'est-à-dire la résistance de charge  $R_{dc} = V_{dc}/I_{dc}$ , en supposant une capacité suffisamment grande que pour négliger son effet sur la caractéristique. Les paramètres restants sont alors  $V_{ac}^0$ ,  $\omega$  et  $L_{tot}$  (pour le cas interrompu). En rendant adimensionnels  $V_{dc}$  et  $I_{dc}$  en divisant par  $V_{ref} = V_{ac}^0$  et  $I_{ref} = V_{ac}^0/(\omega L_{tot})$ , on représente la caractéristique de sortie par la seule courbe de la figure ci-contre. Elle est valable quelle que soit les valeurs de  $V_{ac}^0$ ,  $\omega$  et  $L_{tot}$  tant que  $C$  est grand. On voit que  $V_{dc}$  est d'autant plus proche



de  $\sqrt{2}V_{ac}^0$  que la charge est diminuée ( $R_{dc}$  croissant,  $I_{dc}$  décroissant). En absence de charge ( $R_{dc} = \infty$ ,  $I_{dc} = 0$ ), le condensateur reste chargé à une tension d'au moins  $\sqrt{2}V_{ac}^0$  et aucun courant ne circule dans le pont à diode.

Lorsqu'on augmente la charge ( $R_{dc}$  décroissant), on descend sur la courbe,  $V_{dc}$  diminue et  $I_{dc}$  augmente. Cela va de pair avec l'augmentation de la durée  $T_c$ . On atteint finalement la limite entre les conductions interrompue et ininterrompue, où l'on a  $T_c = T/2$  et où les impulsions de courant se rejoignent. Par simulation numérique, cette limite se trouve à  $I_{dc} \approx 0.3V_{ac}^0/(\omega L_{tot})$ , correspondant au point 0.3, 0.9 de la courbe. Le THD de  $i_{ac}(t)$  tend à être assez grand lorsque la charge est légère. En contrepartie, le déphasage de la composante fondamentale de  $i_{ac}(t)$  avec  $v_{ac}(t)$  est faible, donnant un DPF  $\cos \varphi_1 \approx 1$ .

## Conduction ininterrompue

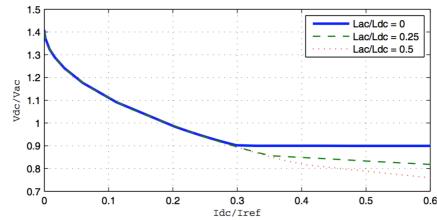


FIGURE 2.16

Dans ce cas, quand  $I_{dc}/I_{ref} > 0.3$  l'étude menée redevenant pertinente. La tension  $v_{dc}$  essentiellement constante grâce au condensateur correspond à  $E_{dc}$  de la charge.  $L_{dc}$  correspond à l'inductance de la charge et n'a que peu d'influence sur la tension. Par contre  $L_{ac}$  est responsable de l'empietement qui annule la tension de sortie. Par 3 séries de simulations avec des valeurs différentes de  $L_{ac}$  et  $L_{dc}$  tout en ayant la même  $L_{tot}$ , avec une large plage pour  $R_{dc}$

et une grande capacité, on obtient les 3 courbes ci-contre. Dans la plage  $0 < I_{dc}/I_{ref} < 0.3$ , la conduction est ininterrompue et les courbes sont confondues, ce qui montre que c'est  $L_{tot}$  qui est pertinente et pas celles prises séparément. Pour des courants adimensionnels plus importants, la tension adimensionnelle diminue linéairement avec le courant en raison de l'empietement qui est influencé uniquement par  $L_{ac}$ .

### 2.5.2 Ponts à diodes triphasés

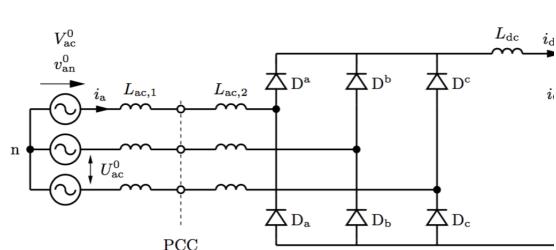


FIGURE 2.17

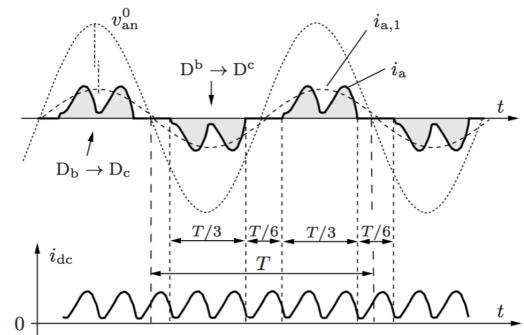


FIGURE 2.18

Voici le montage équivalent en triphasé, chaque ligne d'entrée comprennent les inductances  $L_{ac,1}$  et  $L_{ac,2}$  alors qu'un seul  $L_{dc}$  se situe en amont du condensateur. L'allure typique du courant AC tiré de la source est également représentée, dans le cas de conduction ininterrompue où le courant de phase comprend 2 intervalles de conduction de  $120^\circ$ . Le creux par intervalle de conduction d'une phase correspond à la commutation entre les deux autres phases comme indiqué sur la figure ci-dessus.

**Conduction interrompue** Lorsque la charge est diminuée ( $R_{dc}$  augmentée) et que la conduction devient interrompue le courant AC comprend 2 impulsions positives bien séparées et

pareille pour les impulsions négatives par période d'alimentation AC. On a alors  $i_{dc} = |i_{ac}|$  et lors des intervalles de conduction le courant circule dans  $L_{dc}$ , 2 des six diodes, deux des 3  $L_{ac}$  d'entrée.

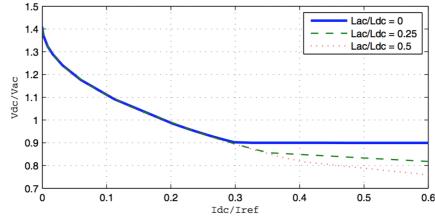


FIGURE 2.19  
entre  $V_{dc}$  et  $U_{ac}^0$  de la conduction ininterrompue se confirme.

### Caractéristique tension/courant de sortie adimensionnelle

On définit cette fois comme valeurs de référence  $V_{ref} = U_{ac}^0$  et  $I_{ref} = I_{ac}/(\omega L_{tot})$ . Il convient cette fois de définir  $L_{tot} = L_{dc} + 2L_{ac}$ . La même simulation que le cas monophasé est appliquée et les courbes obtenues sont reportées sur le graphe ci-contre. On y observe que la limite entre conduction interrompue et ininterrompue et située vers  $I_{dc}/I_{ref} = 0.013$  et que le rapport 1.35

# Chapitre 3

## Convertisseurs à thyristors

On s'intéressera aux redresseurs/onduleurs à thyristors ayant une tension de sortie commandable et inversible. Il s'agit de ponts obtenus en remplaçant les diodes par des thyristors. On a aussi les **ponts mixtes** avec en plus des diodes, mais ne sont pas inversibles. On s'attardera aux gradateurs et cycloconvertisseurs qui réalisent une conversion AC/AC sans passer par le DC. Les gradateurs peuvent être constitués de **triacs**, interrupteur semi-commandable **bidirectionnel** en courant.

### 3.1 Caractéristiques des thyristors

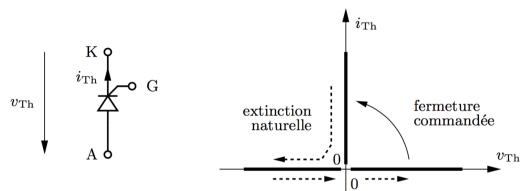


FIGURE 3.1

Le thyristor est représenté sur la Figure 3.1. En conduction le courant  $i_{Th} > 0$  circule de l'anode A vers la cathode K et la **gâchette G** permet d'amorcer la conduction. Il a le même comportement qu'une diode. Polarisé en **inverse**  $V_{AK} < 0$ , il y a un courant de fuite  $< 0$  négligeable. Polarisé en **direct**, il ne conduira que lors d'impulsion de courant positif dans la gâchette. Comme la diode,

le thyristor s'éteint sans qu'une commande ne soit donnée, lorsque le courant s'annule. C'est pourquoi il est **semi-commandable**. On peut le rendre commandable (sans annulation naturelle du courant), on peut le munir d'un circuit auxiliaire de commutation, mais aux dépens d'une complexité et des pertes plus grandes.

Les tensions directe et inverse et le courant de conduction supporté peuvent être de plusieurs kilo volts/ampères. La chute de tension en conduction de l'ordre du volt, modélisé par  $V_{Th,on}$  et  $R_{Th,on}$ . La capacité en fréquence est très limitée. Aucun problème pour la fréquence du réseau, mais pas évident pour une utilisation à plusieurs centaines de hertz.

### 3.2 Circuits élémentaires à thyristor

#### 3.2.1 Circuit avec un thyristor et une charge R

Dans ce cas particulier où la source AC est idéale, le courant  $i_{ac}(t) = i_{dc}(t)$ . Lors des alternances positives, le thyristor est polarisé en direct. L'impulsion dans la gâchette est fournie avec un retard  $\alpha$  (rad) appelé **angle de retard à l'amorçage** compris entre 0 et  $\pi$ . Quand  $v_{ac}$  s'annule et devient négative,  $i_{dc}$  et  $v_{dc}$  font de même et le thyristor s'éteint naturellement (polarisé en

inverse). Voir Figure 3.2. On obtient pour la valeur moyenne de la tension redressée :

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2}V_{ac} \sin \omega t \omega t = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{2} V_{ac}. \quad (3.1)$$

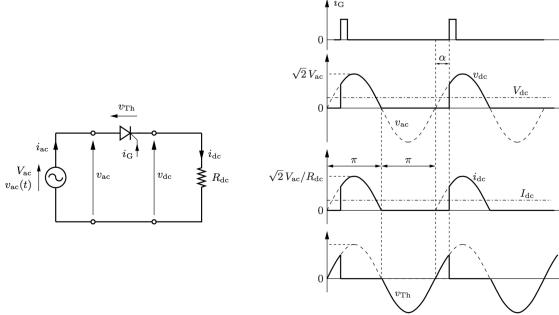


FIGURE 3.2

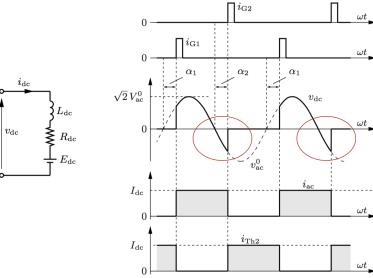


FIGURE 3.3

### 3.2.2 Circuit avec un thyristor redresseur et un thyristor de roue libre

Cette configuration est représentée sur la Figure 3.3, où on retrouve 2 diodes Th1 et Th2. On discute 2 cas suivant la nature de la source.

#### Avec source de tension idéale (sans inductance)

Les formes d'onde pour le cas  $L_{ac} = 0, L_{dc} = \infty$  se trouvent à la Figure 3.3. On peut remarquer que l'intervalle de conduction de Th1 dépend de 2 angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Quand le  $i_{dc}$  circule dans Th2,  $v_{dc} = 0$ . On suppose que la commutation se fait instantanément. Remarquons que  $v_{dc}$  devient négative jusqu'à l'injection de  $i_{G2}$ . En effet, les 2 thyristors ne peuvent pas conduire en même temps puisque  $v_{ac} = v_{Th1} - v_{Th2}$ . On voit bien que si  $v_{ac} < 0$  et si Th1 conduit, alors  $v_{ac} = -v_{Th2} = v_{dc}$ . La tension de sortie moyenne est :

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\pi+\alpha_2} \sqrt{2}V_{ac}^0 \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2} V_{ac}^0. \quad (3.2)$$

#### Avec source de tension non idéale (avec inductance)

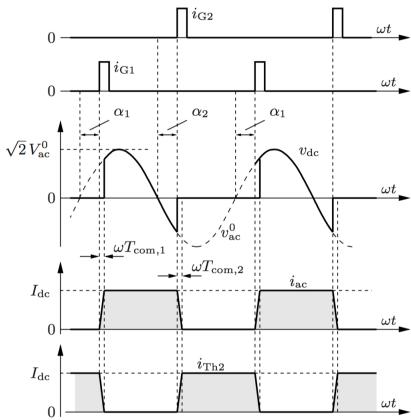


FIGURE 3.4

Dans le cas où  $L_{ac}$  est non nul, la commutation prend un certain temps. Durant ces intervalles, les thyristors conduisent en même temps et la montée du courant  $i_{ac}$  dont le début est contrôlé par  $\alpha_1$  et le début de la descente par  $\alpha_2$  obéissent à l'équation de la maille de gauche :

$$v_{ac}^0 = \sqrt{2}V_{ac}^0 \sin \omega t = L_{ac} \frac{di_{ac}}{dt}. \quad (3.3)$$

La durée de la montée se trouve en intégrant de la sorte :

$$\begin{aligned} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \omega T_{com,1}} \sqrt{2}V_{ac}^0 \sin \omega t d\omega t &= \int_0^{I_{dc}} \omega L_{ac} di_{ac} \\ \Rightarrow \omega T_{com,1} &= \arccos \left( \cos \alpha_1 - \frac{\omega L_{ac}}{\sqrt{2}V_{ac}^0} I_{dc} \right) - \alpha_1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Comme on peut le voir,  $v_{dc}$  n'est affecté que par les montées. La tension moyenne est donc affectée de la sorte :

$$\Delta V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_1 + \omega T_{com,1}} L_{ac} \frac{di_{ac}}{dt} d\omega t = \frac{\omega L_{ac}}{2\pi} I_{dc}. \quad (3.5)$$

La tension de sortie moyenne en tenant compte de la chute de tension à travers les thyristors en conduction est :

$$V_{dc} = \underbrace{\frac{\sqrt{2} \cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2} V_{ac}^0 - V_{Th,on}}_{V_{dc}^0(\alpha_1, \alpha_2)} - \underbrace{\left( R_{Th,on} + \frac{\omega L_{ac}}{2\pi} \right) I_{dc}}_{R_{i,dc}} \quad (3.6)$$

Cette équation correspond à un équivalent de Thévenin de la source source de tension DC que constitue la source AC suivie du circuit redresseur.

