Exercice n°2 : filtrage fréquentiel

$$e(t) = \frac{8E}{\pi^2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} \cos\left[(2p+1)\omega_0 t\right] \qquad d_{(2p+1)_e} = \frac{8E}{(2p+1)^2 \pi^2}$$

① filtre passe bas ordre 1

② Harmonique de rang 5 $\Rightarrow$ $\omega_5 = 5\omega_0$ $(p=2)$

Puissance moyenne dissipée par l'harmonique de rang 5 : $\overline{P}_{5e} = \dfrac{d_{5e}^2}{2R}$

(puisque $d_{5e}(\text{eff}) = \dfrac{d_{5e}}{\sqrt{2}}$)

$\Rightarrow$ on veut $\overline{P}_{5s} = \dfrac{1}{2}\dfrac{d_{5e}^2}{2R} = \dfrac{d_{5s}^2}{2R} \Rightarrow \boxed{d_{5s} = \dfrac{d_{5e}}{\sqrt{2}}}$

On doit donc assurer $d_{5s} = G(5\omega_0)\, d_{5e} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} d_{5e}$.

soit $G(5\omega_0) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{5\omega_0}{\omega_c}\right)^2}}$

$\Rightarrow \dfrac{5\omega_0}{\omega_c} = 1 \Rightarrow \boxed{\omega_c = 5\omega_0}$

Atténuation de puissance :

$\rightarrow$ sur le fondamental : $\dfrac{\overline{P}_{1s}}{\overline{P}_{1e}} = \dfrac{d_{1s}^2}{d_{1e}^2} = G(\omega_0)^2 = \left(\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_0}{5\omega_0}\right)^2}}\right)^2 = \dfrac{1}{1+\frac{1}{25}}$

soit $\dfrac{\overline{P}_{1s}}{\overline{P}_{1e}} = \dfrac{25}{26} \approx 0{,}961$

$\rightarrow$ sur l'harmonique de rang 3 : $\dfrac{\overline{P}_{3s}}{\overline{P}_{3e}} = \dfrac{d_{3s}^2}{d_{3e}^2} = \dfrac{1}{1+\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \dfrac{25}{34} = 0{,}735$

$\rightarrow$ ——————— 7 : $\dfrac{\overline{P}_{7s}}{\overline{P}_{7e}} = \dfrac{d_{7s}^2}{d_{7e}^2} = \dfrac{1}{1+\left(\frac{7}{5}\right)^2} = \dfrac{25}{74} = 0{,}331$

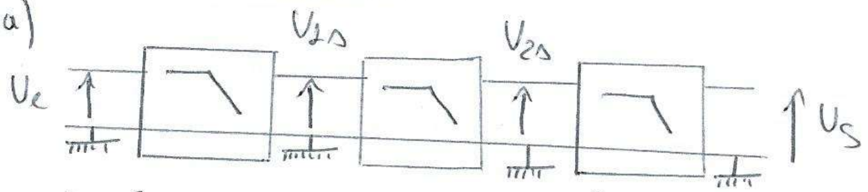
Puis $\dfrac{d_{7s}}{d_{1s}} = \dfrac{G(7\omega_0)\, d_{7e}}{G(\omega_0)\, d_{1e}} = \dfrac{1}{49} \times \dfrac{\sqrt{1+\left(\frac{1}{5}\right)^2}}{\sqrt{1+\left(\frac{7}{5}\right)^2}} = \dfrac{1}{49} \times \dfrac{\sqrt{0{,}331}}{\sqrt{0{,}961}}$

$= 0{,}0114$ $\geq 1\%$

51

③ Cascade de 3 filtres :

a)



⚠ Le courant de sortie de chaque étage doit être nul afin de pouvoir expliciter la FTSO de chaque filtre.

$\Rightarrow$ l'impédance d'entrée du filtre doit être très importante

ex : $R = 10\,k\Omega$ assure $\underline{Z}_e$ (filtre) $\nearrow$

$$H_T(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{U_s}{U_{2s}} \times \frac{U_{2s}}{U_{1s}} \times \frac{U_{1s}}{U_e} = H(j\omega)^3 \Rightarrow \boxed{H_T(j\omega) = \left(\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}\right)^3}$$

b) Atténuation de la puissance.

