



Modèle scalaire des ondes lumineuses

«It appears, from all that precedes, reasonably certain that if there be any relative motion between the earth and the luminiferous ether, it must be small; quite small enough entirely to refute Fresnel's explanation of aberration.»

ALBERT ABRAHAM MICHELSON
(1853-1931)

PLAN DU CHAPITRE

I	Propagation de la lumière dans l'approximation de l'optique géométrique	3
I.1	Formulation des ondes lumineuses - surface d'onde	3
	a - Rappels essentiels : ondes 1D - terme de retard	3
	b - La lumière est une onde électromagnétique!!! - Une des expériences de Wiener . . .	4
	c - Onde électromagnétique progressive harmonique - surface d'onde	5
	d - Abandon du caractère vectoriel de la lumière : le modèle scalaire de la lumière - condition de validité	8
I.2	Approximation de l'optique géométrique - rayons lumineux	10
	a - Condition de validité à partir de l'optique ondulatoire : le problème de la diffraction	10
	b - Condition de validité à partir de la théorie quantique	11
	c - Rayons lumineux- synthèse des visions géométrique et ondulatoire de la lumière . .	11
II	Propagation et chemin optique	12
II.1	Chemin optique : définition et signification physique	12
II.2	Ecriture des ondes avec le chemin optique	14
	a - Cas d'une onde de forme quelconque en milieu non homogène ($n \neq Cste$)	14
	b - Cas d'une onde sphérique en milieu d'indice homogène ($n = Cste$)	14
	c - Retour sur la surface d'onde	14
II.3	Théorème de Malus-Dupin	15
	a - Enoncé	15

b - Exemple de la lentille convergente - stationnarité du chemin optique entre deux points conjugués	15
c - Exemple de la réflexion et de la réfraction	16
II.4 L'onde sphérique à grande distance : vers l'onde plane	16
III Modèles de sources lumineuses - propriétés	19
III.1 Rappel : domaine spectral du rayonnement visible	19
III.2 Sources thermiques : la lampe à incandescence	19
III.3 Sources de raies : lampes spectrales	20
III.4 Source quasi-monochromatique : le L.A.S.E.R.	22
III.5 Relation "temps-fréquence" : lien avec la largeur spectrale en longueur d'onde	23
III.6 Bilan : modélisation finale d'un train d'onde loin de la source	24
IV Détection de l'intensité lumineuse	24
IV.1 Définition de l'intensité lumineuse	24
IV.2 Détection et valeurs moyennes d'intensité - problème du temps de réponse	25
IV.3 Retour sur la notation complexe - utilité	27

I Propagation de la lumière dans l'approximation de l'optique géométrique

I.1 Formulation des ondes lumineuses - surface d'onde

a - Rappels essentiels : ondes 1D - terme de retard

Supposons la propagation d'un signal de nature quelconque 1D $f(x, t)$ (onde électromagnétique, acoustique,...) entre les points $A(x_A)$ et $B(x_B)$ d'une durée $t_B - t_A$:

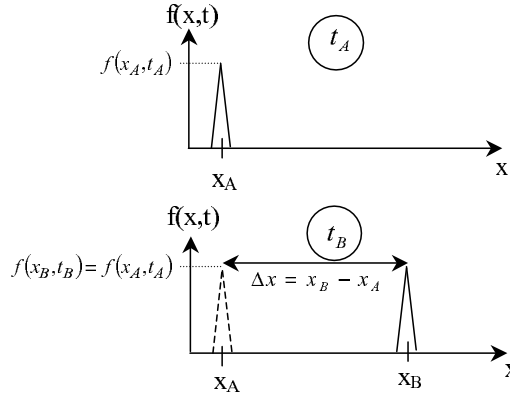


FIGURE V.1 – Propagation d'un signal unidimensionnel

Si le phénomène se déplace à la célérité v entre ces deux points dans le sens des x croissants, alors on peut écrire :

$$\Delta x = x_B - x_A = v(t_B - t_A) = v\Delta t$$

soit :

$$t_B - \frac{x_B}{v} = t_A - \frac{x_A}{v} = t_{VM} - \frac{x_{VM}}{v}$$

ou encore :

$$\Delta_{(x_A, t_A) \rightarrow (x_B, t_B)} \underbrace{\left(t - \frac{x}{v} \right)}_{\text{gpt spatio-tempor.}} = 0$$

Propriété I-1: INVARIANT SPATIO-TEMPOREL DE PROPAGATION D'UN SIGNAL 1D

Lors de la propagation d'un signal 1D $f(x, t)$ entre les points A et B à la vitesse v , le «groupement de variables» spatio-temporel $t - x/v$ est un invariant, donc :

$$\Delta_{A \rightarrow B} \left(t - \frac{x}{v} \right) = 0$$

soit : $t_A = t_B - \frac{\Delta x}{v}$ ce qui entraîne : $f(x_B, t_B) = f\left(x_A, t_A = t_B - \frac{\Delta x}{v}\right)$

Cette dernière équation traduit formellement le fait que le signal possède en B à t_B la valeur qu'il avait en A à $t_A = t_B - \frac{\Delta x}{v}$.

On peut alors définir le terme de retard :

Définition I-1: TERME DE RETARD D'UNE ONDE

Le "terme de retard" $\frac{\Delta x}{v} = \frac{x_B - x_A}{v}$ correspond naturellement au temps mis par l'onde pour parcourir la distance AB .

Remarque I-1: INVARIANT POUR PROPAGATION RÉTROGRADE

Pour un phénomène propagatif se déplaçant dans le sens des x décroissants entre x_A et x_B , ($x_A > x_B$), on a :

$$x_B - x_A = -v(t_B - t_A) < 0 \implies t_B + \frac{x_B}{v} = t_A + \frac{x_A}{v} = t_{VM} + \frac{x_{VM}}{v}$$

soit l'invariant spatio-temporel : $t + \frac{x}{v}$

b - La lumière est une onde électromagnétique !!! - Une des expériences de Wiener

Autour de 1889, Otto Wiener mène une série d'expériences sur la lumière, dont l'une, décisive, permet d'établir expérimentalement et définitivement le caractère électromagnétique de la lumière visible afin de confirmer l'expérience de Hertz.

PRINCIPE :

- un faisceau de lumière parallèle monochromatique est envoyé sur un miroir métallique \implies superposition des lumières incidente et réfléchie.
- une plaque photographique transparente est disposée devant le plan métallique, et inclinée d'un angle α par rapport à ce dernier (cf schéma).

OBSERVATIONS : On constate que le film photographique est imprimé de tâches équidistantes et occupant toute la largeur du faisceau de lumière.

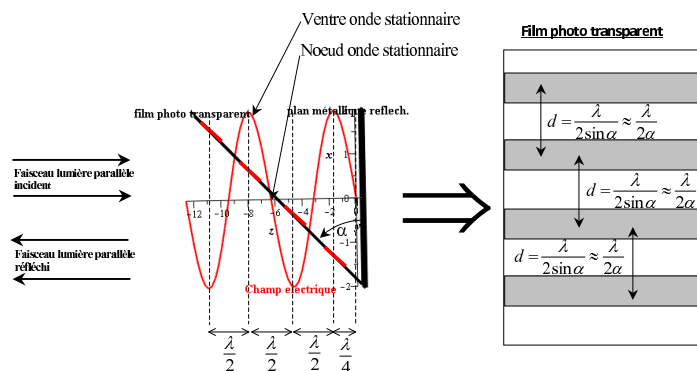


FIGURE V.2 – L'une des expériences de Wiener

INTERPRÉTATION : La zone en avant du miroir est naturellement le lieu de superposition des faisceaux de lumière incident et réfléchi. La structure en bandes alternées sombres et claires imprimées sur la plaque photographique résulte simplement d'un phénomène d'interférences, caractéristique de la nature ondulatoire de la lumière. En fait, un système d'ondes stationnaires s'établit, dont les ventres d'amplitude, distants¹ de $\frac{\lambda}{2}$, correspondent aux impressions distantes de d sur la plaque photographique inclinée ; ces ventres d'amplitudes sont les zones d'interférences dites constructives, et donc

1. cf. *Ondes stationnaires MPSI et Réflexion des ondes électromagnétiques MP* (chapitre ultérieur)

d'intensité lumineuse maximale.

Ces résultats, conformes en tout point à ceux obtenus par Rudolph Hertz en 1888 avec des ondes électromagnétiques non visibles, permirent à Wiener d'affirmer que **la lumière est bien une onde électromagnétique**.

NB : simulation vue en cours.

Propriété I-2: NATURE DE LA LUMIÈRE

La lumière est une onde de nature électromagnétique.