### 3.3 Ponts à thyristors monophasé et triphasé

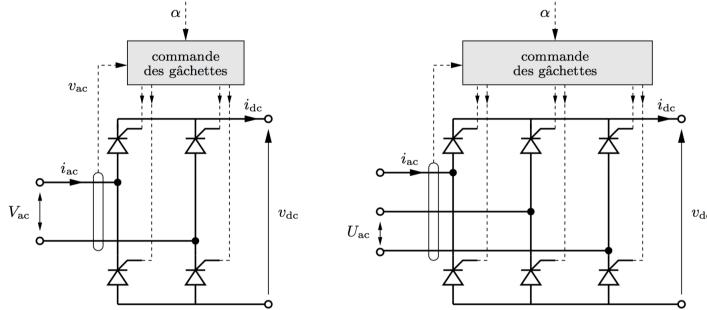


FIGURE 3.5

une charge suffisamment inductive pour que la conduction soit ininterrompue. Selon  $\alpha$ , on aura un redresseur ou un onduleur. Le fonctionnement en onduleur requiert que la charge DC puisse débiter de la puissance.

#### 3.3.1 Fonctionnement en redresseur

##### Pont monophasé et charge RLE

On suppose une source de tension AC idéale. Il faut que  $E_{dc} < V_{dc}$  pour que le courant redressé puisse s'établir.

- **Charge infiniment inductive**

Sur la Figure 3.6 gauche, on peut voir les formes d'ondes pour  $\alpha \approx 45^\circ$ . On peut voir que lorsque  $v_{ac}$  passe par 0 pour devenir positif, Th2 et Th3 continuent à conduire du fait de l'inductance élevée et des thyristors en attente d'amorçage. Une fois amorcés, ils reprennent la conduction instantanément et l'autre paire se retrouve polarisée en inverse.  $I_{dc}$  parfaitement lisse implique  $i_{ac}$  en onde carrée. La composante fondamentale  $i_{ac,1}(t)$  est cependant en retard par rapport à  $v_{ac}(t)$  de déphasage  $\phi_1 = \alpha$ . Il y correspond une consommation de puissance réactive proportionnelle à  $\sin \alpha$ . Par ailleurs, on a  $I_{ac,1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_{dc}$ . Précisons que c'est grâce à l'inductance très élevée qu'on n'a pas d'annulation de  $i_{dc}(t)$  quand  $v_{dc}(t) < 0$  parfois pour  $\alpha \neq 0$ .

Les montages sont repris sur la figure ci-contre. La commande des thyristors est basée sur la variation de  $\alpha$  étant défini comme le délai par rapport au début de conduction dans le redresseur de même topologie, mais avec des diodes ( $\alpha = 0$ ). La déformation des différentes grandeurs AC et DC contiennent les mêmes fréquences et rangs. On considérera

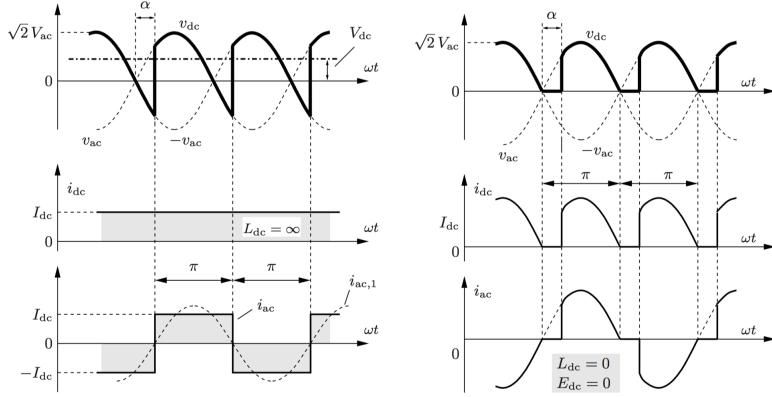


FIGURE 3.6

- **Charge purement résistive**

Dans ce cas, la conduction est interrompue quelle que soit  $\alpha$ , puisque ni le courant ni la tension de sortie ne peuvent s'inverser (voir Figure 3.6 droite).

### Pont triphasé et charge infiniment inductive

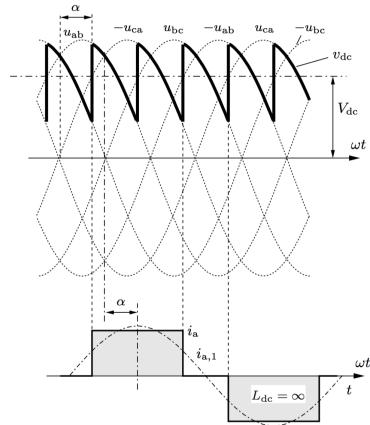


FIGURE 3.7

Ci-contre, on trouve les formes d'onde pour  $\alpha \approx 40^\circ$ . Cette fois, l'inductance élevée entraîne  $i_{ac}(t)$  en onde carrée triphasée dont  $\phi_1 = \alpha$  par rapport à la tension phase-neutre de la phase 1. On a  $I_{ac,1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_{dc}$ . On remarque que la tension de sortie ne devient jamais  $< 0$  tant que  $\alpha < 60^\circ$  et ce dans le cas inductif, car dans le résistif on aurait une conduction interrompue.

### Tension de sortie moyenne : formules de base (conduction ininterrompue)

Pour le cas ininterrompu, il suffit d'ajouter  $\alpha$  aux bornes d'intégration pour le même cas avec des diodes :

$$\begin{aligned} \text{monophasé : } & \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2+\alpha}^{\pi/2+\alpha} \sqrt{2}V_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_{ac} \cos \alpha \\ \text{triphasé : } & \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6+\alpha}^{\pi/6+\alpha} \sqrt{2}U_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{ac} \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.7)$$

On remarque qu'on aura un maximum en  $\alpha = 0$ , un zéro en  $\alpha = \pi/2$  puis deviendra négative. L'évolution en fonction de  $\alpha$  de la tension de sortie moyenne est montrée sur la figure ci-contre. Si maintenant la source possède une inductance et si on prend en compte les chutes de tension des thyristors, on aura des termes en plus et la modélisation en équivalent de Thévenin DC sera possible.

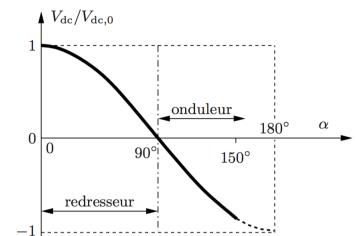


FIGURE 3.8

### 3.3.2 Fonctionnement en onduleur (non autonome)

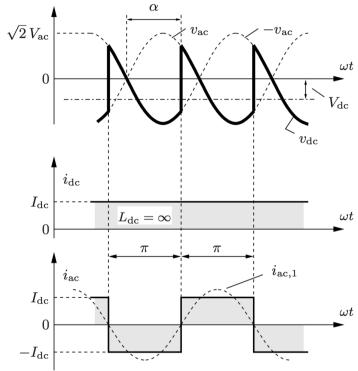


FIGURE 3.9

Correspond au cas où  $\alpha$  est compris entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ . La tension moyenne de sortie est négative et la puissance moyenne s'écoule de DC vers AC. On peut voir une représentation des formes d'onde pour  $\alpha \approx 135^\circ$ . Pour rappel, il faut que la charge contienne une source d'énergie comme *l'induit d'une mcc*, on comptera  $E_{dc}$  négativement à présent. Comme le courant redressé est positif, il faut en plus que  $E_{dc} < V_{dc}$  :

$$V_{dc} = E_{dc} + RI_{dc} \Rightarrow E_{dc} < V_{dc} < 0 \quad (3.8)$$

La limite théorique de  $\alpha$  est  $180^\circ$ , mais en pratique moins en raison de la durée des commutations. Remarquons par contre qu'on est obligé de raccorder l'entrée à une source de tension AC pour la commande des thyristors, on parle de **semi-commandabilité** ou encore **d'onduleurs non autonomes**. Une autre conséquence des thyristors est l'impossibilité de fournir de la puissance réactive au réseau AC.

### Puissances actives et réactives

En considérant une charge ou source DC très inductive et en négligeant la durée de commutation et les pertes dans le pont, pour la **puissance active** du côté AC on a :

$$\begin{aligned} \text{monophasé : } & V_{ac}I_{ac,1} \cos \alpha = V_{dc}I_{dc} \\ \text{triphasé : } & \sqrt{3}U_{ac}I_{ac,1} \cos \alpha = V_{dc}I_{dc}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pour ce qui est de la puissance réactive :

$$\begin{aligned} \text{monophasé : } & Q_1 = V_{ac}I_{ac,1} \sin \alpha \geq 0 \\ \text{triphasé : } & Q_1 = \sqrt{3}U_{ac}I_{ac,1} \cos \alpha \geq 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

On voit donc qu'on aura toujours de la puissance réactive et qu'elle sera max pour  $\alpha = 90^\circ$ . Inconvénient majeur de ces convertisseurs. La déformation de la tension de sortie est un autre inconvénient. Pour  $\alpha = 90^\circ$ ,  $v_{dc}$  se présente comme des dents-de-scie à valeur moyenne nulle.

### 3.4 Ponts mixtes (à diodes et à thyristors)

On a des diodes et des thyristors 50/50 (fifty fifty you know) et une diode de roue libre (poinçonné) sans réelle influence sur le convertisseur peut être ajoutée. On peut disposer les composants autrement.

Regardons d'abord le cas monophasé avec une charge infiniment inductive, une source AC idéale et des composants semi-conducteurs idéaux. Les formes d'onde sont représentées sur la Figure 3.11. On peut y voir que  $v_{dc}(t)$  ne peut pas être négative. Pour tout  $\alpha \neq 0$ , il

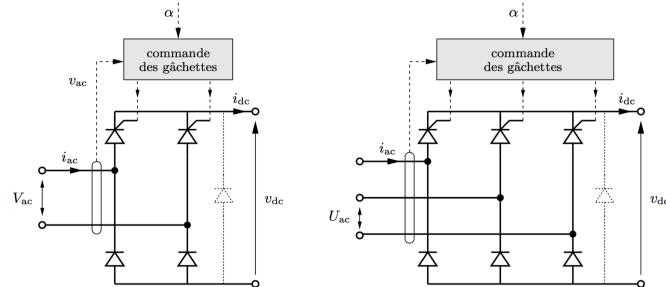


FIGURE 3.10

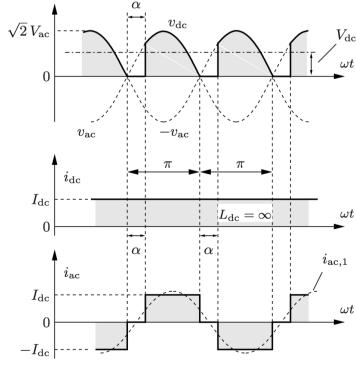


FIGURE 3.11

existe donc des intervalles à tension de sortie nulle où la charge DC est court-circuitée à travers l'un des bras ou la diode de roue libre (aucun courant de AC). La tension de sortie moyenne est donnée par :

$$V_{dc} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2+\alpha}^{\pi/2} \sqrt{2}V_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} V_{ac} \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (3.11)$$

c'est à dire la moyenne de la tension de sortie d'un pont tout diode et d'un tout thyristor. La valeur efficace de la composante fondamentale de  $i_{ac,1}$  est donnée par :

$$I_{ac,1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos \frac{\alpha}{2} I_{dc}. \quad (3.12)$$

Son angle de retard  $\phi_1 = \alpha/2$ . Aussi, la déformation du courant AC tend à augmenter avec  $\alpha$ . On a le bilan de puissance :

$$V_{ac} I_{ac,1} \cos \alpha/2 = V_{dc} I_{dc}. \quad (3.13)$$

Comme la tension de sortie est toujours positive en moyenne et en instantanée, ils ne peuvent fonctionner en onduleur. Leur avantage est la complexité et le coût moindre.

Pour ce qui est du cas triphasé, on a la sortie moyenne suivante :

$$V_{dc} = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6+\alpha}^{\pi/6} \sqrt{2}U_{ac} \cos \omega t d\omega t = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U_{ac} \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (3.14)$$

qui est également la moyenne des deux types de convertisseurs.

### 3.5 Caractéristiques des triacs - gradateurs

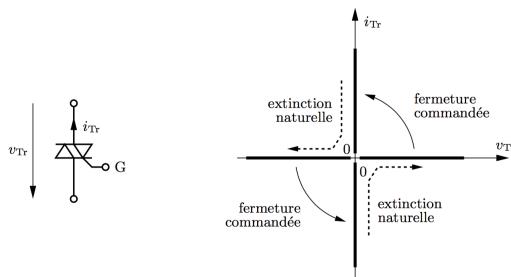


FIGURE 3.12

Les gradateurs ou hacheurs à courant AC effectuent une conversion AC-AC, en fréquence inchangée, en monophasé ou en triphasé. Ils sont constitués de triacs ou, pour les grandes puissances, de paires de thyristors montés en tête-bêche. La figure ci-contre montre la bidirectionnalité des triacs en courant. Il se met à conduire dans l'un ou l'autre sens selon le signe de  $v_{Tr}$ , dès qu'il a reçu une impulsion de courant dans sa gâchette G. De nouveau, annulation naturelle du courant, on ne la commande pas.

