

## TD N° 4: OPTIQUE ONDULATOIRE 1

### Révisions d'optique géométrique (MPSI) - superposition de deux ondes lumineuses - interférences par division du front d'onde

#### Révisions d'optique géométrique

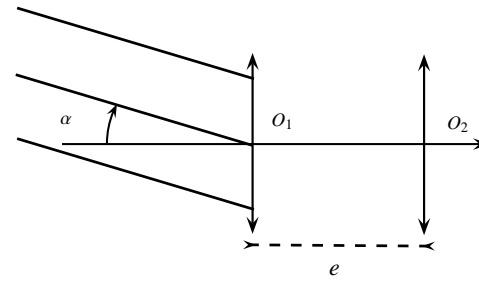
##### EXERCICE N°1: Champ de vision d'un poisson dans un aquarium

Un poisson nage dans un récipient cylindrique de diamètre  $D = 20,0 \text{ cm}$ , rempli à ras bord. Le poisson se situe à une position très particulière : son oeil se situe précisément sur l'axe de symétrie du cylindre. Dans cette position, il peut voir tout ce qui entoure le récipient, sur l'entière surface de l'eau. A quelle distance le poisson se trouve-t-il alors de la surface de l'eau ? On rappelle que l'indice de l'eau est  $n = 1,33$ .

Réponses possibles: a.  $22,2 \text{ cm}$  b.  $11,4 \text{ cm}$  c.  $18,0 \text{ cm}$  d.  $8,8 \text{ cm}$

##### EXERCICE N°2: Oculaire de Ramsden

Un oculaire de Ramsden est composé de deux lentilles minces convergentes identiques de même distance focale image  $f' = 10 \text{ cm}$  et séparées par une distance  $e = \frac{2}{3}f'$ . Il est utilisé dans les conditions de Gauss. On note  $O_1$  le centre optique de la première lentille,  $O_2$  celui de la seconde.



- ❶ Donner des exemples d'instruments nécessitant l'utilisation d'un oculaire? Quel est l'utilité d'un oculaire ? Quels sont les avantages d'un oculaire par rapport à une loupe?
- ❷ Définir le foyer principal objet  $F$  de l'oculaire de Ramsden et déterminer sa position en exprimant  $O_1F$ .
- ❸ Définir le foyer principal image  $F'$  de l'oculaire de Ramsden et déterminer sa position en exprimant  $O_2F'$ .

- ❹ L'oculaire reçoit de la lumière en provenance d'un objet ponctuel situé à l'infini dans la direction faisant un angle  $\alpha$  avec l'axe optique du dispositif (cf. figure).
  - a. Proposer une construction géométrique de l'image de cet objet.
  - b. On observe expérimentalement que cette image est située à  $1,0 \text{ mm}$  de  $F'$ . En déduire une mesure de l'angle  $\alpha$ . On note  $\alpha'$  l'angle sous lequel l'image est vue depuis  $O_2$ . Que vaut le grossissement  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$  de l'oculaire ?

##### EXERCICE N°3: Système afocal à 3 lentilles

Soit un système afocal constitué de trois lentilles  $L_1, L_2$  et  $L_3$ . On notera leur centre, leur foyer objet, image et distance focale respectivement  $O_i, F_i, F'_i$  et  $f'_i$ , l'indice  $i$  étant égal à 1, 2, ou 3 selon le numéro de la lentille concernée. La distance entre  $L_1$  et  $L_2$  est notée  $e_1$ , celle entre  $L_2$  et  $L_3$  est notée  $e_3$ .

On considère une source  $S$  sur l'axe optique à l'infini : les rayons éclairant  $L_1$  issus de  $S$  sont donc parallèles à l'axe optique.

- ❶ Rappeler ce qu'est un système afocal.
- ❷ Etablir la relation à respecter, entre  $f'_1, f'_2, f'_3, e_1$ , et  $e_3$ , pour que le système soit bien afocal.
- ❸ On suppose que  $F'_1$  se trouve en  $O_2$  de centre  $L_2$ , comment choisir  $e_3$  pour que le système soit bien afocal?

##### EXERCICE N°4: Lentille de Veselago

En 1968, le physicien russe Victor Veselago a conduit des études théoriques dans le cadre d'une optique de Descartes où les milieux pourraient être d'indice négatif. Il a montré qu'avec de tels milieux, il était possible de réaliser une lentille convergente parfaitement plate. En 2000, le premier matériau possédant un indice négatif a été créé, on parle de métamatériau. Ce matériau est un diélectrique classique (verre de silice) dans lequel on a inséré des fils conducteurs selon une structure périodique. Ce matériau s'est montré efficace pour des longueurs

d'onde  $\lambda = 1 \text{ cm}$ . Son indice de réfraction a été mesuré à  $n = -2,7$ . A l'heure actuelle, aucun métamatériau n'a pu être réalisé pour le domaine visible  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ . Seul un matériau d'indice  $n = -0,3$  a été obtenu pour  $\lambda = 2 \mu\text{m}$ .

La quête de métamatériaux dans le domaine du visible constituent aujourd'hui un domaine de recherche très actif tant les applications potentielles sont nombreuses:

- Lentilles parfaitement stigmatiques donc à haute résolution
- Dispositifs d'invisibilité
- pièges de lumière

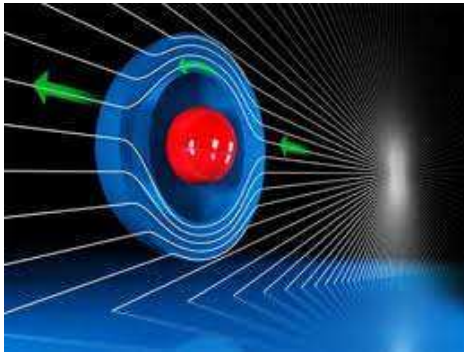
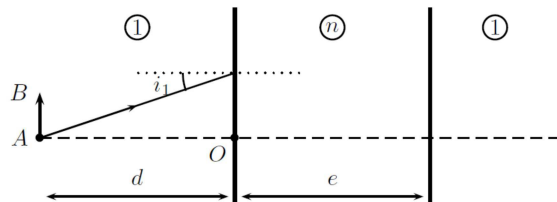


Figure 1: Vers la cape d'invisibilité!!!