Remarque I-2: STRUCTURE D'UNE ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

L'étude des principales propriétés des ondes électromagnétiques sera abordée ultérieurement ; on peut cependant donner ici quelques informations simples sur la structure d'une telle onde dans le cas simple de l'onde dite **plane** (cf plus bas) ; elle se compose :

- d'un champ électrique \vec{E} perpendiculaire à la direction de propagation.
 - d'un champ magnétique \vec{B} également perpendiculaire à la direction de propagation.
- On parle alors d'une onde électromagnétique **transverse**.

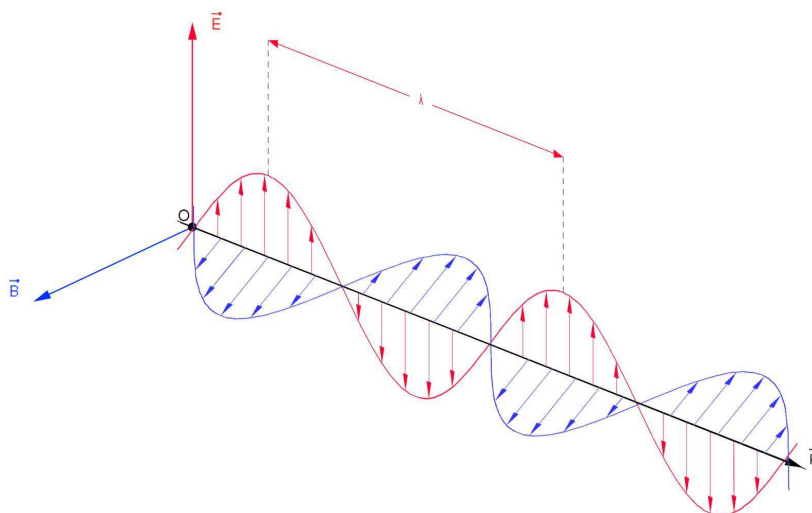


FIGURE V.3 – Cas particulier d'une onde dite «plane»

c - Onde électromagnétique progressive harmonique - surface d'onde

i.) Expression d'une OEM quelconque

Un signal électromagnétique harmonique émis par une source S_0 (supposée ponctuelle) et se propageant dans un milieu d'indice n non nécessairement homogène s'écrit à la date t lorsqu'il atteint le point M :

Définition I-2: ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE HARMONIQUE

Champ électrique : $\vec{E}(t, M) = E_0(M) \cos(\omega t - \underbrace{\varphi(M)}_{\text{expression ?}}) \cdot \underbrace{\vec{e}}_{\text{vecteur unitaire}}$

$= E_0(M) \cos \left[\omega \left(t - \underbrace{\frac{\varphi(M)}{\omega}}_{\text{temps de retard}} \right) \right] \cdot \vec{e} = E_0(M) \cos [\omega (t - \tau_{S_0 M})] \cdot \vec{e}$

Champ magnétique : $\vec{B}(t, M) = B_0(M) \cos [\omega (t - \tau_{S_0 M})] \cdot \underbrace{\vec{b}}_{\text{vecteur unitaire}}$

COMMENTAIRES :

- $\varphi(M)$ s'appelle le **retard de phase spatiale** de l'onde en M par rapport à l'origine des phases en S_0 à $t = 0$ ou plus simplement phase spatiale de l'onde en M , tandis que $\tau_{S_0 M} = \frac{\varphi(M)}{\omega}$ correspond au **temps de retard de l'onde** en M
- ω (rad.s^{-1}) est la **pulsation temporelle** de l'onde. Elle s'écrit en fonction de la période temporelle T (s) :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

- La fréquence de l'onde est :

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \text{ (Hz)}$$

- $E(M)$ est l'**amplitude du champ électrique** de l'onde en M (V.m^{-1}).
- \vec{e} est un **vecteur unitaire** qui donne la direction du champ électrique de l'onde. On appelle cette caractéristique la **polarisation de l'onde**.
- La longueur d'onde dans le vide s'écrit :

$$\lambda_0 = c \cdot T$$

La longueur d'onde dans le milieu de propagation d'indice n s'écrit :

$$\lambda = v \cdot T = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{\lambda_0}{n}$$

ii.) Surface d'onde : signification et représentation schématique

Définition I-3: SURFACE D'ONDE

On appelle surface d'onde l'ensemble des points M de l'espace atteints par l'onde après un temps de parcours identique depuis la source en S_0 .

Ceci se traduit par une invariance du terme de retard temporel ou bien du terme de phase pour tous les points de la surface d'onde, soit :

$$\text{Surface d'onde} \Leftrightarrow M / \begin{cases} \varphi(M) = cste \\ \text{ou} \\ \tau_{S_0 M} = cste \end{cases}$$

NB : les surfaces d'onde sont également désignées par surfaces "équiphase".

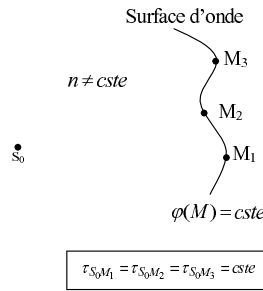


FIGURE V.4 – Surface d'onde quelconque

iii.) Cas particulier de l'OEM sphérique

Si l'on reprend le cas d'une source ponctuelle S_0 émettant cette fois dans un milieu d'indice homogène $n = cste$, l'onde qui est émise de manière isotrope atteint au même instant t tous les points M placés sur une sphère centrée en O .

Le terme de retard temporel en M s'écrit dans ce cas :

$$\tau_{S_0 M} = \frac{\varphi(M)}{\omega} = \frac{\overbrace{\phi(M)}^{\text{phase en M}} - \overbrace{\phi(S_0)}^{\text{phase en } S_0 \text{ (souvent prise = 0 arbitraire.)}}}{\omega} = \frac{S_0 M}{v} = \frac{n \cdot S_0 M}{c} \quad \text{avec } v = \frac{c}{n}$$

v étant la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu. On admettra qu'elle s'écrit alors :

$$\vec{E}(t, M) = \underbrace{\frac{K_{S_0}}{S_0 M}}_{\substack{\text{décroissante en } 1/r \\ \text{caractéristique de l'onde sphérique}}} \cdot \cos \left[\omega \left(t - \underbrace{\frac{S_0 M}{v}}_{\text{temps de retard}} \right) \right] \cdot \vec{e}$$

que l'on retiendra sous cette dernière forme :

Définition I-4: ECRITURE D'UNE ONDE SPHÉRIQUE ÉMISE À $t = 0$ EN $r = 0$

$$\vec{E}(t, M) = \frac{K_{S_0}}{r} \cos \left(\omega t - \underbrace{kr}_{\text{retard de phase}} \right) \cdot \vec{e} = \vec{E}(t, \underbrace{r}_{\text{caractéristique onde sphérique}})$$

en posant : $\begin{cases} k = \frac{\omega}{v} = n \frac{\omega}{c} = n \frac{2\pi}{cT} = n \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{ le nombre d'onde (pulsation spatiale)} \\ r = S_0 M \end{cases}$

Sans surprise, les surfaces d'onde de l'onde sphérique sont des sphères de rayon $S_0 M = \frac{c}{n} \tau_{S_0 M}$ centrée sur la source en S_0 :

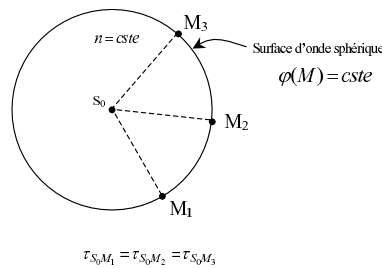


FIGURE V.5 – Les surfaces d'onde sont des sphères de centre le point d'émission S_0

d - Abandon du caractère vectoriel de la lumière : le modèle scalaire de la lumière - condition de validité

La théorie électromagnétique, bâtie sur les 4 équations de Maxwell, fournit la description la plus complète de la lumière, tant sur le plan de ses propriétés (forme des surfaces d'onde, période spatiale, période temporelle, polarisation etc.), que de ses conséquences (réfraction et réflexion à l'interface entre deux milieux diélectriques, interférences, diffraction etc...). Cependant, le caractère vectoriel de la description de l'onde lumineuse en terme de champ électromagnétique (\vec{E} , \vec{B}) alourdit considérablement le traitement des phénomènes étudiés classiquement en optique ondulatoire, comme par exemple le phénomène d'interférences.

La suite propose de montrer qu'il est possible, **sous certaines conditions**, de ramener l'onde lumineuse à une simple vibration scalaire, allégeant de manière substantielle les démarches calculatoires.

On rappelle l'expression du champ électrique en M à l'instant t d'une onde lumineuse de forme quelconque :

$$\vec{E}(M, t) = \psi(M, t) \cdot \vec{e} = \psi_0(M) \cdot \cos(\omega t - \varphi(M)) \cdot \vec{e}$$

QUESTION : sous quelle condition peut-on abandonner le caractère vectoriel de la lumière, i.e. le vecteur unitaire \vec{e} pour décrire correctement le **phénomène d'interférences en optique** ?

