❑ 1 – Pendule simple dans ascenseur

Un pendule simple de longueur ℓ a une période exactement égale à une seconde dans le champ de pesanteur terrestre g et constitue donc une horloge.

1. Déterminer la longueur du pendule. Quelle incertitude relative sur cette longueur est autorisée pour que le retard ou l'avance de l'horloge soit inférieur à 1 seconde par jour de fonctionnement ?
2. On embarque ce pendule dans un ascenseur qui monte. Cette horloge avance-t-elle ou retarde-t-elle pendant
   (a) la phase de démarrage ;
   (b) la montée à vitesse constante ;
   (c) la phase de freinage ?

❑ 2 – Enregistrement d'un capteur de force – Oral Mines-Télécom [BEOS 2595]

On considère un parpaing posé sur un capteur dans un ascenseur. L'ascenseur se trouve initialement au 2ᵉ étage se met en mouvement à partir de $t = 4$ s comme le montre le graphique ci-dessous.

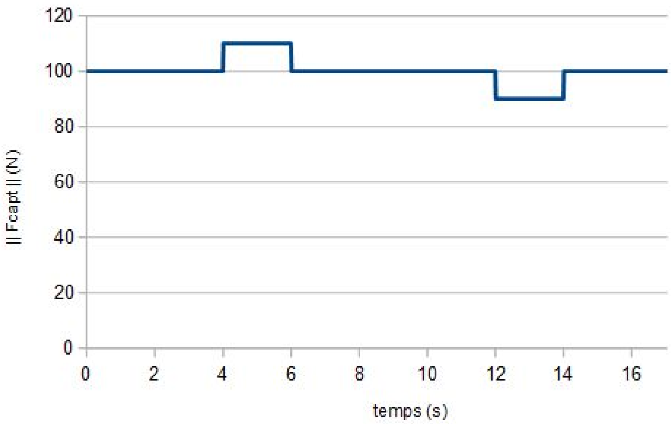


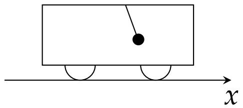
FIGURE 1

F_{capt} représente la force exercée sur le dessus du capteur. On notera que d'après le graphe $F_{\max} = 113$ N et $F_{\min} = 87$ N.

Déterminer la masse du parpaing, le nombre d'étage(s) parcouru(s) et l'étage d'arrivée.

❑ 3 – Pendule simple dans véhicule accéléré

Un point matériel M de masse m est suspendu à un fil de longueur ℓ et de masse négligeable devant m dont l'autre extrémité est accrochée au plafond d'un wagon en mouvement uniformément accéléré, d'accélération $\vec{a}_0 = a_0 \vec{e}_x$.



1. Déterminer la position angulaire du pendule lorsqu'il est immobile par rapport au wagon (« équilibre relatif »).
2. Déterminer la période des petites oscillations autour de cette position d'équilibre. Comparer avec celle d'un pendule simple dans le cas où $a_0 = 0$.
3. Proposer une application numérique.
4. Un enfant retient par une ficelle, un ballon rempli d'hélium. Quelle orientation prend la ficelle à l'équilibre relatif ?

❑ 4 – Manège / résolution de problème

Après analyse de la photo, estimer la vitesse angulaire de rotation du manège Air Swing.

`https://youtu.be/4gySJAIKVEI` pour la vidéo complète.

❏ 5 – Manège inertiel

La Cité des sciences et de l'industrie (porte de la Villette à Paris) propose un manège inertiel. Lorsqu'on y entre, les portes se referment et le manège se met en mouvement de rotation par rapport au référentiel terrestre autour d'un axe vertical à la vitesse angulaire constante ω, dans le sens trigonométrique pour un observateur extérieur (vu du dessus !).

L'une des expériences consiste à se placer au centre du manège et à essayer d'atteindre une cible située en face de soi, sur la périphérie du manège, à une distance $d = 3{,}0$ m du centre, avec une balle en mousse.

1. Lors du premier lancé, le tireur vise la cible. Est-ce que la balle atteint la cible ? Est-ce que son point d'impact est à gauche ou à droite de la cible ? (Justifications qualitatives attendues).
2. Lors du deuxième tir, le tireur n'ayant pas atteint la cible la première fois, pense qu'il faut tirer plus fort. A-t-il raison ? A-t-il tort ? Ne peut-il conclure ?