#### Gradateurs monophasés

Le circuit comporte 2 thyristors montés en tête-bêche qui équivaut à un triac. La tension de sortie  $v_o(t)$  est commandée par l'angle de retard  $\alpha$  avec laquelle des impulsions sont envoyées aux thyristors après chaque passage par 0 de la tension d'entrée  $v_s(t)$  avec  $f_o = f_s$ .

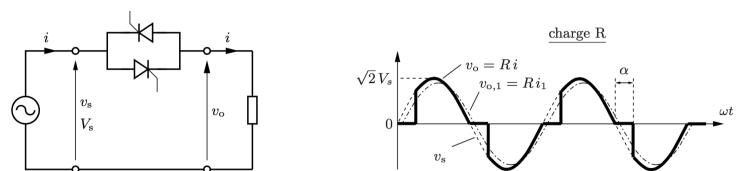


FIGURE 3.13

## Charge R

Sur la Figure 3.13 sont montrées les formes d'onde de  $v_o(t)$  et  $v_{o,1}(t)$  pour le cas d'une charge résistive  $v_o(t) = Ri(t)$ . Les valeurs efficaces des fondamentaux diminuent et leur retard sur  $v_s(t)$  augmente avec  $\alpha$ . Le gradateur consomme donc de la puissance réactive même lorsqu'il alimente une simple charge R. On a pour la valeur efficace  $V_o$  :

$$V_o = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} v_s^2 d\omega t} = V_s \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}. \quad (3.15)$$

Les harmoniques paires sont inexistantes en raison de la symétrie demi-onde et le THD de  $v_o$  augmente avec  $\alpha$ , ce qui est un inconvénient majeur des gradateurs.

## 3.6 Cycloconvertisseurs

Ce sont des **convertisseurs de fréquence directs**, c'est-à-dire qu'il ne passe pas par un bus DC. Ils sont traditionnellement faits de pont à thyristors, mais d'autres topologies existent. Considérons le cycloconvertisseur à entrée triphasée et sortie monophasée ci-contre, avec 2 ponts à thyristors montés en tête-bêche. Si on fait varier les 2 angles de retard  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de façon complémentaire et linéaire dans le temps, donc si  $\cos \alpha_1 = -\cos \alpha_2$  et  $\frac{d|\alpha_1|}{dt} = \frac{d|\alpha_2|}{dt} = \omega_1$ , on obtient une tension de sortie moyenne de :

$$v(t) = 1.35U_{ac} \cos \alpha_1(t) = 1.35U_{ac} \cos(\omega_1 t + \gamma). \quad (3.16)$$

Du fait de  $v_1(t) \neq v_2(t)$ , un courant de parasite apparaît. On peut le limiter à l'aide d'une inductance par ex. En sélectionnant des morceaux des six tensions phase-phase à l'entrée, on construit notre tension sinusoïdale. Pour que la déformation ne soit pas trop importante, la fréquence de sortie  $f_1$  doit être limitée au tiers ou à 40% de la fréquence d'alimentation. Voir la figure ci-bas.

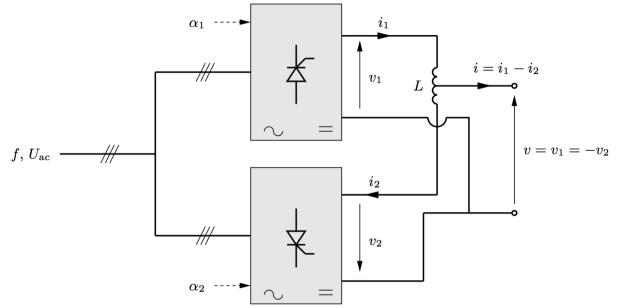


FIGURE 3.14

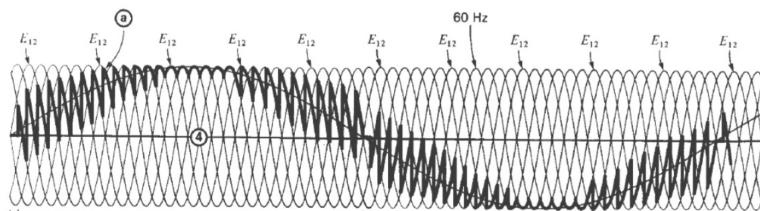


FIGURE 3.15

# Chapitre 4

## Ponts universels

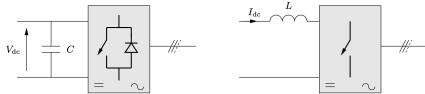


FIGURE 4.1

diffèrent par un condensateur ou une inductance dans le bus d'entrée. Ils peuvent fonctionner en **redresseur**. Les hacheurs **multi quadrants** utilisés entre autres pour la commande de moteur à courant continu ont la même topologie avec une commande semblable.

symbole	unité	nom	name	symbole	unité	nom	name
$V_{dc}$	V	tension d'entrée continue (supposée constante)	<i>input DC voltage</i>	$p$	—	porteuse (variant soit entre 0 et 1, soit entre -1 et 1)	<i>carrier signal</i>
$v_{aN}, v_{aO}, v_{ab}, \dots$	V	tensions de sortie instantanées	<i>instantaneous output voltages</i>	$\hat{m}$	—	indice d'amplitude (amplitude de la ou des modulations, comparée(s) à une porteuse variant entre -1 et 1)	<i>amplitude modulation index</i>
$V_{aN}, V_{aO}, V_{ab}, \dots$	V	tensions de sortie moyennes	<i>average output voltages</i>				
$\hat{V}_{aO,h}, \hat{V}_{ab,h}, \dots$	V	amplitude de l'harmonique de rang $h$ des tensions de sortie ( $h \geq 1$ )	<i>amplitude of the <math>h</math>-th harmonic of the output voltages</i>	$m_f$	—	indice de fréquence	<i>frequency modulation index</i>
$V_{aO,h}, V_{ab,h}, \dots$	V	valeur efficace de l'harmonique de rang $h$ des tensions de sortie ( $h \geq 1$ )	<i>rms value of the <math>h</math>-th harmonic of the output voltages</i>	$f_{s,p}, T_{s,p}$	Hz, s	fréquence et période fondamentale de la porteuse	<i>carrier frequency and period</i>
$h$	—	rang d'harmonique	<i>rank of harmonic</i>	$f_{s,v}, T_{s,v}$	Hz, s	fréquence et période de commutation apparentes dans la/les tensions de sortie	<i>apparent switching frequency and period in output voltage(s)</i>
$i$	A	courant de sortie instantané	<i>instantaneous output current</i>	$f_{s,T}$	Hz	fréquence de commutation des interrupteurs (nombre de cycles de fermeture/ouverture par unité de temps)	<i>switching frequency of the switches</i>
$I$	A	courant de sortie moyen (hacheurs)	<i>average output current (choppers)</i>				
$\hat{I}_h, I_h$	A	amplitude et valeur efficace de l'harmonique de rang $h$ du courant de sortie	<i>amplitude and rms value of the <math>h</math>-th harmonic of the output current</i>	$\omega, f$	rad/s, Hz	pulsion et fréquence de sortie fondamentale (onduleur)	<i>fundamental output pulsation and frequency (inverter)</i>
$D$	—	rapport cyclique	<i>duty cycle</i>	$V_F$	V	tension de seuil des interrupteurs et des diodes	<i>threshold voltage of switches and diodes</i>
$T_{on}$	s	période de fermeture d'un interrupteur	<i>period of closed state of a switch</i>	$n_b$	—	nombre de bras constituant le pont	<i>number of bridge legs</i>

Tableau 4.1 – Liste des abréviations et symboles.

### 4.1 Caractéristiques des interrupteurs commandables

Ci-contre, la caractéristique tension-courant idéalisée d'un interrupteur commandable. Le 2ème quadrant ne nous intéresse pas puisque la tension  $v_T$  y est négative et est exclue lorsqu'une diode est raccordée en antiparallèle sur l'interrupteur.

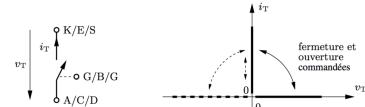


FIGURE 4.2

Ils sont tous **unidirectionnels** donc le courant ne peut circuler que de l'anode A vers la cathode K, du collecteur C vers l'émetteur E ou du drain D vers la source S. L'**électrode de commande** (gâchette G, base B ou grille G) permet d'effectuer la fermeture et ouverture de l'interrupteur grâce à une tension ou un courant.

symbole	nom	fermeture	ouverture	fréquence	tension/courant
A — K G	GTO gate turn off	$i_G > 0$	$i_G < 0$	1 kHz	5 kV 1 kA
C — E B	BJT bipolar junction transistor	$i_B > 0$	$i_B < 0$	5 kHz	500 V 500 A
D — S G	MOSFET metal oxide semiconductor field effect transistor	$v_{GS} > 0$	$v_{GS} < 0$	1 MHz	100 V 100 A
C — E G	IGBT insulated gate bipolar transistor	$v_{GE} > 0$	$v_{GE} < 0$	20 kHz	1 kV 1 kA

FIGURE 4.3

La tension  $V_{T,max}$  et le courant  $I_{T,max}$  maximum supportés ou conduits par l'interrupteur sont limités. On peut faire des montages en série ou en parallèle pour augmenter la puissance nominale, mais il va falloir faire une répartition uniforme du courant et tension. La commutation entre l'état passant et bloqué prend un certain temps plus ou moins important, ce qui limite la fréquence de commutation  $f_{s,T}$ . Durant ces intervalles, la tension et le courant sont tous deux importants et donnent lieu à des **pertes de commutation**.

## 4.2 Convertisseurs à source de tension : généralités

### 4.2.1 Topologie et réalisation pratique

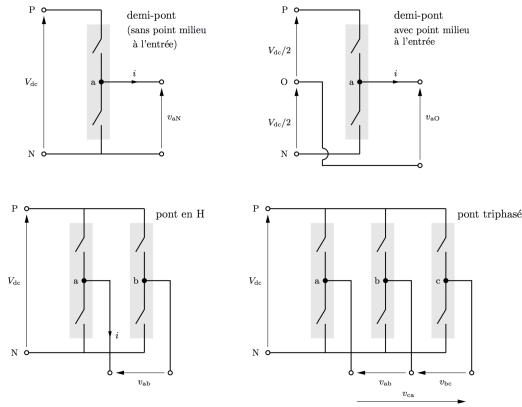


FIGURE 4.4

Pour le premier demi-pont, on a  $v_{aN} = 0$  ou  $v_{aN} = V_{dc}$ . Dans le second,  $v_{aN} = \pm V_{dc}/2$ . Pour les deux derniers,  $v_{aN} = 0$  ou  $v_{aN} = \pm V_{dc}$ . On peut donc fabriquer une ou des tensions continues ou alternatives de valeur moyenne désirée.

Ci-contre on peut voir que chaque bras est constitué de 2 interrupteurs commandables et unidirectionnels en courant (GTO, BJT, IGBT, MOSFET, ...), T1 et T2 et de 2 diodes de roue libre, D1 et D2 en antiparallèle sur les interrupteurs. Pour éviter le court-circuit via les 2 diodes, il faut impérativement que la tension d'entrée soit **positive**. Si T1 est fermé, T2 doit être ouvert, a est alors relié à P et D2 est polarisé en inverse. Si  $i > 0$ , il circulera dans T1 sinon dans D1. Pareil si T2 est fermé, T1 est ouvert et a est raccordé à N, D1 est polarisé en inverse. Si  $i > 0$  il passe dans D2, sinon dans T2.

Intéressons-nous à  $v_{aO}(t)$  du demi-pont en supposant  $V_{dc} < 0$  et cst.  $v_{aO}(t)$  ne dépend que de l'état des interrupteurs, si T1 est fermé,  $v_{aO}(t) = +V_{dc}/2$  et si T2 est fermé  $v_{aO}(t) = -V_{dc}/2$ , quel que soit le signe du courant. On peut donc, en jouant sur l'intervalle de fermeture des T obtenir une consigne moyenne entre  $+V_{dc}/2$  et  $-V_{dc}/2$ .

Vu la vitesse de commutation, il faut intercaler un petit intervalle de temps où les 2 T sont ouverts en même temps pour éviter le court-circuit. On parle de temps mort (dead time)  $t_\Delta$ . Durant  $t_\Delta$ , c'est le signe du courant qui détermine  $v_{aO}$ .

