4. Électromagnétisme

4.4. Énergie du champ électromagnétique

Table des matières

Introduction

Georg Ohm (1789 - 1854)
Physicien allemand ayant commencé ses travaux de recherche sur le cellule électrochimique inventée par Volta. Il découvre une relation de proportionnalité entre la différence de potentiel et le courant électrique connue sur le nom de **loi d'Ohm**.
Il poursuit des travaux dans les domaines de la polarisation des piles électriques, de l'acoustique et de la polarisation de la lumière. En acoustique, il montre que l'oreille est capable de séparer les différentes composantes sinusoïdales d'un son complexe.

Figure 1 – Georg Ohm

John Henry Poynting (1852 - 1914)
Physicien anglais ayant travaillé sur les ondes électromagnétiques. Il a introduit le **vecteur de Poynting** qui représente la puissance par unité de surface que transporte une onde électromagnétique et la direction de ce flux d'énergie.
D'autres travaux portèrent sur la mesure de la constante de gravitation et sur l'interaction entre le rayonnement solaire et de petites particules (effet Poynting-Robertson).

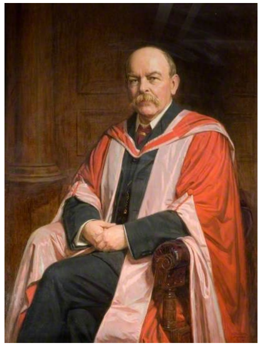

Figure 2 – John Henry Poynting

Deux exemples de bilans

1. Interaction entre le champ électromagnétique et la matière

➩ **Capacité exigible** – Établir et utiliser l'expression de la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge.

1.1. Densité volumique de force électromagnétique

On a déjà montré (chapitre 4.2) que la densité volumique de force de Lorentz s'écrit

$$\frac{\mathrm{d}\vec{F}}{\mathrm{d}\tau} = \rho\vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}$$

$\mathrm{d}\vec{F}$ est la force s' exerçant sur un volume élémentaire $\mathrm{d}\tau$ centré en M caractérisé par une densité volumique de charge ρ et de courant $\vec{j}$ et où règne un champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$.

1.2. Puissance cédée par le champ aux porteurs de charge

La puissance volumique cédée par le champ électromagnétique à la matière est

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{P}}{\mathrm{d}\tau} = \vec{j}.\vec{E}$$

Démonstration :

1.3. Cas d'un milieu ohmique

➩ **Capacité exigible** – Analyser les aspects énergétiques dans le cas particulier d'un milieu ohmique.

Un matériau ohmique est un matériau dans lequel $\vec{j}$ et $\vec{E}$ vérifient la **loi d'Ohm locale**

$$\vec{j}(M,t) = \gamma\vec{E}(M,t)$$

★ **Puissance cédée à la matière**

En déduire la puissance volumique cédée par la champ électromagnétique à la matière.

2. Densité volumique d'énergie électromagnétique et vecteur de Poynting

2.1. Définitions

2.2. Expressions

Densité d'énergie électromagnétique

$$u_{em}(M,t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M,t) + \frac{1}{2\mu_0}B^2(M,t)$$

Vecteur de Poynting

$$\vec{R}(M,t) = \frac{\vec{E}(M,t) \wedge \vec{B}(M,t)}{\mu_0}$$

➥ *Montrer que les expressions proposées ont bien la dimension physique des grandeurs qu'elles caractérisent*

2.3. Ordres de grandeur

➩ **Capacités exigibles –** Citer des ordres de grandeur de flux énergétiques moyens (flux solaire, laser,...).
Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée.

3. Bilan d'énergie électromagnétique

➩ **Capacités exigibles –** Effectuer un bilan d'énergie sous forme locale et intégrale. Interpréter chaque terme de l'équation locale de Poynting, l'équation locale de Poynting étant fournie.

3.1. Bilan global

En notant $U_{em}(t)$ l'énergie électromagnétique d'un système fermé de volume $\mathcal{V}$ délimité par une surface Σ,

$$\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t} + \mathcal{P}_{\text{sortante par }\Sigma} + \mathcal{P}_{\text{cédée par le champ à la matière}} = 0$$

Ceci s'écrit aussi

$$\frac{\mathrm{d}U_{em}}{\mathrm{d}t} + \oiint_{P\in\Sigma} \vec{R}(P,t).\overrightarrow{\mathrm{d}S}_P + \iiint_{M\in\mathcal{V}} \vec{j}(M,t).\vec{E}(M,t)\mathrm{d}\tau = 0$$

où $U_{em} = \iiint_{M\in\mathcal{V}} u_{em}(M,t)\mathrm{d}\tau$

3.2. Bilan local : équation locale de Poynting

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial \tau} + \mathrm{div}(\vec{R}) + \vec{j}.\vec{E} = 0$$

Démonstration

Interprétation

4. Quelques exemples

4.1. Conducteur ohmique en régime stationnaire

4.2. Charge lente d'un condensateur