- fondamental : $\dfrac{\overline{P}_{1s}}{\overline{P}_{1e}} = \dfrac{d_{1s}^{\,2}}{d_{1e}^{\,2}} = G_T^2(\omega) = \left(\dfrac{1}{1+\left(\frac{1}{5}\right)^2}\right)^3 = \left(\dfrac{25}{26}\right)^3 = 0,888$

- harmonique rang 3 : $\dfrac{\overline{P}_{3s}}{\overline{P}_{3e}} = \dfrac{d_{3s}^{\,2}}{d_{3e}^{\,2}} = G_T^2(3\omega_0) = \left(\dfrac{1}{1+\left(\frac{3}{5}\right)^2}\right)^3 = \left(\dfrac{25}{34}\right)^3 = 0,397$

- ——— 5 : $G^2(5\omega_0) = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8} = 0,125$

- ——— 7 $G^2(7\omega_0) = \left(\dfrac{1}{1+\left(\frac{7}{5}\right)^2}\right)^3 = \left(\dfrac{25}{74}\right)^3 = \left(\dfrac{25}{74}\right)^3 = 0,038$

$$\frac{d_{7s}}{d_{1s}} = \frac{G(7\omega_0)}{G(\omega_0)} \times \frac{d_{7e}}{d_{1e}} = \left(\frac{25}{74}\right)^{3/2} \times \frac{1}{\left(\frac{25}{26}\right)^{3/2}} \frac{1}{7^2} = \left(\frac{26}{74}\right)^{3/2} \times \frac{1}{7^2} = 0,4\,\%$$

Atténuation du filtre en dB :

$$G(\omega \to \infty) = \frac{1}{\left|-j\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^3\right|} = \frac{\omega_c^{\,3}}{\omega^3} \rightarrow G_{dB} = 20 \log \omega_c^{\,3} - 60 \log \omega$$

$\Rightarrow -60$ dB / décade

Exercice n°5 : Linéarité et non linéarité des filtres

① Par définition, un filtre linéaire ne peut pas faire apparaître en sortie des fréquences non présentes en entrée (le filtre n'agit que sur l'amplitude et la phase, donc :

→ le filtre 1 est non linéaire en raison de la présence de 2 raies supplémentaires par rapport au spectre du signal d'entrée (à 5 kHz et 6 kHz)

→ les filtres 2 et 3 sont à priori linéaires

② → filtre 2 laisse l'harmonique 4 inchangé alors que 3 est un peu atténué et 2 très fortement ⇒ filtre passe-haut avec $f_c \sim 2$ kHz

→ filtre 3 laisse quasi inchangés les harmoniques 1 et 2 atténue 3, et fait disparaître 4 ⇒ passe-bas avec $f_c = 3$ kHz.

Exercice n°7 Détection de signaux μ-ondes

① a) PB ⇒ ne garde que la CC or ici $\langle s(t)\rangle = 0$ ⇒ insuffisant

b) On peut écrire le signal de phase à l'origine instable :

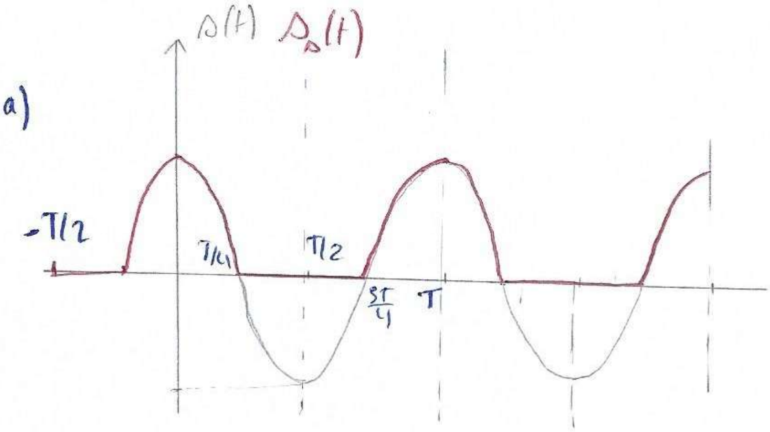
$$s(t) = A\cos(\underbrace{2\pi f t + \varphi_0(t)}_{\theta(t)})$$

la fréquence de ce signal est par définition $f_s = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt}$

$$f_s = \frac{1}{2\pi}\left(2\pi f + \frac{d\varphi_0(t)}{dt}\right) \Rightarrow f_s = f + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi_0(t)}{dt}$$

⇒ fréquence non stable ⇒ non filtrable $= f(t)$ à priori non linéaire

② a)



ici $\varphi_0 = 0$

b) Alternances négatives coupées.

c) partie hors programme mais pas inintéressante !