### 4.2.2 Conduction dans les composants semi-conducteurs et pertes associées

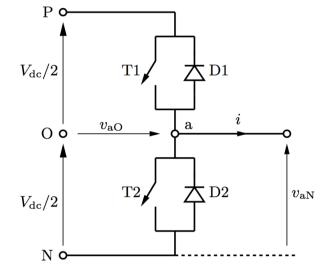


FIGURE 4.5

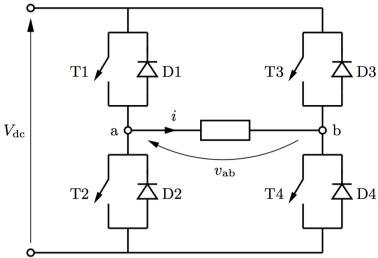


FIGURE 4.6

Lorsque les interrupteurs conduisent, il y a la **tension résiduelle** faible, mais non nulle à leurs bornes (1 à 3V), donnant lieu aux pertes de conduction. En état ouvert, le courant de fuite est négligeable. Selon les états ouvert et fermé, 2 fois neuf combinaisons existent (4 × états complémentaires, 4 × un bras sans fermeture et l'état tous ouverts). Pour exemple, si la conduction se fait au travers D2 et D3 dans un pont en H, il vient :

$$V_{ab} = -V_{dc} - V_{F,D2} - V_{F,D3} - (R_{on,D2} + R_{on,D3})i, \quad (4.1)$$

où les pertes de conduction instantanées (en W) s'obtiennent en multipliant la seconde partie par  $i$ . A courant négatif, à conduction dans T2 et T3 on a :

$$V_{ab} = -V_{dc} + V_{F,T2} + V_{F,T3} - (R_{on,T2} + R_{on,T3})i. \quad (4.2)$$

#### 4.2.3 Commutation dans un bras et pertes associées

Considérons un demi-pont dont le point milieu est connecté à une charge inductive, le courant ne pouvant varier que lentement et circule entièrement soit dans T1 soit D2 ou les 2 durant la commutation :

$$i = i_{T1} + i_{D2}. \quad (4.3)$$

Du côté de la tension :

$$V_{dc} = v_{T1} - v_{D2}, \quad (4.4)$$

où  $v_{T1}$  et  $v_{D2}$  sont pratiquement nulle en conduction et égal à  $V_{dc}$  et  $-V_{dc}$  en non-conduction et varient entre les 2 valeurs en commutation. Les formes d'onde nous indiquent que, lorsque la fermeture de T1 est commandée,  $i_{T1}$  croît à partir de 0 alors que D2 continue à conduire avec  $v_{D2} = 0$  et  $v_{T1} = V_{dc}$ . Ce n'est que lorsque D2 s'arrête de conduire que  $-v_{D2}$  peut monter jusqu'à  $V_{dc}$  et  $v_{T1}$  chuter jusqu'à 0. Pour son ouverture, il faut  $v_{T1}$  monte jusqu'à  $V_{dc}$  pour que D2 se retrouve polarisé en direct et puisse conduire.

Durant la commutation,  $p_{T1} = v_{T1}i_{T1}$  est non négligeable et l'intégrale sur un intervalle de commutation donne une énergie d'autant plus grande que  $V_{dc}$ ,  $i$  et les temps de commutations sont grands. On en vient à introduire alors la fréquence de commutation. Sur base des données dans les datasheets, les pertes de commutation dans les bras (en W) peuvent être approchées comme :

$$P_{com} = f_{s,T}(E_{on,ref} + E_{off,ref}) \frac{V_{dc}}{V_{dc,ref}} \frac{i}{i_{ref}}, \quad (4.5)$$

où les E sont les énergies susmentionnées relatives aux valeurs de référence.

### 4.3 Hacheurs - modulation de largeur d'impulsions (MLI)

**Pulse width modulation (PWM)** est une des méthodes de commande des bras du convertisseur. La fréquence de commutation est maintenue constante et pour chaque bras, la période de commutation est scindée en 2 parties où c'est d'abord l'interrupteur supérieur qui est fermé puis l'inférieur. En modulant la durée des sous-intervalles, on génère la tension

moyenne.

Les tensions sont entachées d'une série d'harmoniques en raison de la commutation. Les charges inductives font que les courants sont en meilleur état. Notons qu'en cas de commande à hystérésis, la fréquence de commutation n'est pas constante et les harmoniques sont alors de fréquence variable (problème du filtre).

La **MLI intersective** consiste à déterminer les instants de commutation pour un bras en comparant la **porteuse  $p(t)$** , signal triangulaire de fréquence  $f_{s,p}$  et la **modulante**, image de la tension souhaitée. Pour les ponts en H dans le cas monophasé, il est possible d'utiliser la même modulante pour les 2 bras (modulation bipolaire) ou d'en prendre 2 séparés (modulation unipolaire) avec la même porteuse. Pour un pont onduleur/redresseur **triphasé**, il faut considérer trois modulantes formant un système triphasé équilibré.

Lorsque la commande est faite avec de l'électronique analogique, la comparaison de  $p(t)$  et  $m(t)$  est faite telle quelle. Avec de l'électronique digitale, même résultat obtenu sans réelle comparaison (rapport cyclique).

#### 4.3.1 Demi-pont

##### Sans point milieu à l'entrée

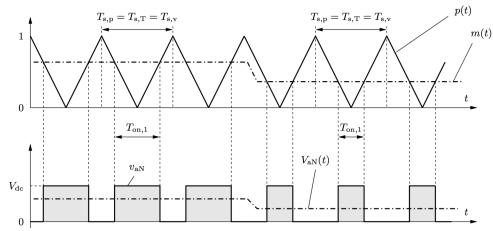


FIGURE 4.8

de telle manière que  $p$  et  $m$  se croisent 2x par période de commutation  $T_{s,p}$  et les interrupteurs s'ouvrent et se ferment à la même fréquence, qu'on retrouve aussi dans  $v_{aN}$  :

$$f_{s,p} = f_{s,T} = f_{s,v}. \quad (4.6)$$

Nous définissons le **rapport cyclique** (duty cycle) d'un interrupteur comme la fraction du temps pendant laquelle il est fermé  $0 < D_x < 1$ . Pour T1 et T2 en négligeant le temps mort cela donne :

$$D_1 = \frac{T_{on,1}}{T_s} \quad \text{et} \quad D_2 = \frac{T_{on,2}}{T_s} = \frac{T_s - T_{on,1}}{T_s} = 1 - D_1. \quad (4.7)$$

Par convention, D d'un bras est celui de son interrupteur supérieur, donc  $D = D_1$ . Dans le cas présent :

$$D(t) = m(t). \quad (4.8)$$

On définit la **moyenne rapide** de  $v_{aN}$  (moyennage sans harmoniques de commutation) :

$$V_{aN}(t) = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s/2}^{t+T_s/2} v_{aN}(t') dt' \quad (4.9)$$

qui varie lentement par rapport à  $T_s$ . On retrouve alors approximativement :

$$V_{aN}(t) = m(t)V_{dc}. \quad (4.10)$$

## Avec point milieu à l'entrée

Puisque  $V_{aO}(t) = V_{aN}(t) - V_{dc}/2$  peut être positive ou négative, il peut fonctionner aussi bien en onduleur/redresseur qu'en hacheur. En prenant le même  $p(t)$ , on a toujours  $D(t) = m(t)$  :

$$V_{aO}(t) = V_{aN}(t) - V_{dc}/2 = (m(t) - \frac{1}{2})V_{dc} \quad \text{et} \quad f_{s,p} = f_{s,T} = f_{s,v} \quad (4.11)$$

### 4.3.2 Pont en H

#### Modulation bipolaire

Dans ce cas, on peut se limiter à un seul  $p(t)$  et  $m(t)$ , en commandant les 4 interrupteurs de façon diagonale ( $T^a$  avec  $T_b$  et  $T_a$  avec  $T^b$ ). On n'utilise qu'un seul  $p(t)$  et un  $m(t)$  comme précédemment. Ainsi,  $v_{ab}(t)$  vaut soit  $V_{dc}$  soit  $-V_{dc}$ , pas de valeur nulle. On parle de **commutation bipolaire** du fait qu'il faille combiner les 2 valeurs de tension. La commutation diagonale implique  $v_{bO}(t) = -v_{aO}(t)$  et la tension de sortie vaut le double de celle en demi-pont point milieu :

$$v_{ab}(t) = v_{aO}(t) - v_{bO}(t) = 2v_{aO}(t) \Rightarrow V_{ab}(t) = (2D(t) - 1)V_{dc} = m(t)V_{dc}, \quad (4.12)$$

où  $D(t)$  est le rapport cyclique du premier bras. Les 3  $f_s$  sont toujours égales.

#### Modulation unipolaire

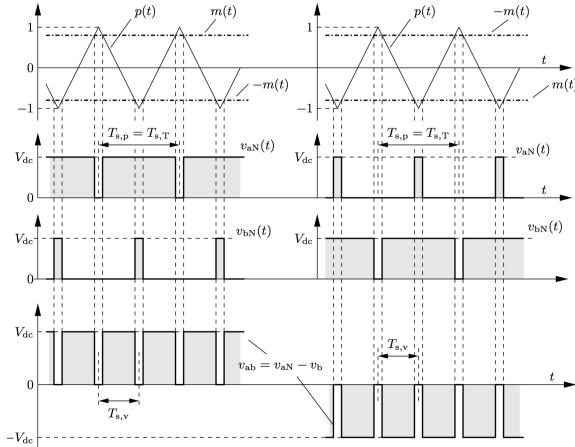


FIGURE 4.9

#### Comparaison des schémas bipolaire et unipolaire

Dans le cas bipolaire, on a par période de commutation, une impulsion positive de durée  $DT_{s,T}$  et une impulsion négative de durée  $(1-D)T_{s,T}$ . Dans le cas unipolaire, par période de commutation on a 2 impulsions de même signe et de durée  $|D - 1/2|T_{s,T}$ . L'écart entre les 2 cas est d'autant plus grand que  $D$  est proche de 0.5.

On peut aussi utiliser 2  $m(t)$  différentes pour les 2 bras. Le  $p(t)$  varie maintenant entre -1 et 1, avec une  $m(t)$  pour la commande du premier bras et  $-m(t)$  pour celle du second. Lorsque  $m(t) > 0$ ,  $v_{ab}(t)$  comprend 2 impulsions positives entre 0 et  $V_{dc}$  par période de commutation. Il vient alors :

$$2f_{s,p} = 2f_{s,T} = f_{s,v}. \quad (4.13)$$

Remarquons les intervalles à sortie nulle, court-circuit de la charge. La tension de sortie est pareil que le précédent cas.

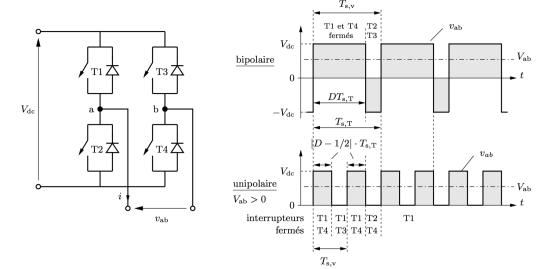


FIGURE 4.10

### 4.3.3 Couverture dans le plan tension-courant

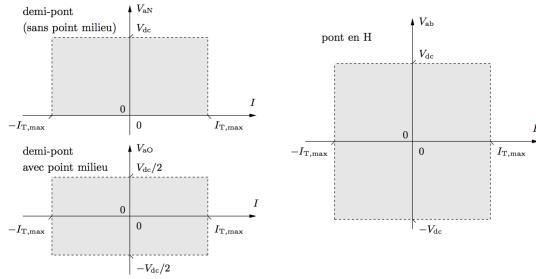
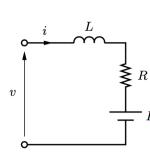


FIGURE 4.11

Les **hacheurs** effectuent une conversion DC-DC entre  $V_{dc}$  positive à l'entrée et une sortie moyenne positive ou négative  $V_{aN}$ ,  $V_{aO}$  ou  $V_{ab}$ . Pas de contrainte sur le signe de  $i(t)$ , mais sa valeur moyenne doit être limité :  $-I_{T,min} \leq I \leq I_{T,max}$ . En fonction du signe du courant par rapport à celle de la tension de sortie, la puissance s'écoule dans un sens. On distingue alors 4 quadrants dans le plan tension versus courant pour les hacheurs.

### 4.3.4 Déformation du courant absorbé par une charge inductive

Soit une charge RLE alimentée par une tension qui oscille entre  $V_{min}$  et  $V_{max}$ , avec une période  $T_{s,v}$  qui dépend de  $f_{s,T}$  et du type de MLI. On considère le cas simplifié d'un régime établi et d'une tension  $E = cst$ . Les valeurs instantanées et moyennes sont reliées comme suit :



$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + E \quad \text{et} \quad V = RI + E. \quad (4.14)$$

En soustrayant ces deux équations, on trouve pour les variations :

$$\Delta v(t) = R\delta i(t) + L \frac{d\Delta i}{dt}. \quad (4.15)$$

$\Delta v(t)$  est constant par morceau et vaut  $\Delta V_{max}$  pendant un intervalle  $T_{v,max}$  et  $\Delta V_{min}$  pendant  $T_{v,min}$ , avec  $T_{v,min} + T_{v,max} = T_{s,v}$ . Comme la valeur moyenne de  $\Delta v(t) = 0$ , on a :

$$\Delta V_{max}T_{v,max} + \Delta V_{min}T_{v,min} = 0 \quad \text{avec} \quad \Delta V_{max} \geq 0 \text{ et } \Delta V_{min} \leq 0 \quad (4.16)$$

$i(t)$  varie en dents de scie avec des flancs montants de durée  $T_{v,max}$  et descendant  $T_{v,min}$ . Si la constante de temps  $\tau = L/R \gg T_{s,v}$ , la pente des flancs peut être vue constante et vaut soit  $\Delta V_{max}/L$  soit  $\Delta V_{min}/L$ . L'ondulation crête à crête de  $\Delta i(t)$  et  $i(t)$  est donnée par :

$$\Delta I_{pp} = \frac{\Delta V_{max}T_{v,max}}{L} = -\frac{\Delta V_{min}T_{v,min}}{L}. \quad (4.17)$$

L'augmentation de  $I_{rms}$  en raison de l'ondulation donne lieu à :

$$I_{rms} = \sqrt{I^2 + (\Delta I_{rms})^2} \quad \text{avec} \\ \Delta I_{rms} = (\Delta i)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_{s,v}} \int_{t_0}^{t_0+T_{s,v}} (\Delta i)^2 dt} = \Delta I_{pp} \sqrt{\int_{-1/2}^{1/2} x^2 dx} \quad (4.18)$$

Il vient finalement que :

$$\Delta I_{rms} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Delta I_{pp}. \quad (4.19)$$

Les pertes Joules supplémentaires dans R de la charge sont  $R(\Delta I_{rms})^2$ .

