

# 授業日程(改2)

1	2025/4/15 (火)	5限	菅原 雄介	ガイダンス・機構学とロボット機構への導入	授業の流れと受講上の注意について説明する。 また機構学の考え方, ロボット機構について紹介し, 基本的な用語について解説する。
2	2025/4/22 (火)	5限	菅原 雄介	ロボット機構の概論	ロボットの構成と要素について, さらにその中におけるロボット機構の種類, 特徴, はたらきについて理解する。
3	2025/4/29 (火)	5限	菅原 雄介	機構の自由度 (1)	ロボット機構の自由度を計算するための基本的考え方とそのための計算式を理解し, それを用いて具体的な機構の自由度の解析を行う。
4	2025/5/13 (火)	5限	菅原 雄介	機構の自由度 (2)	ロボット機構に求められる自由度に適合する機構の構造を得る (総合する) ための基本的考え方を理解し, これに基づき具体的なロボット機構の構造の総合を行う。
5	2025/5/20 (火)	5限	菅原 雄介	平面機構の運動学 (1)	平面機構について, その運動を解析するための表記法, 計算法と関連する考え方について理解する。
6	2025/5/24 (土) オンライン	2限	菅原 雄介	平面機構の運動学 (2)	
7	2025/5/27 (火)	5限	松浦 大輔	平面機構の変位・速度解析 (1)	ロボット機構を開ループ機構と閉ループ機構に分け, 変位・速度の計算法を理解する。 またこれらについて具体例とその利用法についても紹介する。
	2025/6/10 (火)	5限		(休講)	
8	2025/6/17 (火)	5限	松浦 大輔	平面機構の変位・速度解析 (2)	
9	2025/6/24 (火)	5限	松浦 大輔	平面機構の変位・速度解析 (3)	
10	2025/7/1 (火)	5限	松浦 大輔	ロボット機構の力学解析 (1)	平面機構の静力学解析の方法について理解する。
11	2025/7/8 (火)	5限	松浦 大輔	ロボット機構の力学解析 (2)	
12	2025/7/15 (火)	5限	松浦 大輔	ロボット機構の力学解析 (3)	
13	オンデマンド		武田 行生	摩擦を有する機構の力学解析	摩擦を有する機構の静力学解析の方法について理解する。
14	2025/7/22 (火)	5限	菅原雄介	期末試験	

■ 提出: A4用紙にまとめ, PDF形式でOh-o!Meijiに提出

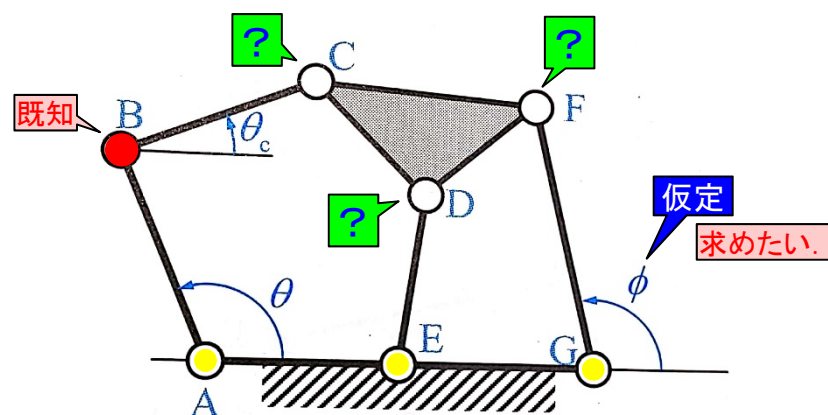


図 4.18 6 節リンク機構

図4.18の平面6節リンク機構について,  
 $\theta$ を既知として未知角度 $\phi$ を求めたいとき,

【未知の角変位 $\phi$ を仮定して解く場合】の  
繰り返し計算方法を述べよ.

特に,

- 点の位置の決定手順
- 矛盾を表す, 最小化されるべき  
評価量の定義式

が明確になるように, 心掛けて書くこと.

# 【復習】平面三角形の条件と解法 (p.57)

## ■ 平面三角形の閉回路方程式

### □ 変位に関する閉回路方程式

$$\mathbf{B}_A + \mathbf{C}_B - \mathbf{C}_A = \mathbf{0}$$

### □ 複素数で表すと

$$ae^{i\theta_a} + be^{i\theta_b} - ce^{i\theta_c} = 0 \quad (4.18)$$

### □ 実部と虚部に分けると

$$a \cos \theta_a + b \cos \theta_b - c \cos \theta_c = 0$$

$$a \sin \theta_a + b \sin \theta_b - c \sin \theta_c = 0$$

» 変数は6個，式は2個

→ 6個の変数のうち未知のものが2個ならば解ける

### □ 解くことのできる場合

- (1) 1つのベクトルの大きさと方向が未知
- (2) 2つのベクトルの大きさが未知
- (3) 1つのベクトルの大きさともう1つのベクトルの方向が未知
- (4) 2つのベクトルの方向が未知

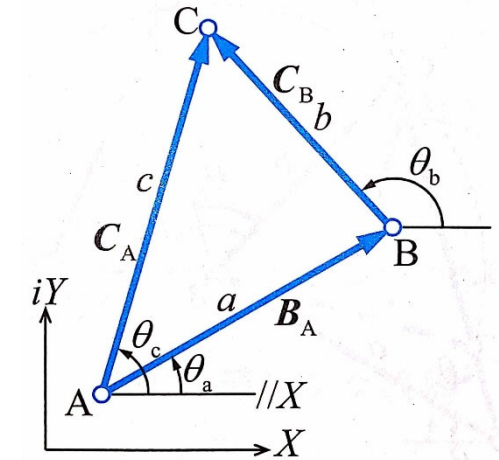


図 4.12 平面三角形 [1]

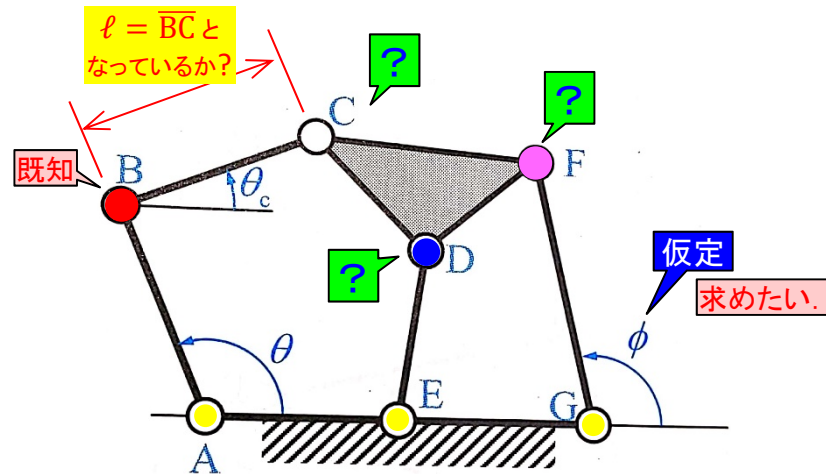


図 4.18 6 節リンク機構

図4.18の平面6節リンク機構について、 $\theta$ を既知として未知角度 $\phi$ を求めたいとき、

【未知の角変位 $\phi$ を仮定して解く場合】の繰り返し計算方法を述べよ。

- 特に、
- i) 点の位置の決定手順
  - ii) 矛盾を表す、最小化されるべき評価量の定義式

が明確になるように、心掛けて書くこと。

- a) まず $\phi$ の値を仮定すると、Fの位置が求められる。  
DE・DFの長さは既知なので、続けてDの位置が求められる。[解法#4:2つのベクトルの方向が未知]
- b) 残る3対偶素節上の点Cの位置も、点D・Fの位置が判ったので求められるが、ここで定められた点Cと点Bの間の距離 $l$ が、与えられた節長BCと一致する保証はない。この矛盾を解消、すなわち  $\varepsilon = |l - \overline{BC}|$  を最小化するように、 $\phi$ の値を修正すれば良い。

## (復習) 解法(4): 2つのベクトルの方向が未知の場合

### ■ $\theta_b$ と $\theta_c$ が未知であるとする

- Aを中心とし半径 $c$ の円と, Bを中心とし半径 $b$ の円の交点がC

» これも解が二つあるので注意!