↪ valeur moyenne : $a_0 = \frac{1}{T}\int_T s_0(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} s_0(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/4} A\cos(\omega t)\,dt$ (pair)

$$= \frac{2}{T}\frac{A}{\frac{2\pi}{T}}\left[+\sin\omega t\right]_0^{T/4} = \frac{2A}{2\pi}\left[\sin\frac{\pi}{2}\right] = \frac{A}{\pi}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_T s_s(t)\cos(n\omega t).dt = \frac{2}{T}\int_{-T/4}^{T/4} A\cos(\omega t)\cos(n\omega t).dt$$

$$= \frac{4A}{T}\int_0^{T/4}\cos\omega t\cos n\omega t\, dt = \frac{4A}{2T}\left\{\int_0^{T/4}\cos(n-1)\omega t.dt + \int_0^{T/4}\cos(n+1)\omega t.dt\right\}$$

$$\left(\begin{aligned} &= \frac{2A}{T}\frac{\sin(n-1)\pi/2}{(n-1)\omega} + \frac{2A}{T}\frac{\sin(n+1)\pi/2}{(n+1)\omega} \\ &= \frac{A}{\pi}\frac{\sin(n-1)\pi/2}{(n-1)} + \frac{A}{\pi}\frac{\sin(n+1)\pi/2}{(n+1)}\end{aligned}\right)$$

*** ⚠ $1^{\text{ère}}$ intégrale non calculable pour $n=1$:

$\Rightarrow$ on calcule séparément les cas $n=1$ et $n>1$

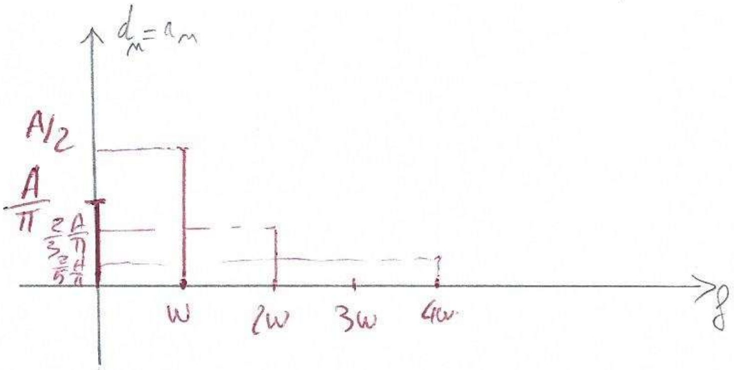
$$\rightarrow a_1 = \frac{2A}{T}\left\{\int_0^{T/4} dt + \int_0^{T/4}\cos 2\omega t.dt\right\} = \frac{2A}{T}\left\{\frac{T}{4} + \frac{\sin\pi}{2\omega}\right\} = \frac{A}{2}$$

$$\rightarrow a_2 = \frac{2A}{T}\left\{\int_0^{T/4}\cos(\omega t).dt + \int_0^{T/4}\cos(3\omega t).dt\right\} = \frac{2A}{T}\left\{\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{2\pi}{T}} + \frac{\sin\left(\frac{6\pi}{T}\frac{T}{4}\right)}{\frac{3\pi}{T}}\right\}$$

$$= \frac{A}{\pi} - \frac{2A}{\cancel{T}}\times\frac{1}{\frac{6\pi}{\cancel{T}}} = \frac{A}{\pi} - \frac{A}{3\pi} = \frac{2}{3}\frac{A}{\pi}$$

$$\rightarrow a_3 = \frac{2A}{T}\left\{\int_0^{T/4}\cos 2\omega t.dt + \int_0^{T/4}\cos(4\omega t).dt\right\}.$$

$$= \frac{2A}{T}\left\{\frac{\sin\pi}{2\omega} + \frac{\sin 2\pi}{4\omega}\right\} = 0$$



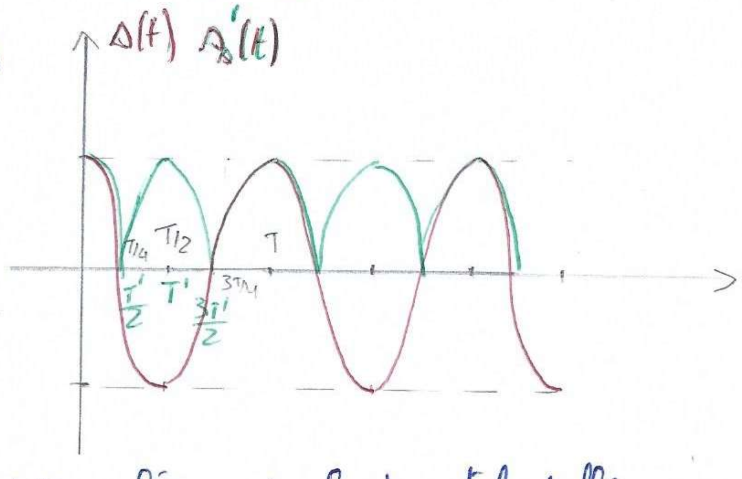
d) $\Rightarrow$ filtre passe-bas passif avec $\omega_c \ll \omega$ $\Rightarrow$ ne récupère que la CC du signal $\Rightarrow$ $D = \frac{A}{\pi} \Rightarrow \boxed{\frac{D}{A} = \frac{1}{\pi}}$ avec $H(jx) = \frac{1}{1+jx}$

