

Incontournables

□ 1 – Quelques distributions de courants non filiformes

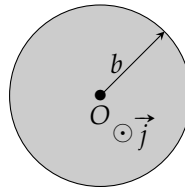
Déterminer le champ magnétique créé par les distributions de courants stationnaires suivantes :

1. Cylindre de rayon a infiniment long, d'axe Oz et parcouru par un courant axial uniformément répartie sur la section : $\vec{j} = j_0 \frac{r}{a} \vec{e}_z$
2. Nappe de courant épaisse : la distribution de courant est

$$\vec{j} = \begin{cases} j_0 \vec{e}_x & \text{si } -\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2} \\ \vec{0} & \text{sinon} \end{cases}$$

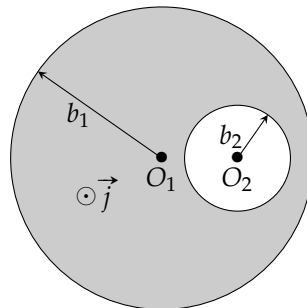
□ 2 – Cylindre creux

Un cylindre de révolution autour de l'axe (Oz) a pour rayon b et une longueur infinie (c'est-à-dire grande devant b). Il est parcouru dans la direction et dans le sens de Oz par un courant continu de densité uniforme de courant \vec{j} .



1. Déterminer l'expression du champ magnétique créé par ce courant en un point $M(r, \theta, z)$ quelconque.
2. En déduire une expression vectorielle intrinsèque (indépendante du système de coordonnées) du vecteur champ magnétique précédent dans le cas où $r < b$.

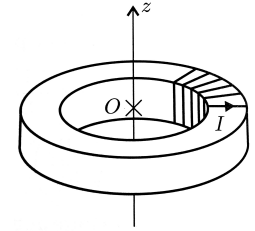
3. Un cylindre de longueur infinie et de révolution autour de l'axe O_1z a pour rayon b_1 . On creuse dans le cylindre un autre cylindre de longueur infinie et de révolution autour de l'axe O_2z parallèle à O_1z et de même sens. Son rayon est $b_2 < b_1$. Dans la partie pleine circule dans la direction et le sens de O_1z un courant continu de densité uniforme \vec{j} .



Déterminer le champ magnétique dans la cavité.

□ 3 – Bobine torique

On considère un tore à section rectangulaire de rayons intérieur a et extérieur b . N spires sont régulièrement réparties sur ce tore et toutes parcourues par le même courant stationnaire d'intensité I .



1. Déterminer le champ magnétostatique créé par cette bobine torique.
2. On définit l'inductance propre du bobinage par $\Phi = LI$ où Φ est le flux du champ magnétique à travers les N spires. Exprimer L et effectuer l'application numérique pour un tore à section carrée avec $N = 10^4$, $a = 2$ cm et $b = 2a$.

□ 4 – Champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre est modélisé par le champ d'un dipôle permanent de moment \vec{M} situé au centre de la Terre et quasiment dirigé du pôle Nord vers le pôle Sud (inclinaison d'environ 11° entre l'axe polaire géographique et l'axe polaire magnétique). On assimile la Terre à une sphère de centre O et de rayon $R_T = 6,4 \times 10^3$ km. À Paris (point P), l'intensité du champ magnétique est $B(P) = 4,7 \times 10^{-5}$ T et l'angle entre l'axe du dipôle magnétique et le segment $[OP]$ est de 48° .



FIGURE 1 – Boussole

1. Déterminer la valeur de $\mathcal{M} = \|\vec{M}\|$.
2. Déterminer la norme du champ magnétique au pôle nord magnétique.

Le moment magnétique d'un atome est le magnétron de Bohr $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e}$ où $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34}$ J · s et $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg est la masse de l'électron.