RÉPONSE :

- On admet la validité du principe de superposition en électromagnétisme (il découle simplement de la linéarité des équations de Maxwell qui seront abordées dans un prochain chapitre).
- L'étude des interférences en un point M d'espace nécessite en général d'y superposer au moins deux vibrations lumineuses ; le champ électrique obtenu en M résultera donc de l'addition des champs de chacune des deux ondes :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_1(M, t) + \vec{E}_2(M, t) = \psi_1(M, t) \cdot \vec{e}_1 + \psi_2(M, t) \cdot \vec{e}_2$$

Commentons la superposition dans deux cas particuliers :

- LES DEUX ONDES POSSÈDENT LA MÊME DIRECTION DE POLARISATION I.E. $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}$

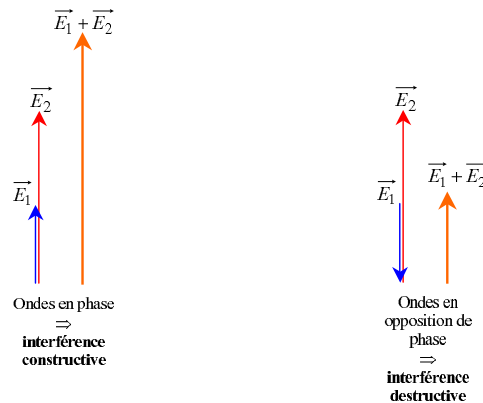


FIGURE V.6 – Polarisation idéale pour l'interférence des deux ondes
Dans ce cas de figure, on a : $\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}$. On peut alors écrire :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_1(M, t) + \vec{E}_2(M, t) = \left[\underbrace{\psi_1(M, t) + \psi_2(M, t)}_{=\psi(M, t): \text{amplitude onde résultante}} \right] \vec{e}$$

On constate dans ce cas de polarisation qu'il est inutile de conserver le vecteur \vec{e} pour traiter le phénomène d'interférences, l'amplitude $\psi(M, t)$ contenant l'information suffisante pour traiter le phénomène d'interférences au point M .

- LES DEUX ONDES POSSÈDENT DES DIRECTIONS DE POLARISATION NORMALES I.E. $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$

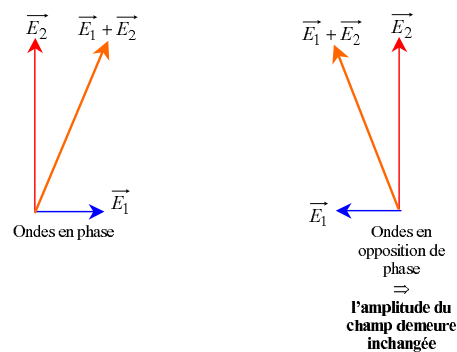


FIGURE V.7 – Polarisation défavorable pour l'interférence des deux ondes
Cette fois, les polarisations normales des deux ondes ne permettent plus de mettre en évidence le phénomène d'interférences puisque l'amplitude du champ résultant est identique suivant que les ondes sont en phase ou bien en opposition de phase.

On supposera dans la suite de ce cours que toutes les ondes ont même polarisation, assurant l'existence du phénomène d'interférence, soit :

$$\boxed{\vec{e}_1 = \vec{e}_2 = \vec{e}}$$

Définition I-5: MODÈLE SCALAIRE DE L'ONDE LUMINEUSE

Dans le cas d'une polarisation idéale pour observer des interférences (ondes polarisées parallèlement), on abandonne définitivement le caractère vectoriel des ondes pour définir une vibration lumineuse scalaire. Cette dernière s'écrit en un point M à l'instant t :

$$\psi(M, t) = \psi_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

Remarque I-3: SIGNIFICATION PHYSIQUE DE LA VIBRATION SCALAIRE

La vibration lumineuse appelée **grandeur scalaire de l'optique** est donc une composante du champ électrique (on pourrait tout aussi bien prendre le champ magnétique) de l'onde électromagnétique.

I.2 Approximation de l'optique géométrique - rayons lumineux**a - Condition de validité à partir de l'optique ondulatoire : le problème de la diffraction**

Supposons un faisceau de lumière parallèle monochromatique (λ) incident sur un diaphragme de diamètre D . On montre dans le cadre de la diffraction que cette limitation de l'espace de passage de la vibration lumineuse provoque un phénomène de diffraction, soit un «éparpillement angulaire» de la lumière.

EXPÉRIENCE DE COURS : diffraction par un trou circulaire de la lumière émise par un laser.

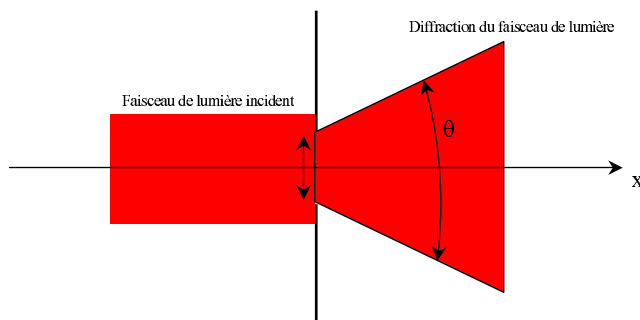


FIGURE V.8 – Diffraction d'un faisceau de lumière

Propriété I-3: CONDITIONS DE DIFFRACTION

on montre que l'effet d'«éparpillement» ne se manifeste que si le diamètre D du diaphragme est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde soit

$$\frac{\lambda}{D} \sim 1$$

Dans ces conditions on a :

$$\sin \theta \sim \frac{\lambda}{D}$$

Définition I-6: APPROXIMATION DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

On définit le cadre de l'**approximation de l'optique géométrique** comme le domaine des très faibles longueurs face aux dimensions des diaphragmes de passage de la lumière, soit :

$$\frac{\lambda}{D} \ll 1 \implies \theta \simeq 0 \implies \text{condition de propagation sans éparpillement}$$

b - Condition de validité à partir de la théorie quantique

Il est également possible de préciser le cadre de l'optique géométrique comme une approximation de l'optique quantique. Cette dernière définit la lumière comme un flux de particules sans masse, les photons, se déplaçant dans le vide à la célérité c , et emportant chacun un quantum d'énergie $\epsilon = h\nu$ avec ν la fréquence de la fonction d'onde attachée au photon.

Si l'on introduit un diaphragme de largeur D sur le trajet du faisceau de particules, cela revient à limiter la zone d'espace accessible aux photons à $\Delta x = D$ lors de leur passage dans ce diaphragme. Le principe d'incertitude de Heisenberg stipule qu'à toute dispersion spatiale Δx correspond une dispersion Δp_x de la composante selon x de la quantité de mouvement, selon la relation :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h \Rightarrow D \cdot \Delta p_x \sim h$$

Ainsi, la dispersion angulaire du faisceau de particules après le diaphragme s'écrit :

$$\theta \simeq \frac{\Delta p_x}{p} \sim \frac{h}{pD}$$

qui devient avec la relation de dualité onde-corpuscule de De Broglie $p = \frac{h}{\lambda}$ avec λ la longueur d'onde associée à la particule :

$$\theta \sim \frac{\lambda}{D}$$

La condition de validité de l'approximation de l'optique géométrique (absence d'éparpillement de la lumière) dégagée à partir de la théorie quantique de l'optique est donc identique à celle vue plus haut :

$$\frac{\lambda}{D} \ll 1$$

c - Rayons lumineux- synthèse des visions géométrique et ondulatoire de la lumière

Deux descriptions de la lumière :

■ VISION DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Dans le cadre de l'optique géométrique, la lumière est décrite par des rayons lumineux :

■ VISION DE L'OPTIQUE ONDULATOIRE

Dans le cadre de l'optique ondulatoire, la lumière est décrite par la vibration scalaire introduite plus haut :

$$\psi(M, t) = \psi_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

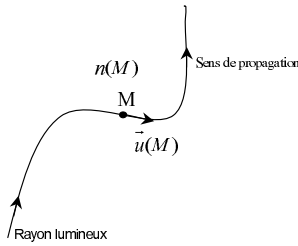


FIGURE V.9 – Propagation d'un rayon lumineux en milieu inhomogène $n(M) \neq cste$

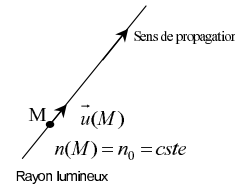


FIGURE V.10 – Propagation d'un rayon lumineux en milieu homogène $n(M) = cste$

On retiendra la propriété suivante établissant la synthèse des deux visions :

Propriété I-4:

Dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique i.e. **des très faibles longueurs d'onde face aux dimensions des diaphragmes** $\lambda \ll D$, la vibration scalaire se déplace selon la direction des rayons lumineux. On associe donc à chaque rayon une onde de phase $\varphi(M)$ en M

$$\text{rayon lumineux} \Leftrightarrow \psi(M, t) = \psi_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

II Propagation et chemin optique

II.1 Chemin optique : définition et signification physique

Posons une vibration lumineuse monochromatique se propageant dans un milieu d'indice $n(M)$ à priori inhomogène. On appelle A et B deux points du rayon lumineux attachés à cette vibration, et $s(M)$ l'abscisse curviligne du point M sur ce rayon dont on posera l'origine $s = 0$ en A . On posera enfin la célérité $v(s, \omega)$ de l'onde au point d'abscisse s , celle-ci pouvant dépendre également de la pulsation ω dans l'hypothèse d'un milieu de propagation dispersif (cf électromagnétisme).

