Parámetros Scattering

En el manejo y diseño de sistemas de alta frecuencia, una representación mucho mas cómoda y práctica de las variables que reemplaza la clásica mención de las tensiones y corrientes, es la de las ondas incidente y reflejada.

Una representación más acorde con las medidas directas y con las ideas de estas ondas incidentes, reflejadas y transmitidas viene dada por la matriz de dispersión (Scattering).

Al igual que la matriz de impedancia o admitancia para una red de N puertos, la matriz de dispersión proporciona una descripción completa de la red en función de sus N puertos.

Parámetros Scattering

Mientras que las matrices de impedancia y admitancia relacionan los voltajes y corrientes totales en los puertos, la matriz de dispersión relaciona las ondas de voltaje incidentes en los puertos con las reflejadas desde los puertos.

Para algunos componentes y circuitos, los parámetros de dispersión se pueden calcular utilizando la técnicas de análisis de redes.

Otra forma de determinarlos es por medio de su medición utilizando un analizador de redes vectoriales (Vector Network Analyzer, VNA).

También es posible la conversión de parámetros de uno a otro tipo.

Parámetros Scattering

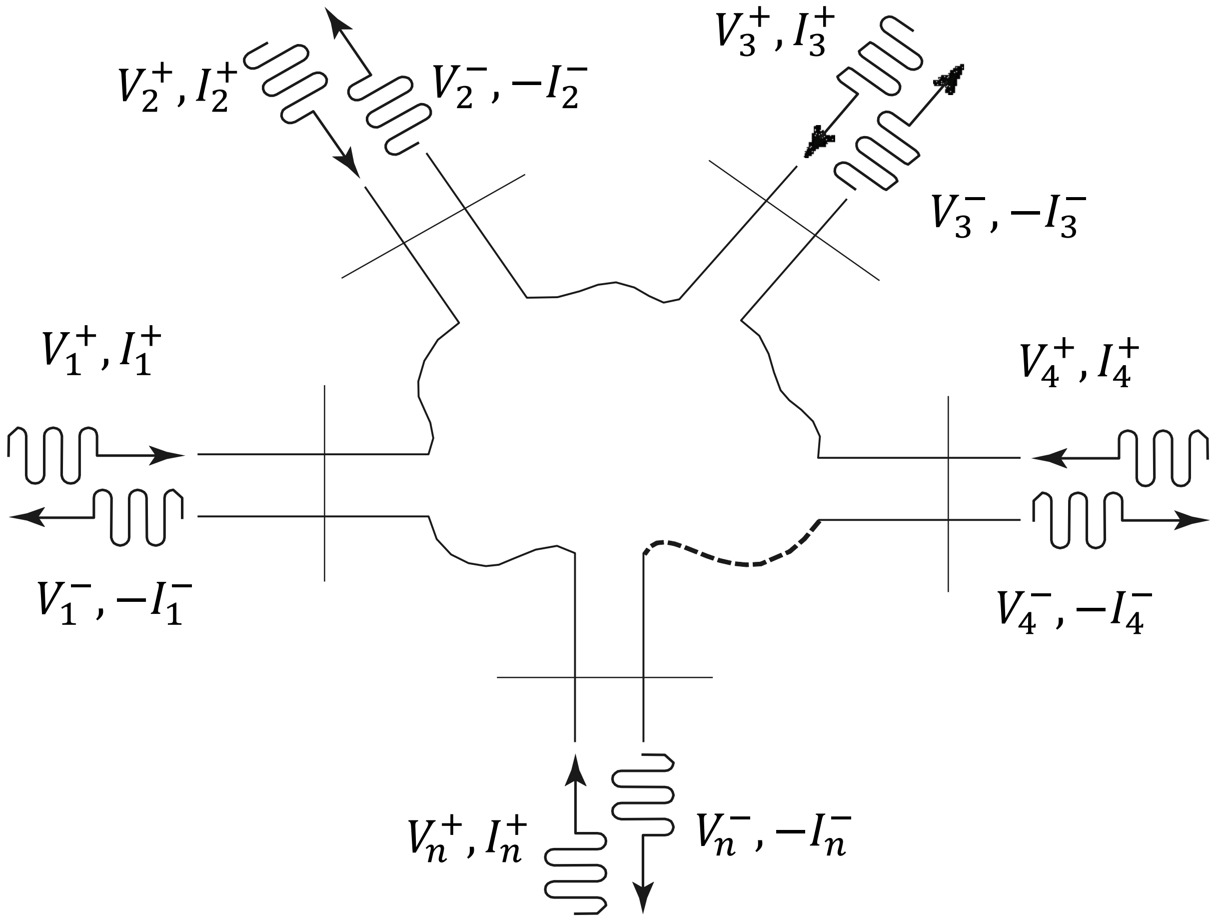
En la red genérica de puertos N que se muestra en la Figura, V_i^+ es la amplitud de la onda de tensión incidente en el puerto i y V_i^- es la amplitud de la onda de tensión reflejada en el puerto i. De manera similar se indican las cantidades de corriente asociadas a cada nodo.

