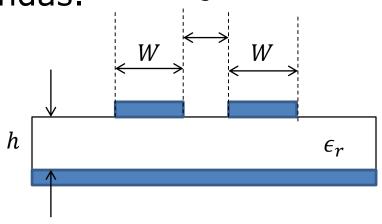
Dos líneas de transmisión lo suficientemente cercanas en disposición física, presentan, como se ha visto, un acoplamiento electromagnético, que puede ser utilizado para el diseño de partes en un sistema de radio frecuencia.

En las líneas acopladas, se verifica que en uno de los 4 puertos del esquema, la señal incidente se anula, generando de esa manera un punto aislado donde sería posible medir la onda reflejada.

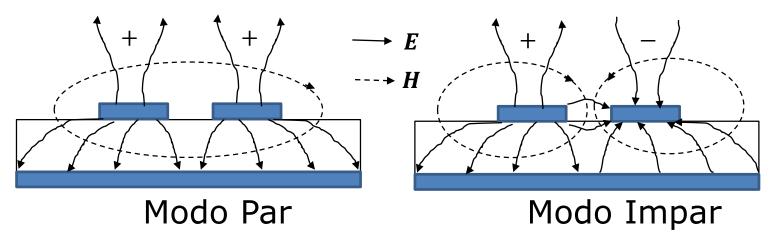
La estructura de acoplamiento puede ser implementada de muchas maneras diferentes, adoptamos la estructura basada en dos líneas de transmisión del tipo microstrip, acopladas, como se observa en la figura:

Las líneas acopladas forman parte de varias estructuras de microondas como los acopladores direccionales y los filtros de microondas.



En la estructura microstrip simétrica el acoplamiento queda definido por las dimensiones del sistema, el ancho de las tiras W, la separación entre las mismas s, y las características de la plancha dieléctrica en su espesor h y su constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r$ .

El análisis de estos acopladores se realiza como se ha visto, descomponiendo al sistema en sus dos modos, par e impar, que resultan de dos formas posibles de aplicar la excitación al sistema, como se ve en la figura:



Se asume que las líneas de transmisión propagan modos TEM puros, aunque el caso del microstrip implica una aproximación aceptable, porque en realidad la presencia de material mixto las identifica con modos TEM no puros.

En el caso de modos no puros en los acopladores, se incrementa la diferencia entre las velocidades de propagación de los dos modos, pr e impar, generando un comportamiento no tan bueno en comparación con un diseño usando líneas de transmisión en modo TEM puro.

Sin embargo la estructura microstrip resulta ser muy adecuada para su implementación práctica.

Como consecuencia del análisis realizado de líneas acopladas, que lleva a l modelo de la descomposición del problema en dos sistemas en modos par e impar, resulta necesario el cálculo de los parámetros de esas líneas de transmisión.

Para el diseño de líneas de transmisión acopladas usando la estructura de líneas microstrip, se busca la expresión de las impedancias características de cada modo y sus velocidades de fase.

El propósito de diseño con líneas de transmisión microstrip es el de determinar normalmente los valores de W y la longitud eléctrica l de la línea para un determinado valor de impedancia característica deseada  $Z_0$ . Para determinar la longitud eléctrica de la línea es necesario conocer la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$  que define la longitud de onda dentro de la línea.

Como es sabido una línea de transmisión de modo TEM tiene una impedancia característica dada por la expresión:

Recordando esas expresiones, para una línea de transmisión cuya velocidad de fase es v, y sus parámetros distribuídos L y C, entonces su impedancia característica  $Z_0$  es:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \qquad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Luego se deduce que

$$Z_0 = vL Z_0 = \frac{1}{vC}$$

Si ahora se supone que el material que rellena la estructura del microstrip es el vacío, estas expresiones se describen con una estructura donde  $v=c=310^8\,m/s$ :

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{L}{C_1}} \qquad v = \frac{1}{\sqrt{LC_1}} = c$$

$$Z_0 = cL \qquad Z_0 = \frac{1}{cC_1}$$

La inductancia L permanece igual al caso anterior.

Combinando estas expresiones se obtiene el valor de la impedancia característica como función de las dos capacidades por unidad de longitud involucradas:

$$Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{CC_1}}$$

Armando el cociente:

$$\frac{c}{c_1} = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \epsilon_{re}; \qquad v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

Definimos la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$ .

Finalmente resulta una expresión útil basada en la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$  para la impedancia característica del sistema:

$$Z_0 = \frac{Z_{01}}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

La longitud de onda y la velocidad de fase en el vacío están relacionadas por la expresión:

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad c = \lambda f$$

En la línea de transmisión microstrip esta relación lleva al conocimiento de la longitud de onda en la línea:

$$\lambda_g = \frac{v}{f} \qquad \qquad v = \lambda_g f$$

Reemplazando en la expresión de la constante dieléctrica efectiva:

$$\frac{C}{C_1} = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda_a}\right)^2 = \epsilon_{re}$$

O bien, para la longitud de onda en el microstrip es:

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

Entonces para el modo par:

