

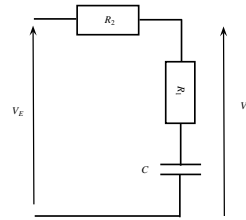
TD N° 1: ELECTROGINÉTIQUE

Révisions sur le filtrage analogique - analyse spectrale - traitement numérique

Signaux périodiques - Effet des filtres

EXERCICE N°1: Analyses spectrale et temporelle de la réponse d'un filtre

On considère le circuit représenté sur la figure ci-contre, composé d'un condensateur de capacité $C = 10 \text{ nF}$ et de deux résistances $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 90 \text{ k}\Omega$.



- 1 Déterminer le rapport d'amplitude $\left| \frac{V_S}{V_E} \right|$ à basses fréquence et haute fréquence en raisonnant directement sur le schéma.
- 2 Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{V_S}{V_E}$ sous la forme $H(j\omega) = H_0 \frac{1 + j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_2}$
- 3 Donner le diagramme de Bode asymptotique en amplitude à partir de deux fonctions de transfert du 1^{er} ordre que l'on indiquera.
- 4 Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB .
- 5 Donner l'équation différentielle de $V_S(t)$ en fonction de $V_E(t)$.
- 6 On place un signal d'entrée $V_E(t) = A \cdot \cos^2(\omega t)$ avec $A = 1 \text{ V}$ et $\omega = 5.10^4 \text{ rad.s}^{-1}$. Déterminer le signal de sortie.
- 7 On place maintenant en entrée un échelon de tension unitaire à $t = 0$:

$$V_E(t > 0) = A$$

On précise que toutes les tensions étaient nulles avant $t = 0$, et que le condensateur était déchargé.

Déterminer le signal de sortie. Tracer l'allure de $V_S(t)$.

EXERCICE N°2: Filtrage fréquentiel

On considère un signal triangulaire périodique $e(t)$ de fréquence $f_0 = 50 \text{ Hz}$ (pulsation fondamentale notée ω_0) dont on donne la décomposition en série de Fourier:

$$e(t) = \frac{8E}{\pi^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} \cos[(2p+1)\omega_0 t]$$

Ce signal traverse un filtre linéaire dont la fonction de transfert est:

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

- 1 Quelle est la nature du filtre exploité ici?
- 2 On ne se préoccupe pas du déphasage introduit par le filtre. On cherche à obtenir une atténuation de moitié de la puissance de l'harmonique de rang 5. Quelle fréquence de coupure ω_c du filtre doit-on choisir? Quelle est alors l'atténuation sur la puissance:
 - du fondamental?
 - de l'harmonique de rang 3?
 - de l'harmonique de rang 7?

Quelle est l'amplitude de l'harmonique de rang 7 par rapport à celle du fondamental après filtrage?
- 3 L'atténuation de cet harmonique n'est pas suffisante. On se propose alors de "cascader" 3 filtres identiques ayant la même fréquence de coupure.
 - a. Déterminer la fonction de transfert du filtre résultant de cette association. Quelle hypothèse doit on faire sur les caractéristiques d'entrée du filtre?
 - b. Quelle est alors l'atténuation sur la puissance:
 - du fondamental?
 - de l'harmonique de rang 3?
 - de l'harmonique de rang 5?
 - de l'harmonique de rang 7?

Quelle est l'amplitude de l'harmonique numéro 7 relativement à l'amplitude du fondamental après filtrage ? Quelle est l'atténuation en dB par décade de ce filtre ?

EXERCICE N°3:

Détermination des caractéristiques d'un filtre par exploitation d'oscillogrammes

Pour analyser les composantes fréquentielles d'un signal sonore, on utilise un transducteur (microphone) qui convertit le signal en une tension v_e , puis un filtre passe-bande qui extrait les composantes sinusoïdales de v_e , de fréquences voisines d'une fréquence f_0 donnée. On note v_s la tension de sortie du filtre. Le filtre est un circuit linéaire dont la fonction de transfert s'écrit:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On se propose de déterminer les caractéristiques H_0 , Q et ω_0 du filtre à partir des oscillogrammes obtenus en régime périodique pour une tension d'entrée v_e rectangulaire pour deux valeurs de fréquences. On rappelle la décomposition en série de Fourier

$$v_e(t) = V_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin[(2k+1)\omega_1 t]}{2k+1} \right) \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

- Première expérience (oscillogramme de la figure 1):

- voies 1 et 2 en position DC - base de temps à $50\mu s/div$ - sensibilités à $0,5 V/div$ en voie 1 et $2 V/div$ en voie 2

Dans cette expérience: la tension V_s obtenue est quasisinusoïdale et si on augmente ou diminue la fréquence de T par rapport à la valeur correspondant à cet oscillogramme, on constate que l'amplitude de V_s diminue.