On considère le schéma ci-dessous où un objet  $AB$  est placé à la distance  $d$  d'une lame à faces parallèles d'épaisseur  $e$ , d'indice  $n < 0$  avec  $|n| > 1$ . La lame de métamatériau possède une hauteur très grande devant son épaisseur. On considère un rayon lumineux qui aborde ce milieu depuis  $A$  sous l'angle d'incidence  $i_1$ .



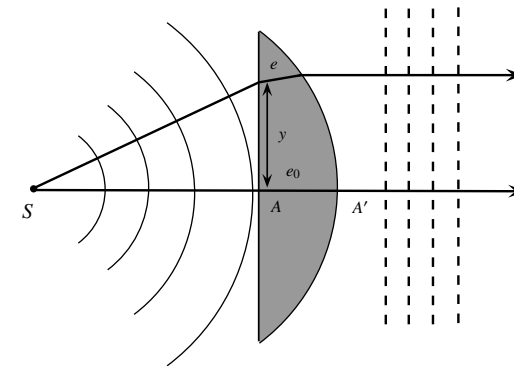
- 1 La loi de la réfraction de Descartes étant toujours valable, quelle est la particularité du rayon réfracté par le dioptre plan  $P_{1,n}$  lorsque le milieu est d'indice négatif?
- 2 On suppose que l'image  $A'$  de  $A$  par le dioptre plan  $P_{1,n}$  est située dans le milieu d'indice  $n < 0$ . Déterminer la distance  $OA'$  en fonction de  $d$ ,  $n$  et  $i_1$ . En déduire que le dioptre plan  $P_{1,n}$  n'est pas stigmatique.

- 3 Montrer qu'en se plaçant dans les conditions de Gauss, le stigmatisme est assuré. Que vaut alors la distance  $OA'$ ? Où se situe l'image  $B'$  de  $B$ ? Quelle propriété présente donc le dioptre plan  $P_{1,n}$ ? On suppose les conditions de Gauss respectées dans la suite.
- 4 A quelle condition sur l'épaisseur  $e$  de la lentille de Veselago, l'image  $A'B'$  se situe-t-elle dans le métamatériau? On suppose pour la suite que cette condition est aussi réalisée pour un objet  $A_1B_1$  situé à la distance  $d_1 > d$  en arrière de  $AB$  par conséquent. Où se situe l'image de  $A_1B_1$  par rapport à  $A'B'$ ? On considère maintenant un objet constitué par  $A_1B_1AB$ . Que peut-on dire de son image dans le métamatériau?
- 5 Pour une épaisseur  $e$  respectant la condition vue à la question précédente, déterminer la position de l'image définitive  $A''B''$  de  $AB$  par la lentille de Veselago. A-t-on bien réalisé l'équivalent d'une lentille convergente traditionnelle?

## \_ Calculs de chemins optiques - Sources -détection d'ondes \_

### EXERCICE N°5:

### Principe d'un collimateur



Une onde sphérique issue d'une source ponctuelle  $S$  est placée au foyer objet d'une lentille mince  $L$  plan-convexe, de rayon de courbure  $R$ , d'indice de réfraction  $n$  et de distance focale  $f$ . Le milieu ambiant est l'air ( $n \approx 1$ ). En écrivant que l'action de cette lentille est de déformer la surface d'onde de l'onde sphérique de façon à la rendre plane, on cherche à retrouver l'expression de la distance focale  $f$  de la lentille, en fonction de son indice et de son rayon de courbure  $R$ .

- 1 Exprimer l'épaisseur  $e$  de verre traversée, en fonction de la distance  $y$  à l'axe de la lentille, de son rayon de courbure  $R$  et de son épaisseur maximale  $e_0$  (cf. schéma). On supposera  $y < R$  (rayon paraxial dans le cadre de l'approximation de Gauss)
- 2 On considère les points  $A$  et  $A'$ , intersection de la surface de la lentille et de l'axe optique.

Tracer les surfaces d'ondes passant par ces deux points. Noter  $B$  et  $B'$  les points de ces deux surfaces d'ondes appartenant au rayon coupant la lentille à distance  $y$  de son axe.

- ③ Exprimer indépendamment les deux chemins optiques  $(AA')$  et  $(BB')$ , en fonction de  $n$ ,  $e_0$ ,  $y$ ,  $f$ , et  $R$  (éliminer  $e$  en utilisant le résultat de la première question)
- ④ Quelle est la relation entre ces deux chemins optiques? En déduire  $f$  en fonction de  $n$  et  $R$ .

### EXERCICE N°6: Temps de réponse d'un détecteur

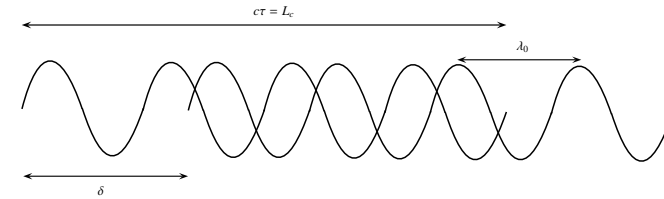
On utilise une photodiode rapide, dont le temps de réponse est de  $\tau = 10 \text{ ns}$ , pour mesurer l'intensité lumineuse en un point  $M$  de l'espace où se superposent deux ondes lumineuses de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_{01} = 589,00 \text{ nm}$  et  $\lambda = 589,59 \text{ nm}$  (Raie double jaune du sodium). On notera  $\nu_1$  et  $\nu_2$  les fréquences correspondantes. On veut voir si, compte tenu du temps de réponse fini du photorécepteur, il est possible d'obtenir des interférences entre ces deux ondes de longueurs d'onde, et donc de fréquences différentes.