L'amplitude de la vibration en A s'écrit : $\psi(A, t) = \psi_0(A) \cdot \cos(\omega t - \varphi(A))$

en posant φ_A la phase de la vibration en A (peut être arbitrairement posée nulle sans perte de généralité).

En un point A' très proche de A , distant de A de ds la vibration s'écrit :

$$\psi(s_{A'}, t_{A'}) = \psi(s_A + ds, t_{A'}) = \psi_0(A') \cdot \cos \left[\omega \left(t_{A'} - \underbrace{\frac{ds}{v(s, \omega)}}_{\text{temps de retard élémentaire}} \right) - \varphi(A) \right]$$

L'état de la vibration en un point quelconque M du rayon lumineux s'obtient par simple intégration :

$$\psi(s_M, t_M) = \psi_0(M) \cdot \cos \left[\omega \left(t_M - \underbrace{\int_{s_A=0}^{s_M} \frac{ds}{v(s, \omega)}}_{\tau_{AM} \text{ temps de retard entre } A \text{ et } M} \right) - \varphi(A) \right]$$

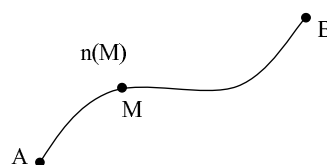
$\tau_{AM} = \int_{s_A=0}^{s_M} \frac{ds}{v(s, \omega)}$ qui correspond au temps de parcours de la vibration entre A et M peut encore s'écrire :

$$\tau_{AM} = \frac{1}{c} \underbrace{\int_{s_A=0}^{s_M} n(s, \omega) \cdot ds}_{\substack{\text{chemin optique} \\ \text{entre } A \text{ et } M}}$$

On tire la définition du chemin optique :

Définition II-1: CHEMIN OPTIQUE

Dans un milieu où l'indice de réfraction n varie continûment, on définit le chemin optique (AB) d'un rayon lumineux entre les points A et B , encore noté L_{AB} par :



$$L_{AB} = (AB) = \int_{s_A}^{s_B} n(s(M), \omega) \cdot ds(M) \quad (V.1)$$

Interprétation physique : Imaginons que la lumière se déplace entre A et B dans un milieu d'indice n non nécessairement constant (milieu inhomogène) :

$$(AB) = L_{AB} = \int_A^B n(s, \omega) \cdot ds = c \cdot \int_A^B \underbrace{\frac{ds}{v(s, \omega)}}_{=dt} = c \cdot \int_A^B dt = c\tau_{AB}$$

Ainsi :

Propriété II-1: SIGNIFICATION DU CHEMIN OPTIQUE

Le chemin optique représente la distance que parcourrait la lumière dans le vide pendant la même durée τ_{AB} que dans le milieu d'indice n .

Remarque II-1: ALGÈBRICITÉ DU CHEMIN OPTIQUE

Le chemin optique est une grandeur algébrique : $L_{AB} = (AB) = -(BA) = -L_{BA}$

II.2 Ecriture des ondes avec le chemin optique

a - Cas d'une onde de forme quelconque en milieu non homogène ($n \neq \text{Cste}$)

L'écriture la plus générale d'une vibration lumineuse tient compte à la fois de l'évolution de la phase et également celle de l'amplitude au cours de la propagation. Ainsi, dans un milieu d'indice non homogène, si l'on pose une origine des phases en S_0 à $t = 0$, elle s'écrira au point M à l'instant t :

$$\psi(M, t) = \psi_0(M) \cos[\omega(t - \tau_{S_0 M})] = \psi_0(M) \cos\left[\omega\left(t - \frac{(S_0 M)}{c}\right)\right] = \psi_0(M) \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}(S_0 M)\right)$$

soit finalement :

Définition II-2: ECRITURE D'UNE ONDE QUELCONQUE EN MILIEU NON HOMOGÈNE

$$\psi(M, t) = \psi_0(M) \cos(\omega t - k_0(S_0 M))$$

en posant $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ avec λ_0 longueur d'onde de la vibration dans le vide.

En formalisme complexe : $\underline{\psi}(M, t) = \psi_0(M) \cdot e^{j(\omega t - k_0(S_0 M))}$

b - Cas d'une onde sphérique en milieu d'indice homogène ($n = \text{Cste}$)

Dans le cas d'une onde sphérique, dont la propagation se fait en milieu d'indice homogène $n = \text{Cste}$, la vibration lumineuse s'écrit à partir du cas précédent en tenant simplement compte de la dépendance de l'amplitude en $1/r$:

Définition II-3: ECRITURE D'UNE ONDE SPHÉRIQUE (MILIEU HOMOGÈNE)

$$\psi(M, t) = \frac{K_{S_0}}{S_0 M} \cos(\omega t - k_0(S_0 M)) = \frac{K_{S_0}}{r} \cos(\omega t - nk_0 r) \quad \text{en posant } S_0 M = r$$

En formalisme complexe : $\underline{\psi}(M, t) = \frac{K_{S_0}}{r} \cdot e^{j(\omega t - nk_0 r)}$

c - Retour sur la surface d'onde

La surface d'onde a été définie en I.1.b.ii) comme l'ensemble des points M d'espace atteints par l'onde et possédant à un instant donné la même phase. Compte tenu du lien entre la phase de l'onde en M et le chemin optique entre la source S_0 et M , une surface isophase pour l'onde est également une surface de même chemin optique :

$$\varphi(M) = \phi(M) - \phi(S_0) = \text{cste} \Rightarrow k_0(S_0 M) = \text{cste} \Rightarrow (S_0 M) = \text{cste}$$

Définition II-4: SURFACE D'ONDE ET CHEMIN OPTIQUE

La surface d'onde d'une onde en propagation correspond à l'ensemble des points M à même chemin optique de la source S_0 :

$$\text{Surface d'onde} \Leftrightarrow M/L_{S_0 M} = (S_0 M) = \text{cste}$$

II.3 Théorème de Malus-Dupin

a - Enoncé

Ce théorème (démontré par Hamilton vers 1830) est ici admis sans démonstration :

Propriété II-2: THÉORÈME DE MALUS-DUPIN

Les rayons lumineux provenant d'une source lumineuse ponctuelle S_0 sont perpendiculaires aux surfaces d'onde ou surfaces équiphasés de cette onde.

ILLUSTRATIONS :

Pour chacune des représentations ci-dessous est balisée une surface d'onde en trait plein. On notera en particulier l'inversion de concavité des surfaces d'onde après le passage au foyer image des rayons arrivant de l'infini et émergent d'une lentille convergente.

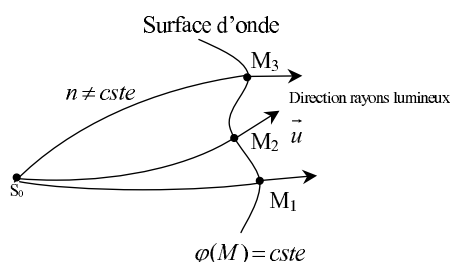


FIGURE V.11 – Cas d'une surface d'onde quelconque

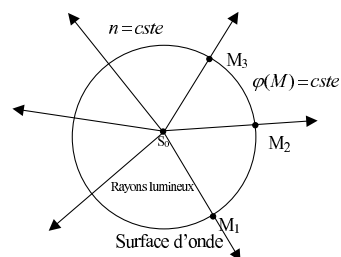


FIGURE V.12 – Cas d'une surface d'onde sphérique

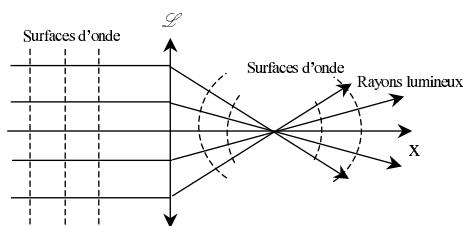


FIGURE V.13 – Cas des rayons à travers une lentille

b - Exemple de la lentille convergente - stationnarité du chemin optique entre deux points conjugués

