

TP Option Info MP/MP* : Arbres binaires de recherche

On utilisera le type:

```
type 'a arbre = Nil | Noeud of 'a arbre * 'a * 'a arbre ;;
```

On utilisera le type `'a arbre` de l'exercice précédent.

On définit la suite (u_n) par $u_0 = 2014$ et $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = (u_n^2 + 234) \bmod 32069$.

1. Construire le tableau `u` des valeurs u_0 à u_{999}

Vérification: on doit avoir `u.(100) = 25019` et `u.(500) = 17295`.

2. Écrire les fonctions de recherche et d'insertion dans un arbre binaire de recherche. *L'insertion se faisant sans répétition. On fera une insertion aux feuilles, l'insertion à la racine étant en bonus pour les plus rapides.*
3. Construire un ABR `a` en insérant successivement tous les éléments de `u` dans un arbre vide. *On pourra utiliser une fonction auxiliaire récursive ou une référence d'ABR.*

Vérifications : la recherche de 25019 doit donner un résultat positif et celle de 25020 un résultat négatif.

4. Écrire une fonction renvoyant l'élément maximal d'un ABR.

Vérification : l'élément maximal de `a` est 31870.

5. Écrire une fonction `infixe` qui donne la liste, triée par ordre croissant des étiquettes d'un ABR.

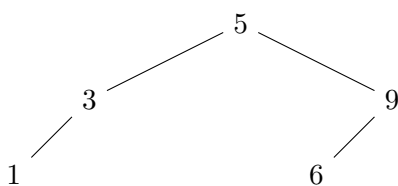
Vérification avec `a` on obtient `[61;179;206;210;...;31556;31572;31870]`.

6. Écrire une fonction permettant de supprimer un élément dans un ABR en préservant la structure d'ABR. *(écrire d'abord la fonction auxiliaire qui supprime le minimum d'un ABR et renvoie le couple (min, nouvel arbre))*

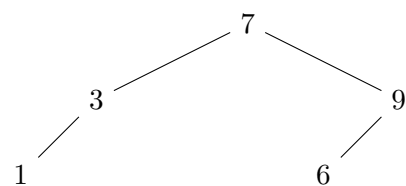
Vérification : en supprimant 25019 dans `a` on obtient un arbre de 226 nœuds et de hauteur 14.

7. Écrire une fonction `valider_abr` qui vérifie qu'un arbre est bien un ABR.

Vous vérifierez votre fonction sur les arbres suivants



et



8. Écrire une fonction qui donne la liste des étiquettes d'un arbre obtenue avec un parcours préfixe.

Vérification : `prefixe a` donne `[2014;755;561;...;31556;31870;31572]`

9. Vérifier que l'ABR obtenu en insérant dans un arbre vide les éléments de la liste précédente et bien identique à `a`.
10. Modifier votre fonction d'insertion de façon à autoriser les répétitions dans un ABR.
11. Écrire une fonction qui permet de trier un tableau en utilisant les ABR.