- ① Montrer que le produit de deux ondes lumineuses  $E_1(M, t)$  et  $E_2(M, t)$  peut s'écrire comme la somme de deux sinusoides, dont on calculera les fréquences  $\nu$  et  $\nu'$ .
- ② Calculer le nombre d'oscillations de ces deux sinusoides pendant le temps de réponse  $\tau$  de la photodiode. En conséquence, que pouvez-vous dire de la valeur moyenne du produit  $E_1(M, t)$  et  $E_2(M, t)$  pendant ce temps  $\tau$ ?
- ③ En déduire que le signal capté par la photodiode est quasiment égal à la somme des signaux captés en présence de chaque onde prise séparément (absence d'interférences). Conclure en énonçant l'un des critères nécessaires à l'obtention d'interférences entre deux ondes.

## Superposition de deux ondes lumineuses

### EXERCICE N°7: Superposition de deux ondes - effondrement de contraste

Une source lumineuse émet des trains d'onde de durée  $\tau$ . Un dispositif interférentiel de type trous d'Young permet de faire interférer ces trains d'onde avec une différence de marche  $\delta$  et une même intensité. On appelle  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide associée aux trains d'onde:



- ① Pendant quelle durée les trains d'onde se recouvrent-ils effectivement?
- ② Calculer la valeur moyenne  $\langle \cos \varphi \rangle$  du terme d'interférence sur la durée d'un train d'onde. On supposera que la source émet suffisamment peu de trains d'onde pour que les seuls recouvrements ne concernent que les trains d'onde "fils" séparés par le dispositif interférentiel.
- ③ En déduire l'expression du contraste.

### EXERCICE N°8: Interféromètre de Sagnac à fibre optique

Au début du XX<sup>ème</sup> siècle, Georges Sagnac construisit un interféromètre avec lequel il réalisa, à l'aide de quatre miroirs disposés à  $45^\circ$  au sommet d'un carré, des interférences. Ces dernières sont produites par la superposition de deux ondes traversant le dispositif en sens inverse l'une de l'autre.

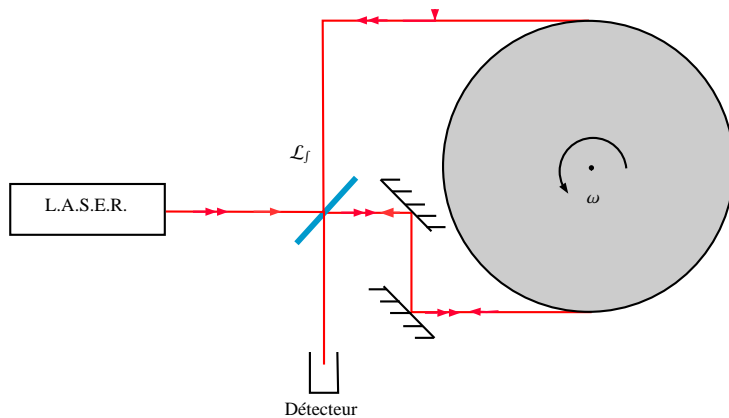
Actuellement, on remplace le système de miroirs par une fibre optique de longueur  $l$  que l'on enroule autour d'un cylindre et que l'on éclaire par ses deux extrémités à l'aide d'un L.A.S.E.R. et d'une lame semi-réfléchissante.

En provoquant une légère dissymétrie dans la fibre, on enregistre sur le détecteur des franges d'interférences entre les deux ondes.

Un tel système (fibre, L.A.S.E.R. et détecteur), embarqué sur un solide  $S$  en rotation uniforme, tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan de la fibre, permet de mesurer la vitesse angulaire  $\omega$  de  $S$ .

- ① Dans le cadre de l'approximation de la composition newtonienne des vitesses, calculer les durées  $t^+$  et  $t^-$  de parcours de la lumière pour effectuer un tour complet de fibre, respectivement dans le sens de rotation de  $S$  et dans le sens opposé. En déduire la différence de chemin optique supplémentaire  $L_s$ , du fait de la rotation, en fonction du rayon  $R$  du cylindre et  $\omega$ .

- ② On a détecté un déplacement de franges égal à un dixième d'interfrange sur un interféromètre de Sagnac de longueur  $l = 250 \text{ m}$ , de rayon  $r = 10 \text{ m}$  et éclairé avec un faisceau infrarouge de longueur d'onde (dans le vide)  $\lambda = 830 \text{ nm}$ . Déterminer la vitesse de rotation  $\omega$ .



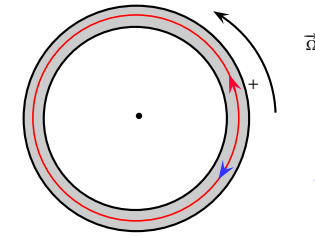
### EXERCICE N°9: Variante de l'effet Sagnac - application au gyrolaser

Les systèmes volants type avion, missiles, drones etc... équipés d'une centrale inertielle de vol nécessitent un moyen très précis de repérage des mouvements de rotation. Les gyroscopes mécaniques ont longtemps rempli cette fonction, mais ils présentent l'inconvénient de posséder de nombreuses pièces en mouvement parfois trop lourdes, et donc sensibles aux accélérations (pseudo-force d'inertie) qui sont susceptibles de les endommager.

Pour remédier à ce problème, il a été inventé le gyrolaser dont le principe est basé sur l'effet Sagnac, dont on propose ici de présenter le principe.

On considère une cavité circulaire en forme d'anneau de longueur  $L$  dans laquelle se propagent deux ondes cohérentes en sens contraires.