3. Déterminer la densité volumique d'atomes dans du fer.

4. Le moment magnétique maximal d'un aimant est obtenu lorsque tous les moments magnétiques atomiques sont parallèles et de même sens. Estimer le moment magnétique maximal de la boussole de la figure 1.
5. Un randonneur constate que l'aiguille de la boussole oscille dans un plan horizontal autour de son axe avec une période T_0 avant de se trouver une position d'équilibre.
 - (a) À quelle composante du champ magnétique terrestre la boussole ainsi utilisée est-elle sensible ?
 - (b) Quelle relation lie cette composante du champ \vec{B} à la période des oscillations T_0 . Pourquoi la mesure de la période ne permet pas d'accéder à la composante de champ \vec{B} « utile » ?
 - (c) Proposer une méthode utilisant par exemple des bobines de Helmholtz permettant de remédier au problème précédent.

Données

- Masse volumique du fer : $\rho = 7,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse molaire atomique du fer : $M = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Moins classiques mais sans difficulté notable

□ 5 – Effet Hall – Teslamètre

Une plaquette parallélépipédique de grande longueur L , suivant Ox , de largeur b , d'épaisseur h , est parcourue par un courant d'intensité I réparti uniformément sur toute sa section droite (voir figure (2)) avec une densité surfacique $\vec{j} = j\vec{u}_x$.

Elle est réalisée dans un matériau semi-conducteur de type N, où la conduction est assurée par des électrons mobiles dont la densité volumique est notée n .

Elle est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$ créé par des sources extérieures. Le champ magnétique créé par le courant dans la plaque est négligé devant \vec{B} .

Pour répondre aux questions ci-dessous, il est recommandé de fixer les signes de I et de $B = \vec{B} \cdot \vec{u}_z$; nous choisirons $I > 0$ et $B > 0$. Les porteurs de charge se déplacent à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$.

1. Rappeler la charge q d'un électron.
2. Dans quel sens les porteurs de charge se déplacent-ils ? Donner le signe de v . Exprimer \vec{v} en fonction de \vec{j} , n et e .

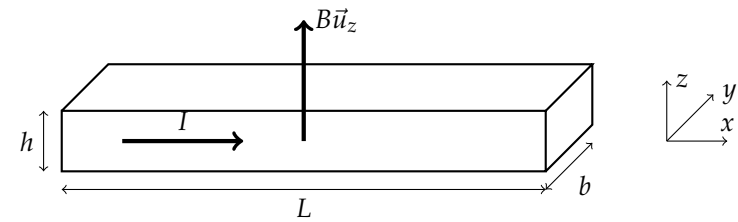


FIGURE 2 – Plaquette parallélépipédique

3. Quelle est l'action du champ magnétique sur un porteur de charge ? Montrer alors qu'une face latérale se charge négativement quand une autre se charge positivement (on précisera ces faces sur un schéma).
4. Montrer qu'il apparaît une différence de potentiel entre les points A et C se situant sur les faces latérales parallèles au plan Oxz et tels que $\vec{AC} = b\vec{u}_y$. La différence de potentiel $V_C - V_A$ est nommée V_H . Quel est son signe ?
5. Montrer qu'un champ électrique apparaît. On définit le champ de Hall $\vec{E}_H = E_H\vec{u}_y$ comme le champ électrique régnant dans la plaquette lorsque le régime stationnaire est atteint. On exprimera E_H en fonction de v et B .
6. Montrer qu'en régime stationnaire, $V_H \cdot h = R_H IB$ où R_H est la constante de Hall que l'on explicitera en fonction de n et q . Commenter le signe de R_H .
7. Si les porteurs de charges ont une charge $q > 0$, le signe de V_H est-il modifié ?

Pour l'antimoine d'indium InSb, $R_H = 375 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1}$, $I = 0,10 \text{ A}$, $h = 0,30 \text{ mm}$.

8. Pour $B = 1,0 \text{ T}$, calculer la densité volumique de porteurs de charge mobiles ainsi que la tension de Hall V_H .
9. Pour le cuivre, la densité de porteurs de charge est $n' = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Quelle serait la tension de Hall si le matériau était en cuivre, toutes choses étant égales par ailleurs ? Conclure sur l'intérêt des semi-conducteurs pour les teslamètres à effet Hall.