- 図のように座標系A- $xy$ をとる

$$\begin{aligned}x_c^2 + y_c^2 &= c^2 \\(a - x_c)^2 + y_c^2 &= b^2 \\ \therefore x_c &= \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2a}, y_c = \pm \sqrt{c^2 - x_c^2}\end{aligned}$$

- したがって

$$\theta_c = \text{atan2}(y_c, x_c) + \theta_a$$

- $\theta_c$  が得られたので  $\theta_b$  は式(4.27)'より求められる

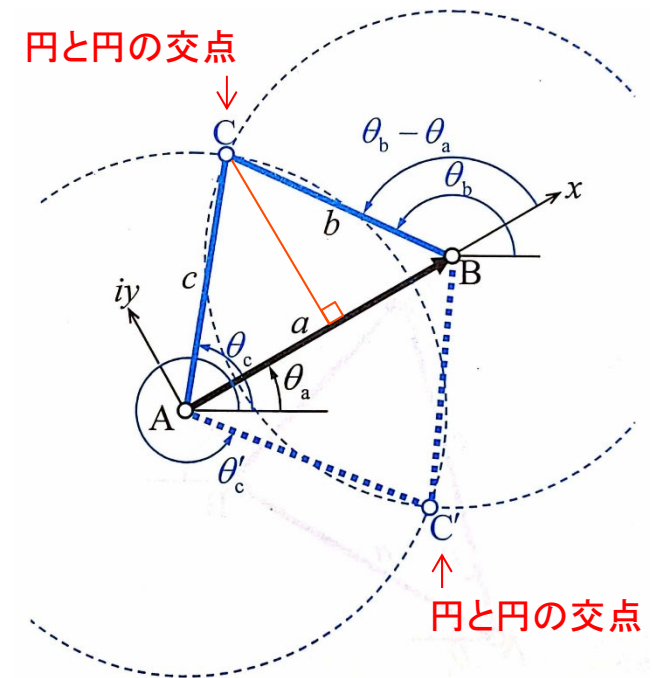


図 4.16 平面三角形(4)<sub>[1]</sub>を改変

$$\theta_b = \text{atan2}(-a \sin \theta_a + c \sin \theta_c, -a \cos \theta_a + c \cos \theta_c)$$

## ■ 平面リンク機構の速度解析 (教科書 第4章, p.62～)

- シリアル機構の速度解析 (変位の入出力関係の時間微分)

- シリアル機構の加速度解析 (速度の入出力関係を更に時間微分)

  - » 補足: 特異姿勢と, 自由度の縮退

- 閉ループ機構の速度解析

  - » 閉回路方程式の時間微分で解く方法

  - » 瞬間中心 (3中心の定理) を用いて解く方法

## ■ 平面機構の運動解析例

- 4節閉ループ機構

  - » 原・従動節の回転・揺動の条件, 関数創成機構, 中間節曲線

## ■ 演習

## (復習)3.4.1 相対速度 (p. 37)

### ■ 相対速度 (Relative velocity)

□ 相対位置ベクトルの時間変化

□ 各点の静止座標系  $O - XY$  上での位置と相対位置

$$\mathbf{A} = X_A + iY_A = A e^{i\theta_A}$$

$$\mathbf{B} = X_B + iY_B = \mathbf{A} + \mathbf{B}_A$$

$$\mathbf{B}_A = b e^{i\theta_B} = \mathbf{b} e^{i\theta}$$

(3.10)

□ 時間で微分すると

$$\dot{\mathbf{A}} = \dot{X}_A + i\dot{Y}_A = \dot{A} e^{i\theta_A} + iA e^{i\theta_A} \dot{\theta}_A$$

$$= \dot{A} e^{i\theta_A} + A i \dot{\theta}_A$$

$$= \dot{A} e^{i\theta_A} + A e^{i\frac{\pi}{2}} \dot{\theta}_A$$

$$\dot{\mathbf{B}} = \dot{X}_B + i\dot{Y}_B = \dot{\mathbf{A}} + \dot{\mathbf{B}}_A$$

相対速度  $\dot{\mathbf{B}}_A = b i e^{i\theta_B} \dot{\theta}_B = i \mathbf{B}_A \dot{\theta}_B = i \mathbf{B}_A \dot{\theta}$

$$= \mathbf{B}_A e^{i\frac{\pi}{2}} \dot{\theta} = i \mathbf{b} e^{i\theta} \dot{\theta}$$

(3.11)

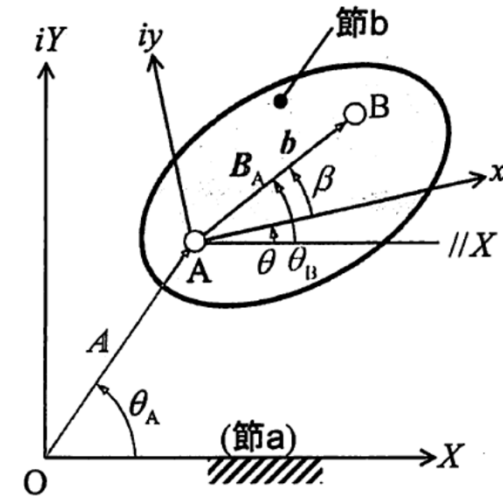


図 3.1 動節 b の位置および姿勢

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

•  $i$  をかけることは、90 deg 回転させることに等しい

□ つまり、相対速度ベクトル  $\dot{\mathbf{B}}_A (= \dot{\mathbf{B}} - \dot{\mathbf{A}})$  は、相対位置ベクトル  $\mathbf{B}_A$  に垂直

# (復習) 4.4.3 シリアル機構の変位解析 (p.60)

## 例: 2Rシリアル機構

### ■ 変数

- ☐ 能動対偶変位:  $\theta_b, \theta_{cb}$
- ☐ 出力節の位置:  $\mathbf{P}(X_P, Y_P)^T$

### ■ 順変位解析(順運動学解析)

- ☐ 能動対偶変位から出力ポーズを求める

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}_A + \mathbf{P}_B = b e^{i\theta_b} + c e^{i(\theta_b + \theta_{cb})}$$

- ☐ 実部と虚部に分けると

$$X_P + iY_P = b(\cos \theta_b + i \sin \theta_b) + c(\cos(\theta_b + \theta_{cb}) + i \sin(\theta_b + \theta_{cb}))$$

$$X_P = b \cos \theta_b + c \cos(\theta_b + \theta_{cb})$$

$$Y_P = b \sin \theta_b + c \sin(\theta_b + \theta_{cb})$$

- ☐ 一般的に容易

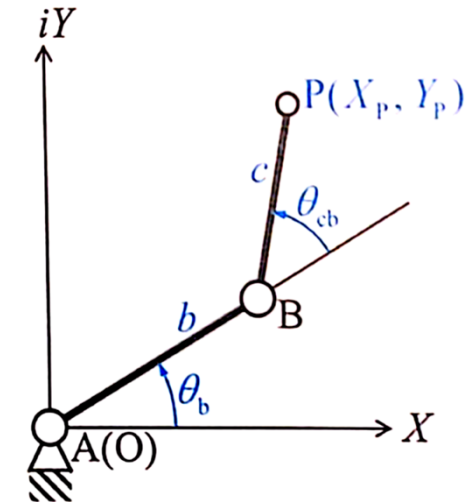


図 4.26 2リンクシリアル機構<sup>[1]</sup>

### 【ポイント】

速度解析は, 変位解析で得られた  
入出力関係を表す式を時間微分して  
行う(速度の入出力関係が得られる).