- ① Pour chacune d'elles, la condition d'"autoentretien" de l'onde impose que le temps de parcours d'un tour de cavité soit un multiple de la période. Expliquer la raison et en déduire les fréquences autorisées. Quelle est la plus petite fréquence possible? On prendra  $L = 30 \text{ cm}$ .
- ② L'anneau est désormais en rotation à la vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$ .



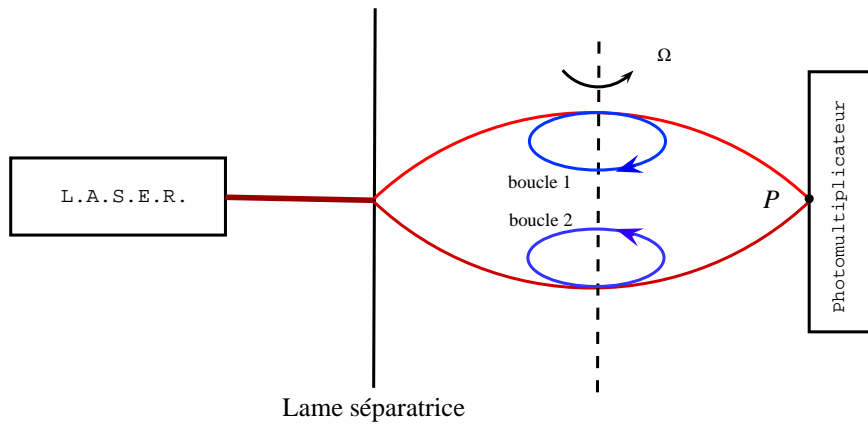
Montrer que les fréquences des deux ondes diffèrent. Exprimer la différence des fréquences  $\Delta f$  entre les deux ondes des fréquences les plus faibles parcourant l'anneau en sens inverse ( $\Omega = 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$ . On supposera que la vitesse de la lumière vaut  $c$  dans le référentiel du laboratoire et que la composition des vitesses reste valable quand l'une des deux vitesses est celle de la lumière.)

- ③ Peut-on envisager que la durée caractéristique de "moyennage" du capteur placé en un point de l'instrument soit en réalité inférieure à  $\frac{1}{\Delta f}$ ? Que se passe-t-il alors si les ondes sont purement monochromatiques?
- ④ On fait sortir les deux faisceaux au travers d'un prisme de mélange permettant le recouvrement des deux faisceaux. Expliquer le défilement des franges sur un écran.
- ⑤ En toute rigueur, il est nécessaire de faire appel à la théorie de la relativité pour mener ce calcul. Cependant, la théorie de la relativité restreinte est insuffisante pour aborder ce problème. Expliquer pourquoi et quel en est le "remède".

### EXERCICE N°10: Variante de l'exercice précédent: gyromètre à fibre optique

Dans un gyromètre à fibre optique, la lumière émise par une diode Laser est divisée en 2, et introduite dans 2 fibres optiques identiques, enroulées sur elles-mêmes, de sorte que les fibres soient parcourues en sens inverse.

Le temps de parcours des boucles est le même dans les deux sens lorsque le gyromètre est immobile, mais lorsque le gyromètre est en rotation, il existe une différence de temps de parcours  $\Delta t$  entre les deux signaux lumineux. Ceux-ci sont ensuite recombinaés au niveau du photomultiplicateur  $P$  qui mesure l'intensité résultante.

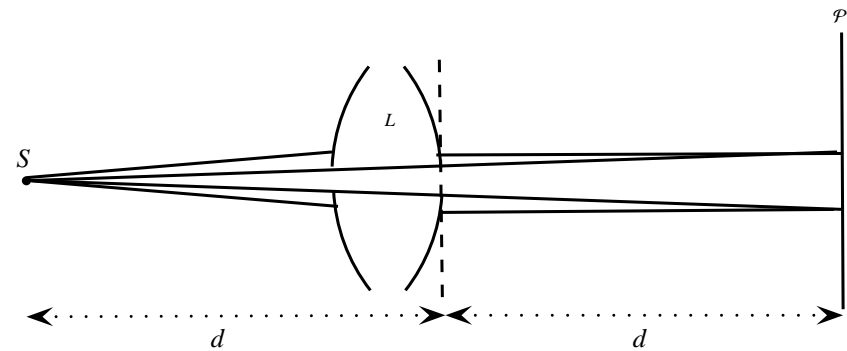


On note  $\Omega$  la vitesse de rotation, mesurée par le gyromètre, qui correspond à la vitesse de rotation des boucles autour de leur axe de révolution,  $D$  le diamètre des boucles,  $N$  le nombre d'enroulement constituant les boucles.

- Exprimer la relation entre la différence de temps de parcours  $\Delta t$  des 2 signaux et la vitesse de rotation  $\omega$ . En déduire le déphasage.
- La diode laser émet une onde plane, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$ . Qu'enregistre-t-on en  $P$  lorsque  $\Omega$  varie? En déduire la plus petite valeur  $\Omega_{min}$  de la vitesse de rotation que l'on peut ainsi mesurer (correspondant à une intensité nulle). On fera l'application numérique avec  $D = 30 \text{ cm}$ ,  $N = 1000$ , et  $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$

### EXERCICE N°11: Superposition d'une onde plane et d'une onde sphérique

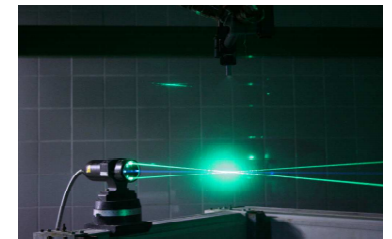
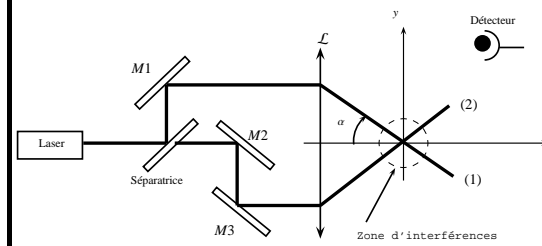
Une lentille convergente ( $L$ ), trouée en son centre, est utilisée comme système interférentiel à deux ondes. La source de lumière ponctuelle  $S$  est placée de telle sorte que l'onde émergente de la lentille soit plane et que celle directement transmise par le trou soit sphérique. Le trou possède un diamètre de  $10 \text{ mm}$  sur la face de sortie de ( $L$ ) et une profondeur sur l'axe  $e = 3 \text{ mm}$ .