**Demi-pont sans point milieu à l'entrée** On a  $T_{s,v} = T_{s,T}$ ,  $V_{aN} = DV_{dc}$ ,  $T_{v,max} = DT_s$ ,  $\Delta V_{max} = V_{dc} - V_{aN} = (1 - D)V_{dc}$  et il vient que :

$$\Delta I_{pp} = (1 - D)D \frac{V_{dc}}{f_{s,T}L} = (1 - D) \frac{V_{aN}}{f_{s,T}L}. \quad (4.20)$$

On peut donc diminuer l'ondulation en augmentant L et/ou  $f_{s,T}$ . Elle dépend aussi de D et est maximum pour D = 0.5.

**Demi-pont avec point milieu à l'entrée** On a  $T_{s,v} = T_{s,T}$ ,  $V_{aO} = (2D - 1)V_{dc}/2$ ,  $T_{v,max} = DT_{s,T}$ ,  $\Delta V_{max} = V_{dc}/2 - V_{aO} = (1 - D)V_{dc}$  et il vient :

$$\Delta I_{pp} = (1 - D)D \frac{V_{dc}}{f_{s,T}L} = \frac{2(1 - D)D}{2D - 1} \frac{V_{aO}}{f_{s,T}L}. \quad (4.21)$$

**Pont en H et schéma bipolaire** On a  $T_{s,v} = T_{s,T}$ ,  $V_{ab} = (2D - 1)V_{dc}$ ,  $T_{v,max} = DT_{s,T}$ ,  $\Delta V_{max} = V_{dc} - V_{ab} = 2(1 - D)V_{dc}$  et :

$$\Delta I_{pp} = 2(1 - D)D \frac{V_{dc}}{f_{s,T}L} = \frac{2(1 - D)D}{2D - 1} \frac{V_{ab}}{f_{s,T}L}. \quad (4.22)$$

**Pont en H et schéma unipolaire** On a en considérant une tension moyenne positive ( $0.5 \leq D \leq 1$ )  $T_{s,v} = T_{s,T}/2$ ,  $V_{ab} = (2D - 1)V_{dc} \geq 0$ ,  $V_{max} = V_{dc}$ ,  $T_{v,max} = (D - 0.5)T_{s,T}$ ,  $V_{min} = 0$ ,  $T_{v,min} = (1 - D)T_{s,T}$ ,  $\Delta V_{max} = V_{dc} - V_{ab} = 2(1 - D)V_{dc}$  et :

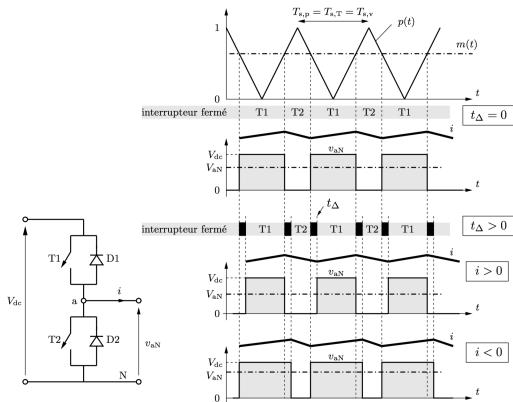
$$\Delta I_{pp} = (1 - D)(2D - 1) \frac{V_{dc}}{f_{s,T}L} = (1 - D) \frac{V_{ab}}{f_{s,T}L} \quad (4.23)$$

Pour une tension moyenne négative ( $0 \leq D \leq 0.5$ )  $T_{s,v} = T_{s,T}/2$ ,  $V_{ab} = (2D - 1)V_{dc} \leq 0$ ,  $V_{max} = 0$ ,  $T_{v,max} = DT_{s,T}$ ,  $V_{min} = -V_{dc}$ ,  $T_{v,min} = (0.5 - D)T_{s,T}$ ,  $\Delta V_{max} = 0 - V_{ab} = (1 - 2D)V_{dc}$  et :

$$\Delta I_{pp} = D(1 - 2D) \frac{V_{dc}}{f_{s,T}L} = D \frac{-V_{ab}}{f_{s,T}L}. \quad (4.24)$$

Le schéma unipolaire donne lieu à un courant beaucoup moins ondulé que le cas bipolaire quand on s'éloigne des cas extrêmes D = 0 ou D=1. La différence est la plus grande quand D=0.5. Ces expressions restent valables dans le transitoire à condition de pouvoir scinder la variation fondamentale des grandeurs et celle qui est due aux commutations.

#### 4.3.5 Temps mort



Il faut dans la pratique intercaler un court intervalle durant lequel les 2 interrupteurs d'un bras sont ouverts pour éviter un court-circuit lors des commutations. Dans le cas d'un **demi-pont**, durant les courts instants où T1 et T2 sont ouverts en même temps, le sens de  $i$  détermine la valeur de  $v_{aN}$ . S'il est  $>0$ , il circulera dans D2 et  $v_{aN} = 0$ , si  $i < 0$ , il circulera dans D1 et  $v_{aN} = V_{dc}$ . La figure ci-contre montre l'effet d'un report de la **fermeture** sur la tension de sortie, en supposant une charge inductive pour que  $i$  faiblement ondulé ne s'inverse pas.

FIGURE 4.13

## 4.4 Onduleurs de tension monophasés

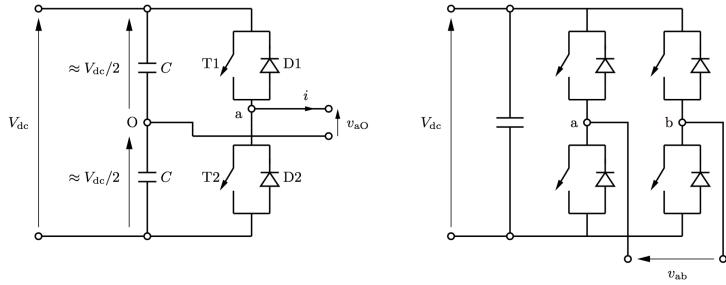


FIGURE 4.14

une batterie, le condensateur prend en charge la composante ondulatoire du courant et atténue l'effet de la résistance interne pendant que la batterie fournit la composante moyenne.

### 4.4.1 MLI sinusoïdale linéaire

#### Demi-pont

On prend pour  $p(t)$  un signal triangulaire de fréquence  $f_{s,p}$  variant entre -1 et 1 et pour  $m(t)$  une sinusoïde de fréquence  $f$  et amplitude  $\hat{m}$ , image de la tension souhaitée. L'**angle de phase** constitue le 3e degré de liberté pour  $m(t)$ . On définit l'**indice d'amplitude** qui est le rapport des valeurs crêtes :

$$\hat{m} = \frac{\hat{m}}{1} \quad (4.25)$$

Nous supposons dans un premier temps qu'il est  $< 1$ . On définit également l'**indice de fréquence** :

$$m_f = \frac{f_{s,p}}{f}. \quad (4.26)$$

Il est de préférence **entier** (MLI synchrone) et dans le cas du demi-pont, impair. Avec  $m_f$  entier et impair,  $v_{ao}(t)$  possède la symétrie demi-onde  $v_{ao}(t) = -v_{ao}(t + T/2)$ , faisant disparaître les harmoniques paires. Lorsque  $\hat{m} \leq 1$ ,  $m(t)$  et  $p(t)$  se croisent 2 fois par période de commutation  $T_{s,T} = T_{s,p}$ .

Si  $m_f$  est suffisamment grand ( $\geq 9$  par ex.)  $m(t)$  varie lentement comparé à  $p(t)$  et les discussions sur les hacheurs sont d'application. Il vient alors pour l'amplitude de la fondamentale  $\hat{V}_{ao,1}$  :

$$\hat{V}_{ao,1} = \hat{m} \frac{V_{dc}}{2}. \quad (4.27)$$

On parle alors de **modulation linéaire**. Outre la composante fondamentale de fréquence  $f$ , la tension comprend des harmoniques de fréquences élevées (pas de faible!) dont le rang impair s'écrit  $h = km_f \pm l$  avec  $k = 1, 2, \dots$  et  $l$  entier et petit.

Ils sont constitués de 1 ou 2 bras. Un demi-pont doit être muni d'un point milieu à la source. Au besoin on le crée à l'aide de 2 condensateurs de même  $C$  élevé. Pour le pont en H c'est pas nécessaire. Dans la pratique, l'onduleur est alimenté par un redresseur, d'où le lissage par condensateur à l'entrée. Si la source est

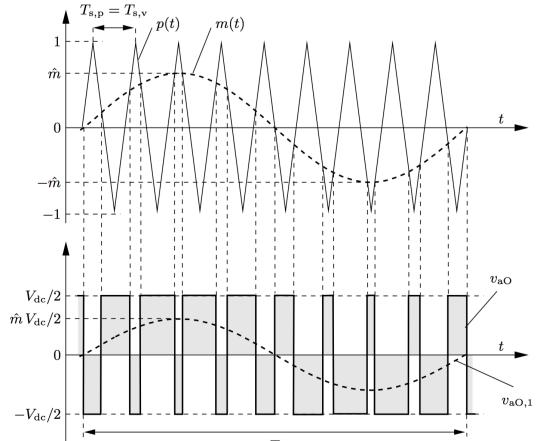


FIGURE 4.15

## Pont en H

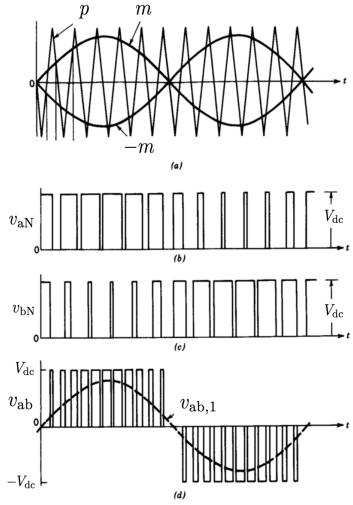


FIGURE 4.16

On a de nouveau le cas bipolaire et unipolaire. Quel que soit le cas, on a pour la tension de sortie :

$$\hat{V}_{ab,1} = \hat{m} V_{dc}. \quad (4.28)$$

**MLI bipolaire** La forme d'onde obtenue est la même que celle pour le demi-pont sauf qu'elle varie de  $-V_{dc}$  à  $+V_{dc}$ . Pour rappel,  $m_f$  est de préférence entier et impair, conduisant à un spectre de tension de sortie très propre.

**MLI unipolaire** La figure ci-contre nous indique que les impulsions sont soit positives soit négatives (entre 0 et  $\pm V_{dc}$ ) durant respectivement les alternances positives et négatives de  $m(t)$ .  $m_f$  est maintenant entier et pair, auquel cas il possède la symétrie demi-onde. Les rangs d'harmonique sont donnés par  $h = 2km_f \pm l$ . La fréquence de commutation a doublé  $\Rightarrow$  bénéfique pour l'ondulation du courant avec  $L$  grand.

### 4.4.2 Surmodulation et onde carrée

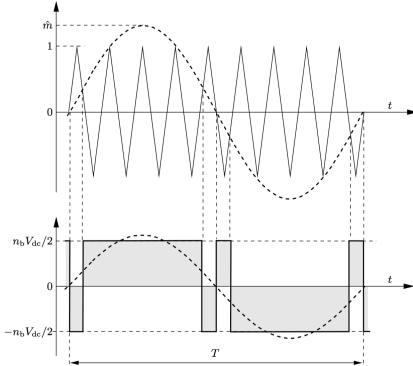


FIGURE 4.17

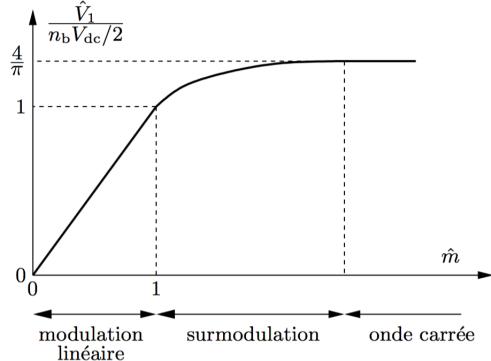


FIGURE 4.18

Correspond au cas  $\hat{m} > 1$ . Il y a moins de commutations par période fondamentale  $T$  puisque  $p(t)$  et  $m(t)$  se croisent moins souvent, donc moins de pertes :  $f < f_{s,T} < f_{s,p}$ . Sur la figure on peut voir que l'amplitude du signal n'augmente plus de manière linéaire avec  $\hat{m}$  et les harmoniques de faible rang apparaissent.

**L'onde carrée** A partir d'un certain  $\hat{m}$  qui dépend de  $m_f$  (entier), le croisement ne s'effectue que lors du passage par 0 de  $m(t)$  et on obtient une onde carrée dont l'amplitude du fondamentale de tension est maximum (Figure 4.18) :

$$\hat{V}_1 = n_b \frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2}. \quad (4.29)$$

où  $n_b = 1$  ou  $2$  selon qu'on est dans un demi-pont ou un pont en H bipolaire. Chaque interrupteur est ouvert fermé une seule fois par  $T$ . La  $f_{s,T} = f$  est minimale, permettant l'utilisation des interrupteurs lents tels les GTO (pertes minimales).  $V_1$  est max dans ce cas, mais doit être réglé via  $V_{dc}$ , donc nécessite la présence d'un **redresseur commandé** en amont à la place d'un redresseur à diode bon marché. Les harmoniques de faible rang sont un autre

problème.

La MLI linéaire requiert des interrupteurs plus rapides, ce plus  $m_f$  est grand et occasionne plus de pertes de commutation. Par contre, on peut faire varier  $\hat{V}_1$  par simple action sur  $\hat{m}$ . Les harmoniques étant de rang plus élevé, les harmoniques de courant sont de faible amplitude (si charge inductive).