Considérons une lentille convergente éclairée par une source ponctuelle S_0 donnant une image S'_0 réelle. Si l'on considère la lentille rigoureusement stigmatique, tous les rayons issus de S_0 passant par la lentille convergent vers S'_0 . D'après le théorème de Malus, une surface d'onde Σ avant la lentille est une sphère centrée en S'_0 , et Σ' après la lentille une sphère centrée sur S'_0 , on a donc :

$$(S_0 M_1) = (S_0 M_2) \quad \text{et} \quad (S_0 M'_1) = (S_0 M'_2)$$

soit en faisant la différence membre à membre de ces deux équations :

$$(M_1 M'_1) = (M_2 M'_2) \implies \left[\begin{array}{l} \text{le chemin optique entre} \\ \text{deux surfaces d'onde d'une} \\ \text{même radiation lumineuse} \\ \text{est indépendant du rayon} \\ \text{choisi pour l'évaluer.} \end{array} \right.$$

En faisant tendre respectivement M_1 et M_2 vers S_0 , et M'_1 et M'_2 vers S'_0 , il vient en généralisant à tout système optique centré :

Propriété II-3: CHEMIN OPTIQUE ENTRE DEUX POINTS CONJUGUÉS

Entre deux points conjugués A et A' par un système centré quelconque rigoureusement stigmatique, le chemin optique $L_{AA'}$ est stationnaire pour tout rayon lumineux.

Dans le système centré représenté ci-dessous, le chemin optique entre les points A et A' est identique quelque soit le rayon considéré : $(AA')_1 = (AA')_2 = \dots = (AA')_i \quad \forall i$

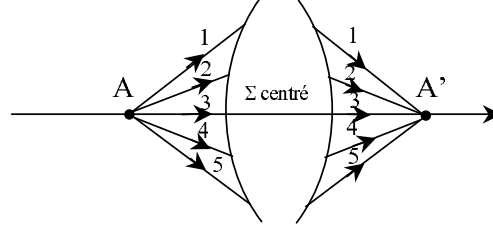


FIGURE V.14 – Points conjugués par un système centré

Remarque II-2: TRAJET DANS LA LENTILLE

On constate que les rayons éloignés de l'axe optique parcourent une distance plus importante que ceux qui en sont proches. En outre, plus on s'éloigne de l'axe optique, et plus le chemin optique parcouru dans le vide ($n = 1$) augmente, au détriment du chemin optique parcouru dans le verre de la lentille ($n > 1$). Les deux effets se compensant, le chemin optique total entre les deux points conjugués est toujours identique quelque soit le rayon considéré.

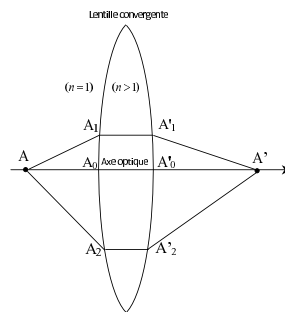


FIGURE V.15 – Trajet optique des rayons dans une lentille

c - Exemple de la réflexion et de la réfraction

II.4 L'onde sphérique à grande distance : vers l'onde plane

HYPOTHÈSES :

- Supposons une source S_0 ponctuelle émettant une onde sphérique harmonique de longueur d'onde λ_0 dans le vide et se déplaçant dans le milieu d'indice $n = Cste$. On peut noter cette onde en M :

$$\psi(M, t) = \frac{K_{S_0}}{S_0 M} \cos(\omega t - \varphi(M)) = \frac{K_{S_0}}{S_0 M} \cos(\omega t - (\phi(M) - \phi(S_0)))$$

- Plaçons-nous à «grande distance» de la source, par exemple $S_0M \simeq 1m \gg \lambda_0 \simeq 1\mu m$ (ordre de grandeur longueur d'onde du visible).

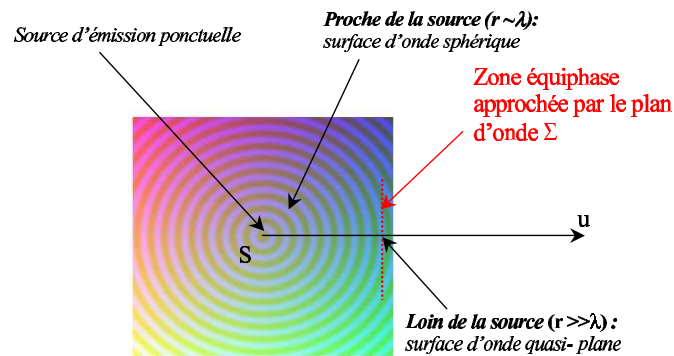


FIGURE V.16 – Approximation de l'onde plane

Question : comment évolue l'amplitude de l'onde à grande distance ?

Réponse : on peut par exemple calculer la variation relative d'amplitude sur une distance λ .

Sur une longueur d'onde, l'amplitude varie de : $\frac{K_{S_0}}{S_0M} = \frac{K_{S_0}}{1m}$ à $\frac{K_{S_0}}{1m+\lambda_0(m)}$
soit une variation relative de :

$$\rho = \frac{\frac{K_{S_0}}{1m} - \frac{K_{S_0}}{1m+\lambda_0(m)}}{\frac{K_{S_0}}{1m}} \simeq \frac{\lambda_0(m)}{1m} \ll 1$$

On peut donc considérer que l'amplitude de l'onde ne varie pas à cette échelle de déplacement ainsi :
donc :

$$\boxed{\frac{K_{S_0}}{S_0M} \simeq cste \text{ on note } \psi_0}$$

En notation complexe, on écrira donc l'onde lumineuse ainsi : $\psi(M, t) = \psi_0 \cos(\omega t - \varphi(M))$

Question : comment évolue le déphasage $\varphi(M) = \phi(M) - \phi(S_0)$ à grande distance ? Comment l'écrire ?

Réponse : choisissons une origine O de repère.
À grande distance les surfaces d'onde sont des plans :

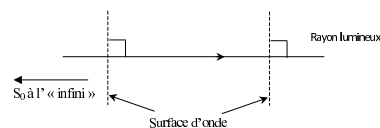
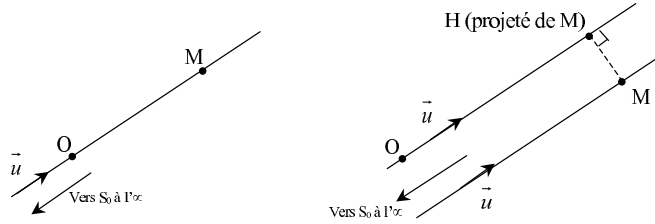


FIGURE V.17 – Surface d'onde à grande distance de la source

On doit considérer 2 cas de figure :



Cas a) : O et M sur le même rayon

Cas b) : O et M sur deux rayons parallèles distincts

FIGURE V.18 – Ecriture du retard de phase loin de la source

■ Si O est sur le même rayon lumineux issu de la source en S_0 que M (cas a), alors le déphasage de l'onde peut s'écrire :

$$\varphi(M) = \phi(M) - \phi(S_0) = \phi(M) - \phi(O) + \phi(O) - \phi(S_0) = k_0(OM) + k_0(S_0O) = nk_0OM + nk_0S_0O$$

Introduisons le vecteur d'onde $\vec{k} = nk_0\vec{u}$, vecteur portant le rayon lumineux et donc perpendiculaire aux surfaces d'onde :

$$\phi(M) - \phi(S_0) = \vec{k} \cdot \vec{OM} + nk_0S_0O$$

Ainsi l'onde plane s'écrit en notation complexe :

$$\psi(M, t) = \psi_0 \cdot e^{j \left[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \underbrace{nk_0S_0O}_{=cste} \right]}$$

■ Si maintenant O est sur un rayon lumineux issu de la source en S_0 et parallèle au rayon portant M (cas b), alors le déphasage de l'onde peut s'écrire en introduisant le point H projeté de M sur le rayon portant O :

$$\phi(M) - \phi(S_0) = \underbrace{\phi(M)}_{=\phi(H) \text{ car } H \text{ et } M \text{ équi-phase}} - \phi(O) + \phi(O) - \phi(S_0) = \vec{k} \cdot \vec{OH} + nk_0S_0O = \vec{k} \cdot \vec{OM} + nk_0S_0O$$

Ainsi : $\psi(M, t) = \psi_0 \cdot e^{j \left[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} - \underbrace{nk_0S_0O}_{=cste} \right]}$ même expression !!!