<u>NB</u> : si filtre actif : $H(jx) = \frac{H_0}{1+jx}$.

$$D = \frac{H_0 A}{\pi} \Rightarrow \boxed{\frac{D}{A} = \frac{H_0}{\pi}}$$

③ Allure du signal :

a)



<u>NB</u> : fréquence du fondamental doublée pour $s'(t)$ par rapport à $s(t)$

$\rightarrow$ calcul identique des a_1, a_2, a_3 pour $\left| \begin{array}{l} \omega \rightarrow 2\omega \\ T \rightarrow \frac{T}{2} \end{array} \right.$

$\Rightarrow$ même spectre à facteur multiplicatif près.

b) Avantage : "plus de tps passé" en alternance > 0

$\Rightarrow$ valeur moyenne augmentée

<u>Calcul</u> : $\langle s'(t) \rangle = a_0' = \frac{1}{T'} \int_{(T)} s'(t)\,dt = \frac{1}{T'} \int_{-T/2}^{T/2} A\cos(\omega t)\,dt = \frac{2}{T'} \int_0^{T/2} A\cos\omega t\,dt$

$$a'_0 = \frac{2A}{T'}\left[\frac{\sin \frac{2\pi}{T}\frac{T}{4}}{\frac{2\pi}{T}}\right] = \frac{A}{\frac{T}{2}\frac{\pi}{T}} = \frac{2A}{\pi} \Rightarrow D' = \frac{2A}{\pi} \text{ en sortie du PB2}$$

donc $\frac{D'}{A} = \frac{2}{\pi}$ l'amplitude est doublée en sortie du PB

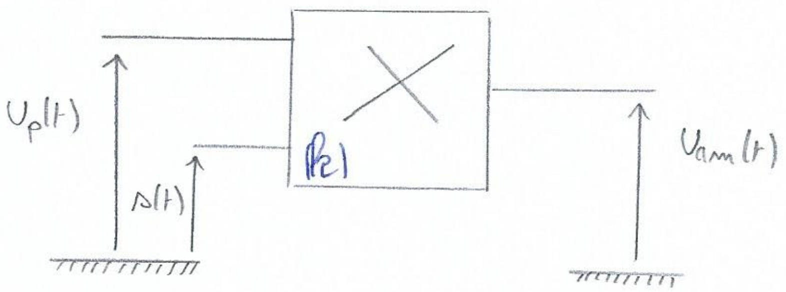
$\Rightarrow$ meilleur détection μ-ondes
(plus "sensible")

Atténuation du filtre : -60 dB / décade

dans le détail : $G'(\omega) = \dfrac{1}{\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}\right)^3} \overset{\omega\to\infty}{\Longrightarrow} \dfrac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^3} = \left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^3$

$$G'_{dB} = 20\log G'(\omega) \xrightarrow{\omega\to\infty} 20\log\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^3 = 20\log \omega_c^3 \underbrace{-\,60\log\omega}_{-60\text{ dB / décade}}$$

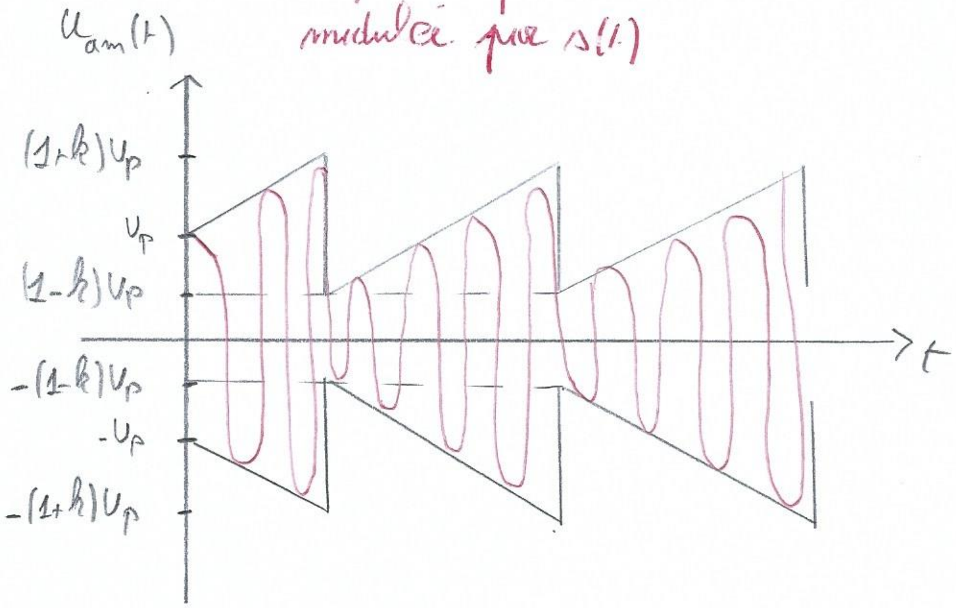
Exercice n° 8 : Analyse spectrale d'une modulation.