#### 4.4.3 Charge RLE générique et composantes fondamentales et harmoniques du courant

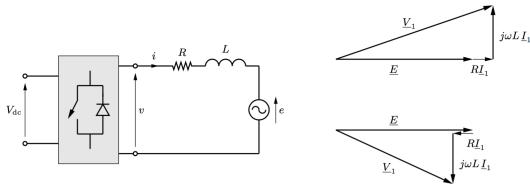


FIGURE 4.19

On considère une charge RLE avec cette fois une source de f.e.m.  $e(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \gamma_e)$ . Il peut aussi s'agir d'un réseau monophasé et son équivalent de Thévenin. Dans la pratique,  $R \ll X = \omega L$  (réactance) à la pulsation fondamentale et la déformation de  $e(t)$  est négligée. Il est essentiel d'avoir la même pulsation pour  $e(t)$  et le fondamental de la tension de sortie

$v_1(t) = \sqrt{2}V_1 \cos(\omega t + \gamma_{v,1})$ . En régime établi,  $i_1(t)$  dans la charge est également à la même pulsation  $\omega$ . On peut représenter ces 3 grandeurs par les phaseurs reliés de la sorte :

$$\underline{E} = E e^{j\gamma_e}, \underline{V}_1 = V_1 e^{j\gamma_{v,1}}, \underline{I}_1 = I_1 e^{j\gamma_{i,1}} \quad \underline{V}_1 = \underline{E} + (R + j\omega L) \underline{I}_1 \quad (4.30)$$

Ou encore en isolant le courant :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{E}}{R + j\omega L}. \quad (4.31)$$

On voit qu'en agissant sur l'angle de phase et l'amplitude de  $v_1(t)$ , on peut commander  $i_1(t)$  et ainsi le flux de puissance active et réactive. Sur la figure ci-contre, 2 cas particuliers selon que  $\underline{I}_1$  est soit en phase soit en opposition de phase avec  $\underline{E}$ . Le circuit se comportera respectivement comme une charge et comme une source.

**Harmoniques de courant** Puisque pour  $h > 1$ ,  $\underline{E}_h = 0$ , on a pour les valeurs efficaces des harmoniques  $\underline{I}_h$  :

$$\underline{I}_h = \frac{\underline{V}_h}{\sqrt{R^2 + (h\omega L)^2}} \approx \frac{\underline{V}_h}{h\omega L}. \quad (4.32)$$

On voit donc que l'atténuation par l'inductance s'améliore avec le rang et leur pulsation  $h\omega$  élevés. Les faibles rangs ( $h=3, 5, \dots$ ) sont relativement peu atténués.

### 4.5 Onduleurs de tension triphasés

#### 4.5.1 MLI sinusoïdale linéaire

On a cette fois 3 bras et la charge est raccordée aux 3 points milieux a, b et c. Le point milieu O du bus DC sert à la mise en équation, mais n'est pas indispensable au fonctionnement pratique de l'onduleur. Pour le cas linéaire, la commande des 6 interrupteurs peut se faire en comparant une  $-1 < p(t) < 1$  de fréquence  $f_{s,p}$  à 3 m(t) constituant un système triphasé équilibré, de même fréquence  $f$ , amplitude  $\hat{m}_a = \hat{m}_b = \hat{m}_c$  et

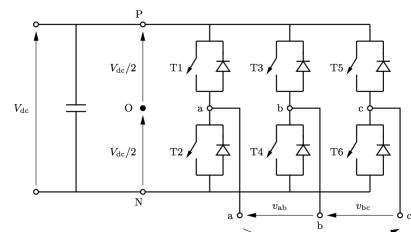


FIGURE 4.20

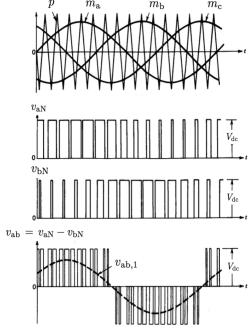


FIGURE 4.21

déphasées de  $120^\circ$ .  $p(t)$  de valeur normalisée fait que l'**indice d'amplitude** est :

$$\hat{m} = \hat{m}_a = \hat{m}_b = \hat{m}_c \quad \text{linéaire si } \hat{m} \leq 1. \quad (4.33)$$

Pour des raisons de symétrie, il convient que l'**indice de fréquence** soit un multiple entier impair de 3. Si c'est le cas, les différents ensembles de tensions triphasés constituent des systèmes triphasés équilibrés. Il vient pour la composante fondamentale des tensions  $v_{xO} = v_{xN} - V_{dc}/2$ , avec  $x \in \{a, b, c\}$  :

$$\hat{V}_{xO,1} = \hat{m} \frac{1}{2} V_{dc} \quad \text{et} \quad V_{xO,1} = \hat{m} \frac{1}{2\sqrt{2}} V_{dc} \quad (4.34)$$

Et pour la tension phase-phase avec un déphasage de  $120^\circ$  (p.ex.  $v_{ab}(t) = v_{aO}(t) - v_{bO}(t)$ ) :

$$\hat{U}_1 = \hat{m} \frac{\sqrt{3}}{2} V_{dc} \quad \text{et} \quad U_1 = \hat{m} \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} V_{dc} \quad (4.35)$$

On remarque sur la figure que les tensions phase-phase sont unipolaires avec  $m_f$  impulsions positive/négative par alternance positive/négative du fondamental de tension. Les harmoniques sont concentrés autour des fréquences multiples de  $f_{s,p} = f_{s,T}$ . Symétrie demi-onde  $\Rightarrow$  pas de rang pair et la symétrie triphasée avec  $v_{ab} + v_{bc} + v_{ca} = 0$ , les rangs multiples de 3 sont absents dans les tensions phase-phase (absence de rang faible primordiale).

#### 4.5.2 Surmodulation et onde carrée

Pareil qu'en monophasé, quand  $\hat{m} > 1$   $v_1(t)$  augmente de manière non linéaire,  $f_{s,T}$  est moindre et donc les pertes réduites. L'introduction d'harmoniques de faible rang est l'inconvénient majeur, mais celles de rang pair et multiple de 3 restent absentes. La précédente caractéristique reste valable et :

$$\hat{U}_1 = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} V_{dc} \quad \text{et} \quad U_1 = \frac{\sqrt{6}}{\pi} V_{dc}. \quad (4.36)$$

sont maximums.

#### 4.5.3 Charge RLE générique et tensions phase-neutre

On considère une charge symétrique avec connexion en étoile de point neutre  $n$  régie par les 3 équations :

$$v_{xn} = Ri_x + L \frac{di_x}{dt} + e_x \quad x \in \{a, b, c\}. \quad (4.37)$$

Selon l'application et la finesse de la modélisation, les f.e.m. sont parfaitement sinusoïdale ou ont une certaine déformation. Nos 3 équations dépendent de l'onduleur triphasé ( $V_{dc}$  + commande des interrupteurs).

La somme des 3 courants de ligne est nulle. Supposons que la somme des  $e_x$  est également nulle (souvent le cas dans la pratique). Par les équations précédentes on vérifie que :

$$v_{an} + v_{bn} + v_{cn} = 0 \quad (4.38)$$

On a ensuite la relation :

$$v_{xn} = v_{xN} - v_{nN} \quad (4.39)$$

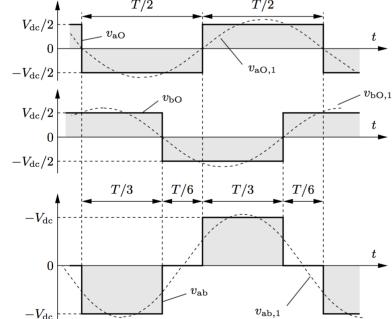


FIGURE 4.22  
Tensions phase-neutre

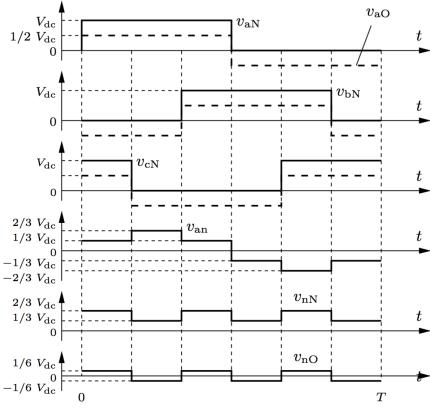


FIGURE 4.23

En remplaçant dans (4.39) on obtient :

$$\begin{aligned} v_{an} &= \frac{1}{3}(2v_{aN} - v_{bN} - v_{cN}) \\ v_{bn} &= \frac{1}{3}(2v_{bN} - v_{aN} - v_{cN}) \\ v_{cn} &= \frac{1}{3}(2v_{cN} - v_{bN} - v_{aN}) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Et similairement pour O. Tout ceci est illustré dans le cas d'une commutation en onde carrée ci-contre. On remarque que les  $v_x$  prennent les valeurs discrètes  $\pm\frac{1}{3}V_{dc}$  et  $\pm\frac{2}{3}V_{dc}$ ,  $v_{nN}$  prend 2 valeurs  $\frac{1}{3}V_{dc}$  et  $\frac{2}{3}V_{dc}$  et sa moyenne vaut  $V_{dc}/2$ ; et finalement  $v_{aO} = \pm\frac{1}{6}V_{dc}$  qui est purement AC de fréquence  $3f$ . Le cas d'une MLI linéaire est présenté sur la figure ci-bas, on y remarque en plus des intervalles de tension nulle, entraînant une composante fondamentale moins élevée.

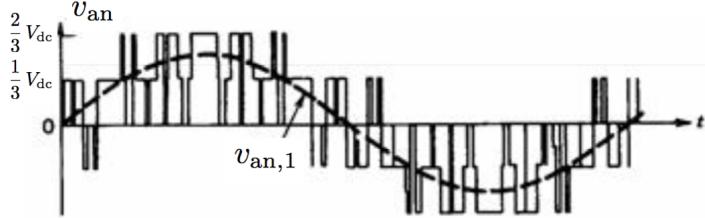


FIGURE 4.24

#### 4.5.4 Modulation à vecteur spatial

**Régime quelconque** Définissons le vecteur spatial  $\vec{v}(t)$  des 3 tensions phase-neutre  $v_{an}(t), v_{bn}(t)$  et  $v_{cn}(t)$  comme le nombre complexe :

$$\vec{v}(t) = \frac{2}{3} \left( v_{an}(t) + e^{j2\pi/3} v_{bn}(t) + e^{-j2\pi/3} v_{cn}(t) \right), \quad (4.43)$$

supposant l'ordre de phase direct  $a \rightarrow b \rightarrow c$ . Les parties réelle et imaginaire  $\alpha$  et  $\beta$  sont :

$$v_\alpha(t) = \frac{2}{3}v_{an}(t) - \frac{1}{3}(v_{bn}(t) + v_{cn}(t)) \quad \text{et} \quad v_\beta(t) = \frac{\sqrt{3}}{3}(v_{bn}(t) - v_{cn}(t)). \quad (4.44)$$

Le point neutre n peut en fait être remplacé par un point m quelconque puisque :

$$\vec{v}(t) = \frac{2}{3} \left( v_{am}(t) + e^{j2\pi/3} v_{bm}(t) + e^{-j2\pi/3} v_{cm}(t) \right) + \frac{2}{3}v_{nm}(t) \underbrace{\left( 1 + e^{j2\pi/3} + e^{-j2\pi/3} \right)}_{=0}. \quad (4.45)$$

On peut exprimer (4.44) en tension phase-phase en se rappelant que leur somme est nulle :

$$v_\alpha(t) = \frac{2}{3}(v_{ab}(t) - v_{ca}(t)) \quad \text{et} \quad v_\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}(v_{bc}(t)) = -\frac{\sqrt{3}}{3}(v_{ab}(t) - v_{ca}(t)). \quad (4.46)$$

**Régime sinusoïdale** On vérifie que dans le cas d'un système triphasé équilibré de 3 tensions phase-neutre avec pulsation  $\omega$  et représentées par le phaseur  $\underline{V}$ ,  $\vec{v}(t) = \sqrt{2}\underline{V}e^{j\omega t}$  :

$$\begin{cases} v_{an}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \gamma) \\ v_{bn}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \gamma - 2\pi/3) \\ v_{cn}(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \gamma + 2\pi/3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_\alpha(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \gamma) \\ v_\beta(t) = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \gamma - \pi/2) \end{cases} \quad (4.47)$$

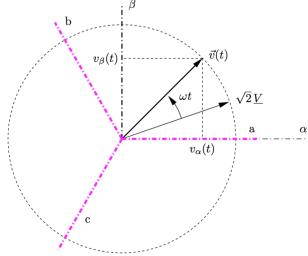


FIGURE 4.25

$v(t)$  a donc une longueur constante  $\sqrt{2}V$  qui est l'amplitude des tensions phase-neutre et tourne à une vitesse angulaire  $\omega$ . Le vecteur spatial est représenté ci-contre et l'extrémité parcourt un cercle de rayon  $\hat{V} = \sqrt{2}V$  centré sur l'origine du plan complexe.

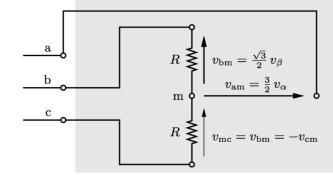


FIGURE 4.26

**Visualisation du vecteur spatial de tension à l'aide d'un oscilloscope** En pratique, le circuit auxiliaire de la figure ci-contre permet d'obtenir les tensions  $v_\alpha$  et  $v_\beta$ .  $m$  est alors le point milieu d'un diviseur de tension (p.ex. résistif). On a alors que :

$$v_{am} = \frac{3}{2}v_\alpha \quad \text{et} \quad v_{bm} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_\beta. \quad (4.48)$$

Sur l'oscilloscope, en passant sous format XY, on peut obtenir un locus circulaire dans le cas particulier d'un régime sinusoïdal triphasé équilibré.