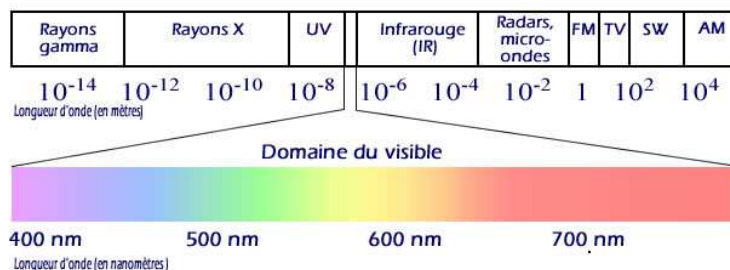
La formulation du terme de phase de l'onde plane est donc indépendante du choix de l'origine O du repère d'espace. En posant arbitrairement l'origine sur la source S_0 , on retiendra l'expression suivante **très commode** de l'onde plane :

Propriété II-4: ECRITURE « DÉFINITIVE » DE L'ONDE PLANE

$$\psi(M, t) = \psi_0 \cdot e^{j \left[\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM} \right]}$$

III Modèles de sources lumineuses - propriétés

III.1 Rappel : domaine spectral du rayonnement visible



Domaine de rayonnement étudié en optique physique :

λ	$\lambda_{min} = 0,4 \mu m$	$\lambda_{max} = 0,8 \mu m$
ν	$7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$
T	$1,3 \cdot 10^{-15} \text{ s}$	$2,6 \cdot 10^{-15} \text{ s}$

On retiendra $T_{vis} \simeq 10^{-15} \text{ s}$

III.2 Sources thermiques : la lampe à incandescence

PRINCIPE : les sources dites thermiques correspondent à des corps portés à des températures élevées qui rayonnent du fait de l'excitation de leurs charges mobiles ou fixes autour de leur position d'équilibre \Rightarrow **rayonnement de multiples dipôles oscillants** (cf chapitre **Dipôle rayonnant** d'un dipôle du cours d'électromagnétisme).

Cas classiques :

- Soleil $T \simeq 5800 \text{ K}$.
- Lampe à filament $T \simeq 2500 \text{ K}$.

SPECTRE DES OEM ÉMISES : le spectre des radiations émanant du corps chaud est continu et correspond à celui du "corps noir" (Travaux de Kirschhoff et Planck) ; on peut caractériser ce spectre par la donnée de la densité volumique spectrale $u_\lambda(T, \lambda)$.

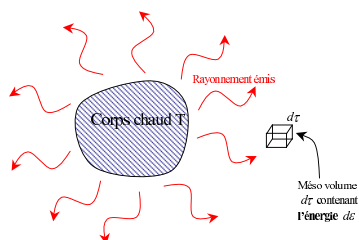


FIGURE V.19 – Corps chaud rayonnant

Le corps chaud émet un rayonnement polychromatique à spectre continu que l'on peut caractériser par sa densité volumique $u_{em}(T) = \frac{d\epsilon}{d\tau}$. Si l'on "découpe" u_{em} en bande de largeur $d\lambda$ et de densité volumique élémentaire $du_{em}(T)$, on peut former la densité volumique spectrale $u_\lambda(\lambda, T) = \frac{du_{em}(T)}{d\lambda}$; ainsi :

$$du_{em}(T) = u_\lambda(\lambda, T) \cdot d\lambda$$

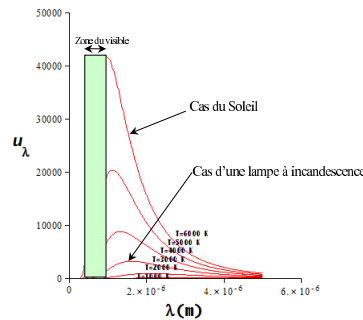
représente la densité d'énergie élémentaire pour les vibrations de longueur d'onde comprise entre λ et $\lambda + d\lambda$.

Max Planck fut le premier, à partir des travaux de thermodynamique de Kirschhoff, à établir l'expression de $u_\lambda(\lambda, T)$. Ci-dessous, la représentation graphique de la **loi de Planck** tracée pour plusieurs valeurs de températures :

$$u_\lambda(\lambda, T) = \frac{\overbrace{du_{em}}^{\text{dens. vol. \u00e9nerg. pour bande } d\lambda}}{d\lambda} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_b T}} - 1}$$

Remarque III-1:

- $[u_\lambda(\lambda, T)] = E \cdot L^{-3} \cdot L^{-1} = E \cdot L^{-4} \Rightarrow J \cdot m^{-4}$
- le spectre d'une lampe à incandescence est continu

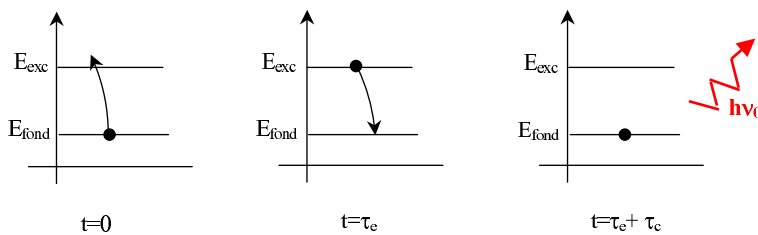


Loi de Planck : Densité volumique spectrale du rayonnement $u_\lambda = \frac{du_{em}}{d\lambda}$

COMMENTAIRES : on constate que le domaine spectral du visible est couvert par ce rayonnement

III.3 Sources de raies : lampes spectrales

Principe de fonctionnement des lampes spectrales : une alimentation de haute tension permet de réaliser des décharges électriques dans un gaz (contenu dans une ampoule). Les collisions entre les électrons des arcs électriques et les atomes du gaz permettent l'excitation de ces derniers à des niveaux d'énergie supérieurs au niveau fondamental pendant durée $\tau_e \Rightarrow$ **émission d'ondes lors de la désexcitation de durée limitée $\tau_c \equiv$ train d'onde.**



La fréquence (ou pulsation) du train d'onde émis est donnée par la relation du quantum de Planck, avec :

$$\Delta E_{f \rightarrow e} = E_{exc} - E_{fond} = h\nu_0 = \hbar\omega_0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \\ \hbar = \frac{h}{2\pi} \simeq 10^{-34} \text{ J.s} \end{cases}$$

soit :

$$\nu_0 = \frac{E_{exc} - E_{fond}}{h} \quad \text{ou} \quad \omega_0 = \frac{E_{exc} - E_{fond}}{\hbar}$$

Ainsi, le spectre d'une telle source semble ne devoir comporter qu'une seule raie infiniment fine :

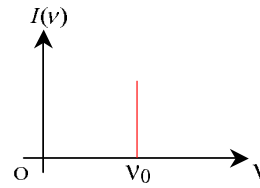


FIGURE V.20 – Raie purement monochromatique

QUESTION(S) : une raie spectrale est-elle purement monochromatique ?

RÉPONSE :

Nous avons déjà rencontré en électrocinétique la relation dite « temps-fréquence » liant la durée Δt d'un phénomène (fini) à la largeur caractéristique $\Delta\nu_0$ de son spectre en fréquence : $\Delta\nu_0 \times \Delta t \sim 1$. Appliquée à la durée d'excitation τ_e entre les deux niveaux d'énergie de l'atome, cela donne :

$$\Delta\nu_0 \times \tau_e \sim 1$$

ce qui conduit à l'expression de la largeur naturelle de raie $\Delta\nu_0$:

$$\Delta\nu_0 = \frac{1}{\tau_e}$$

ORDRE DE GRANDEUR : $\tau_e \simeq 10^{-9} \text{ s}$ donc $\Delta\nu_0 \simeq 1 \text{ GHz} \ll \nu_0$ (domaine visible)

Ainsi, les raies sont à priori quasi-monochromatiques, or on constate expérimentalement une largeur de raie nettement plus importante pour les sources de raies les plus classiques (toute raie isolée d'une lampe à valeur de mercure par exemple) :

$$\Delta\nu_{exp} \gg \Delta\nu_0$$

donc d'autres phénomènes élargissent les raies.