# (復習) 4.4.3 シリアル機構の変位解析

## 例: 2Rシリアル機構

### ■ 逆変位解析(逆運動学解析)

- 出力位置(と姿勢)を与えて入力変位を求める
- 順変位解析の結果から解析的に逆算するのは、**一般的には困難**
- 今回の場合の例
  - » **三角形ABPに注目**
  - » **二つの辺の方向が未知→解法(4)が適用できる！**

### □ 解答例(1)

»  $x_b^2 + y_b^2 = b^2, (x_p - x_b)^2 + y_b^2 = c^2$  より

$$x_b = \frac{X_p^2 + Y_p^2 + b^2 - c^2}{2\sqrt{X_p^2 + Y_p^2}}, y_b = \pm \sqrt{b^2 - x_b^2}$$

» これを用いて

$$\theta_b = \text{atan2}(Y_p, X_p) - \text{atan2}(y_b, x_b)$$

$$\theta_{cb} = \text{atan2}\left(y_b, \sqrt{X_p^2 + Y_p^2} - x_b\right) + \text{atan2}(y_b, x_b)$$

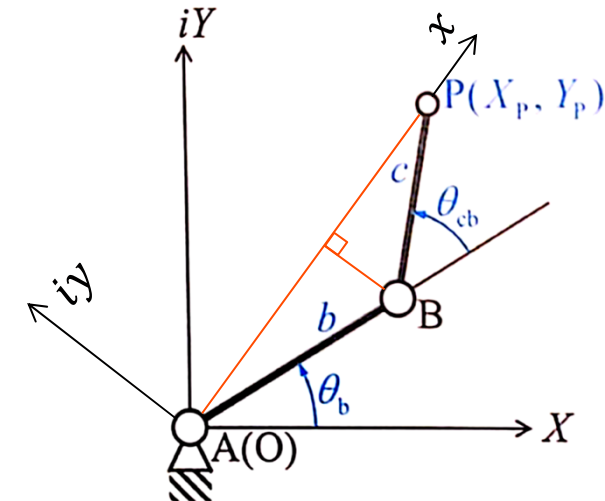


図 4.26 2リンクシリアル機構

[1]を改変

解は二つある

【ポイント】

速度解析は、変位解析で得られた  
位置関係を表す式を時間微分して  
行う(速度の入出力関係が得られる)。

## (復習) 4.4.4 パラレル機構の変位解析

### ■ 例: 3自由度パラレル機構

- 能動対偶変位:  $\theta_{b,i}$  ( $i = 1, 2, 3$ )
- 出力節の位置と姿勢(ポーズ):  $P, \phi$

### ■ 逆変位解析 [一般的に容易]

- 出力節上に動座標系  $P - xy$  をとる
- 対偶点の静止座標系から見た位置は

$$C_i = P + c_i e^{i\phi}$$

»  $c_i$ : 出力節上の対偶の位置ベクトル  
(動座標系表記, 既知)

- 三角形  $A_i B_i C_i$  に着目すれば, 解法(4)が適用できる.

### ■ 順変位解析

- 一般に解析的に行うことは困難
- 数値計算に基づく手法がとられる

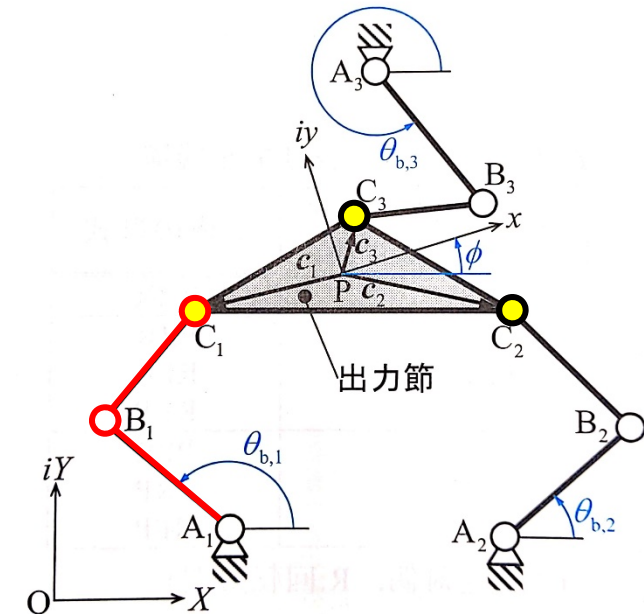


図 4.21 3 自由度パラレル機構

### 【ポイント】

速度解析は, 変位解析で得られた  
入出力関係を表す式を時間微分して  
行う(速度の入出力関係が得られる).

## 4.5 平面リンク機構の速度解析

### 4.5.2 シリアル機構の速度解析 (p.65)

□ 出力節の位置

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}_A + \mathbf{P}_B$$

□ 式(3.11)を使って時間で微分すると

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{P}} &= i\mathbf{B}_A\dot{\theta}_b + i\mathbf{P}_B(\dot{\theta}_b + \dot{\theta}_{cb}) \\ &= i\mathbf{P}\dot{\theta}_b + i(\mathbf{P} - \mathbf{B}_A)\dot{\theta}_{cb} \\ \dot{X}_P + i\dot{Y}_P &= i(X_P + iY_P)\dot{\theta}_b \\ &\quad + i(X_P - X_B + iY_P - iY_B)\dot{\theta}_{cb}\end{aligned}\quad (4.46)$$

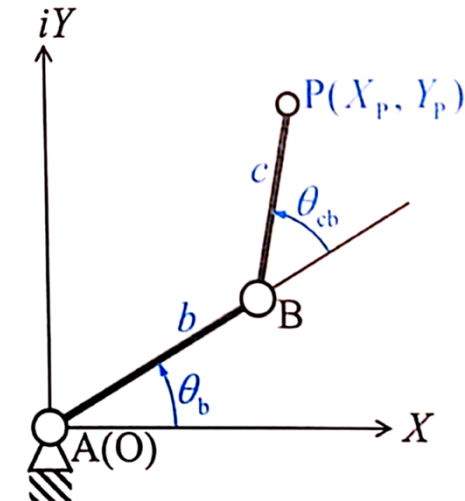


図 4.26 2リンクシリアル機構<sup>[1]</sup>

□ 実部と虚部に分けて整理すると

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -Y_P & -(Y_P - Y_B) \\ X_P & X_P - X_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \dot{\theta}_{cb} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -b \sin \theta_b - c \sin(\theta_b + \theta_{cb}) & -c \sin(\theta_b + \theta_{cb}) \\ b \cos \theta_b + c \cos(\theta_b + \theta_{cb}) & c \cos(\theta_b + \theta_{cb}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \dot{\theta}_{cb} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (4.47)$$