**Onduleur triphasé et l'hexagone de vecteurs spatiaux de tension** L'onduleur de tension à 3 bras peut générer  $2^3 = 8$  vecteurs spatiaux discrets et fixes selon la combinaison des interrupteurs. La figure ) gauche représente une des combinaisons possibles désignées par (010). On choisit pour  $m$  le point milieu du bus DC. Le vecteur spatial est dans ce cas :

$$\vec{v} = \frac{2}{3} \frac{V_{dc}}{2} (-1 + 1e^{j2\pi/3} - 1e^{j4\pi/3}) = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j2\pi/3}. \quad (4.49)$$

On peut trouver ainsi les 6 vecteurs spatiaux non nuls suivants :

$$\vec{v}_k = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j(k-1)\pi/3} \quad \text{avec} \quad 1 \leq k \leq 6. \quad (4.50)$$

Ils constituent les rayons d'un hexagone dans le plan complexe. Remarquons qu'on retrouve le schéma de commutation à onde carrée de la Figure 4.22 en parcourant les sommets de l'hexagone et en y restant pendant  $T/6$ . Les 2 vecteurs spatiaux restants sont nuls (interrupteurs supérieurs ou inférieurs tous fermés).

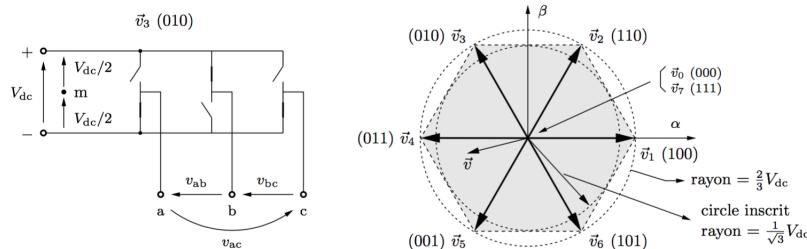


FIGURE 4.27

**Modulation à vecteur spatial** (SVM) permet de suivre en moyenne une consigne de vecteur spatial  $\vec{v}(t)$ , en considérant une certaine période de commutation  $T_s$ . Durant chaque  $T_s$ , selon le secteur d'hexagone dans lequel se trouve le  $\vec{v}(t)$  souhaité, 4 des 8 vecteurs spatiaux sont combinés avec son poids adéquat. Par exemple, le vecteur  $\vec{v}(t)$  de la Figure 4.27 s'obtient en combinant  $\vec{v}, \vec{v}_5, \vec{v}_7 = 0$  et  $\vec{v}_0 = 0$  :

$$\vec{v} = \frac{T_4}{T_s} \vec{v}_4 + \frac{T_5}{T_s} \vec{v}_5 + \frac{T_7}{T_s} \vec{v}_7 + \frac{T_0}{T_s} \vec{v}_0 \quad (4.51)$$

avec  $T_4 + T_5 + T_7 + T_0 = T_s$  et  $T_7 = T_0$ . L'ordre dans lequel les 4 vecteurs sont commandés importe pour les pertes de commutation. On peut ainsi générer tout vecteur spatial  $\vec{v}(t)$  toujours en moyenne à condition qu'il se trouve dans ou sur l'hexagone. Lorsque l'extrémité d'un  $\vec{v}$  parcourt à vitesse constante une trajectoire circulaire à l'intérieur de l'hexagone, la tension de sortie de l'onduleur est dépourvue d'harmonique de faible rang. La valeur efficace maximum est obtenue en considérant le cercle inscrit dans l'hexagone, de rayon  $\hat{V}_{1,max} = V_{dc}/\sqrt{3}$ .

**Plage de tension - comparaison avec MLI intersective** Pour rappel, avec l'intersective, on évite les harmoniques de faible rang avec 3  $m(t)$  sinusoïdales d'amplitude max  $\hat{m} = 1$ , avec tension max correspondante  $\hat{V}_{1,max} = V_{dc}/2$ . On peut toutefois aller au-delà de cette valeur en superposant un harmonique de rang 3 aux  $m(t)$  sans faire apparaître des faibles rangs dans la tension de sortie ( $\hat{V}_{1,max} = V_{dc}/\sqrt{3}$ ). Le tableau ci-dessous reprend les différentes modulations.

type de modulation ou de modulantes	harmoniques de faible rang ?	amplitude maximum $U_{1,max}/(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} V_{dc})$
3 modulantes sinusoïdales ( $\hat{m} \leq 1$ )	non	1
3 modulantes avec harmonique 3	non	$2/\sqrt{3} = 1.1532$
SVM	non	$2/\sqrt{3} = 1.1532$
onde carrée	oui	$4/\pi = 1.2732$

Tableau 4.2

Remarquons pour finir que la capacité en tension des interrupteurs dépend du bus  $V_{dc}$  et non du schéma de commutation.

## 4.6 Commande en tension (par MLI) versus commande en courant (à hystérésis)

**Convertisseurs de tension** Les ponts étudiés peuvent fonctionner en onduleur/redresseur et en hacheur. Comme l'alimentation se fait par tension DC, on peut directement commander les interrupteurs et la tension de sortie sera bien suivie en moyenne (mis à part les harmoniques de commutation) à condition de ne pas dépasser les limites imposées par le bus DC et la topologie du pont. Avec la MLI la commutation se fait à fréquence constante.

**Entraînement électriques** La commande de tension peut convenir pour certains entraînements électriques en raison du lien, en régime établi, entre le niveau de tension et la fréquence dans le cas des machines à courant AC, et la vitesse de la machine. Les performances de ce type de commande sont médiocres.

Pour de meilleures performances, il faut commander le **couple électromagnétique** instantané de la machine et donc les courants à y injecter. En prenant en compte les équations dynamiques de la machine, on peut traduire une consigne de couple en consigne de courant  $i_{ref}$  (continu).

**Commande en tension** Pour la commande du courant, on passe soit par une commande (MLI ou autre, Figure 4.28) de la tension, soit on agit directement sur les interrupteurs commandables du convertisseur en fonction de l'erreur du courant (hystérésis ou commande en courant, Figure 4.29).

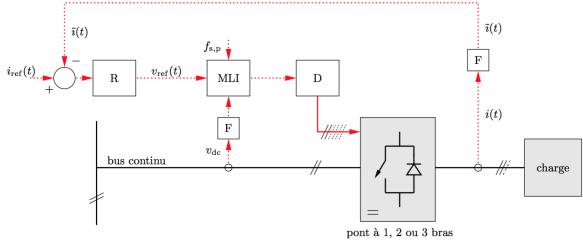


FIGURE 4.28

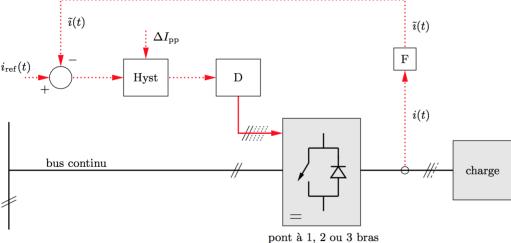


FIGURE 4.29

Dans le premier cas, l'erreur de courant est traduite en une consigne de tension  $v_{ref}$  via un bloc R régulateur, avant d'être réalisée par de la MLI intersective. La comparaison entre  $p(t)$  et le(s)  $m(t)$  se fait dans le bloc MLI et les **drivers de gâchettes** (D) se chargent de la commande des interrupteurs. Les **filtres passe-bas** (F) permettent de supprimer les harmoniques de commutation.

**Commande en courant** Dans ce cas, les interrupteurs sont directement commandés sur base de l'erreur de courant. Une **bande à hystérésis**  $\Delta I_{pp}$  centrée autour de la consigne de courant est considérée. Si un bras fournit un courant qui dépasse la consigne de courant de plus de  $\Delta I_{pp}/2$ , l'interrupteur supérieur du bras est ouvert puis celui du bas fermé. Lorsqu'il descend ensuite en dessous de la limite inférieure de la bande, l'action inverse se produit.

Cette commande est très simple, mais la fréquence de commutation n'est pas constante en raison de la dépendance aux paramètres du système (inductance) et  $\Delta I_{pp}$ .

## 4.7 Convertisseurs à source de courant

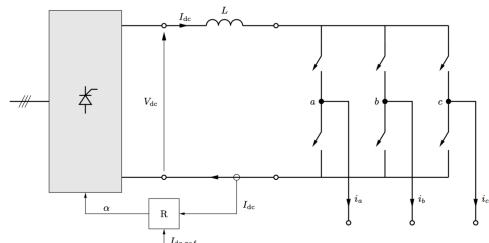


FIGURE 4.30

On les utilise encore pour des applications de grande puissance et la commande à vitesse variable des grands moteurs asynchrones et synchrones. Un montage pratique est montré ci-contre. Le bus DC comprend une grande inductance L pour lisser  $i_{dc}(t)$  unidirectionnel. Les GTO peuvent convenir comme interrupteurs dû à leur grande capacité en puissance.

L'unidirectionnalité de  $i_{dc}(t)$  permet de se passer des diodes en antiparallèle. Un court-circuit du bras ne nécessite plus d'action ultrarapide de protection, ce grâce au grand L qui empêche une variation rapide du courant. Pour ces onduleurs, ce sont les circuits ouverts et la coupure du courant circulant dans L qui doivent être évités. Une commande en onde carrée permet d'utiliser des interrupteurs de faible capacité en fréquence, tels les GTO.

Dans le système ci-contre,  $I_{dc}$  est fourni par un redresseur à thyristor. En agissant sur  $\alpha$ , on règle  $V_{dc}$  et donc  $I_{dc}$ . En inversant  $V_{dc}$  on peut inverser le flux de puissance.

# Chapitre 5

## Hacheurs à un quadrant - alimentations à découpage

Pour une conversion DC/DC à un seul quadrant, des montages plus simples s'imposent. Le premier domaine d'application est celui des équipements électroniques qui incluent le plus souvent des **isolations galvaniques** pour la sécurité d'utilisation. Lorsque l'interrupteur du convertisseur DC/DC fonctionne en tout (état fermé, quasi-court-circuit) ou en rien (état ouvert, circuit quasi ouvert), on parle d'**alimentation à découpage** (switching mode power supply, SMPS) par opposition aux **alimentations linéaires**.

### 5.1 Alimentations linéaires versus alimentations à découpage

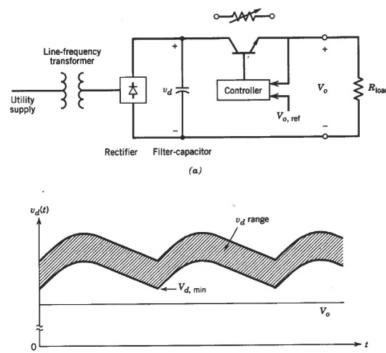


FIGURE 5.1

Ci-contre se trouve un montage d'une alimentation linéaire. Le premier étage comprend un transformateur assurant aussi l'isolation galvanique entre AC et DC. Vient ensuite un redresseur à diode suivi d'un condensateur pour lisser la tension. À ce stade,  $v_d(t)$  est toujours quelque peu ondulée (harmoniques multiples de 100Hz en cas de redressement monophasé) et sa tension moyenne varie selon la tension du réseau et de la charge. Avec le transfo, on fait en sorte d'avoir  $V_d$  légèrement supérieur à  $V_o$  souhaitée. C'est au transistor qui fonctionne dans sa région linéaire et se comporte comme une résistance commandable de niveler la tension vers le bas (pertes importantes).

Les SMPS ont un meilleur rendement, sont plus compacts et moins chers. Le découpage se fait à une fréquence beaucoup plus grande que celle du réseau (kHz)  $\Rightarrow$  taille considérablement réduite pour les composants magnétiques et condensateurs. Par contre, la commande est plus difficile et le découpage entraîne une déformation des tensions et courants AC et DC.

### 5.2 Topologie de base des hacheurs à un quadrant (buck, boost, buck-boost)

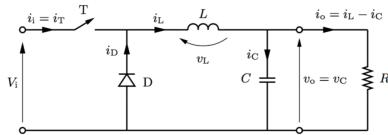
Les 3 hacheurs de base sont :

- **hacheur buck** (hacheur dévolteur, série, step-down chopper, ...)
- **hacheur boost** (hacheur survolteur, parallèle, step-up, ...)

- hacheur buck-boost (hacheur dévolteur-survolteur, ...)

On s'intéressera à des charges R avec une capacité en sortie pour lisser la tension. Ainsi chaque montage comprend un interrupteur T, une diode de roue libre D, une inductance L et un condensateur C. On observera une tension aux bornes de l'inductance  $v_L(t)$  constante par morceau et  $i_L(t)$  en dents de scie. Pour les buck et boost, on observe quasi les mêmes formes d'onde en présence de l'induit d'une mcc (RLE) en sortie (fonctionnement moteur) ou en entrée (fonctionnement dynamo). Pour ces machines, l'inductance de l'induit sera suffisante pour lisser le courant.

### 5.2.1 Hacheur buck



Ci-contre, le montage buck avec filtre LC et charge R avec  $V_o < V_i$ , avec  $v_i = V_i$  supposé parfaitement lisse. Le courant  $i_1$  circule dans T est non lisse.