- Seconde expérience (oscillogramme de la figure 2):

- voies 1 et 2 en position DC - base de temps à $5\mu s/div$ - sensibilités à $2 V/div$ en voie 1 et $0,2 V/div$ en voie 2

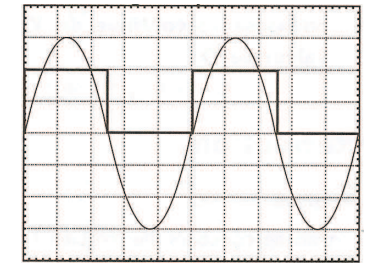


Figure 1

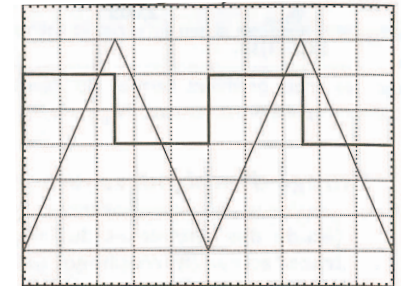


Figure 2

- Pourquoi dans chaque expérience, la tension V_s de sortie ne comporte-t-elle pas de composante continue contrairement à la tension d'entrée V_e ?
- Première expérience: pourquoi peut-on obtenir une tension de sortie V_s quasi-sinusoidale alors que la tension v_e est rectangulaire?
- Déduire de l'oscillogramme de la première expérience et du commentaire qui l'accompagne: la pulsation ω_0 et la valeur de H_0 .
- Dans la deuxième expérience, V_s est triangulaire alors que V_e est rectangulaire. Le filtre a donc un comportement intégrateur.
 - Donner l'expression approchée de $H(j\omega)$ dans le domaine de fréquences correspondant à la deuxième expérience.
 - En utilisant l'oscillogramme de la deuxième expérience, déterminer en justifiant précisément la méthode utilisée, le rapport $\frac{H_0\omega_0}{Q}$ (on se souviendra que la composante continue n'est pas intégrée). En déduire la valeur de Q .

EXERCICE N°4:

Effet flanger (ou chorus)

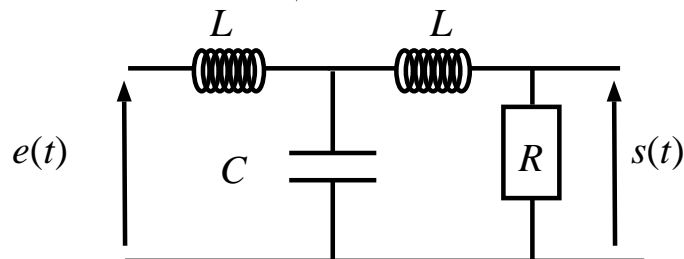
Le flanger ou chorus est un effet audio disponible sur nombre de claviers numériques ou amplificateurs musicaux et dont l'objectif est de retrouver l'effet produit par un chœur de

chanteurs ou de plusieurs instruments jouant la même note.
Le principe consiste à additionner au signal initial $e(t)$ le même signal mais retardé d'un délai τ . L'opération mathématique réalisée est donc:

$$s(t) = e(t) + e(t - \tau)$$



- ❶ Etablir la fonction de transfert d'un circuit réalisant cette opération.
- ❷ En déduire la courbe de réponse en gain.
- ❸ Un tel circuit peut-il être assemblé à l'aide des trois catégories classiques de composants discrets: résistors, bobines, et condensateurs?
- ❹ L'addition de deux signaux étant facile à réaliser avec un simple A.L.I. (ce qui sera vu en TP cette année), on concentrera nos efforts sur le principe de fabrication d'un circuit réalisant une fonction retard, c'est à dire associant au signal d'entrée $e(t)$ un signal de sortie $e(t - \tau)$. On propose pour cela le circuit suivant dans lequel on choisit la résistance R telle $R = \sqrt{2\frac{L}{C}}$:



On souhaite réaliser de manière approchée un retard de $\tau = 1 \text{ ms}$ dans le domaine des basses fréquences pour lequel $\omega \ll \frac{1}{\tau}$.

Proposer alors des valeurs pour L et C . Un tel filtre à retard est-il pratiquement exploitable en musique? Justifier.

— Non linéarité - introduction/suppression d'harmoniques —

EXERCICE N°5: Linéarité et non linéarité des filtres

On envoie en entrée de différents filtres le signal $e(t)$ dont le spectre en amplitude est représenté en figure ci-contre. On note la fréquence réduite $x = \frac{f}{f_0}$ avec $f_0 = 1 \text{ kHz}$.

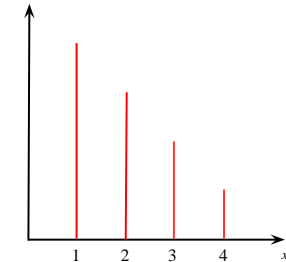


Figure 1: Spectre du signal $e(t)$

On obtient en sortie des filtres (1), (2), et (3) un signal $s(t)$ dont les spectres en amplitude sont donnés en figures ci-dessous.

- ❶ Quel est (ou quels sont) le(s) filtre(s) non linéaire(s)?
- ❷ Caractériser les filtres linéaires et donner un ordre de grandeur de leur fréquence de coupure.