$$u_{am}(t) = [k\,s(t)+1] \times U_p(t) \quad \text{avec } k = 0{,}67\ V^{-1}$$

$$= \underbrace{U_p\,[k\,s(t)+1]}_{\text{amplitude du signal } \omega_p \text{ modulée par } s(t)} \times \cos(\omega_p t)$$

①



② Analyse spectrale.

a) $s(t)$ impair $\Rightarrow$ $a_{\forall n \geq 0} = 0$ $\Rightarrow$ $s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\Omega t)$

$(\Omega = 2\pi f)$

b) $$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} \underbrace{s(t)\sin(n\Omega t)}_{\text{pair}}.dt = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} \underbrace{s(t)}_{\frac{2S_m}{T}t}\sin(n\Omega t).dt$$

$$= \frac{8S_m}{T^2}\int_0^{T/2} t\sin(n\Omega t).dt$$

$$\overset{IPP}{=} \left\{ \left[-\frac{\cos(n\Omega t)\times t}{n\Omega} \right]_0^{T/2} + \int_0^{T/2} \frac{\cos(n\Omega t)}{n\Omega}.dt \right\} \frac{8S_m}{T^2}$$

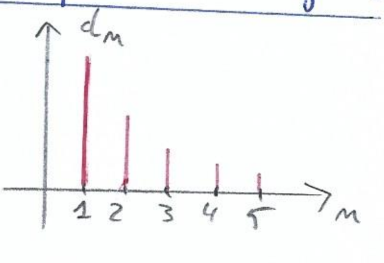
$$= \left\{ \frac{-\cos(n\pi)\times \frac{\cancel{T}}{2}}{n\frac{2\pi}{\cancel{T}}} + 0 \right\} \frac{8S_m}{\cancel{T^2}}$$

$$= \frac{2S_m}{\pi}\frac{(-\cos n\pi)}{n} = \frac{2S_m}{\pi}\frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

c) Evolution de l'amplitude des harmoniques en $\frac{1}{n}$

$\Rightarrow$ 5 composantes sont nécessaires. $s(t) \simeq \frac{2S_m}{\pi}\sum_{n=1}^{5}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin(n\Omega t)$

d) Allure du spectre du signal.



c) Calcul du spectre de $u_{AM}(t)$ $\Rightarrow$ pas de calcul des coefficients de F.

$\rightarrow$ calcul de la fct sous forme de somme de composantes sinusoïdales

$$u_{AM}(t) = V_p\left[k\,s(t) + 1\right]\cos(w_p t)$$

$$= V_p \cos w_p t + k V_p \cos(w_p t) \sum_{n=1}^{5} (-1)^{n+1} \frac{2 S_m}{n\pi} \sin(n\Omega t)$$

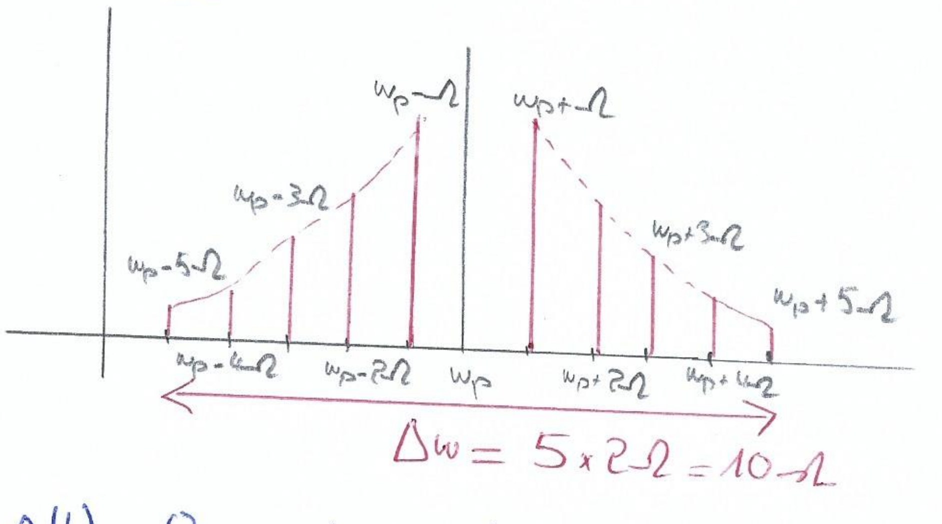
$$= V_p \cos(w_p t) + \frac{2 S_m k V_p}{\pi} \sum_{n=1}^{5} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(n\Omega t)\cos(w_p t)$$