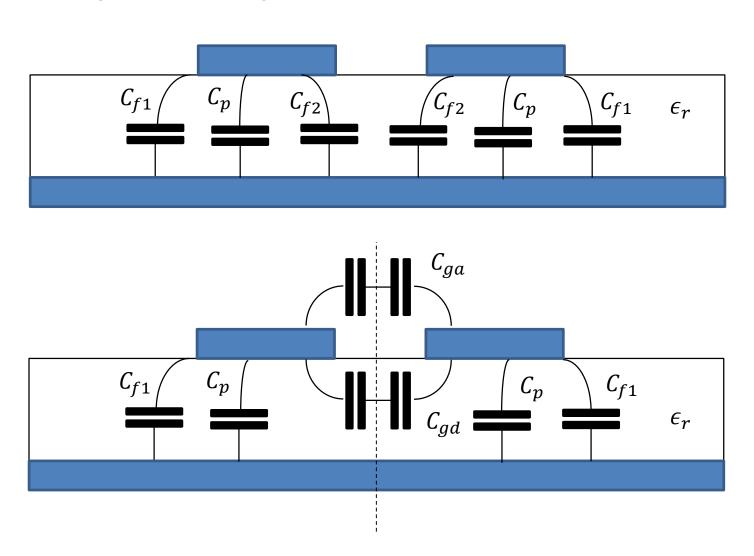
$$Z_{0e} = \frac{Z_{01e}}{\sqrt{\epsilon_{ree}}}$$

Y para el modo Impar:

$$Z_{0o} = \frac{Z_{01o}}{\sqrt{\epsilon_{reo}}}$$

El cálculo de las impedancias características es necesario para definir el acoplamiento entre las líneas, y por lo visto requiere del conocimiento de las capacidades asociadas a cada modo.

En el modo par, las capacidades son:



Hay disponibles fórmulas de análisis simples para la determinación de impedancias características con una precisión dentro del 3% [5-7]. Las capacitancias de la línea de aire y de la línea de sustrato forman la base de las expresiones y las capacitancias se desglosan como se muestra en la Figura. La exactitud del 3% se mantiene en los rangos:

$$0.2 \le \frac{W}{h} \le 2$$
  $0.05 \le \frac{s}{h} \le 2$ 

Las capacitancias totales para cada modo se pueden escribir, para el modo par:

$$C_e = C_p + C_{f1} + C_{f2}$$

Para el modo impar:

$$C_o = C_p + C_{f1} + C_{ga} + C_{gd}$$

La capacitancia  $\mathcal{C}_p$  simplemente se relaciona con el valor de la línea de placas paralelas dado por

$$C_p = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{W}{h}$$

Además,  $C_{f1}$  es simplemente la capacitancia marginal debida a cada tira de microstrip, como si fuera una línea única y del lado no acoplado. Esta viene dado por:

$$C_{f1} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{\epsilon_{re}}}{cZ_0} - C_p \right)$$

donde c es la velocidad en el espacio libre y  $\epsilon_{re}$  y  $Z_0$  se obtienen mediante el análisis TEM estático para cada microstrip como si fuera una sola tira, en función de  $\epsilon_r$ , h y W.

La capacidad  $C_{f2}$  puede ser calculada a través de una expresión empírica:

$$C_{f2} = \frac{C_{f1}}{1 + \left(A\frac{h}{s}\right) tanh\left(\frac{8s}{h}\right)} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{re}}}$$

Siendo:

$$A = e^{-0.1e^{\left(2.33 - 2.53 \frac{W}{h}\right)}}$$

Como puede verse en la anterior figura,  $\mathcal{C}_{ga}$  y  $\mathcal{C}_{gd}$  representan, respectivamente, capacidades al través de regiones de aire y de dieléctrico de modo impar en la región de acoplamiento.

Si se definen: 
$$k = \frac{\frac{s}{h}}{\frac{s}{h} + \frac{2W}{h}}$$
;  $k' = \sqrt{1 - k^2}$ 

Entonces para  $0 \le k^2 \le 0.5$ 

$$C_{ga} = \frac{\epsilon_0}{\pi} \ln \left( 2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right)$$

Y para  $0.5 \le k^2 \le 1$ 

$$C_{ga} = \frac{\epsilon_0 \pi}{\ln\left(2\frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}}\right)}$$

El acoplamiento capacitivo de modo impar a través del dieléctrico está dado por:

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \left( \coth \frac{\pi s}{4h} \right) + 0.65 C_f \left( \frac{0.02}{s/h} \sqrt{\epsilon_r} + 1 - \frac{1}{\epsilon_r^2} \right)$$

Conocidas las capacidades de la estructura en sus dos modos, se pueden determinar las impedancias de modo par e impar como:

$$Z_{0e} = \frac{1}{c\sqrt{C_e C_{e1}}}; \qquad Z_{0o} = \frac{1}{c\sqrt{C_o C_{o1}}}$$

 $C_e$  y  $C_o$  se calculan con las expresiones anteriores usando el valor de la constante dieléctrica del substrato  $\epsilon_r$ , y  $C_{e1}$  y  $C_{o1}$  se calculan con las expresiones anteriores usando  $\epsilon_r = 1$ .