La distance entre les points de départ et d'arrivée étant faible, on suppose que la vitesse initiale est suffisante pour que le mouvement ait lieu dans un plan horizontal. Soit (O, x, y, z) un repère lié au manège avec Oz vertical, la cible étant sur l'axe Ox et la balle initialement en O.

3. Commenter les hypothèses précédentes.
4. Établir les deux équations différentielles du mouvement dans le référentiel lié au manège.
5. En déduire les équations paramétriques de la trajectoire $x(t)$ et $y(t)$, en fonction de la vitesse initiale $v_0 = \vec{v}_0 . \vec{e}_x$.
6. Déterminer le point d'impact sur le mur et commenter les réponses aux questions 1 et 2. AN : $\omega = 4{,}0 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ et $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Autre version :

La balle est repérée par ses coordonnées (r, θ, z) dans la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ où l'origine de l'angle θ est pris sur l'axe Ox lié au manège.

1. Montrer que $C = r^2 \left(\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \omega \right)$ est une constante du mouvement. Préciser la valeur de cette constante. Retrouver ce résultat à l'aide du théorème du moment cinétique.
2. À quelle distance de la cible, les balles passent-elles ?

❏ 6 – Déviation vers l'Est (expérience de Reich)

Au début du 19e siècle, plusieurs expériences furent menées pour apporter une preuve expérimentale de la rotation de la Terre par la déviation vers l'Est de la chute libre d'un corps. Les plus connues sont celles réalisées par Ferdinand Reich dans un puits de mine à Freiberg (Saxe) en 1831, sur une profondeur de 158,5 m [1]. Sur un total de 106 expériences il trouva une déviation moyenne vers l'Est de 2, 8 cm, ce qui est égal à la valeur théorique.

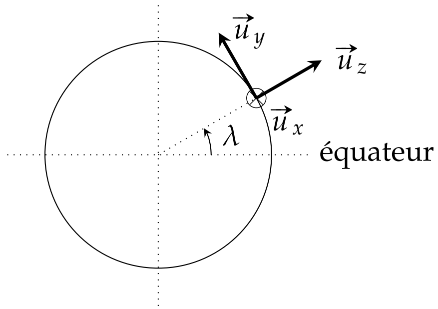


FIGURE 2

Un point matériel de masse m est lâché sans vitesse initiale à une altitude h depuis un lieu de latitude λ. On note $\vec{\Omega}$ le vecteur rotation de la Terre par rapport au référentiel géocentrique et $\vec{g}$ le champ de pesanteur au lieu de l'expérience. Le référentiel terrestre sera considéré comme non galiléen.

1. Lire l'article écrit par Theo Gerkema et Louis Gostiaux, *Petite histoire de la force de Coriolis*, Reflets de la physique no 17, Décembre 2009 - Janvier 2010

1. Écrire la loi de la quantité de mouvement appliqué au point matériel dans le référentiel terrestre et la projeter dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.
2. À quelle condition sur la vitesse du point matériel, la force de Coriolis est-elle négligeable devant son poids ?
3. En déduire successivement $z(t)$ et $x(t)$.
4. Retrouve-t-on la déviation mesurée par Reich sachant que la latitude de Freiberg est 51°.

❏ 7 – Fermeture portière de voiture

On considère une voiture dont la portière conducteur de masse m est de hauteur H et de largeur b. Son moment d'inertie par rapport à l'axe verticale contenant les gonds est $J = kmb^2$.

À l'instant initial $t = 0$, la portière est grande ouverte (angle de 90° par rapport à la position fermée) et la voiture a une vitesse nulle. La voiture démarre en ligne droite avec une accélération constante.

1. Quelle est la dimension physique de k ?
2. Exprimer la durée de fermeture de la portière en fonction des paramètres du problème et d'une intégrale qu'on évaluera à l'aide de la calculatrice ou d'un outil en ligne.

❏ 8 – Surface libre d'un liquide en rotation (pour 5/2 ou 3/2 ayant compris tous les autres exercices)

Un cylindre d'axe de révolution verticale Oz est rempli d'eau liquide et tourne, dans le référentiel terrestre, autour de cet axe à la vitesse angulaire ω_0.