MÉCANISME D'ÉMISSION :

HYPOTHÈSE : un atome est excité

■ désexcitation spontanée à la date $t = t_1 = 0$ (origine arbitraire des temps) avec une phase aléatoire : émission d'une onde par l'atome de durée τ_{c1} d'expression :

$$\vec{E}_1(\underbrace{r=0}_{\text{sur l'atome}}, t) = \underbrace{\vec{E}_{10}}_{\text{polarisation donnée}} \cos(\omega t - \underbrace{\phi_1(t=t_1=0)}_{\text{phase aléatoire}}) \quad \text{pendant } \tau_{c1}$$

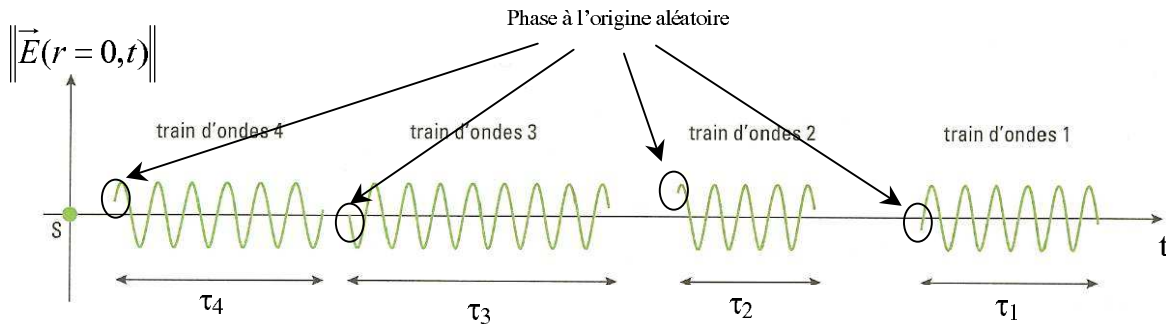
■ après une nouvelle excitation aléatoire puis désexcitation spontanée à $t = t_2 \neq 0$: nouvelle émission spontanée d'une durée τ_{c2} d'expression :

$$\vec{E}_2(r=0, t) = \underbrace{\vec{E}_{20}}_{\text{polarisation donnée}} \cos(\omega t - \underbrace{\phi_2(t_2)}_{\text{phase aléatoire}}) \quad \text{pendant } \tau_{c2}$$

donc polarisation et phase ne sont fixées que pendant la durée d'un train d'onde soit pour $\Delta t = \tau_c$.

CONSÉQUENCE : c'est donc τ_c qui détermine la largeur spectrale avec : $\Delta\nu_{exp} \cdot \tau_c \sim 1$

Qu'est ce qui fixe la valeur de τ_c telle que $\Delta\nu_{exp} = \frac{1}{\tau_c}$ (largeur spectrale du train d'onde) ? :



2 phénomènes peuvent fixer $\tau_c \simeq \frac{1}{\Delta\nu_{exp}}$:

- ◇ Elargissement par effet Doppler (distribution Gaussienne) : $\tau_{c_{dopp}} \simeq \frac{1}{\Delta\nu_{Doppler}} = 10^{-9} \text{ s}$
- ◇ Elargissement de raie par collision (distribution Lorentzienne) : $\tau_{c_{coll}} \simeq \frac{1}{\Delta\nu_{Coll}} = 10^{-11} \text{ s}$

Remarque III-2: TRAIN D'ONDE RÉEL

Le modèle de la sinusoïde tronquée, que l'on adopte ici par souci de simplification, permet de comprendre le caractère aléatoire de la phase des trains d'onde successifs, mais il ne décrit pas de manière réaliste la forme de ces derniers.

Un train d'onde réel prend plutôt la forme d'un paquet d'onde (cf futur cours sur la dispersion) dont l'amplitude varie progressivement (amplifié au début et amorti en fin), dont la durée moyenne τ_c est fixée par les caractéristiques de la source : les lampes dites «haute pression» engendrent une fréquence de collisions électron-atome plus importante du fait de la plus forte densité d'atomes de gaz, provoquant des cycles excitation-désexcitation des atomes plus fréquents, rendant alors le temps de cohérence moyen $\tau_c(HP)$ plus faible ; au contraire les lampes dite «basse pression» permettent un temps de cohérence moyen $\tau_c(BP)$ plus important puisque les collisions sont alors moins fréquentes.

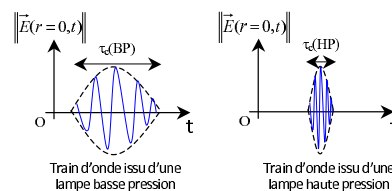


FIGURE V.21 – Allure de trains d'onde

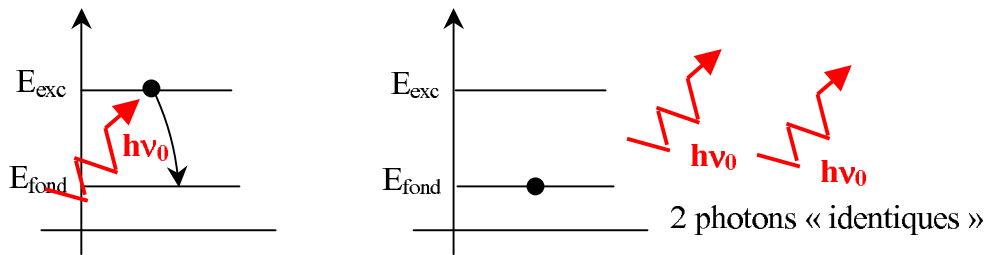
III.4 Source quasi-monochromatique : le L.A.S.E.R.

NB : L.A.S.E.R. : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

Dans une source spectrale, l'émission d'un photon par un atome excité peut se produire selon deux mécanismes concurrents :

- Emission spontanée ou aléatoire idem lampe spectrale classique
- Emission stimulée

Dans l'émission stimulée², c'est le choc entre l'atome excité et un photon qui provoque la désexcitation de cet atome, accompagnée de l'émission d'un nouveau photon. Ce mécanisme ne fut correctement décrit qu'à partir de 1950



Principe du Laser : améliorer le temps de cohérence τ_c en augmentant la proportion de l'émission stimulée .

Les photons sont dits corrélés :

$$\begin{cases} \text{même fréquence associée } \nu_0 \\ \text{même phase à l'origine} \\ \text{même polarisation} \end{cases}$$

Ce "nuage de photons" est enfermé dans une cavité résonnante accordée sur $\nu_0 \Rightarrow$ **Amplification de la proportion de photons corrélés**. Les autres modes sont absorbés lors de la phase transitoire de mise en marche.

CONSÉQUENCES : lumière quasi-monochromatique (avec très faible largeur spectrale). Ordre de grandeur $\tau_c \simeq 1 \text{ ns}$.

III.5 Relation "temps-fréquence" : lien avec la largeur spectrale en longueur d'onde

Reprenons la relation temps-fréquence :

$$\Delta\nu \times \Delta t \simeq 1$$

La fréquence ν d'une vibration monochromatique est liée à sa longueur d'onde et la célérité c de la lumière dans le vide (on pose ici $n = 1$ par souci de simplification) : $\nu = \frac{c}{\lambda}$ qui donne par différenciation : $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} \cdot d\lambda$

soit une variation (en valeur absolue) au premier ordre : $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda$

La relation temps fréquence devient alors :

$$\frac{c}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda \times \Delta t \sim 1$$

soit en isolant la largeur spectrale en longueur d'onde :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\Delta t}$$

Pour une source, Δt représente le temps de cohérence τ_c de celle-ci, donc :

A RETENIR :

Propriété III-1: LARGEUR SPECTRALE EN LONGUEUR D'ONDE ET TEMPS DE COHÉRENCE

La largeur spectrale en longueur d'onde d'une source est liée à son temps de cohérence τ_c par :
avec L_c longueur de cohérence ou longueur d'un train d'onde.

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\tau_c} = \frac{\lambda^2}{L_c}$$

2. première explication quantitative par Einstein en 1917, et explication complète par l'électrodynamique quantique vers 1950

QUELQUES ORDRES DE GRANDEUR :

	λ_0 (nm)	$\Delta\lambda$ (nm)	τ_c (s)	L_c (m)
Laser He-Ne	632,8	10^{-3}	10^{-9}	0,3
Raie H_α hydrogène (Balmer)	656,2	0,1	10^{-11}	0,004
lumière naturelle solaire	500	400	$2 \cdot 10^{-15}$	$6 \cdot 10^{-7}$
lampe blanche filtrée	500	20	$3 \cdot 10^{-14}$	10^{-5}

CONCLUSION : pour les sources spectrales et les Laser, on a : $\tau_c \gg T_{vis} \implies$ les trains d'onde sont dits «longs» et les sources «très cohérentes».

III.6 Bilan : modélisation finale d'un train d'onde loin de la source

Pour toute la suite du cours d'optique ondulatoire, on adoptera le modèle de la sinusoïde tronquée de période T pour représenter un train d'onde, et on supposera une durée importante de celui-ci, soit $\tau_c \gg T$; la phase à l'origine $\phi(t)$ est donc **fixée** **durant** τ_c , ainsi que son amplitude E_0 (et naturellement sa pulsation ω) :

Définition III-1: MODÈLE SIMPLE DE TRAIN D'ONDE LOIN DE LA SOURCE

Le modèle le plus simple de train d'onde émis par une source ponctuelle S_0 correspond à une portion de signal scalaire sinusoïdal de durée τ_c appelée temps de cohérence (lié à la nature de la source) :

$$\psi(M, t) = \psi_0 \times \cos \left(\omega t - k_0(S_0 M) - \underbrace{\phi_{S_0}(t)}_{\substack{\text{fixe} \\ \text{pendant} \\ \tau_c}} \right) \quad \text{pendant } \tau_c \gg T_{vis}$$

IV Détection de l'intensité lumineuse

IV.1 Définition de l'intensité lumineuse

La démonstration rigoureuse de l'expression de l'intensité lumineuse nécessite l'introduction de notions d'énergétique électromagnétique qui seront abordées dans un chapitre futur. On propose néanmoins dans ce qui suit l'introduction anticipée des *notions minimales* permettant la compréhension de la définition de l'intensité lumineuse :

HYPOTHÈSE : on suppose une onde électromagnétique plane $(\vec{E}(M, t); \vec{B}(M, t))$ se propageant selon le vecteur unitaire \vec{u} .