#### ■ 出力点の速度と関節角速度の関係

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \quad (4.a)$$

»  $\boldsymbol{\omega} = [\dot{\theta}_b \quad \dot{\theta}_{cb}]^T$ : 能動対偶の角速度

»  $\mathbf{J}$ : ヤコビ行列 (Jacobian Matrix)

今後いろいろなところに出てきます

- ロボット機構の運動特性の評価
- 速度関係を利用したロボット制御系

## 4.5 平面リンク機構の速度解析

### 4.5.2 シリアル機構の速度解析

#### ■ 順速度解析

- 能動対偶の角速度を与えて出力点の速度を求める  
     » 式(4.47)そのもの

#### ■ 逆速度解析

- 出力点の速度を与えて能動対偶の角速度を求める
- 式(4.a)より

$$\begin{aligned}
 \omega &= J^{-1} \dot{P} \\
 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_b \\ \dot{\theta}_{cb} \end{bmatrix} &= J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} X_P - X_B & Y_P - Y_B \\ -X_P & -Y_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{X_B Y_P - Y_B X_P} \begin{bmatrix} X_P - X_B & Y_P - Y_B \\ -X_P & -Y_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_P \\ \dot{Y}_P \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

- ここで

$$\det J = X_B Y_P - Y_B X_P = bc \sin \theta_{cb} \tag{4.49}$$

→ これが逆速度解析の式の分母に入っているのが厄介なのです

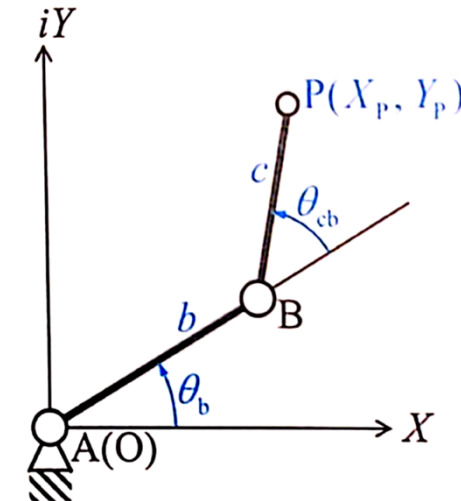


図 4.26 2リンクシリアル機構<sup>[1]</sup>

## 4.5 平面リンク機構の速度解析

### 4.5.2 シリアル機構の速度解析

#### □ ヤコビ行列の行列式

$$\det \mathbf{J} = X_B Y_P - Y_B X_P = bc \sin \theta_{cb}$$

#### □ 特異点 (Singular configuration)

- »  $\mathbf{J}$  のランクは出力点を持つ独立な運動方向成分数を表す.
- »  $\det \mathbf{J} = 0$  となると, 逆速度解析ができない.
  - ランクが落ちると, ある方向に動くことができなくなる
- » この点(と, この近傍)は要注意. 制御不能になる可能性

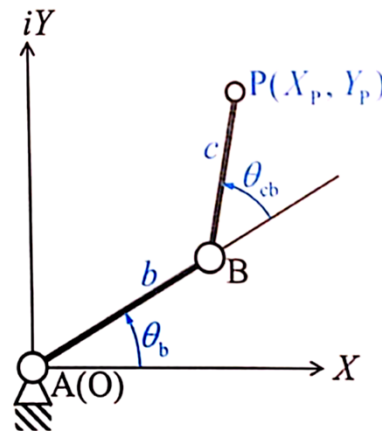
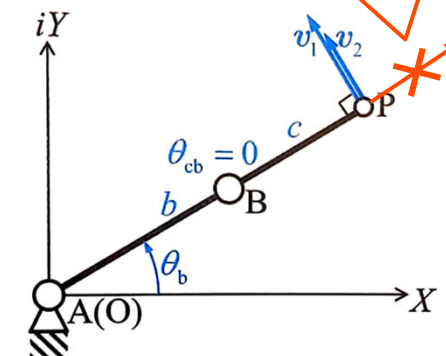


図 4.26 2 リンクシリアル機構 [1]



$\theta_b$  を動かしても  $\theta_{cb}$  を動かしても, A, B, P を結ぶ線の方に運動することはできない

図 4.27 2 リンクシリアル機構の特異点 [1]

## 4.6 平面リンク機構の加速度解析

### 4.6.2 シリアル機構の加速度解析 (p.67)

□ 出力点の速度と関節角速度の関係

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}$$

$$\gg \boldsymbol{v} = [\dot{X}_P \quad \dot{Y}_P]^T$$

$$\gg \boldsymbol{\omega} = [\dot{\theta}_b \quad \dot{\theta}_{cb}]^T$$

□ 時間で微分

$$\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\boldsymbol{J}}\boldsymbol{\omega}$$

□ ただし

$$\dot{\boldsymbol{J}} = \begin{bmatrix} -\dot{Y}_P & -(\dot{Y}_P - \dot{Y}_B) \\ \dot{X}_P & \dot{X}_P - \dot{X}_B \end{bmatrix}$$

» 速度解析ですでに求まっている値で導出可能

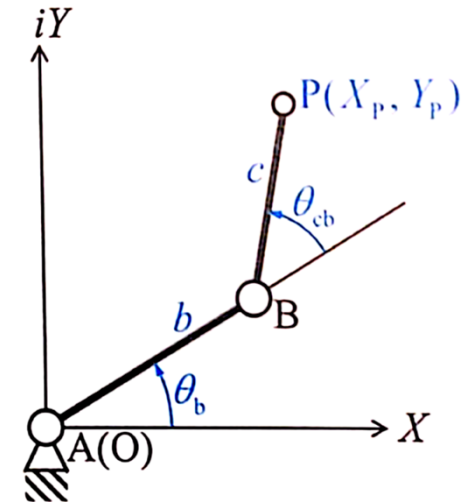
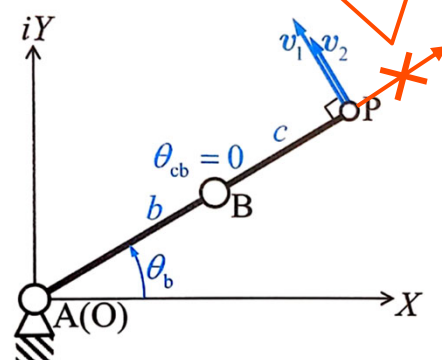


図 4.26 2リンクシリアル機構<sup>[1]</sup>

# 補足：特異姿勢・自由度の縮退について

- 特異姿勢においては、機構が持っている自由度の一部が機能しなくなる。  
これを「自由度の縮退」と呼ぶ。



$\theta_b$ を動かしても $\theta_{cb}$ を動かしても、A, B, Pを結ぶ線の方に運動することはできない

図 4.27 2 リンクシリアル機構の特異点 [1]



## 縮退

英 degeneracy of degree-of-freedom

◇ ロボティクス・メカトロニクス

大きさのある物体は三次元空間で6個の運動自由度を持つから、ロボットアームを用いて物体を空間中で自由に操るには、1軸の回転あるいは並進機能を持ついわゆる1自由度関節を少なくとも6個備えたアームを必要とする。しかし、こうしたアームでも、2個以上の関節がアーム先端に対し同一の運動効果を与えるように配列されると、物体の運動のすべてを操作できない場合が生じる。このように、アームなどのリンク機構の各関節の自由度総数に等しい自由度を持つ運動を機構先端において生成できない場合、自由度が縮退するという。

◇ 設計工学・システム

ベクトルの複数個の集まりがあり、これらが互いに一次従属となること。線形計画問題を単体法により解く場合には、自由度の縮退により、独立な基底がとれなくなる。計算に際して循環が発生する恐れがある。最適解が一意に定まらなくなるなどの問題が生じることがある。縮退が発生した場合には、例外処理的な方法による解決が必要である。



- 6自由度空間シリアル機構の様々な特異姿勢と、通過時の運動  
特異姿勢の近傍や通過の瞬間には、特定の関節に大きな速度が発生.