$$= V_p \cos(w_p t) + 2 S_m \frac{k V_p}{\pi} \sum_{n=1}^{5} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \frac{1}{2}\left[\sin(w_p + n\Omega)t + \sin(w_p - n\Omega)t\right]$$

formulaire : $\sin a \cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b) + \sin(a-b)\right]$.

$$u_{AM}(t) = V_p \cos(w_p t) + \frac{S_m k V_p}{\pi} \sum_{n=1}^{5} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \left[\sin(w_p + n\Omega)t + \sin(w_p - n\Omega)t\right]$$

Allure du spectre :



③ a) $s(t) = 0 \Rightarrow u_{AM}(t) = V_p \cos w_p t \Rightarrow P_0 = \frac{V_p^2}{2R}$

$s(t) \neq 0 \Rightarrow$ par égalité de Parseval.

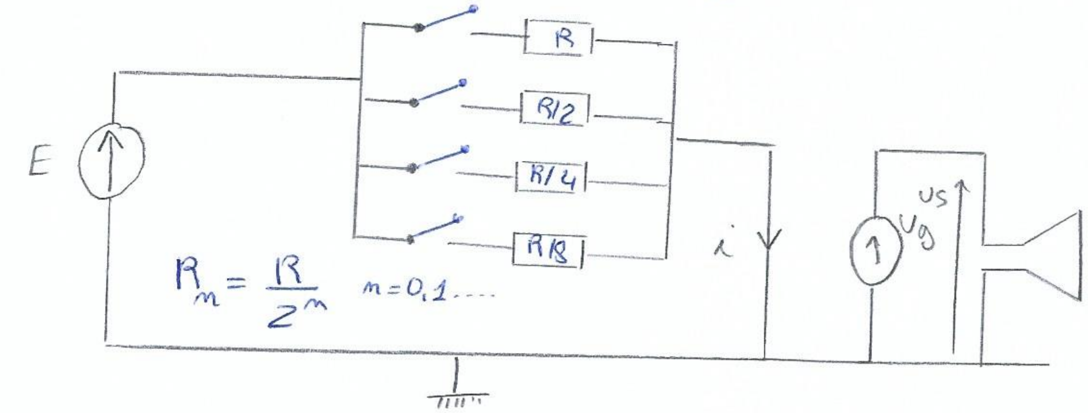
$$P = \frac{V_p^2}{2R} + 2 \times \sum_{n=1}^{5} \left(\frac{S_m k V_p}{\pi}\right)^2 \frac{1}{n^2} \frac{1}{2R}$$

$$P = \frac{U_p^2}{2R} + 2 \times \frac{U_p^2}{2R} \times \left(\frac{\sin k}{\pi}\right)^2 \sum_{n=1}^{5} \frac{1}{n^2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{U_p^2}{2R}\underbrace{\left[1 + 2\left(\frac{\overset{1}{\sin}\,\overset{0,67}{(k)}}{\pi}\right)^2\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}\right)\right]}_{=1,13}$$

c) $\frac{P_0}{P} = \frac{1}{1,13} = 0,88 \Rightarrow$ dissipation plus importante en présence d'un signal modulé $\Rightarrow$ puissance transportée plus importante

Ex n°11 : Étude d'un CNA 4 bits à résistances pondérées dans un lecteur de CD.



(1) $i_n = \frac{E K_n}{R_n} = \frac{2^n E K_n}{R}$

donc $i = \sum_{i=1}^{n} i_n$ et $\boxed{U_s = R' i = R' \frac{E}{R} \sum_{k=0}^{n} K_k 2^k}$

$\Rightarrow$ permet la conversion d'un nombre binaire $K_N K_{N-1} \dots K_0$ (N+1 bits) en valeur analogique de tension.