- Quelles sont les expressions analytiques des ondes qui se superposent; on adoptera comme origine pour la phase, celle de l'onde en  $S$ , et on supposera que ces deux ondes ont même amplitude.
- Quelle est l'intensité dans le plan  $\mathcal{P}$  situé à la même distance  $d$  de la face de sortie de  $L$  que  $S$ , en fonction de la coordonnée radiale  $\rho$ ? En déduire la nature des franges d'interférences.
- Calculer le rayon des franges brillantes extrêmes sachant que la longueur d'onde (dans le vide) est  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ ,  $d = 20 \text{ cm}$  et que l'indice du verre de  $L$  vaut  $n = 1,5$ .

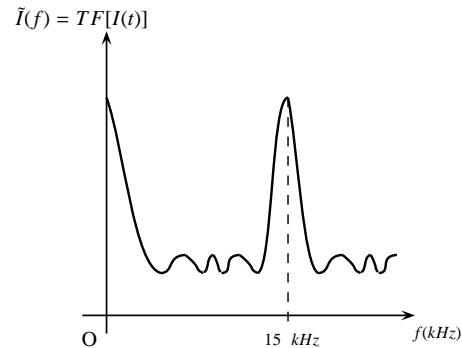
### EXERCICE N°12: Vélométrie Laser: application à la détection de la vitesse de petites particules

Le principe de vélocimétrie laser pour particules fines consiste à croiser deux faisceaux laser cohérents, faisant entre eux un angle de  $2\alpha$  ( $\alpha \ll 1$ ) et d'introduire dans la zone commune des deux faisceaux la particule dont on souhaite déterminer la vitesse  $\vec{v} = v_x \cdot \vec{e}_x + v_y \cdot \vec{e}_y$ :



Cette particule diffuse de manière isotrope une quantité de lumière proportionnelle à l'intensité lumineuse de l'endroit où elle se trouve dans la zone d'interférence. On récupère

à l'aide d'un capteur une partie de la lumière diffusée et on réalise la transformée de Fourier temporelle du signal électrique ainsi récupéré. On donne ci-dessous l'allure du tracé de la TF obtenue:



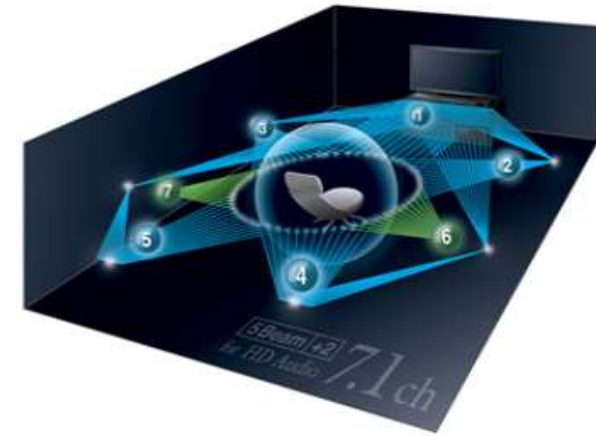
- ❶ Pourquoi doit-on nécessairement réaliser la séparation (division d'amplitude) du faisceau laser à l'aide de la séparatrice et des miroirs  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ ?
- ❷ Ecrire la forme de l'amplitude des deux ondes obtenues en sortie de la lentille. Calculer l'intensité lumineuse dans le champ d'interférences en l'absence de la particule.
- ❸ Montrer que l'on peut obtenir une des composantes de la vitesse de la particule par cette technique. Déterminer son expression en fonction des données pertinentes. Faire l'application numérique avec  $\alpha = 7^\circ$  et  $\lambda = 600 \text{ nm}$ .

### EXERCICE N°13:

### Superposition d'ondes acoustiques - application à la virtualisation du son

La société Yamaha conçoit et commercialise depuis quelques années des dispositifs d'enceintes Hifi se présentant sous la forme d'une simple barre de son comportant un très grand nombre de haut-parleurs (entre 16 et 43 suivant les modèles) et exploitant l'interférométrie sonore pour créer des sources virtuelles de son disposées sur les murs de la pièce d'écoute, simulant ainsi par réverbération les haut-parleurs arrière d'un système 5.1 ou 7.1 suivant la configuration choisie.

Cet exercice propose de présenter le principe de virtualisation acoustique.



En alimentant deux haut-parleurs avec un même générateur alternatif, on obtient deux sources cohérentes de son. On donne la vitesse du son  $V_s = 340 \text{ m.s}^{-1}$ .

- ❶ On suppose dans un premier temps que les murs de la pièce ainsi que le plafond absorbent parfaitement le son (chambre anéchoïque ou chambre sourde)
 

Les deux haut-parleurs sont distants de  $0.5 \text{ m}$  et émettent un son sinusoïdal pur de fréquence  $440 \text{ Hz}$  (La440). On considèrera que la distance entre les sources et l'observateur est assez importante pour que les ondes émises soient supposées sphériques.