<https://youtu.be/ID2HQcxNoA?si=uU7MRnm0i72KtKxQ>



## 4.5 平面リンク機構の速度解析

### 4.5.1 閉ループ機構の速度解析 (p.62)

□ 変位に関する閉回路方程式:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B}_A + \mathbf{C}_B + \mathbf{D}_C = \mathbf{0} \quad (4.6)$$

□ 閉回路方程式の時間微分:

$$\dot{\mathbf{A}} + \dot{\mathbf{B}}_A + \dot{\mathbf{C}}_B + \dot{\mathbf{D}}_C = \mathbf{0} \quad (4.36)$$

□ 点Aは静止対偶より  $\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$ , これに続く各対偶の相対速度は  $\dot{\mathbf{B}}_A = i\mathbf{B}_A\dot{\theta}_b$ ,  $\dot{\mathbf{C}}_B = i\mathbf{C}_B\dot{\theta}_c$ ,  $\dot{\mathbf{D}}_C = i\mathbf{D}_C\dot{\theta}_d$ :

$$i\mathbf{B}_A\dot{\theta}_b + i\mathbf{C}_B\dot{\theta}_c + i\mathbf{D}_C\dot{\theta}_d = \mathbf{0} \quad (4.37)$$

□  $\dot{\theta}_b$  が与えられたとき,  $i\mathbf{C}_B\dot{\theta}_c + i\mathbf{D}_C\dot{\theta}_d = -i\mathbf{B}_A\dot{\theta}_b$  (4.38)

□ 実部と虚部に分けて2元連立一次方程式を解き, 中間節と従動節の角速度  $\dot{\theta}_d (= \dot{\phi})$ ,  $\dot{\theta}_c$  を求める.

$$\theta_d = \phi + \pi, \quad b \sin(\theta_c - \theta_b) \dot{\theta}_b = d \sin(\theta_c - \phi) \dot{\phi} \quad (4.39)$$

$$\text{より, } \dot{\theta}_c = \frac{b \sin(\theta_c - \theta_b)}{c \sin(\theta_c - \phi)} \dot{\theta}_b \quad (4.40)$$

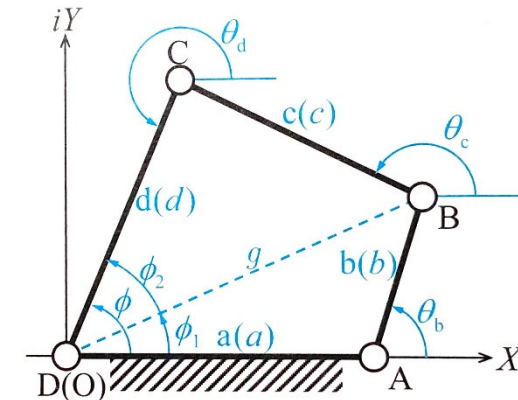


図 4.11 回転対偶のみを持つ  
4 節リンク機構

中間節cの両端の点(B,C)の速度が一致.

# (復習) 3.4 動節の速度

## 3.4.3 瞬間中心 (p.41)

二つの節の間に定義される  
(片方は静止節の場合もある)

$\tau$ : 尺度係数[mm/(m/s)]  
速度を長さで表示するために導入

### ■ 瞬間中心 (Instantaneous center)

- 2つの節の間の相対速度がその瞬間に0となる点
- 静止節に対する節bの瞬間中心が点Pであるとき,  
節b上の任意の点の速度は以下をもつ
  - » 点Pと結ぶ直線に垂直の方向
  - » 点Pとの距離に比例する大きさ

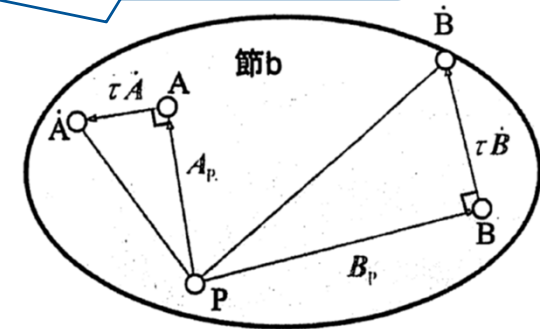


図 3.7 動節 b の瞬間中心 P および 2 点 A と B の速度

- 節bの角速度が $\dot{\theta}$ のとき, 点AとBの速度は

$$\begin{aligned}\dot{A} &= \dot{P} + iA_p\dot{\theta} \\ \dot{B} &= \dot{P} + iB_p\dot{\theta}\end{aligned}$$

$A_p, B_p$ : 点Pからみた点A, Bの位置ベクトル  
(静止座標系表記)

(3.11)より, Pに対するAの相対速度は  
 $\dot{A}_p = iA_p\dot{\theta}$

- 点Pが瞬間中心なら $\dot{P} = 0$ なので,

$$\begin{aligned}\dot{A} &= iA_p\dot{\theta} \\ \dot{B} &= iB_p\dot{\theta}\end{aligned} \tag{3.20}$$

- 従って

「瞬間中心Pの位置(静止座標系)その1」  
動節上の1点の位置と速度, 動節の角速度が決まれば, 瞬間中心は決まる

$$P = A - \frac{\dot{A}}{i\dot{\theta}} = A + i\frac{\dot{A}}{\dot{\theta}} \tag{3.21}$$

# (復習) 3.7 高次対偶で接続された2節の運動

## 3.7.4 三中心の定理 (p.50)

- 右図における点 $O_b$ と点 $O_c$ は、それぞれ節bと静止節および節cと静止節の瞬間中心.
- 節bとcの回転が進行に伴い、両者の接触が維持されるための条件を考える.
  - » 接触点Qにおける節bと節cの速度を $\dot{Q}_b, \dot{Q}_c$ とする.
  - » これを共通接線 $NN'$ と共通法線 $TT'$ の2方向に分解し、 $\dot{Q}_{b,N}, \dot{Q}_{c,N}$ および $\dot{Q}_{b,T}, \dot{Q}_{c,T}$ とすると、一致が一致していれば接触が維持される(離れることもめり込むこともない).
- このとき、節bとcの角速度比の関係は  $\frac{\dot{\theta}_b}{\dot{\theta}_c} = \frac{r_c \sin(\phi - \theta_c)}{r_b \sin(\phi - \theta_b)} = \frac{\overline{O_c H_c}}{\overline{O_b H_b}} = \frac{\overline{O_c P}}{\overline{O_b P}}$  となる.

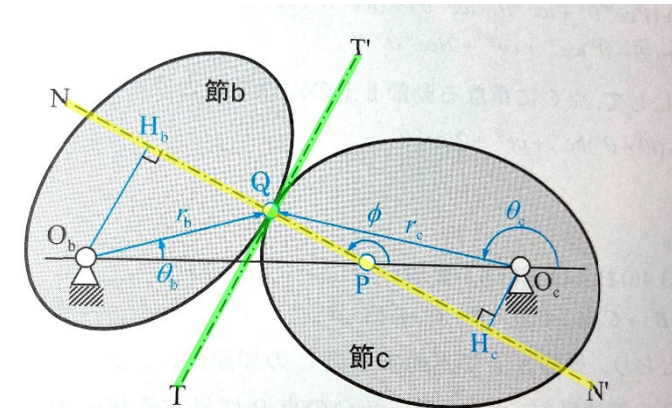


図 3.15 直接接触により運動を伝達する節 b および c

点Pは中心連結線 $O_b O_c$ と共通法線の交点で、**ピッチ点**と呼ばれる。  
静止節・節b・節cのように**平面内に置かれた3つの節の間には3つの瞬間中心が存在し、これらは常に一直線上にある。**

英訳は、Theorem of three centers または Kennedy's theorem.