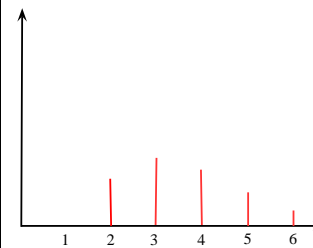


Figure 2: spectre de sortie (1)

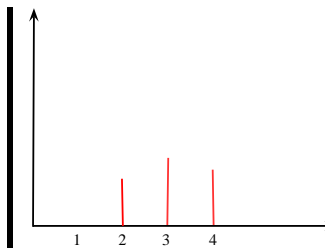


Figure 3: Spectre de sortie (2)

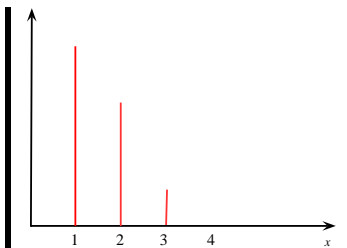


Figure 4: Spectre de sortie (3)

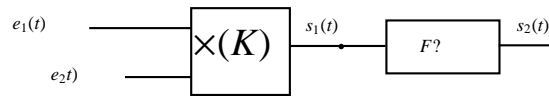
EXERCICE N°6:

Radar de police



Cet exercice propose une étude du principe général de fonctionnement des radars de vitesse analogiques des forces de l'ordre.

Le dispositif se compose d'abord d'un multiplieur, puis d'un filtre linéaire passif F dont nous chercherons à déterminer les caractéristiques.

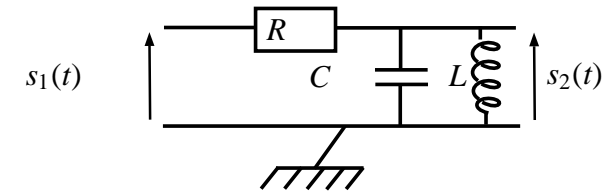


Les entrées du radar reçoivent respectivement $e_1(t) = E_{01} \cdot \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1)$, signal sinusoïdal de même fréquence f_1 que l'onde électromagnétique émise par le radar, et $e_2(t) = E_{02} \cdot \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2)$ signal sinusoïdal de même fréquence f_2 que l'onde reçue après réflexion par le véhicule contrôlé. Si v est la vitesse du véhicule et c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide, alors l'effet Doppler entraîne un "décalage" de f_2 par rapport à f_1 avec, si le véhicule contrôlé s'éloigne du radar (contrôle par l'arrière):

$$f_2 = f_1 \left(1 - 2\frac{v}{c}\right) < f_1$$

Ainsi, la mesure de $f_1 - f_2 = 2f_1 \frac{v}{c}$ permet de remonter à la vitesse du véhicule.

- ❶ Représenter l'allure des spectres de $e_1(t)$, $e_2(t)$, et $s(t)$. Quelle peut-être alors la nature du filtre F ? Proposer une fonction de transfert "générique" $H(jf)$ pour ce dernier, faisant apparaître une fréquence caractéristique f_0 ainsi que le facteur de qualité Q du filtre.
- ❷ Dans le montage ci-dessous, l'inductance L a une valeur fixe, mais le conducteur ohmique et le condensateur ont des valeurs de résistance R et capacité C ajustables:



Ce circuit est-il compatible avec le filtre F que vous avez proposé en 1.? Identifier alors les expressions de Q et f_0 dont on donnera les expressions en fonction de R , L , et C .

- ❸ Le radar émet une onde électromagnétique de fréquence $f_1 = 24,150 \text{ GHz}$ (bande K assignée aux radars). La vitesse du véhicule est $v = 90 \text{ km.h}^{-1}$ et $L = 2 \text{ mH}$. Sachant que pour le filtre exploité, la largeur de la bande passante Δf est liée à f_0 et Q par $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$, déterminer numériquement:
 - $f_1 - f_2$
 - les valeurs de R et C pour que l'incertitude relative sur la vitesse soit au plus de 5%. **Détailler la démarche.**

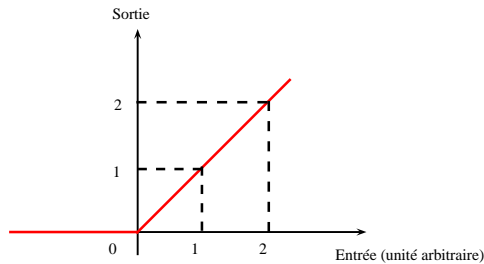
EXERCICE N°7:

Détection de signaux micro-ondes

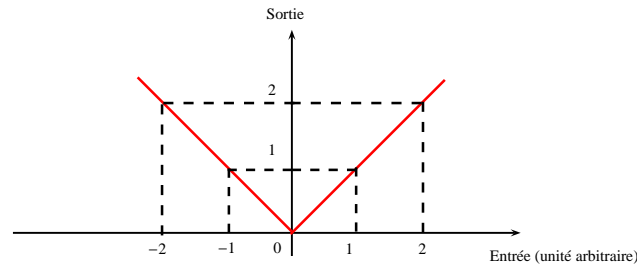
Un signal reçu par une antenne dans le domaine hyperfréquence est assimilé à une onde sinusoïdale d'amplitude A et de fréquence f . On désire déterminer son amplitude, qui est supposée contenir l'information utile, en sachant que la phase à l'origine n'est pas stable, ce qui empêche de recourir aux procédés usuels (détection synchrone, cf futur TP)