FIGURE 5.2

Ci-contre le montage équivalent avec un montage RLE. Avec certaines hypothèses, les formes d'onde, notamment  $v_L$  et  $i_L$  sont identiques à celles précédemment. On considérera par la suite le précédent montage avec une commande MLI. On démontrera que le filtre lisse mieux quand la fréquence de commutation  $f_s$  de la MLI est grande devant la coupure  $f_c = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ . On peut donc

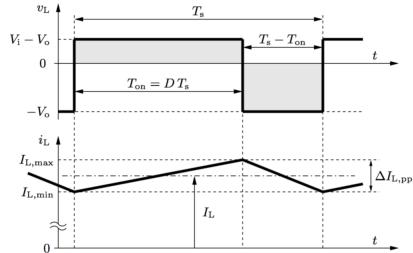


FIGURE 5.4

négliger l'ondulation de  $v_o = v_C$ , ainsi que les imperfections des composants. On utilisera de nouveau le rapport cyclique D (fermeture). À la fermeture de T, D est polarisé en inverse et  $v_L = V_i - V_o > 0$  avec un courant  $i_L$  qui y augmente avec une pente  $di_L/dt = (V_i - V_o)/L$ .

Interrupteur ouvert,  $i_L$  continue à circuler dans D et  $v_L = -V_o < 0$  avec  $i_L$  qui diminue avec une pente  $-V_o/L$ . En régime établi  $I_C = 0$ , le courant de sortie moyen est alors :

$$I_o = I_L. \quad (5.1)$$

On suppose pour l'instant que la conduction est ininterrompue et donc que  $i_L$  varie en dents de scie. En régime établi,  $V_L$  moyen est nulle, il vient :

$$DT_s(V_o - V_i) - (1 - D)T_s V_o = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_o = DV_i \quad (5.2)$$

montrant que  $V_o$  est bien compris entre 0 et  $V_i$ . Notons qu'on retrouve la même relation que dans le hacheur 2 quadrants demi-pont, mais dans le cas du buck n'est valable qu'en conduction ininterrompue. En considérant des composants idéaux et les tensions et courants parfaitement lisses, on trouve via le bilan de puissance le rapport  $I_o/I_i$  :

$$V_i I_i = V_o I_o \quad \Rightarrow \quad \frac{I_o}{I_i} = \frac{1}{D}. \quad (5.3)$$

Puisque  $v_L = -V_o$  durant  $(1 - D)T_s$ , on a :

$$\Delta I_{L,pp} = I_{L,max} - I_{L,min} = (1 - D) \frac{1}{f_s L} V_o = (1 - D) D \frac{1}{f_s L} V_i \quad (5.4)$$

## Ondulation de la tension de sortie

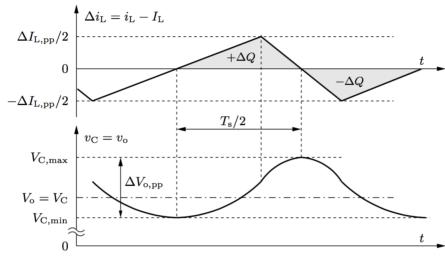


FIGURE 5.5

Il y correspond une variation de la charge du condensateur  $q = \int i_C(t) dt$ , et donc de  $v_o = v_c = q/C$ , respectivement autour de la charge moyenne  $Q$  et la tension moyenne  $V_o = V_c = Q/C$ . Durant une alternance positive de  $i_C$ ,  $v_o$  monte à partir de  $V_{C,min}$  pour atteindre  $V_{C,max}$  à la fin de cette alternance ; inversement pour l'alternance négative. La charge  $\Delta Q$  retirée ou apportée est l'aire :

$$\Delta Q = \frac{1}{2} \frac{T_s}{2} \frac{\Delta I_{L,pp}}{2} = \frac{1}{8f_s} \Delta I_{L,pp} \quad \Rightarrow \quad \Delta V_{o,pp} = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{1}{8f_s C} \Delta I_{L,pp}. \quad (5.7)$$

Avec (5.4) et  $f_c = 1/2\pi\sqrt{LC}$ , l'ondulation relative donne :

$$\frac{\Delta V_{o,pp}}{V_o} = \frac{1}{8} \frac{1}{f_s^2 LC} (1 - D) = \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{f_c}{f_s} \right) (1 - D). \quad (5.8)$$

Pour un  $D$  donné, pour diminuer l'ondulation, on peut augmenter  $f_s$  ou le produit  $LC$  au détriment de pertes de commutation plus importantes et/ou l'encombrement, poids et prix du convertisseur.

## Lien entre conduction ininterrompue et interrompue

On remarque que  $R$  n'intervient pas dans les équations du cas ininterrompu, la capacité  $C$  oui. Pour  $V_i$ ,  $D$  et  $f_s L$  fixés, l'augmentation de  $R$  cause la diminution de  $I_L = I_o = V_o/R$  et de  $I_{L,min} = I_L - \Delta I_{L,pp}/2$ . Pour une certaine valeur de  $R$ , on atteint la limite entre conductions ininterrompue et interrompue :  $I_{L,min} = 0$ . Dans ce cas limite, on a :

$$I_{o,lim} = I_{L,lim} = \Delta I_{L,pp}/2 = (1 - D) \frac{1}{2f_s L} V_o = (1 - D) D \frac{1}{2f_s L} V_i. \quad (5.9)$$

Introduisons une valeur de référence de courant moyen pour la suite :

$$I_{o,ref} = \frac{1}{8f_s L} V_i \quad \Rightarrow \quad I_{o,lim} = 4(1 - D) D I_{o,ref}. \quad (5.10)$$

## Conduction interrompue

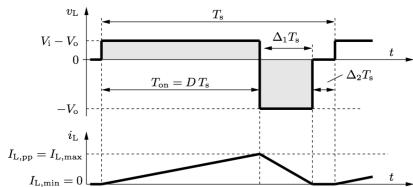


FIGURE 5.7

Dans ce cas  $i_L(t)$  s'annule tout un intervalle à la fin de chaque cycle de commutation (avant refermeture) et  $v_L(t)$  y est nul également. (5.2) n'est alors plus valable et  $V_o$  dépend également de  $I_o$ . Le cycle de commutation se divise en 3 intervalles :

$$D + \Delta_1 + \Delta_2 = 1 \quad \text{avec} \quad 0 < \Delta < 1 - D. \quad (5.11)$$

En régime établi,  $V_L = 0$  et donc :

$$DT_s(V_i - V_o) - \Delta_1 T_s V_o = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{D + \Delta_1} > D. \quad (5.12)$$

On voit que  $V_o$  est plus grand que dans le cas ininterrompu avec  $V_i$  et  $D$  fixés. Le courant de sortie moyen sera :

$$I_o = I_L = I_{L,max} \frac{D + \Delta_1}{2} \quad \text{avec} \quad I_{L,max} = D \frac{1}{f_s L} (V_i - V_o). \quad (5.13)$$

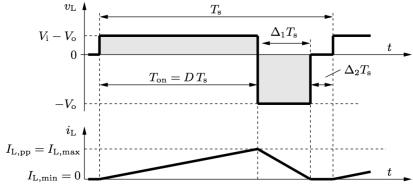


FIGURE 5.8

le fonctionnement à résistance de charge R correspond à une droite passant par l'origine sur notre figure ci-contre :

$$\frac{V_o/V_i}{I_o/I_{o,ref}} = \frac{V_o}{I_o} \frac{I_{o,ref}}{V_i} = \frac{R}{8f_s L}. \quad (5.15)$$

Pour  $R = \infty$  (absence de charge),  $V_o = V_i$  pour le régime établi. En effet, aucun chemin de décharge n'est disponible pour le condensateur qui ne peut pas être chargé par  $i_L \leq 0$  pendant le transitoire préalable au fonctionnement à vide.

### 5.2.2 Hacheur boost

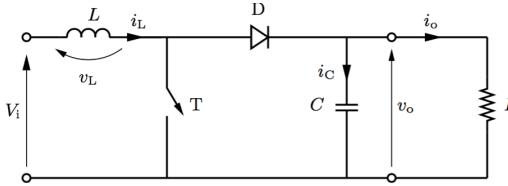


FIGURE 5.9

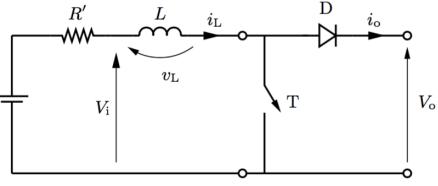


FIGURE 5.10

Le montage ci-dessus (gauche) est issu du réarrangement du montage buck, avec lissage de la tension de sortie par un condensateur. La figure de droite représente le cas comparatif avec une charge RLE en entrée et une source de tension en sortie (induit msc fonctionnant en dynamo).

Comme précédemment, la commande MLI donne lieu à  $i_L(t)$  en dents de scie dans le cas ininterrompu. Lorsque l'interrupteur est fermé,  $v_D = -V_o$  et  $v_L(t) = V_i > 0$  avec  $i_L(t)$  qui augmente avec une pente  $V_i/L$ . Lorsque l'interrupteur est ouvert,  $v_L(t) = V_i - V_o < 0$  et  $i_L$  circulant dans la diode de roue libre diminue avec une pente  $(V_i - V_o)/L$ . La tension moyenne aux bornes de l'inductance étant nulle :

$$DT_s V_i + (1 - D)T_s (V_i - V_o) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_o = \frac{1}{1 - D} V_i. \quad (5.16)$$

On voit que  $V_o \geq V_i$  en accord avec les dénominations de ce hacheur.

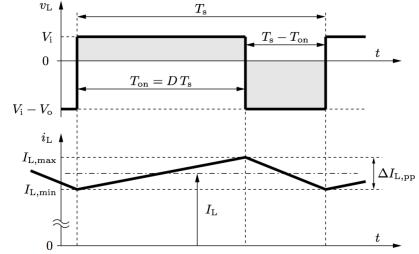


FIGURE 5.11

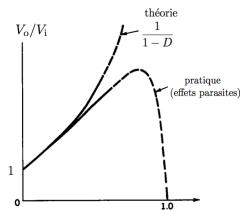


FIGURE 5.12

La figure ci-contre montre la caractéristique théorique et on voit que la théorie  $\rightarrow \infty$  pour  $D \rightarrow 1$  alors que la pratique est déformée suite aux effets parasites des composants réels (tension résiduelle de l'interrupteur et diode, résistance bobine/condensateur, ...).

### 5.2.3 Hacheur buck-boost

Encore une autre disposition des composants donne le montage ci-contre pour le convertisseur buck-boost, avec condensateur de lissage et une charge R.

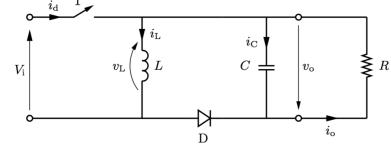


FIGURE 5.13

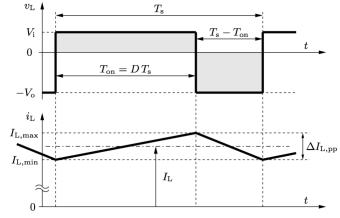


FIGURE 5.14

$i_L(t)$  varie de nouveau en dents de scie en ininterrompu. Lorsque l'interrupteur est fermé,  $v_L(t) = V_i$  et  $i_L$  monte. Lorsque T est ouvert,  $v_L = V_o$  parce que cette fois  $V_o$  est prise dans le sens inverse (vers le bas). De nouveau, pour  $V_L = 0$  en ininterrompu :

$$DT_s V_i - (1 - D)T_s V_o = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_o = \frac{D}{1 - D} V_i. \quad (5.17)$$

On peut donc avoir  $V_o \leq V_i$  ou  $V_o \geq V_i$ . Pour  $D = 0.5$ ,  $V_o = V_i$ .

Notons que l'inversion de  $V_o$  peut être un avantage. Ci-contre se trouve la caractéristique. Remarquons finalement que le rapport  $D/(1 - D)$  peut s'obtenir via la mise en cascade d'un buck et d'un boost aux dépens d'un coût plus important et un rendement moindre du fait du doublement du nombre de composants.

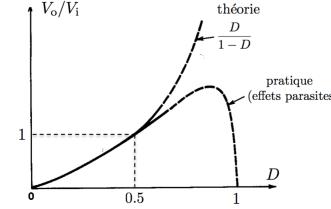


FIGURE 5.15

## 5.3 Hacheurs avec isolation galvanique

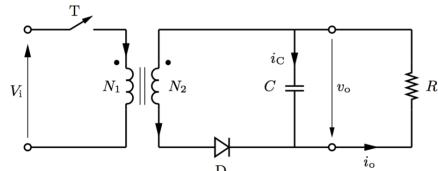


FIGURE 5.16

Les effets parasites deviennent important au plus l'écart des tensions devient trop importante. De plus, pour une puissance donnée  $V_o I_o = V_i I_i$ , si on fait abstraction des pertes, c'est la plus grande tension des deux qui détermine la capacité en tension  $V_{T,max}$  pour T alors que c'est le plus grand courant pour la capacité en courant  $I_{T,max}$ .

De ce fait, la capacité en puissance est d'autant moins

bien utilisée que l'écart entre  $V_o$  et  $V_i$  et donc  $I_o$  et  $I_i$  est grand. Dans ces cas-là, il convient d'incorporer un **transformateur** fonctionnant à la fréquence de commutation  $f_s$ . La figure ci-contre montre l'exemple du convertisseur **flyback** (buck-boost avec inductance remplacée par transfo). En conduction ininterrompue, les tensions sont liées :

$$V_o = \frac{D}{1 - D} \frac{N_2}{N_1} V_i. \quad (5.18)$$

Il ne s'agit pas d'un transfo classique. De 1, il fonctionne à fréquence élevée, ce qui le rend compact. En conséquence, on a des noyaux massifs en ferrite au lieu de noyaux feuilletés en tôles magnétiques. De 2, il doit servir de tampon d'énergie tout comme l'inductance qu'il remplace. Ce stockage d'énergie est réalisé avec un noyau à entrefer, car la densité magnétique  $\frac{1}{2}B^2/\mu$  de l'air ( $\mu_0$ ) est plus grande que celle du fer ( $\mu \gg$ ).