  - a. L'observateur est situé à  $5 \text{ m}$  des haut-parleurs et se déplace dans la zone de superposition des deux ondes sonores, parallèlement à la direction définie par les deux haut-parleurs. Qu'entend-il?
  - b. L'observateur est maintenant situé à égale distance des deux haut-parleurs. L'intensité sonore est-elle maximale ou minimale?
  - c. L'observateur se déplace jusqu'à une position où l'intensité sonore perçue est minimale. Préciser la différence de trajet parcouru par les deux ondes à cet endroit, ainsi que leur déphasage. Est-il théoriquement possible que l'observateur se trouve dans une position où il n'entend strictement rien?
- ❷ La pièce d'écoute est de périmètre rectangulaire: longueur  $L = 10 \text{ m}$  et largeur  $l = 7 \text{ m}$ . Les murs sont maintenant faits d'une matière qui réfléchit l'intensité acoustique avec une excellente efficacité. On néglige les phénomènes de réflexion sur le plafond.

- a. L'observateur est maintenant immobile, positionné face aux deux enceintes et à  $5\text{ m}$  de leur milieu. Les enceintes sont positionnées contre le mur et on néglige leur épaisseur. Peut-on espérer créer, **pour le La440**, deux sources virtuelles sur les murs latéraux (enceintes "surround") à environ  $7\text{ m}$  en arrière du mur frontal de la pièce (soit  $2\text{ m}$  en arrière de la position de l'observateur.)
- b. Lors de l'utilisation normale des enceintes, ces dernières délivrent des sons dont le spectre audio est très riche (musique, ambiance de film, conversation), donc très différent de celui d'un simple La440. Expliquer comment il est possible d'adapter ce système à toutes les fréquences pour que les enceintes surround demeurent à la position fixe  $7\text{ m}$ .

## Interférences par division du front d'onde (DFO)

### EXERCICE N°14: Mesure d'un objet de phase à l'aide des fentes d'Young:

#### épaisseur d'une lame de verre

On considère le dispositif des trous d'Young, éclairé en incidence normale par une source ponctuelle de lumière blanche suivie d'un filtre coloré permettant de sélectionner assez finement une composante spectrale de longueur d'onde  $\lambda = 500\text{ nm}$  (qu'on supposera monochromatique). La distance entre les trous  $S_1$  et  $S_2$  est  $a = 2,0\text{ mm}$  et l'écran d'observation se trouve à une distance  $D = 3\text{ m}$  du plan contenant les deux trous. L'ensemble du dispositif est placé dans l'air, dont on suppose l'indice égal à 1. Un point  $M$  de l'écran est repéré par ses coordonnées  $(x, y)$ , et l'axe  $[Ox]$  étant dans la direction des deux trous et le point  $O$ , origine des coordonnées, situé à égale distance des deux trous.

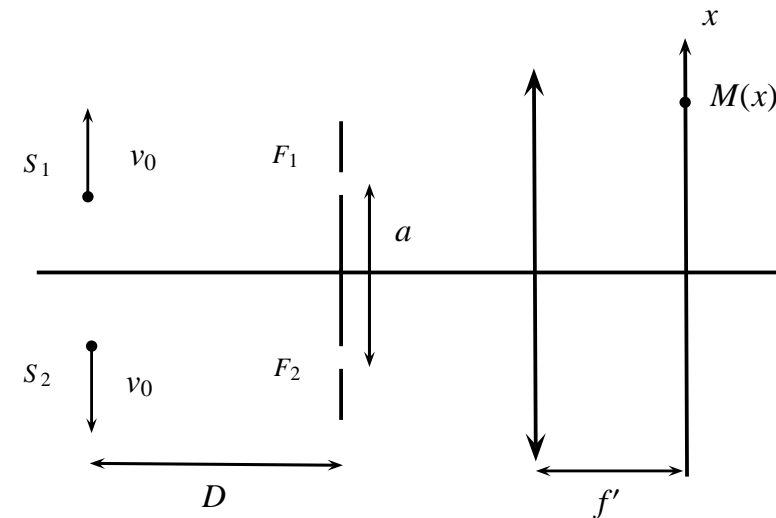
- ❶ Déterminer l'interfrange de la figure observée sur l'écran. Où se situe la frange d'ordre  $p = 0$ ?
- ❷ On ajoute devant le trou  $S_1$  une lame de verre d'indice  $n = 1,4$  d'épaisseur  $e$ . On négligera l'inclinaison des rayons à travers la lame, ainsi que toute réflexion au sein de la lame. Exprimer la différence de marche en  $M$ .
- ❸ Où se situe maintenant la frange d'ordre nul. Exprimer son déplacement en unité d'interfrange. Comparer à la variation  $\Delta p$  de l'ordre d'interférences  $p$  due à l'introduction de la lame.
- ❹ On retire à présent le filtre coloré pour éclairer en lumière blanche. On observe sur l'écran des franges irisées. Expliquer pourquoi. Justifier l'intérêt d'utiliser momentanément une source de lumière blanche dans cette expérience.
- ❺ On estime le décalage de la frange d'ordre nul à 6 interfranges, l'interfrange étant mesuré en présence du filtre coloré, donc en lumière monochromatique à  $\lambda_0 = 500\text{ nm}$ . En déduire une mesure de l'épaisseur  $e$  de la lame.

### EXERCICE N°15:

#### Détermination d'une vitesse par interférométrie

On considère le dispositif optique des fentes d'Young représenté ci-dessous. Les fentes sont distantes de  $a$  et éclairées initialement ( $t = 0$ ) par une source ponctuelle  $S$  placée sur l'axe optique du montage à une distance  $D$  en avant du plan des fentes, telle que  $D \gg a$ . La lentille  $\mathcal{L}$  est de distance focale  $f'$ , et l'on repère le point  $M$  par son abscisse  $x$  sur l'écran de projection placé dans le plan focal image de  $\mathcal{L}$ . On supposera que  $x \ll f'$ .

A l'instant initial  $t = 0$ , la source se sépare en deux sources ponctuelles  $S_1$  et  $S_2$  se déplaçant selon la direction verticale, en sens opposé, chacune à la vitesse  $v_0 = \text{constante}$ .