## 4.5 平面リンク機構の速度解析

### 4.5.1 閉ループ機構の速度解析[瞬間中心] (p.63)

右図の4節閉ループ機構について,

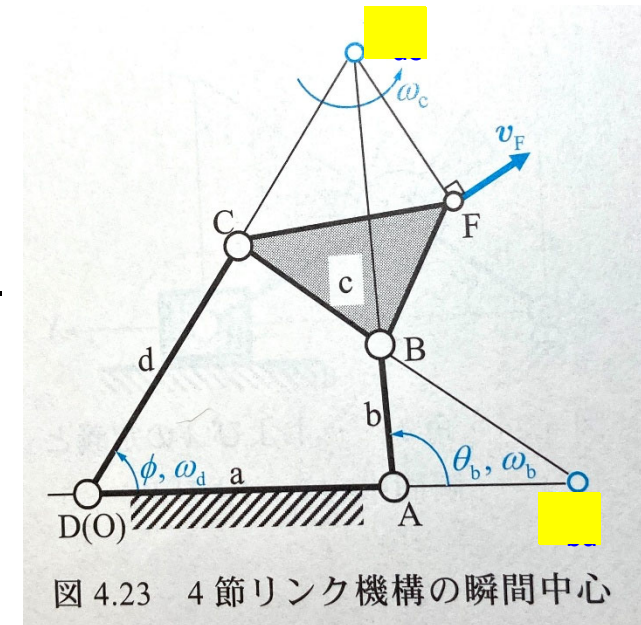
- 節の数が4なので, 瞬間中心の数は  ${}_4C_2 = 6$ .  
4つは隣りあう節の接続点(すなわち回転対偶),  
2つは隣接しない(対向する)節の間で定義される.
- 隣接しない節の瞬間中心は,  
節aとcの間:  $P_{ac}$ , 節bとdの間:  $P_{bd}$  であり,  
3瞬間中心の定理より右図のように定められる.
- 節b, dから見た $P_{bd}$ の速度が等しいことから,

$$i\overrightarrow{AP_{bd}}\omega_b = i\overrightarrow{DP_{bd}}\omega_d \rightarrow \frac{\omega_d}{\omega_b} = \frac{\overrightarrow{AP_{bd}}}{\overrightarrow{DP_{bd}}} \quad (4.41)$$

上式より, 瞬間中心の位置が定まれば原動節と従動節の角速度比が求められる.

例: 中間節c上の点Fの速度は,  $v_F = i\overrightarrow{P_{ac}B}\omega_c$ . 点Bは節bとcの瞬間中心より,

$$i\overrightarrow{AB}\omega_b = i\overrightarrow{P_{ac}B}\omega_c \rightarrow \omega_c = \frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{P_{ac}B}}\omega_b. \text{ 従って, } v_F = i\overrightarrow{P_{ac}B}\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{P_{ac}B}}\right)\omega_b \quad (4.44)$$



## 4.7 運動解析例 (p.68)

### 4.7.1 4節リンク機構の原・従動節の回転条件

#### ■ 各節の隣接する節に対する相対運動の区別

- 一回転できるもの (右図中丸印, 通称“クランク”)
- 揺動するもの (右図中扇形印, 通称“ロッカー”)

#### ■ グラスホフの定理 (Grashof's criteria)

- 最短の節と他の節長の和は残り二つの節長の和より小さいか等しいとき, 最短の節は回転可能.

$$b + c \leq d + a$$

$$b + d \leq c + a$$

$$b + a \leq c + d$$

最短の節bが回転可能となる条件.

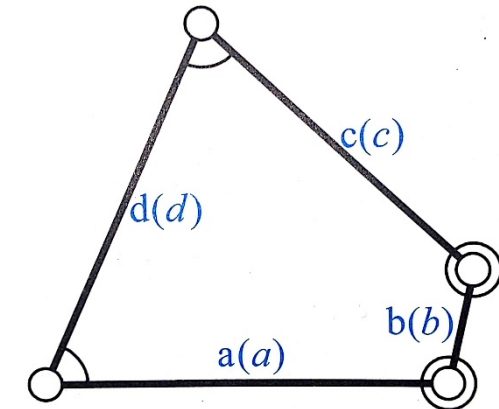
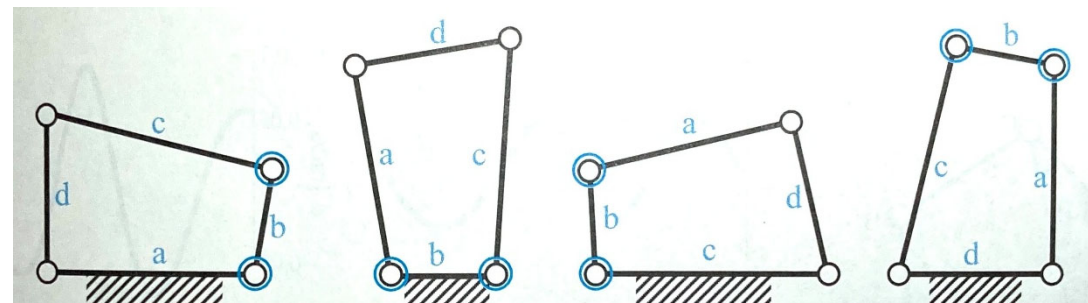


図 4.28 4 節リンク連鎖

グラスホフの定理を満足する  
4節機構の1節を静止節としたとき,  
右の4種類の機構が得られる.



(○は1回転できる隣接2節)

(a) 回転揺動機構 (b) 二重回転機構 (c) 揺動回転機構 (d) 二重揺動機構

図 4.30 4 節リンク機構の種類



## 4.7 運動解析例

### 4.7.2 関数創成リンク機構 (Function generator) の入出力関係

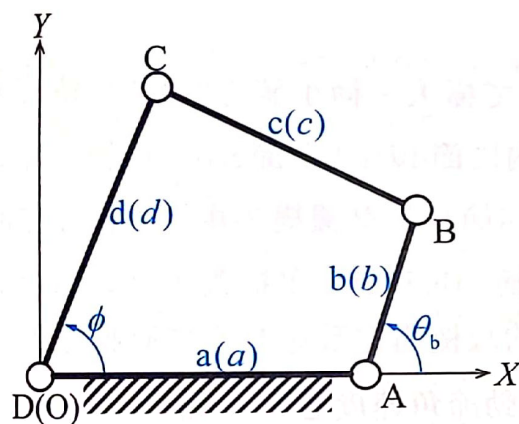
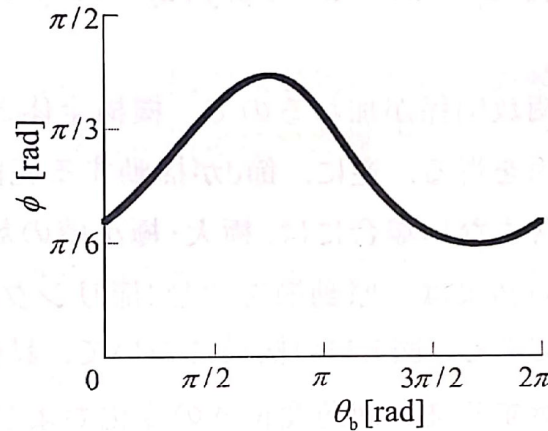
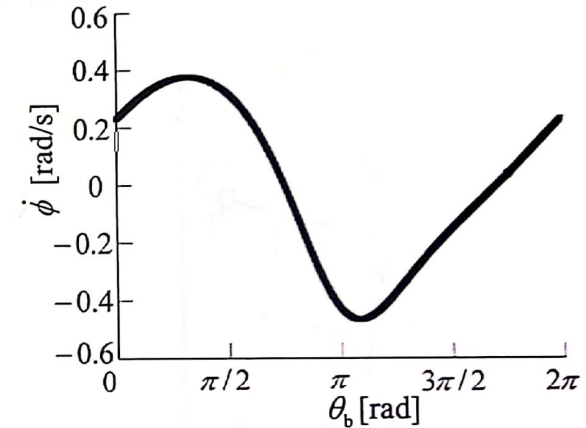