❶ **Insuffisance d'un simple procédé de filtrage**

- a. L'utilisation d'un filtre moyennneur, de type passe-bas, appliqué au signal reçu, suffit-elle?
 - b. Montrer par un examen de l'aspect spectral, qu'il est vain de chercher à effectuer la détection par simple filtrage.
- ❷ On utilise un composant à base de diode (jonctions semi-conductrices) réalisant un opérateur dont la relation entrée-sortie est donnée en figure ci-dessous:



- Représenter sur un même graphe le signal d'entrée et le signal de sortie, en considérant la phase à l'origine du signal reçu comme une constante, de valeur quelconque (on omet ses fluctuations)
 - Justifier le qualitatif de redresseur donné à l'opérateur.
 - Déterminer les fréquences des 3 premières raies spectrales du signal sortant de l'opérateur.
 - Quel type de filtre permet, à partir du signal de sortie, de récupérer un signal constant D , dont la valeur est proportionnelle à A ? Préciser la constante de proportionnalité $\frac{D}{A}$ caractérisant la sensibilité du détecteur, en considérant que le gain du filtre est égal à l'unité pour la composante utile.
- ③ On préfère généralement utiliser un autre opérateur, appelé redresseur bi-alternance, dont la caractéristique est donnée ci-dessous.

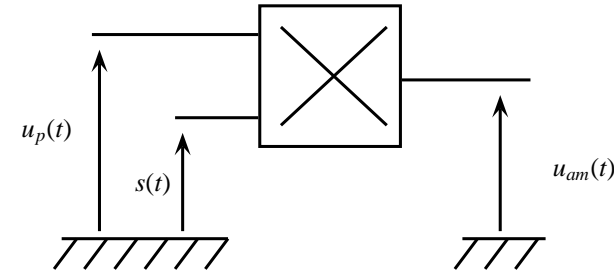


- Les raies spectrales du signal obtenu sont-elles situées aux mêmes fréquences que celles obtenues précédemment?
- On place un filtre de même type que celui proposé ci-dessus, indiquer quels avantages l'opérateur redresseur bi-alternance procure par rapport au redresseur simple.
- Préciser la nouvelle constante de proportionnalité $\frac{D'}{A}$, où D est la valeur du signal sortant du filtre.

EXERCICE N°8:

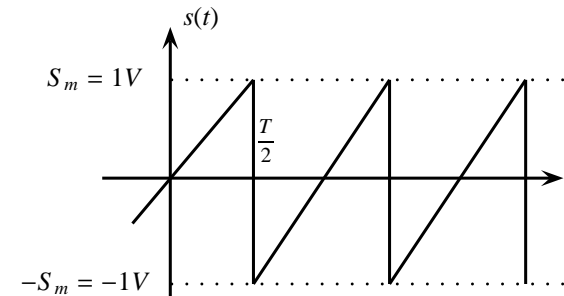
Analyse spectrale d'une modulation

La transmission hertzienne des signaux, de nature analogique comme numérique, nécessite pour des raisons physiques de transmettre ces derniers en haute fréquence. Pour cela, on a recours au principe de modulation (modulation d'amplitude dans le cas présent (cf TP n°7)), opération réalisée dans cet exercice par un multiplieur (cf schéma ci-dessous).



Le signal BF à transmettre $s(t)$ est un signal de fréquence 1 kHz de type dent de scie, tandis que le signal HF dit de porteuse $u_p(t) = U_p \cos \omega_p t$ est de fréquence $f_p = 100 \text{ kHz}$. La valeur maximale de cette tension est de $U_p = 3 \text{ V}$. L'opération de multiplication réalisée par l'opérateur est telle que:

$$u_{AM} = [k \cdot s(t) + 1] \times u_p(t) \quad \text{avec } k = 0,67 \text{ V}^{-1}$$



- Représenter l'allure du signal modulé en amplitude $u_{AM}(t)$.

② ANALYSE SPECTRALE

- Montrer que la série de Fourier du signal $s(t)$ peut s'écrire:

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\Omega t$$

- b. Montrer que $b_n = (-1)^{n+1} \frac{2S_m}{n\pi}$
- c. Les bandes passantes des composants qui constituent les circuits de transmission sont limitées. On s'intéresse uniquement aux harmoniques de $s(t)$ dont l'amplitude est supérieure ou égale au cinquième de celle du fondamental. Quel est le nombre d'harmoniques nécessaires pour décrire le signal $s(t)$? Donner alors l'expression approchée de $s(t)$.
- d. Représenter l'allure du spectre du signal.
- e. Quelle est la bande de fréquence, Δf , occupée par le signal modulé en amplitude $u_{AM}(t)$?