(2) A.N. $R = R'$ $E = 1V$

0000 $\Rightarrow U_s = 0V$

0001 $\Rightarrow U_s = 1V$

0010 $\Rightarrow U_s = 2V$

0011 $\Rightarrow U_s = 2^0 + 2^1 = 3V$

0100 $\Rightarrow U_s = 2^2 = 4V$

③ Valeur maximale correspondante à un signal "plein" sur 16 bits

$$U_s = \sum_{k=0}^{15} 2^k = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{15} = \frac{1-2^{16}}{1-2} = 2^{16} - 1 = 65\,535$$

$\rightarrow$ Saturation du convertisseur courant - tension

④ $$U_{s_{max}} = \frac{R'E}{R} \times (2^{16}-1) \leqslant V_{sat} \Rightarrow \frac{R'E}{R} \leqslant \frac{15}{65\,535} = 2{,}28.10^{-4}\,V.$$

③ Valeur maximale correspondante à un signal "plein" sur 16 bits

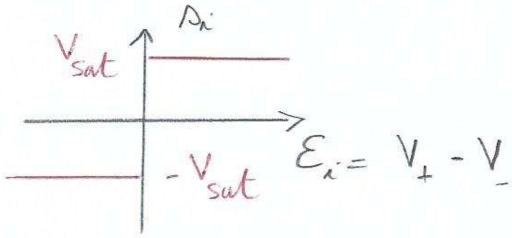
$$u_s = \sum_{k=0}^{15} 2^k = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{15} = \frac{1-2^{16}}{1-2} = 2^{16} - 1 = 65\,535$$

$\longrightarrow$ Saturation du convertisseur courant - tension

④ $$U_{s_{max}} = \frac{R'E}{R} \times \left(2^{16} - 1\right) \leqslant V_{sat} \Rightarrow \frac{R'E}{R} \leqslant \frac{15}{65\,535} = 2{,}28.10^{-4}\ \text{V.}$$

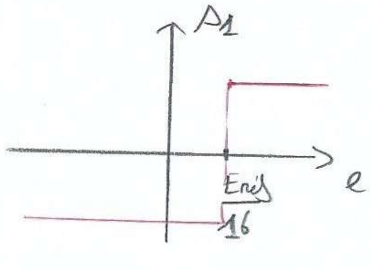
Exercice n°13 Etude d'un CAN // 3 bits

NB : $s_i = \dfrac{\varepsilon_i}{|\varepsilon_i|} V_{sat} \Rightarrow$



① $$V_1^- = \frac{\frac{R}{2}}{8R} E_{réf} = \frac{1}{16} E_{réf} \text{ =0,5V}$$ par diviseur de tension

donc comme $V_1^+ = e$ on a : $\begin{cases} s_1 = -V_{sat} \text{ pour } e < \frac{1}{16} E_{réf} \\ s_1 = +V_{sat} \text{ pour } e > \frac{1}{16} E_{réf} \end{cases}$



② Pour les ALI 2 à 7, la tension V_i^- est encore donnée par la relation du diviseur de tension :

$V_2^- = \dfrac{\frac{3}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{3}{16} \overset{8V}{E_{réf}} = 1{,}5\text{V}$

$V_3^- = \dfrac{\frac{5}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{5}{16} E_{réf} = 2{,}5\text{V}$

$V_4^- = \dfrac{\frac{7}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{7}{16} E_{réf} = 3{,}5\text{V}$

$V_5^- = \dfrac{\frac{9}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{9}{16} E_{réf} = 4{,}5\text{V}$

$V_6^- = \dfrac{\frac{11}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{11}{16} E_{réf} = 5{,}5\text{ V.}$

$V_7^- = \dfrac{\frac{13}{2}R}{8R} E_{réf} = \dfrac{13}{16} E_{réf} = 6{,}5\text{ V.}$

(+ généralement : $V_i^- = \dfrac{(2i-1)}{16} E_{réf}$)

e passant de 0 à 7V ⇒ bascules successives des 7 ALI :

③

e(V)	0	1	2	3	4	5	6	7
Sortie ALI	0000000	0000001	0000011	0000111	0001111	0011111	0111111	1111111
codes 3 bits	000	001	010	011	100	101	110	111

④ ⚠ le code obtenu n'est pas le code binaire de l'heptet de sortie des ALI
⇒ nécessité d'un décodeur logique pour traduire en binaire cet heptet

(ex : 2V ne correspond pas à 0000011 en binaire)

Idée de fonctionnement : un compteur binaire permet cette conversion.

en effet : on applique la tension e ce qui provoque
→ bascule du 1er ALI ⇒ compteur passe à 001 à $t = 0^+$
→ —— 2nd —— ⇒ —— à 010 à $t_1 = \Delta t$ | tps de propagation du potentiel entre ALI 1 et ALI 2
→ —— 3ème ALI ⇒ —— 011 à $t_2 = 2\Delta t$
⋮
etc... jusqu'à l'ALI i si $\boxed{\left(\frac{2i-1}{2}\right) < e < \left(\frac{2i+1}{2}\right)}$