図 4.31 4 節リンク機構



(a)変位関係



(b)速度関係

図 4.32 4 節リンク機構の入出力関係 ( $b/a=0.3$ ,  $c/a=0.8$ ,  $d/a=0.8$ ,  $\dot{\theta}_b=1\text{rad/s}$ )

### ■ 4 節リンク機構 (回転揺動機構)

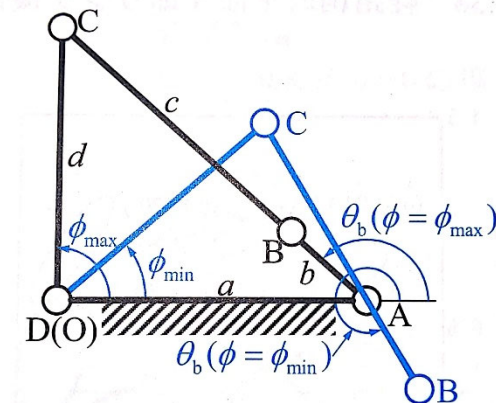
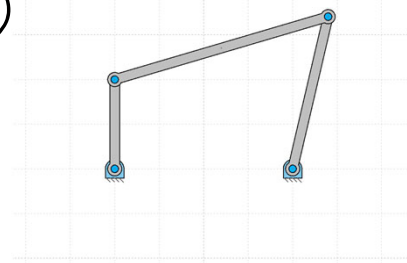


図 4.33  $\phi$  が極大・極小値をとる状態

- 原動節・従動節の角変位関係: 極大値・極小値をひとつずつ持つ
- 節bと節cが一直線となるときの, 従動節角変位が極値をとる

## 4.7 運動解析例

### 4.7.2 関数創成リンク機構 (Function generator) の入出力関係

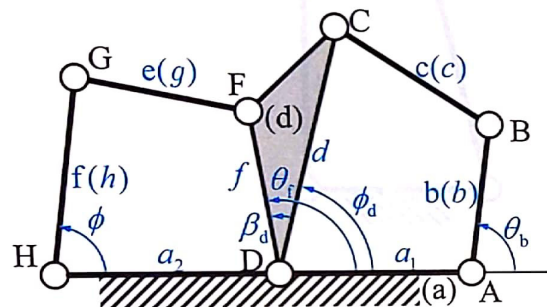
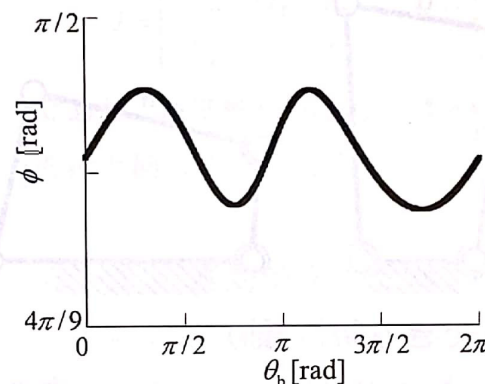
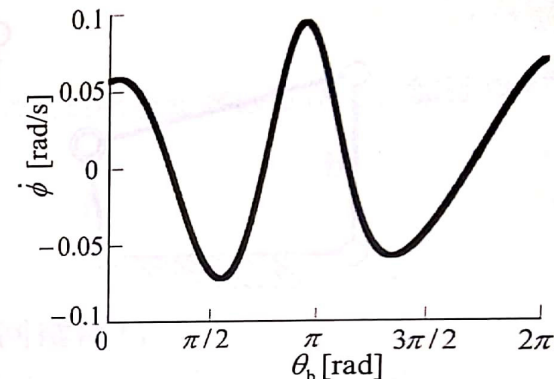


図 4.34 6 節リンク機構



(a)変位関係



(b)速度関係

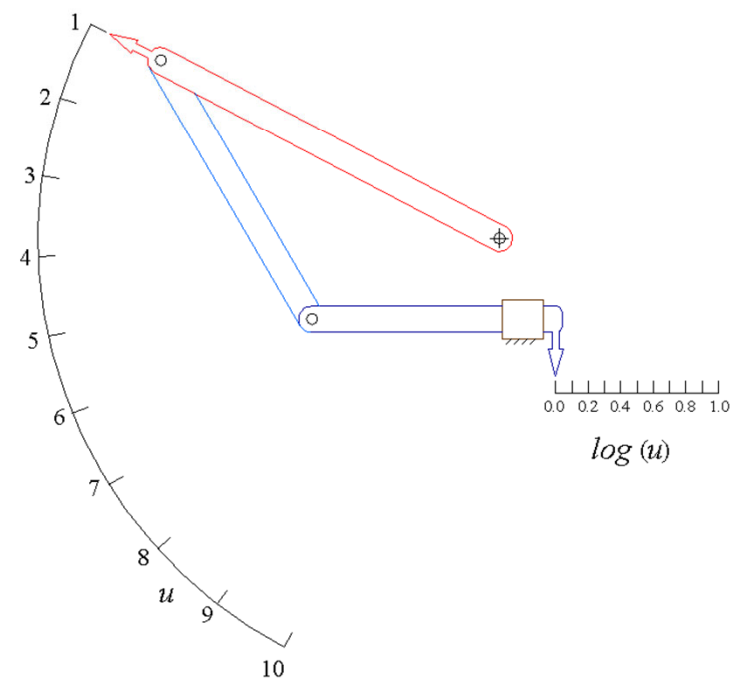
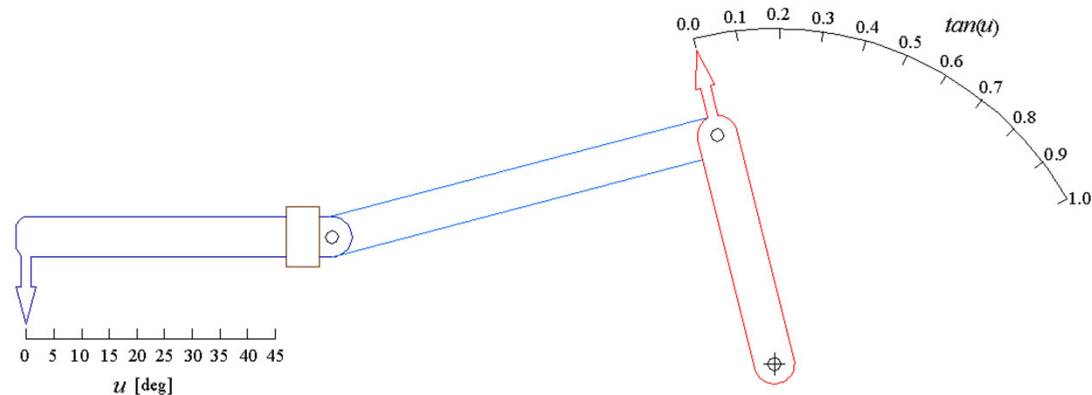
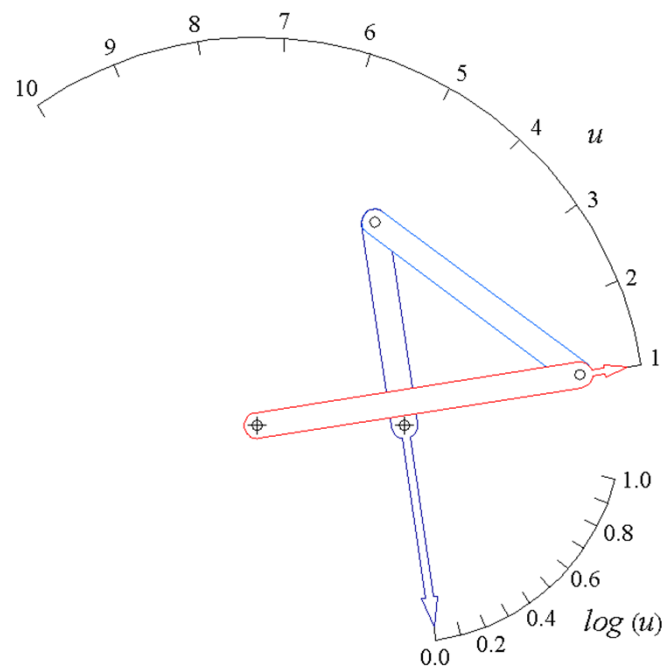
図 4.35 6 節リンク機構の入出力関係