③ CALCUL DE LA PUISSANCE MOYENNE

- a. En l'absence de signal modulant à l'entrée du multiplicateur, calculer la puissance moyenne P_0 que dissiperait $u_{AM}(t)$ aux bornes d'une résistance R .
- b. On applique maintenant le signal modulant $s(t)$, calculer la puissance moyenne P que dissiperait $u_{AM}(t)$ toujours aux bornes d'une résistance R . On exploitera la décomposition spectrale effectuée à la question précédente.
- c. En déduire la valeur du rapport $\frac{P_0}{P}$. Conclusion.

Electronique numérique

EXERCICE N°9:

Repliement

On échantillonne un signal analogique à 500 Hz . Ce signal est la somme de 3 sinusoïdes pures de fréquences 50 , 100 , et 300 Hz .

- ① Donner l'allure du spectre de ce signal analogique.
- ② Donner l'allure du spectre du signal échantillonné.
- ③ Donner enfin l'allure du signal analogique reconstruit à partir du signal échantillonné. On pourra s'aider d'une calculatrice graphique pour ce travail.

EXERCICE N°10:

Multiplexage temporel d'une transmission téléphonique

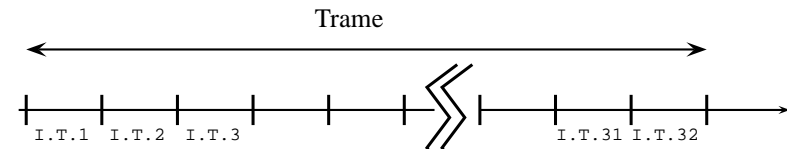
L'augmentation incessante des coûts de production des métaux a forcé les électroniciens à trouver des solutions permettant d'économiser l'exploitation des conducteurs électriques lorsqu'il s'agit de véhiculer des signaux par voie filaire. Parmi les solutions envisagées, le multiplexage est l'une des plus répandues aujourd'hui; elle est couramment employée dans les voitures modernes, mais également dans l'installation des

lignes téléphoniques dont il est question dans cet exercice.

Un de ces systèmes est le M.I.C pour **M**odulation d'**I**mpulsions et **C**odage, permettant la transmission simultanée de 30 communications sur la même ligne.

- ① Pour ce faire, chaque signal est tout d'abord numérisé. Justifiez le choix de la cadence de 8000 échantillons par seconde, sachant que la bande fréquentielle est limitée à $[300 \text{ Hz}; 3400 \text{ Hz}]$.

Afin d'assurer la transmission simultanée de 30 voix, le signal est organisé en trames de 32 intervalles de temps (IT) chaque communication se voyant assigner un I.T. par trame (cf figure ci-dessous). Les deux I.T. restants servent à la gestion du réseau.



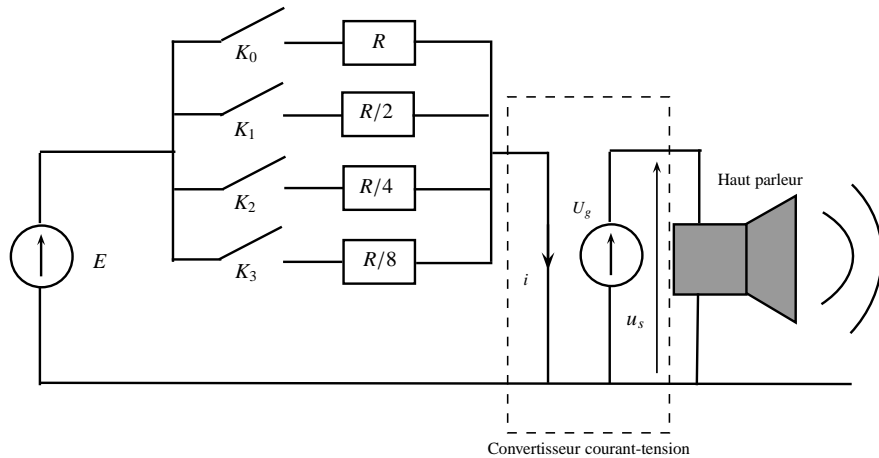
- ② Quelle est la durée d'une trame? En déduire le débit d'échantillons par seconde, toutes communications confondues. Chaque signal vocal est numérisé sur 8 bits selon une loi non linéaire (on parle de compression)
- ③ Déterminer le débit binaire, exprimé en bits par seconde, du signal complet.
- ④ La loi de compression distribue les niveaux de quantification de manière non équidistante, le quantum étant plus faible pour les faibles valeurs de signal. Quel en est l'intérêt, sachant que les signaux vocaux varient dans une large gamme d'amplitude?