⑤ 16 bits ⇒ code jusqu'à $2^{16}-1$ i.e $N_{max} = \sum_{k=0}^{15} 2^k = \frac{1-2^{16}}{1-2} = 2^{16}-1 = 65535$

ⓒ nbre d'ALI nécessaires : 16 bits permettent de coder des tensions comprises entre 0 et 65 535 soit 65 536 niveaux
⇒ 65 535 A.L.I. ⇒ coût très important

Exercice n° 15 Spectre d'un signal numérique

$$\alpha = \frac{\tau}{T_e}.$$

① $$C_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t)\, e^{-jn2\pi\nu t}\, dt = \frac{1}{T}\int_{-\alpha\frac{T_e}{2}}^{\alpha\frac{T_e}{2}} \underbrace{s(t)}_{E}\, e^{-jn2\pi\nu t}\, dt$$

$$= \frac{E}{T_e}\int_{-\alpha\frac{T_e}{2}}^{+\alpha\frac{T_e}{2}} e^{-jn2\pi\nu t}\, dt = \frac{E}{T_e(-jn2\pi\nu)}\left[e^{-jn2\pi\nu\alpha\frac{T_e}{2}} - e^{+jn2\pi\nu\alpha\frac{T_e}{2}}\right].$$

$$= E\alpha\left[\frac{\sin(n\pi\alpha)}{+n\pi\alpha}\right] \Rightarrow C_n = E\alpha\, \mathrm{sinc}(n\pi\alpha) \quad (1)$$

$$\hat{I}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j2\pi\nu t}\, .dt = E\int_{-\alpha\frac{T_e}{2}}^{\alpha\frac{T_e}{2}} e^{-j2\pi\nu t}\, .dt$$

1 seule impulsion

$$= E\left[\frac{e^{-j\pi\alpha} - e^{+j\pi\alpha}}{-j2\pi\nu}\right] = \frac{E\alpha}{\nu}\left[\frac{\sin(\pi\alpha)}{\pi\alpha}\right]$$

$$\Rightarrow \hat{I}(\nu) = E\alpha T_e\, \mathrm{sinc}(\pi\alpha) \quad (2)$$

donc en identifiant (1) et (2) $C_n = \frac{1}{T}\hat{I}(n\nu)$

② Oui ! $$C_n = \frac{1}{T_e}\int_{-T_e/2}^{+T_e/2} s(t)\, e^{-jn2\pi\nu t}\, .dt$$

$$\hat{I}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{motif}(t)\, e^{-j2\pi\nu t}\, .dt \qquad s_{motif}(t) = s(t) \text{ sur } \left[-\frac{T}{2};\frac{T}{2}\right]$$
$$= 0 \text{ ailleurs}$$

donc $\hat{I}(\nu) = \int_{-T/2}^{+T/2} f(t)\, e^{-j2\pi\nu t}\, dt$

donc $C_n = \frac{1}{T_e} \hat{I}(n\nu)$ $\Rightarrow$ relation généralisable.

③ ⚠ 0 ou 1 ⇒ impulsion de la puissance car $\propto |\pm E|^2$.

Rappel : $d_n = |2C_n|$ et $f_{eff}^2 = \frac{1}{2} a_0^2 + \sum_{n=2}^{\infty} d_n^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} |2C_n|^2$

$\Rightarrow \bar{P} = \frac{f_{eff}^2}{R} \sim \sum_{n=2}^{\infty} |C_n|^2$

donc $\bar{P} \sim \frac{1}{T^2} \sum_{n=2}^{\infty} |\hat{I}(n\nu)|^2$.

plutôt :

$f_{eff}^2 = \frac{1}{2} a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} d_n^2$

$= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n|^2$.

Extension au cas continu :

$d\bar{P} \sim \frac{1}{T^2} |\hat{I}(\nu)|^2$

soit $\boxed{\frac{d\bar{P}}{d\nu} = \sim \frac{1}{T} |\hat{I}(\nu)|^2}$ densité de puiss.

$\sim \frac{1}{T} \rightarrow d\nu$

④ Nouveau signal : portion de sinusoïdes qui se succèdent

$f_{mv}(t) = f(t) \times A \sin(2\pi\nu_0 t)$

↳ signal de fréquence f impulsionnel $\frac{dP}{d\nu} \sim |\hat{I}(\nu)|^2$ FFT 1 seule impulsion

≡ modulation.

Allure du spectre