Pueden determinarse también las constantes dieléctricas efectivas de cada modo de la forma:

$$\epsilon_{ree} = \frac{C_e}{C_{e1}}$$

$$\epsilon_{reo} = \frac{C_o}{C_{o1}}$$

#### Técnica de síntesis aproximada

- Normalmente en el diseño se encuentra alguna condición sobre el valor del acoplamiento y se pretende determinar las dimensiones del sistema acoplado, para lo cual son útiles las expresiones de síntesis.
- En este procedimiento, las relaciones de forma W/h y s/h se determinan a partir de  $Z_{0e}$  y  $Z_{0o}$  por medio de cálculos simples.
- Hay dos etapas distintas. Una de ellas comprende una determinación de las dimensiones de cada componente simple de la estructura acoplada, sus valores W/h.
- La segunda etapa relaciona los valores forma W/h y s/h de la estructura acoplada a los valores de la simple.

- (a) Determine las relaciones de forma para las tiras microstrip individuales.
- (b) Obtenga la relación de forma W/h y s/h para la estructura acoplada deseada utilizando las proporciones de forma de una sola línea encontradas en la etapa (a).

Para calcular los parámetros en (a) se buscan los valores de las etapas simples:

$$Z_{0se} = Z_{0e}/2$$

$$Z_{0so} = Z_{0o}/2$$

Con estos valores de impedancia se obtienen los parámetros (W/h)se y (W/h)so usando expresiones de síntesis del microstrip clásicas.

Akhtarzad et al. [15] han proporcionado una familia de expresiones útiles, las más completas de las cuales se citan aquí.

primero:

$$(W/h)se = \frac{2}{\pi} cosh^{-1} \left( \frac{2d - g + 1}{g + 1} \right)$$

$$(W/h)so = \frac{2}{\pi} cosh^{-1} \left( \frac{2d - g - 1}{g - 1} \right) + \frac{4}{\pi(1 + \epsilon_r/2)} cosh^{-1} \left( 1 + 2\frac{W/h}{s/h} \right); \ \epsilon_r \le 6$$

$$(W/h)so = \frac{2}{\pi} cosh^{-1} \left(\frac{2d-g-1}{g-1}\right) + \frac{1}{\pi} cosh^{-1} \left(1 + 2\frac{W/h}{s/h}\right); \ \epsilon_r \ge 6$$

$$\operatorname{Con} \ g = cosh \left(\frac{\pi s}{2h}\right) \qquad d = cosh \left(\pi \frac{W}{h} + \frac{\pi s}{2h}\right)$$

Como una aproximación, los segundos términos pueden despreciarse en las ecuaciones para (W/h)so.

Entonces se obtiene una fórmula explícita para s/h:

$$s/h = \frac{2}{\pi} cosh^{-1} \left[ \frac{cosh\left(\frac{\pi}{2}(W/h)se\right) + cosh\left(\frac{\pi}{2}(W/h)so\right) - 2}{cosh\left(\frac{\pi}{2}(W/h)so\right) - cosh\left(\frac{\pi}{2}(W/h)se\right)} \right]$$

Esta aproximación puede llevar a un error de hasta 10%, por lo que para refinarlo se requiere un cálculo iterativo.

Como se vio previamente la longitud del acoplador que maximiza el acoplamiento es igual a  $\lambda_{gm}/4$ , donde  $\lambda_{gm}$ 

Es la longitud de onda promedio calculada para los modos par e impar. A otras longitudes de onda el acoplamiento disminuye.

Para la determinación de este parámetro se parte del análisis de los modos par e impar, y sus impedancias características.

Siendo para una línea de transmisión TEM:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{v_p C} = v_p L$$

La última forma de esta expresión es la más conveniente, ya que podemos razonablemente suponer que la inductancia L permanece constante independientemente de si la estructura acoplada esta rellena de dieléctrico o de vacío:

Para el modo impar en líneas microstrp acopladas con un substrato dieléctrico presente:

$$Z_{0o} = v_{po}L_o \qquad \epsilon_r$$

Cuando se reemplaza al substrato dieléctrico por vacío, como en la figura 11.4 (b), la velocidad es simplemente la velocidad de la luz c.

$$Z_{01o} = cL_o$$
  $\epsilon_r = 1$ 

Resolviendo

$$v_{po} = c \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}}$$

Igualmente para el modo par:

$$v_{pe} = c \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}}$$

Las longitudes de onda en modo par e impar se determinan en función de la frecuencia f utilizando:

$$\lambda_{go} = \frac{v_{po}}{f}$$

$$\lambda_{ge} = \frac{v_{pe}}{f}$$

Luego:

$$\lambda_{go} = \frac{c}{f} \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}}$$

$$\lambda_{ge} = \frac{c}{f} \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}}$$

$$\lambda_{gm} = \frac{1}{2} \left( \frac{c}{f} \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}} + \frac{c}{f} \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}} \right)$$

Y

$$\lambda_{gm}/4 = \frac{c}{8f} \left( \frac{Z_{0e}}{Z_{01e}} + \frac{Z_{0o}}{Z_{01o}} \right)$$