EXERCICE N°11:

Etude d'un CNA 4 bits à résistances pondérées dans un

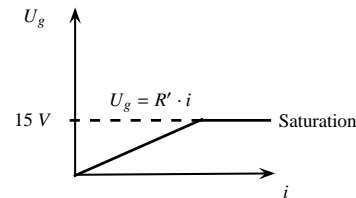
lecteur de CD

Les haut-parleurs de chaîne HiFi fonctionnent avec des signaux analogiques; ainsi, la restitution par ses derniers du son enregistré sous forme numérique sur un support optique CD nécessite l'utilisation d'un CNA ou convertisseur numérique-analogique. On propose ici l'étude d'un CNA 4 bits à résistances pondérées dont le schéma de principe est donnée ci-dessous:



Il est constitué d'une tension E constante de référence, de 4 résistances notées n ($0 \leq n \leq 3$) de valeur $R_n = \frac{R}{2^n}$ et de 4 interrupteurs K_n . Un interrupteur ouvert est l'état 0 et un interrupteur fermé est l'état 1. Par exemple, 1101 signifie $K_3 = 1$, $K_2 = 1$, $K_1 = 0$, et $K_0 = 1$. Un convertisseur courant-tension (bloc en pointillés) donne une tension U_g .

On donne la caractéristique entrée-sortie du convertisseur (voir tracé ci-contre); il se comporte en sortie comme un générateur de tension parfait de *f.e.m.* $U_g = R' i$ tant que la tension de saturation $V_{sat} = 15 \text{ V}$ n'est pas atteinte. Il sature à $V_{sat} = 15 \text{ V}$ si on lui demande une tension supérieure.

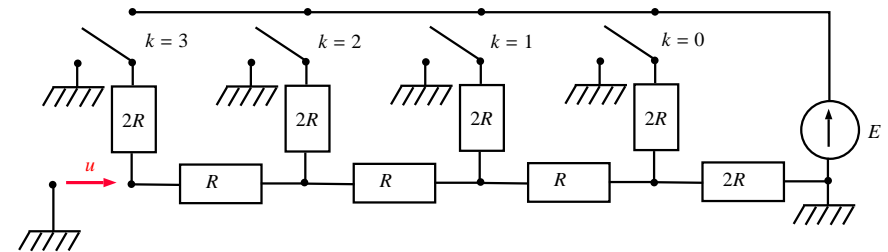


- ❶ Déterminer l'intensité du courant circulant dans la résistance R_n en fonction de K_n , R , et E . En déduire u_s en fonction des K_n , de R , R' , et de E . Commenter le résultat obtenu.
- ❷ Application numérique. On choisit dans un premier temps $R = R'$ et $E = 1 \text{ V}$. Calculer la valeur de tension correspondant à 0000, 0001, 0010, 0011, 0100. Calculer également la tension de sortie maximale, correspondant 1111. Commentaire?
- ❸ En réalité, le signal audio est enregistré sur un CD avec 16 *bits*. On place donc en parallèle 16 résistances de valeurs $R_n = \frac{R}{2^n}$ ($0 \leq n \leq 15$). Calculer la valeur maximale correspondante (convertie en décimal), et en déduire la tension maximale demandée en sortie de montage. Quel problème cela pose-t-il

- ❶ Pour remédier à ce problème, on décide de changer les valeurs de R , R' , et E . Quelle condition doivent vérifier les composants pour que le convertisseur courant-tension ne soit jamais saturé?

EXERCICE N°12: Etude d'un CNA à réseau $R-2R$ sans convertisseur courant-tension

On propose le circuit ci-dessous dans lequel chacun des quatre interrupteurs k , avec $k \in \{0, 1, 2, 3\}$, permet d'établir le contact entre une borne de la résistance $2R$ et, suivant sa position, soit la masse (position 0), soit le générateur de tension E (position 1). On définira les quatre nombres ϵ_k tels que $\epsilon_k = 0$ ou 1 suivant que l'interrupteur k est en position 0 ou 1.



- ❶ En considérant successivement les 4 cas où un seul interrupteur k est en position 1, puis en exploitant le théorème de superposition, montrer que la tension u est donnée par:

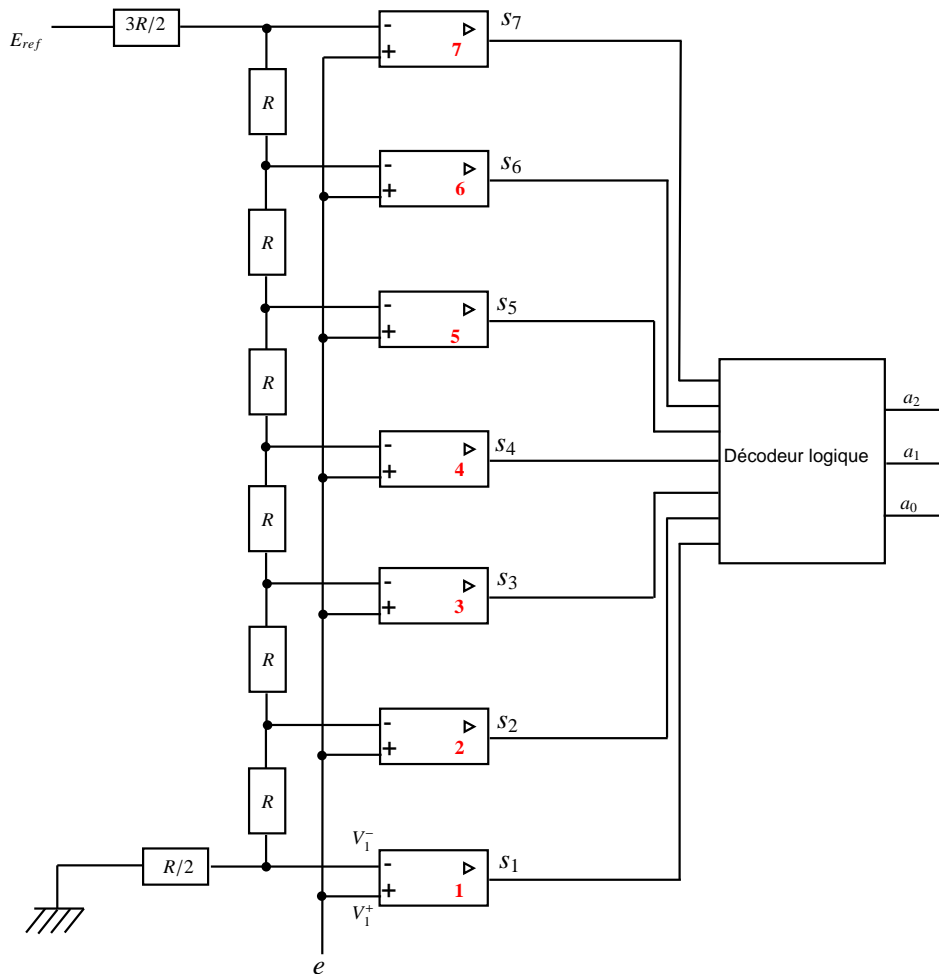
$$u = E \cdot \left(\frac{\epsilon_0}{16} + \frac{\epsilon_1}{8} + \frac{\epsilon_2}{4} + \frac{\epsilon_3}{2} \right)$$

- ❷ Expliquer la fonction d'un tel circuit.
- ❸ Proposer, par simple conjecture, une relation donnant u pour un convertisseur à n interrupteurs.

EXERCICE N°13: Etude d'un CAN parallèle 3 bits

Le schéma ci-dessous représente le principe général d'un convertisseur analogique→numérique parallèle 3 bits, appelé aussi «flash» du fait de sa rapidité de conversion. Il permet la conversion en valeur binaire d'une tension analogique e comprise entre 0 et 7 V. Il comporte 7 ALI, pour lesquels sont notés V_i^+ , V_i^- , et s_i respectivement

les tensions aux entrées + puis –, et en sortie.



Les ALI sont considérés parfaits (impédance d'entrée infinie sur les deux entrées), et se comportent, tels qu'ils sont câblés, en **comparateurs simples** à savoir:

$$s_i = \frac{\epsilon_i}{|\epsilon_i|} \cdot V_{sat} \quad \text{avec:} \quad \begin{cases} \epsilon_i = V_i^+ - V_i^- \\ V_{sat} = +15 \text{ V} \\ i_+ = i_- = 0 \end{cases}$$

La tension d'entrée analogique e à convertir est envoyée sur les bornes V_i^+ des ALI.

Un réseau de résistances montées en série est alimenté par une tension de référence $E_{ref} = 8 \text{ V}$.

- On observe dans un premier temps l'ALI n°1. Déterminer la valeur de la tension de sortie s_1 en fonction de la tension d'entrée e du montage.
- Reprendre la question pour les ALI 2 à 7, en particulier exprimer les seuils de basculement c'est à dire les valeurs de e faisant basculer la tension de sortie d'une valeur à une autre pour chaque ALI. Décrire le comportement des ALI si l'on augmente progressivement la tension e de 0 à 7V.
- En déduire l'état de sortie des différents ALI pour les différentes valeurs de e reportées dans le tableau ci-dessous. On notera 1 si $s = +V_{sat}$ et 0 si $s = -V_{sat}$, et dans l'ordre $ALI7 - ALI6 - \dots - ALI1$. Par exemple, si les ALI7 à ALI3 sont à $s = -V_{sat}$ et les ALI2 et ALI1 sont à $s = +V_{sat}$, on note 0000011.

Compléter la seconde ligne du tableau.

- Le code obtenu est-il le code binaire, donc correspondant à la conversion en base 2, de la tension analogique d'entrée e ? Justifier l'utilisation d'un décodeur logique. De quoi est constitué selon vous un tel décodeur numérique? Compléter alors la troisième ligne du tableau, donnant le code binaire souhaité en sortie du décodeur numérique.