1. En travaillant sur un volume élémentaire en coordonnées cylindriques, montrer que la résultante des forces de pression s'exerçant sur ce volume $\mathrm{d}\tau$ s'écrit

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\text{pression}} = \left(-\frac{\partial p}{\partial r}\vec{e}_r - \frac{\partial p}{\partial z}\vec{e}_z\right)\mathrm{d}\tau$$

2. On recherche la forme de la surface libre du liquide (interface entre le liquide et l'air à la pression p_0).
   (a) Traduire l'équilibre d'une particule fluide située en $M(r, \theta, z)$ dans le référentiel du cylindre.
   (b) En déduire l'expression de la pression $p(M)$ en fonction de r, z et des paramètres du problème.
   (c) En déduire l'équation $z = f(r)$ de la surface libre du liquide.

❏ 9 – Balistique et cercles inertiels

Document – Force de Coriolis (wikipedia)

Une autre utilisation pratique de la force de Coriolis est le calcul de la trajectoire des projectiles dans l'atmosphère. Une fois qu'un obus est tiré ou qu'une fusée en vol sous-orbital a épuisé son carburant, sa trajectoire n'est contrôlée que par la gravité et les vents (quand il est dans l'atmosphère).

Supposons maintenant qu'on enlève la déviation due au vent. Dans le repère en rotation qu'est la Terre, le sol se déplace par rapport à la trajectoire rectiligne que verrait un observateur immobile dans l'espace. Donc pour un observateur terrestre, il faut ajouter la force de Coriolis pour savoir où le projectile retombera au sol.

Dans la figure de droite, on montre la composante horizontale de la trajectoire qu'un corps parcourrait **s'il n'y avait que la force de Coriolis qui agisse** (elle ne comporte pas la composante verticale du vol, ni la composante verticale de Coriolis). Supposons que le corps se déplace à vitesse constante de l'équateur vers le pôle Nord à altitude constante du sol, il subit un déplacement vers la droite par Coriolis (hémisphère nord). Sa vitesse ne change pas mais sa direction courbe. Dans sa nouvelle trajectoire, la force de Coriolis se remet à angle droit et le fait courber encore plus.

Finalement, il effectue un cercle complet en un temps donné qui dé-

> pend de sa vitesse v et de la latitude λ. Le rayon R de ce cercle est $R = v/f$ où
> — f est la projection horizontale de la force de Coriolis ;
> — $f = -2\sin(\lambda)\Omega_T$ (Ω_T est la vitesse angulaire de rotation de la Terre sur elle-même).
>
> Pour une latitude autour de 45 degrés, f est de l'ordre de $10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$ (donnant une fréquence de rotation de 14 heures). Si un projectile se meut à 800 km/h (environ 200 m/s), l'équation donne un rayon de courbure de 2000 km. Il est clairement impossible pour un projectile sur une courbe balistique de rester en l'air 14 heures et il effectuera donc seulement une partie de la trajectoire courbe. Par exemple, pendant la Première Guerre mondiale, les obus tirés par la « grosse Bertha », qui pilonnait Paris à 110 kilomètres de distance, étaient déviés de près de 1 600 mètres par la force de Coriolis.

1. Relever deux grossières erreurs d'homogénéité dans ce texte.
2. Calculer la valeur de Ω_T.
3. Justifier le sens de parcours des cercles dans chaque hémisphère à l'aide d'un schéma exploitable.

On définit un repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ lié à la Terre en un point O de latitude λ. L'axe Ox est horizontal et orienté dans le sens Sud-Nord, l'axe Oy est horizontal et orienté dans le sens Est-Ouest.

4. En se plaçant dans le cadre de l'article (« **s'il n'y avait que la force de Coriolis qui agisse** »...) et prenant une vitesse initiale du projectile horizontale et dirigée vers le Nord, établir les équations du mouvement vérifiées par $x(t)$ et $y(t)$.
5. En déduire que la trajectoire est circulaire. On déterminera son centre et son rayon.
6. À partir des informations de l'article, estimer la vitesse des obus tirés par la « grosse Bertha[2] » en direction de Paris.