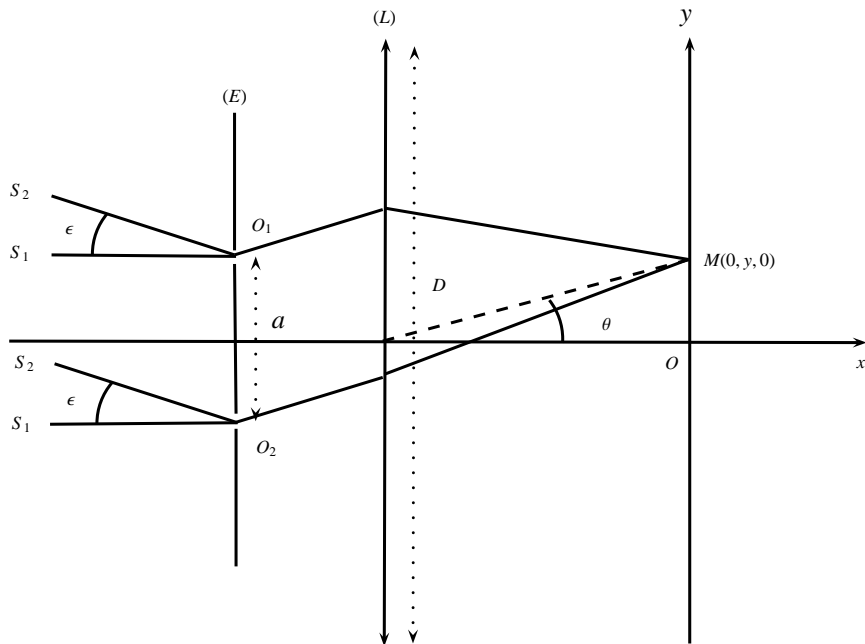


- ❶ Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse au point  $M$  en fonction des données du problème. En déduire l'expression du contraste en fonction du temps.
- ❷ En appelant  $\tau_p$  le temps nécessaire pour obtenir  $p$  annulations du contraste, déterminer l'expression de la vitesse  $v_0$  en fonction de  $\tau_p$  et des données du problème.

### EXERCICE N°16:

#### Résolution angulaire d'une étoile double

Pour mesurer la distance angulaire  $\epsilon$  séparant deux étoiles proches  $S_1$  et  $S_2$ , on utilise le dispositif représenté ci-dessous:



Deux fentes infiniment fines  $O_1$  et  $O_2$ , transparentes identiques et percées dans un écran  $(E)$  opaque, sont placées devant une lentille convergente  $(L)$  de focales  $f_1'$  et de diamètre  $D$ . L'observation est faite dans le plan focal image de  $(L)$ .

On considère que  $S_1$  est sur l'axe optique et on note  $\epsilon$  l'écart angulaire entre les deux sources  $S_1$  et  $S_2$ .

- ❶ Que pouvez-vous dire des deux sources  $S_1$  et  $S_2$ ? Se produira-t-il un phénomène d'interférences sur l'écran? Si oui, expliquer son origine exacte.
- ❷ Montrer que l'intensité lumineuse observée sur l'écran peut se mettre sous la forme:

$$I(y) = K \left[ 1 + \cos\left(\frac{\pi\delta'}{\lambda}\right) \times \cos\left(2\pi\frac{\delta}{\lambda} + \pi\frac{\delta'}{\lambda}\right) \right]$$

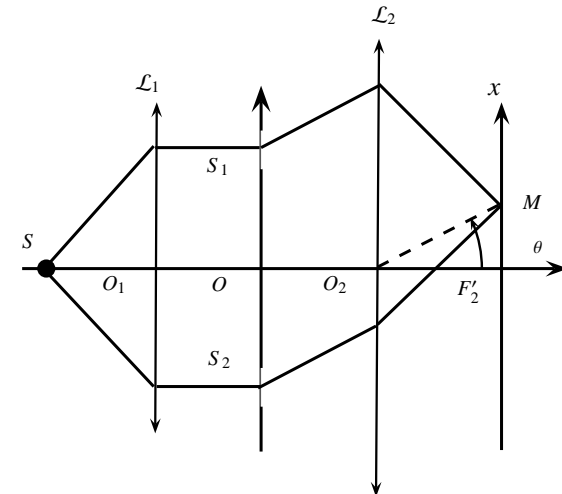
avec  $\delta' = a\epsilon$ ,  $\delta = a\frac{y}{f_1'}$  et  $K$  une constante.

- ❸ Quelle est l'expression du contraste  $C$  en fonction de  $\delta'$  et  $\lambda$ .
- ❹ Sur quel paramètre peut-on agir pour annuler le contraste? Avec la lunette étudiée ( $D = 60 \text{ mm}$ , et  $\lambda = 550 \text{ nm}$ ), peut-on séparer les systèmes doubles suivants:

$$\begin{cases} \text{Hercule: } \epsilon = 1,37'' \\ \text{Pegaze: } \epsilon = 0,83'' \end{cases}$$

### EXERCICE N°17:

### Fentes d'Young en lumière polychromatique



- ❶ On considère le dispositif d'Young, où les deux petits trous sont remplacés par deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  identiques, parallèles à  $[Oy]$ , infiniment fines, distantes de  $a$  et centrées respectivement sur  $S_1$  et  $S_2$ ; une fente source est placée dans le plan focal objet de  $L_1$  parallèlement à  $[Oy]$ . La source est dans un premier temps monochromatique.

Exprimer l'intensité lumineuse dans le plan focal image de  $L_2$  où on a placé un écran. Qu'observe-t-on sur celui-ci?

- ❷ On éclaire désormais en lumière blanche, et on place la fente d'entrée d'un spectroscope dans le plan focal image de  $L_2$ , parallèlement à  $[Oy]$ . On déplace le spectroscope autour de  $F_2'$ . Qu'observe-t-on? Comment choisir la largeur de la fente d'entrée du spectroscope?