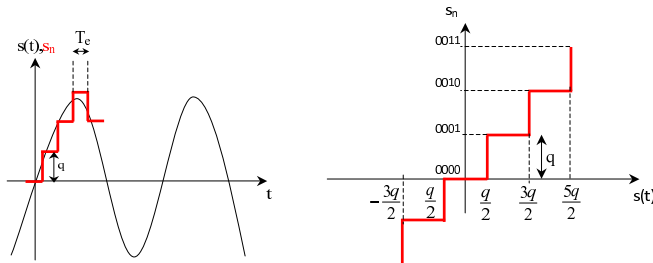
e(V)	0	1	2	3	4	5	6	7
Sortie des ALI	0000000	0000001						
Code 3 bits $a_2a_1a_0$	000	001						

- La quantification du signal sonore en vue d'un enregistrement sur un CD audio s'effectue sur 16 bits. A combien de niveaux analogiques différents cela correspond-t-il? Combien d'ALI nécessiterait un CAN parallèle 16 bits? Commenter.

EXERCICE N°14:

Erreur de quantification

Du fait de la numérisation d'un signal par un convertisseur à loi linéaire, une erreur d'arrondi est commise sur chaque échantillon.



- ❶ En notant q le pas de quantification, préciser dans quel intervalle l'erreur d'arrondi ϵ prend sa valeur.
- ❷ Lors d'un essai du convertisseur avec un signal triangulaire, quelle est l'évolution temporelle de $\epsilon(t)$ (on raisonnera sur une portion croissante de l'entrée)?
- ❸ En raisonnant sur une période T de $\epsilon(t)$, quelle valeur moyenne peut-on lui attribuer? Quelle moyenne quadratique? Quelle valeur efficace ϵ_{eff} ?

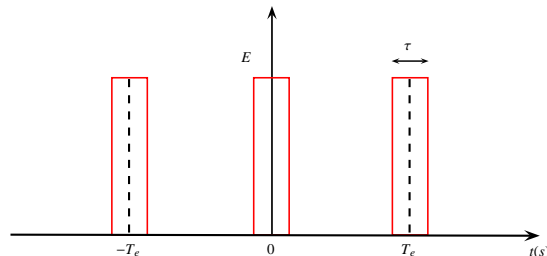
APPLICATION NUMÉRIQUE: comparer ϵ_{eff} et la dynamique Δs pour un convertisseur linéaire 8 bits ou 12 bits.

NB: on appelle dynamique Δs l'intervalle dans lequel peut évoluer le signal numérisé s_n (numérisation du signal $s(t)$). Par ailleurs, le CAN est dit linéaire si le pas de quantification q est constant sur toute la dynamique Δs .

- ❹ Lors d'une phase de décroissance du signal échantillonné, les propriétés précédentes sont-elles retrouvées à l'identique?
- ❺ Pour un signal d'entrée de forme quelconque, dont l'amplitude est élevée devant le pas de quantification, quel argument permet de considérer les résultats précédents comme une bonne approximation des propriétés de $\epsilon(t)$?

EXERCICE N°15: Spectre d'un signal numérique

On considère le signal $p(t)$ formé d'une suite périodique d'impulsions de largeur τ :



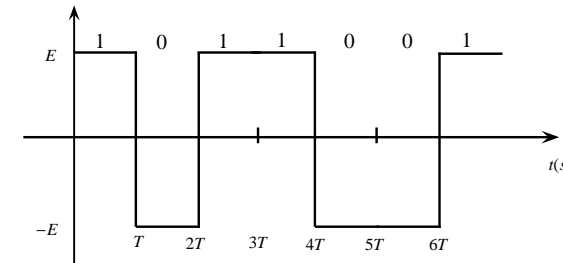
On rappelle l'expression du rapport cyclique $\alpha = \frac{\tau}{T_e}$ d'un signal T_e périodique, τ désignant le temps passé "en haut" lors d'une impulsion du signal.

- ❶ Quelle relation peut-on écrire entre les coefficients C_n de la série de Fourier et la transformée de Fourier $\tilde{I}(\nu)$ de l'impulsion de largeur τ et de hauteur E ? On rappelle l'expression de la transformée de Fourier du signal $I(t)$:

$$\tilde{I}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(t) \cdot e^{-j2\pi\nu t} \cdot dt$$

- ❷ Cette relation est-elle générale, lorsque le motif répété est un signal de forme quelconque défini sur l'intervalle $[-\frac{T_e}{2}, \frac{T_e}{2}]$?
- ❸ Un émetteur envoie périodiquement (période T) des caractères binaires 0 ou 1 codés de la manière suivante:
 - l'émission du caractère 1 se traduit par une impulsion d'amplitude E pendant la durée T .
 - l'émission du caractère 0 se traduit par une impulsion d'amplitude $-E$ pendant la même durée.

Si l'on note $I(\nu)$ la transformée de Fourier de l'impulsion, justifier sans développement important que la densité spectrale de puissance du signal, c'est à dire la puissance par unité de fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$, soit proportionnelle à $\frac{1}{T} \cdot |I(\nu)|^2$



- ❹ Que devient alors le spectre, si l'on remplace l'impulsion précédente par un train d'onde sinusoïdal de fréquence $\nu_0 \gg \frac{1}{T}$ et de durée T ? Proposer une forme vraisemblable pour le spectre d'une telle communication.