2. La **Grosse Bertha** (en allemand : *Dicke Bertha*) est une très grosse pièce d'artillerie de siège utilisée par l'armée allemande lors de la Première Guerre mondiale.
(Source : wikipedia)

❑ 10 – Manifestations de la force d'inertie de Coriolis dans le référentiel terrestre

La force de Coriolis permet l'interprétation de nombreux phénomènes à la surface de la Terre mais est aussi invoquée à tort dans certaines situations. Rien de tel qu'une estimation de l'ordre de grandeur de cette force (en la comparant à d'autres forces de référence) pour vérifier si

(a) elle est responsable du sens de rotation de l'écoulement de l'eau dans un lavabo qui se vide. Bart Simpson se pose la question dans *Bart contre l'Australie* (saison 6, épisode 16) ;

(b) elle explique les tirs ratés de projectiles (balle de fusil, missile militaire, etc) ;

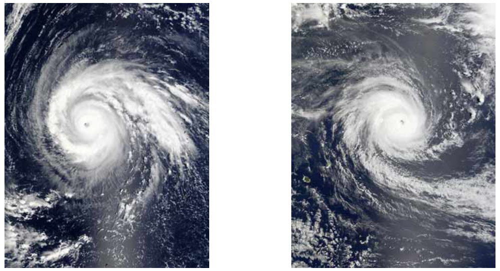
(c) la circulation des vents dans un cyclone dans l'hémisphère Nord différente de celle dans l'hémisphère Sud (fig 6).

1. Effectuer ces estimations dans les deux premières situations et conclure.
2. Dans le cas des cyclones (dépression) ou des anticyclones, un gradient de pression induit un déplacement de l'air initialement radial. Compléter les figures 6a et 6b avec la bonne légende et représenter les forces de Coriolis subies par les particules fluides. En déduire la déviation subie par chaque cellule de fluide et montrer que le déplacement de l'air se stabilise en suivant une trajectoire circulaire dont on précisera le sens dans chaque cas.

❑ 11 – Chasseur - Oral X MP 2018

Un singe est accroché dans un arbre. Un chasseur non physicien tire une flèche dans sa direction. Le singe lâche la branche au moment où la flèche part, dans le but de l'éviter. Que se passe-t-il ?

Discussion sur l'influence de la présence du sol.



(a) Hémisphère Nord (Japon) (b) Hémisphère Sud (Île Maurice)

FIGURE 3 – Cyclones

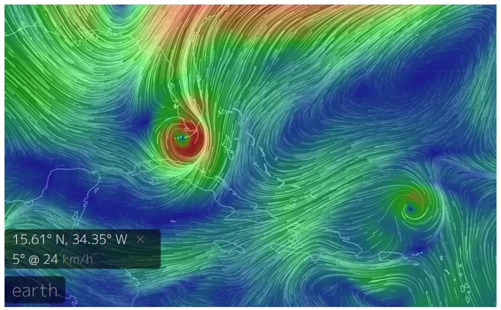


FIGURE 4 – Cyclones Irma et José – 10 septembre 2017
`https://earth.nullschool.net`

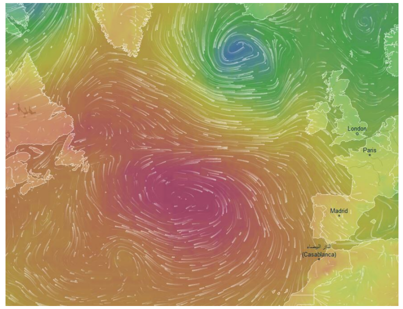
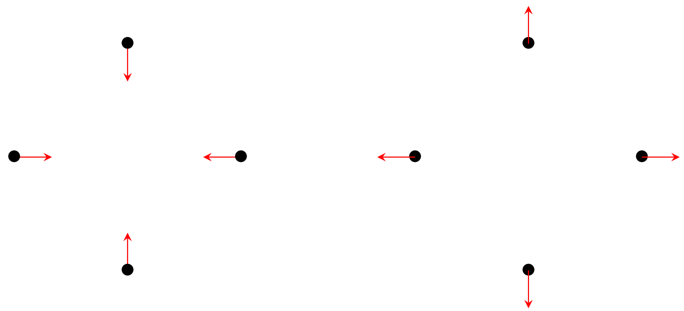


FIGURE 5 – Anticyclone des Açores et une dépression sur l'Atlantique Nord – 10 septembre 2017
`https://www.ventusky.com/`



(a) (b)

FIGURE 6 – Circulation des masses d'air dans l'hémisphère Nord (vue du dessus)