$(b/a_1 = 0.3, c/a_1 = 0.8, d/a_1 = 0.8, f/a_2 = 0.3, g/a_2 = 0.8, h/a_2 = 0.5, \beta_d = 5\pi/9 \text{ rad}, \dot{\theta}_b = 1 \text{ rad/s})$

#### ■ 6 節リンク機構 (ワット型)

- ABCDとDFGHの二つの4節リンク機構を接続した形
- ABCDが回転揺動機構なら $\phi_d$ は図4.32と同様(極大値・極小値がひとつずつ)
- DFGHは、節dの揺動範囲でDFと節eが一直線になるかを考える
  - » 一直線になる場合はDFGHも極大・極小値を持つ
  - 機構全体として極大・極小値を二つずつ持つ
- 6節リンク機構では4節リンク機構より複雑な関数関係を実現できる

# 関数創成機構の例



## ■ アナログ式計器

□ 圧力計、高度計、気圧計など

## ■ 機械式計算機

[https://en.wikipedia.org/wiki/Function\\_generator](https://en.wikipedia.org/wiki/Function_generator)



# 運動解析の例

## 4.7.3 4節リンク機構の中間節曲線 (Coupler curve)

### ■ 中間節曲線

- 原動節を回転させた場合に中間節上の点が平面内で描く曲線 (閉曲線)
  - » 単純な機構で所望の運動を得ることができる
- 経路創成機構 (Path generator) で用いられる
  - » 紡績機械
  - » 研磨機
  - » かくはん機. .
- 機構定数を変えることでいろいろな形状・大きさの曲線を得ることができる
  - » 節  $a, b, c, d$  の長さ
  - » 節  $c$  上での点  $P$  の位置  $(f/a, \beta)$

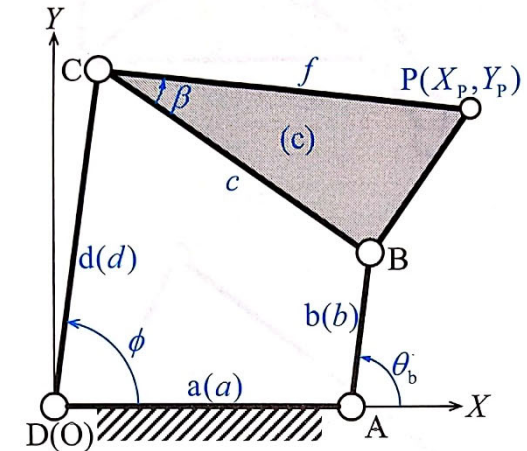


図 4.36 経路創成平面 4 節リンク機構

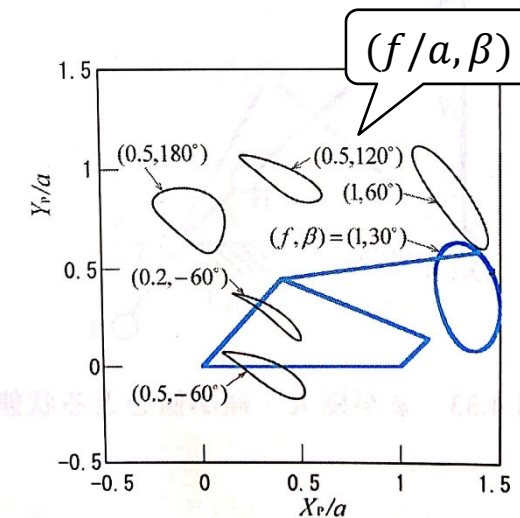


図 4.37 中間節曲線の例  
( $b/a = 0.2, c/a = 0.8, d/a = 0.6$ )

## 第8回 演習課題

■ 提出方法: A4用紙にまとめ,  
PDF形式でOh-o!Meijiに提出

右の2Rシリアル機構の手先Cの  
位置・速度・加速度を求めよ.

ただし,

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 100 \text{ [mm]}$$

$$\theta_b = \pi/6 \text{ rad}$$

$$\theta_{cb} = \pi/3 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}_b = 1 \text{ rad/s}$$

$$\dot{\theta}_{cb} = 2 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta}_b = 1 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{\theta}_{cb} = -1 \text{ rad/s}^2 \quad \dots \text{とする.}$$

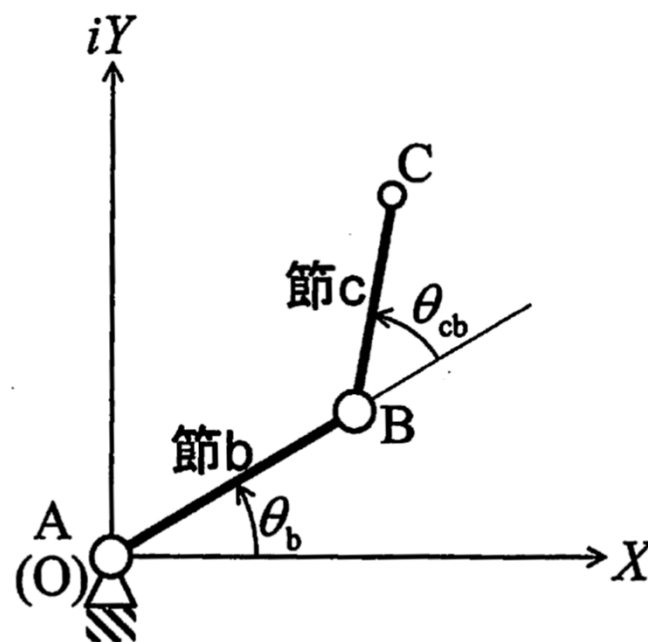


図 3.18 回転対偶で連結された 2 連節

計算式は