La matriz de dispersión S, se define en relación con estas variables de ondas de tensión incidentes y reflejadas como:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} S_{12} \cdots S_{1n} \\ S_{21} S_{22} \cdots S_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$[V^-] = [S][V^+]$$

Parámetros Scattering



Parámetros Scattering

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} S_{12} \cdots S_{1n} \\ S_{21} S_{22} \cdots S_{2n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \end{bmatrix}$$

Un determinado elemento de la matriz se calcula como:

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0, k \neq j}$$

Se genera una señal V_j^+ en el puerto j y se mide la señal reflejada en el puerto i.

Las ondas incidentes en todos los puertos se establecen en cero excepto el puerto j, lo que significa que todos los puertos deben terminarse en cargas adaptadas para evitar onda reflejada en ellos.

Parámetros Scattering

De esta forma se interpreta que S_{ii} es el coeficiente de reflexión que se produce en el puerto i cuando todos los demás puertos están adaptados, y S_{ij} es el coeficiente de transmisión del puerto j al puerto i cuando todos los demás puertos están adaptados.

Redes recíprocas y redes sin pérdidas.

La reciprocidad de un sistema eléctrico implica la simetría de la matriz que lo describe, respecto de la diagonal de dicha matriz.

Se podrá verificar que la matriz de dispersión para una red recíproca es simétrica, y que esta matriz es unitaria para una red sin pérdidas.

La reciprocidad es resultado de la condición en redes pasivas de que están constituidas por resistores, capacidades e inductancias, o bien sus equivalentes en medios eléctricos distribuidos.

Una demostración rigurosa de esta condición puede consultarse en las referencias.

Redes sin pérdidas.

La condición de red sin pérdidas tiene una condición establecida sobre la matriz de dispersión, que se comporta como una matriz que llamaremos unitaria.

Para desarrollar este concepto, se supone que la impedancia del sistema genérico para todos los puertos esta normalizada a su valor unitario.

En este caso:

$$V_i = V_i^+ + V_i^-$$
$$I_i = I_i^+ - I_i^- = V_i^+ - V_i^-$$

Recordando la definición de los parámetros “Z” o impedancia:

Redes sin pérdidas.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \ldots & z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

$$[V] = [Z][I]$$

La simetría de valores de parámetros z_{ij} respecto de la diagonal de la matriz indica reciprocidad.

Luego:

$$[V] = [Z][I] = [Z][V^+] - [Z][V^-] = [V^+] + [V^-]$$
$$([Z] + [U])[V^-] = ([Z] - [U])[V^+]$$

Donde $[U]$ es la matriz identidad.

Redes sin pérdidas.

$$[S] = \frac{[V^-]}{[V^+]} = \frac{([Z]-[U])}{([Z]+[U])}$$

$$[S]^t = \left\{\frac{([Z]-[U])}{([Z]+[U])}\right\}^t = \frac{([Z]-[U])}{([Z]+[U])}$$

$$P_{av} = \frac{1}{2}Re\{[V^+]^t[I]^*\} = \frac{1}{2}Re\{([V^+]^t + [V^-]^t)([V^+]^* + [V^-]^*)\}$$
$$= \frac{1}{2}Re\{[V^+]^t[V^+]^* - [V^+]^t[V^-]^* + [V^-]^t[V^+]^* - [V^-]^t[V^-]^*\} =$$
$$= \frac{1}{2}Re\{[V^+]^t[V^+]^* - [V^-]^t[V^-]^*\} =$$

En ausencia de pérdidas:

$$[V^+]^t[V^+]^* = [V^-]^t[V^-]^*$$

Se interpreta que son ondas incidente y reflejada de igual valor de potencia:

Matriz unitaria.

$$P_{av} = 0$$

$$[V^+]^t[V^+]^* = [V^-]^t[V^-]^*$$
$$[V^+]^t[V^+]^* = \{[S][V^+]\}^t\big[[S][V^+]\big]^* =$$
$$[V^+]^t[V^+]^* = [V^+]^t[S]^t[S]^*[V^+]^* =$$
$$[S]^t[S]^* = [U]$$

$$[S]^* = \{[S]^t\}^{-1}$$

En esta condición, que implica representar una sistema sin pérdidas, la matriz se dice unitaria.

Esta condición o propiedad de la matriz de dispersión se puede expresar en forma de una suma:

$$\sum_{k=1}^{n} S_{ki}S_{kj}^* = \delta_{ij}\,; \quad \forall\, i,j$$

Matriz unitaria.

$$\sum_{k=1}^{n} S_{ki} S_{kj}^{*} = \delta_{ij} \; ; \quad \forall \, i,j$$

Para que la condición se cumpla, se debe tener:

$\delta_{ij} = 1$ si $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$, entonces:

$$\sum_{k=1}^{n} S_{ki} S_{ki}^{*} = 1 \, ; i = j$$

$$\sum_{k=1}^{n} S_{ki} S_{kj}^{*} = 0 \, ; i \neq j$$

El producto escalar entre una columna de la matriz dispersión y su versión conjugada da 1, mientras que el producto escalar de una columna con el conjugado de otra columna da 0. (Ortogonalidad).