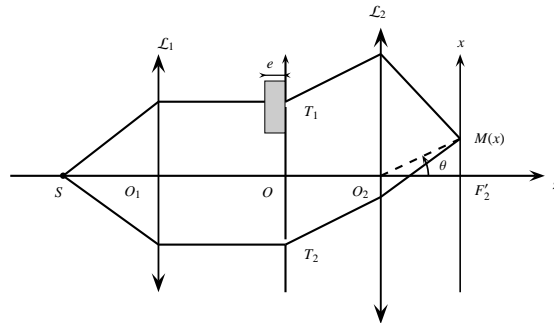
DONNÉES:  $f_2' = 1 \text{ m}$  et  $a = 0,1 \text{ mm}$

- ❸ Quand on éclaire avec le doublet du sodium ( $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$ ), pour quel ordre d'interférences obtient-on le premier brouillage? On veut un brouillage en  $x = 0$ . On ajoute une lame à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$  devant  $S_1$ ; calculer la valeur nécessaire de l'épaisseur  $e$ . On donne  $n = 1,5$ .



### EXERCICE N°18: Frange achromatique

On considère le dispositif interférentiel des trous d'Young représenté ci-dessous.



Le trou supérieur  $T_1$  est recouvert à sa gauche par une lame à faces parallèles d'épaisseur  $e$ , d'indice  $n$ .

- ❶ Déterminer l'expression de la différence de marche en un point  $M$  de l'écran de coordonnée  $x$ .
- ❷ Quelle est le déplacement de la frange centrale par rapport à la situation sans lame?
- ❸ On donne:

$$\begin{cases} n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2} & \text{avec } n_0 = 1,50 \text{ et } A = 0,00605 \mu\text{m}^2 \\ T_1 T_2 = 3 \text{ mm} \\ f'_2 = 1 \text{ m} \\ e = 10 \mu\text{m} \end{cases}$$

Déterminer  $x$  en fonction de l'ordre d'interférence  $p$  au point  $M$  et  $\lambda$ .

- ❹ Montrer qu'il existe une frange brillante pour laquelle  $x$  est stationnaire dans la gamme des longueurs d'onde visibles. Quel est l'ordre de cette frange dite achromatique (on justifiera ce dernier qualificatif). Calculer le  $x_0$  correspondant.

### EXERCICE N°19: Largeur spectrale d'une source primaire

On considère un dispositif des fentes d'Young distantes de  $a$ , éclairé par une fente source primaire. Les trois fentes sont parallèles entre elles, elles sont supposées infiniment fines

pour émettre régulièrement dans toutes les directions d'un plan perpendiculaire à leur hauteur (diffraction dite «isotrope»). La fente source est située dans le plan médiateur des fentes d'Young, on observe les interférences sur un écran plan parallèle aux fentes d'Young et placé à une distance  $D \gg a$ .

- ❶ La source est supposée monochromatique de fréquence  $\nu_0$ . Décrire la figure d'interférences sur l'écran au voisinage de l'axe de symétrie  $[Oz]$  du dispositif. L'indice de l'air vaut 1.
- ❷ La source est en réalité une raie quasi-monochromatique d'intensité spectrale  $B(\nu) = \frac{dE}{d\nu}(\nu)$ . On peut considérer que la composante de fréquence  $\nu$  (à  $d\nu$  près) se comporte comme l'onde monochromatique étudiée à la question précédente; par contre les diverses composantes de fréquences différentes n'interfèrent pas entre elles. Précisons la notion d'intensité spectrale utilisée ici:

$$dE_M(\nu) = B_M(\nu)d\nu$$

représente l'éclairement en  $M$  de la composante de fréquence  $\nu$  à  $d\nu$  près lorsque l'une des fentes d'Young est occultée. On envisage le cas d'une raie spectrale à profil rectangulaire:

$$\begin{cases} B(\nu) = K & \text{pour } \nu \in [\nu_1, \nu_2] \\ B(\nu) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On posera  $\nu_0 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$ ,  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 \ll \nu_1$  et  $E_0 = K\Delta\nu$ .

- a. Que représente précisément  $E_0$ ?
- b. Calculer  $E_\gamma(\delta)$ , l'éclairement par les fentes d'Young en un point  $M$  de l'écran où la différence de marche vaut  $\delta$ , et tracer son allure. Expliquer ce que l'on voit.
- c. En déduire le contraste de la figure d'interférences et représenter son allure en fonction de  $\delta$ . Pour quelle valeur de  $\delta$  le contraste s'annule-t-il pour la première fois. Interpréter le résultat en terme de longueur de train d'onde.
- ❸ On envisage maintenant un profil spectral plus réaliste sous la forme d'une gaussienne, soit:

$$B(\nu) = K \cdot e^{-\left(\frac{\nu - \nu_0}{u}\right)^2} \text{ avec } u \ll \nu_0$$

- a. Représenter l'allure de ce spectre. Exprimer sa largeur à mi-hauteur. Définir l'éclairement  $E_0$  en fonction de  $K$  et  $u$  en lui donnant le même sens physique que précédemment. Calculer l'éclairement  $E_\gamma(\delta)$ , en déduire le contraste et représenter son allure en fonction de  $\delta$ .

**b.** A partir de quelle valeur de  $\delta$  le contraste reste-t-il inférieur à 0,1 ?

On donne pour cet exercice si  $u \ll v_0$ :

$$\int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{v-v_0}{u}\right)^2} \cdot dv \simeq \sqrt{\pi}u$$

$$\int_0^{+\infty} \cos(2\pi v \Delta t) \cdot e^{-\left(\frac{v-v_0}{u}\right)^2} \cdot dv = \sqrt{\pi} \cdot u \cdot e^{-(\pi u \Delta t)^2} \cdot \cos(2\pi v_0 \Delta t)$$