□ 6 – Solénoïde épais (BEOS 5045 – oral CCINP 2019)

On rappelle qu'à l'extérieur d'un solénoïde infiniment long, le champ magnétostatique créé par le solénoïde est nul.

1. On considère un solénoïde infini d'axe de révolution z'/z . Les spires sont supposées jointives avec une densité linéique n suivant (z'/z) et une densité linéique

m perpendiculairement à $(z'z)$. Les spires sont parcourues par un courant d'intensité I (figure 3).

Déterminer le champ magnétostatique en tout point M de l'espace.

2. On considère une distribution de charges cylindrique de densité volumique ρ_0 uniforme dans l'espace délimité par $r \in [R_1, R_2]$ (coordonnées cylindriques) et nulle ailleurs. Cette distribution est abimée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Oz du cylindre à la vitesse angulaire ω_0 .

- Exprimer le vecteur densité de courant en un point M de l'espace.
- Déterminer le champ magnétostatique créé.
- Justifier que que l'expression ci-dessus pouvait se déduire de la question 1.

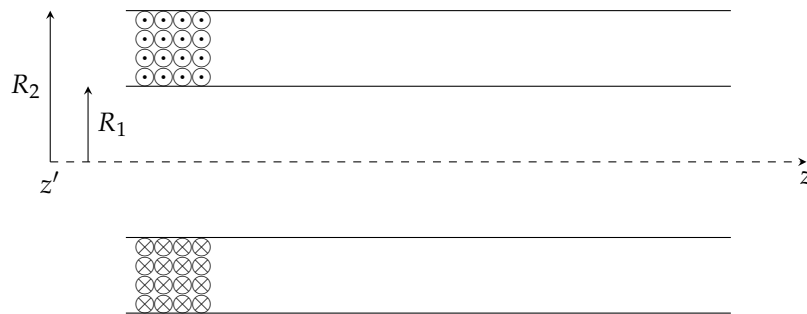


FIGURE 3

Plus compliqués

□ 7 – Oral ENS 2019 – BEOS 4872

Considérons le demi-espace $z > 0$ parcouru par des courants dont le vecteur densité de courant s'écrit, en coordonnées cartésiennes,

$$\vec{j} = j_0 e^{-\lambda z} \vec{e}_x$$

On considère une spire carrée de côté a et de masse m parcourue par un courant I .

Peut-on faire léviter la spire ? Dans l'affirmative, donner son placement et ses dimensions.

□ 8 – Rupture d'un solénoïde (oral X 2019 – BEOS 4956)

<https://beos.prepas.org/?q=Epreuve%20rale%204956>

Énoncé retranscrit par le candidat qui précise « Le sujet était donné à l'oral, les différentes précisions apportées ne sont que le fruit des questions que j'ai dû poser pour obtenir plus de précision (le fait de devoir raisonner qualitativement et non quantitativement par exemple)... »

On considère un solénoïde de rayon R et de longueur $L \gg R$ et comportant N spires par unité de longueur. On remarque expérimentalement qu'en exerçant une certaine force de tension T_{rupture} sur le fil, celui-ci peut casser lorsqu'il est parcouru par un courant I_{max} .

- Trouver $I_{\text{max}}(T_{\text{rupture}})$ et vérifier son résultat.
- Application numérique avec $R = 5 \text{ cm}$, $N/L = 10 \text{ mm}^{-1}$, $T_{\text{rupture}} = 100 \text{ N}$.
- En observant les données, énoncer ce qui se passerait en réalité en injectant le courant calculé précédemment dans le solénoïde décrit par les données numériques.
- Que se serait-il passé avec un solénoïde fini ? Où le fil a-t-il alors le plus de chance de céder ? Raisonner qualitativement.

N.B. : l'introduction de l'énoncé mérite certainement d'être corrigée pour être plus claire. À discuter lors de la correction de l'exercice.