Il sera vu dans un prochain chapitre :

- que les champs électrique et magnétique de l'onde sont perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde :

$$\begin{cases} \vec{E} \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{u} = 0 \end{cases}$$
- que le champ magnétique de l'onde plane est lié au champ électrique par la relation dite «de structure de l'onde plane» suivante :

$$\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$$

- que le vecteur indiquant la direction de transport de l'énergie appelé vecteur de Poynting, noté $\vec{\Pi}$, est donné par :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Il correspond physiquement à la puissance électromagnétique transportée par unité de surface.

Pour une onde plane, il s'écrit :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}}{\mu_0} \wedge \left(\frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} \right) = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u} - \frac{\vec{E} \cdot (\vec{E} \cdot \vec{u})}{\mu_0 c} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u}$$

Ainsi, la puissance électromagnétique qui se propage avec l'onde :

$$\left[\begin{array}{l} \text{se déplace selon le vecteur } \vec{u} \\ \text{est proportionnelle à } E^2(M, t) \text{ donc à } \psi^2(M, t) \end{array} \right.$$

On peut alors définir l'intensité lumineuse instantanée :

Définition IV-1: INTENSITÉ LUMINEUSE

On définit l'intensité d'une vibration lumineuse $\psi(M, t)$ en M à la date t par :

$$I(M, t) = K \cdot \psi^2(M, t) \quad (\text{unité arbitraire})$$

NB : le facteur K est une constante sans grande importance car on exploite souvent en optique le rapport de l'intensité à l'intensité maximale $\frac{I(M, t)}{I_{max}}$ ce qui a pour effet de faire disparaître K .

IV.2 Détection et valeurs moyennes d'intensité - problème du temps de réponse

D'après ce qui précède, l'intensité lumineuse I d'une onde harmonique plane est une fonction du temps, or par expérience, nous savons que les détecteurs de lumière comme l'oeil n'enregistrent aucune fluctuation temporelle de celle-ci.

QUESTION : comment l'oeil (ou un autre détecteur) mesure-t-il I ?

Propriété IV-1: CARACTÈRE QUADRATIQUE DES DÉTECTEURS

L'oeil, et la majorité des détecteurs sont sensibles à l'intensité lumineuse, **grandeur proportionnelle au carré de la vibration lumineuse.**

Les détecteurs usuels sont quadratiques.

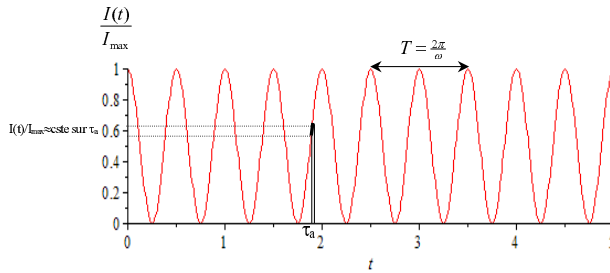
Principe de la mesure : En fait toute mesure n'est pas instantanée, mais réalisée sur la durée minimale d'acquisition du détecteur τ_a , ainsi l'appareil fait une mesure de la valeur moyenne sur τ_a soit :

$$I(M) = \langle I(M, t) \rangle_{\tau_a} = \frac{1}{\tau_a} \int_t^{t+\tau_a} I(M, t') \cdot dt'$$

2 CAS PEUVENT SE PRÉSENTER :

■ SI LE DÉTECTEUR EST RAPIDE, SOIT $\tau_a \ll T$ ALORS :

$$I(M, t) \simeq I(M, t') \quad \text{pour } t \leq t' \leq t + \tau_a$$



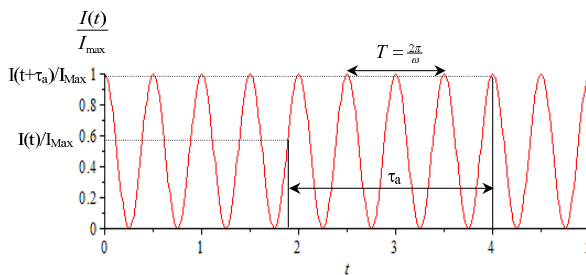
soit :

$$I(M) = \frac{1}{\tau_a} \int_t^{t+\tau_a} I(M, t') \cdot dt' \simeq I(M, t) \frac{1}{\tau_a} \int_t^{t+\tau_a} dt' = I(M, t) \Rightarrow \text{mesure de l'intensité instantanée (impossible en pratique)}$$

■ SI LE DÉTECTEUR EST TRÈS LENT (C'EST TOUJOURS LE CAS EN OPTIQUE), SOIT $\tau_a \gg T$ ALORS

la mesure est renvoyée par le détecteur est celle d'une valeur moyenne :

$$I(M) = \langle I(M, t) \rangle_{\tau_a}$$



Propriété IV-2: INTENSITÉ MESURÉE

Tous les détecteurs lumineux (naturels comme l'oeil ou artificiels comme une photodiode) mesurent l'intensité lumineuse sur une durée d'acquisition $\tau_a \gg T_{vis}$, et renvoient donc la valeur moyenne prise sur cette durée :

$$I = \langle I(M_{detec}, t) \rangle_{\tau_a} = K \langle \psi(M_{detec}, t)^2 \rangle = K \psi_0^2 \langle \cos^2(\omega t - \varphi(M_{detec})) \rangle_{\tau_a} = \frac{K}{2} \psi_0^2$$

QUELQUES ORDRES DE GRANDEUR DE TEMPS DE RÉPONSE (ET LEURS CONSÉQUENCES) :

On rappelle le domaine des longueurs d'onde des vibrations dans le visible : $\lambda \in [0,4; 0,8 \mu m]$ soit avec

$$T_{vis} = \frac{\lambda}{c} \in [1,3 \cdot 10^{-15} \text{ s}; 2,6 \cdot 10^{-15} \text{ s}]$$

- Oeil humain : $\tau_a \simeq 0,1 \text{ s} \gg T_{vis} \rightarrow$ perception de la valeur moyenne uniquement
- Photopile : $\tau_a \simeq 300 \text{ ns} \gg T_{vis} \rightarrow$ perception de la valeur moyenne uniquement
- Photomultiplicateur : $\tau_a \simeq 10 - 100 \text{ ns} \gg T_{vis} \rightarrow$ perception de la valeur moyenne uniquement
- Photodiode ou phototransistor : $\tau_a \simeq 1 \text{ ns} \gg T_{vis} \rightarrow$ perception de la valeur moyenne uniquement
- Mesure "femtoseconde" $\tau_a \simeq T_{vis} \rightarrow$ mesure «rapide» de phénomène optique, mais par voie indirecte (ex : spectroscopie chimique). Pourquoi ne pas vous lancer dedans en TIPE ? !!

IV.3 Retour sur la notation complexe - utilité

Reprenons l'expression d'une vibration lumineuse harmonique de forme quelconque :

$$\psi(M, t) = \psi_0(M) \cdot \cos(\omega t - \varphi(M))$$

à laquelle on associe la vibration complexe suivante :

$$\underline{\psi}(M, t) = \psi_0(M) \cdot e^{j(\omega t - \varphi(M))}$$

L'intensité lumineuse s'écrit :

$$I = K \langle \psi(M, t)^2 \rangle_{\tau_c} = \frac{1}{2} K \psi_0^2(M) = \frac{1}{2} K \mathcal{R}_e [\underline{\psi}(M, t) \cdot \underline{\psi}(M, t)^*] = \frac{1}{2} K [\underline{\psi}(M, t) \cdot \underline{\psi}(M, t)^*]$$

Ainsi, on retiendra :

Propriété IV-3: INTENSITÉ LUMINEUSE MOYENNE PAR NOTATION COMPLEXE

$$I(M) = K \langle \psi(M, t)^2 \rangle = \frac{K}{2} \psi_0(M)^2 = \frac{K}{2} |\underline{\psi}(M, t)|^2 = \frac{K}{2} [\underline{\psi}(M, t) \cdot \underline{\psi}(M, t)^*]$$