Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

- La impedancia calculada como el cociente entre la tensión y la corriente, punto a punto de la línea, es en general una función de la posición.
- Como se ha visto en secciones anteriores, si la línea de transmisión es sin perdidas, la impedancia repite su valor en forma cíclica. En general, la expresión de la impedancia característica es no del todo simple.
- Para resolver el análisis de sistemas que deben tener en cuenta la impedancia de una línea de transmisión, se recurre a una **transformación conforme**, que permite una mejor comprensión gráfica del problema de la impedancia en sistemas de tipo distribuido.
- Esta transformación lleva todos los puntos de impedancia posibles a una representación gráfica de tipo polar, donde todo valor de impedancia esta representado por un punto particular, y donde el coeficiente de reflexión adopta sentido en la representación.
- La transformación conforme aplicada esta precisamente basada en la expresión que vincula al coeficiente de reflexión con la impedancia $Z(x)$.

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

$$Z(x) = Z_0 \frac{1+\rho(x)}{1-\rho(x)}$$

La impedancia $Z(x)$ se normaliza dividiendo su valor por Z_0.

$$z(x) = r + jx = \frac{Z(x)}{Z_0} = \frac{1+|\rho|e^{j\phi}}{1-|\rho|e^{j\phi}}$$

$$\phi = \varphi - 2j\beta x$$

El coeficiente de reflexión se expresa como función de la impedancia normalizada.

$$|\rho|e^{j\phi} = \frac{r-1+jx}{r+1+jx}$$

- El numero complejo que representa el coeficiente de reflexión se puede descomponer en dos coordenadas ortogonales u y v.

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

$$u + jv = \frac{r - 1 + jx}{r + 1 + jx}$$

La transformación conforme lleva el plano $z(r, x)$ al plano $w(u, v)$.
Operando:

$$(r - 1) + jx = (u + jv)(r + 1 + jx)$$

Descomponiendo en parte real e imaginaria:

$$r - 1 = ur + u - vx$$
$$x = xu + vr + v$$

Se despeja la variable x de cada ecuación:

$$x = \frac{1 + ur + u - r}{v}$$
$$x = \frac{vr + v}{1 - u}$$

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

si de las ecuaciones originales se despeja r:

$$r = \frac{1 + u - vx}{1 - u}$$

$$r = \frac{x - xu - v}{v}$$

Igualando:

$$u^2 + v^2 - 2v\frac{1}{x} - 2u = -1$$

para llevar esta expresión a la forma;

$$(x - \alpha)^2 + (y - \gamma)^2 = r_1^2 = x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\gamma y + \alpha^2 + \gamma^2$$

Se suma el termino:

$$\frac{1}{x^2}$$

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

quedando finalmente:

$$(u-1)^2+(v-\frac{1}{x})^2=\frac{1}{x^2}$$

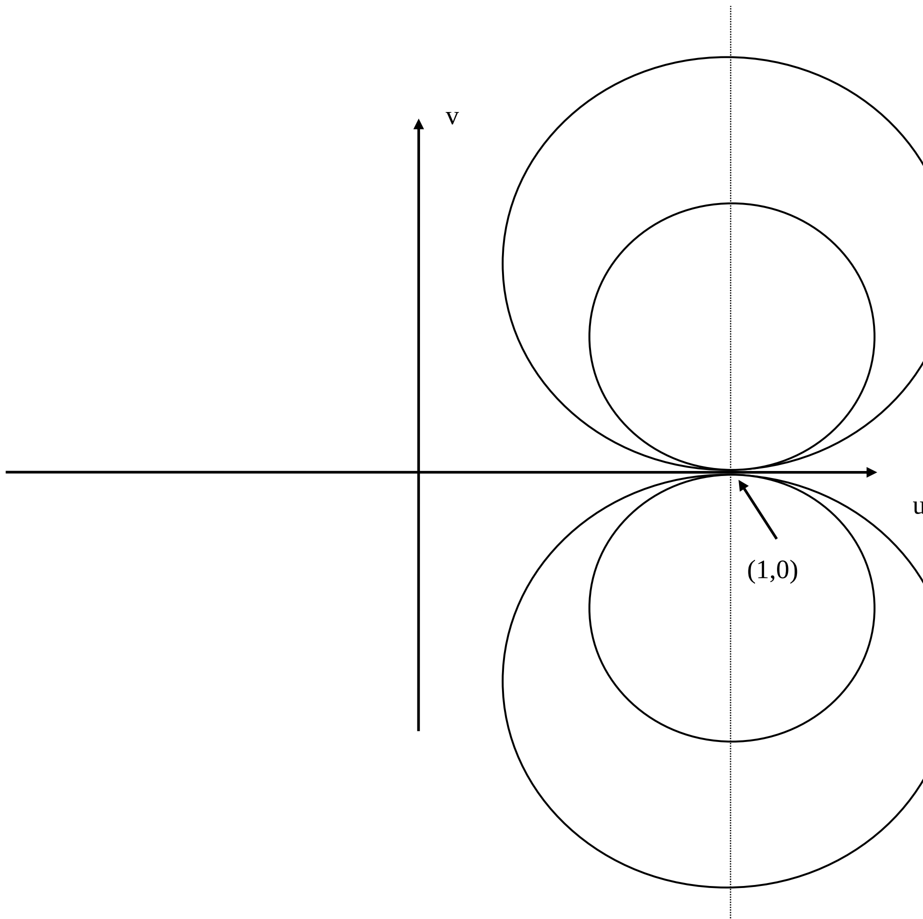
$$\alpha = centro_u = 1$$

$$\gamma = centro_v = \frac{1}{x}$$

$$r_1 = radio = \frac{1}{x}$$

Para diferentes valores de x aparecen círculos cuyo centro y radio van variando, de forma que las circunferencias que se originan son tangentes al eje u.

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith



Transformación conforme del ábaco, círculos x

Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

$$v^2 + u^2 - \frac{2ur}{1+r} = \frac{1-r}{1+r}$$

La expresión de un circulo de radio r_1, centrado en α es:

$$(x-\alpha)^2 + y^2 = r_1^2 = x^2 + y^2 - 2\alpha + \alpha^2$$

Sumando el término:

$$\frac{r^2}{(1+r)^2}$$

La expresión anterior adopta la forma de un círculo;

$$v^2 + (u - \frac{r}{1+r})^2 = (\frac{1}{1+r})^2$$

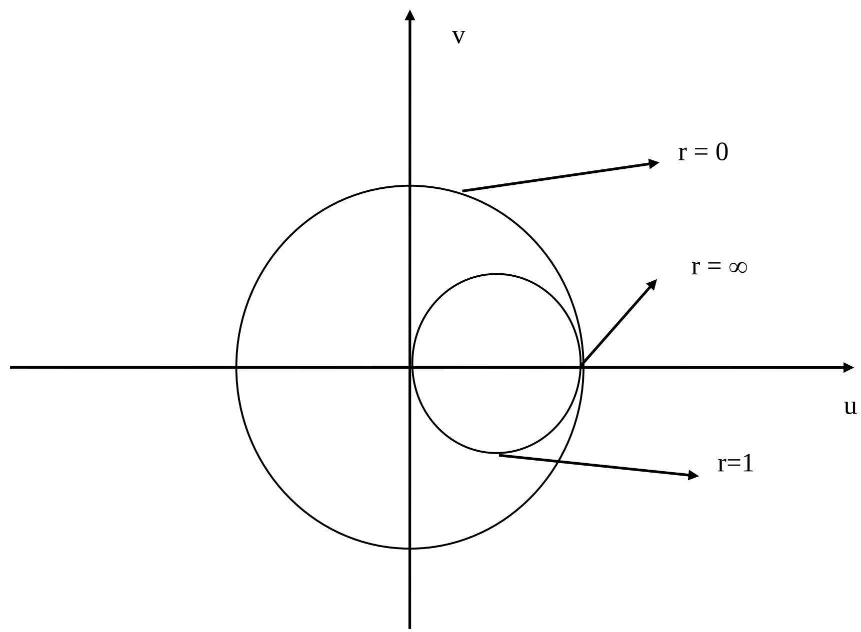
Líneas de Transmisión. Abaco de Smith

$$\alpha = centro = \frac{r}{1+r}$$

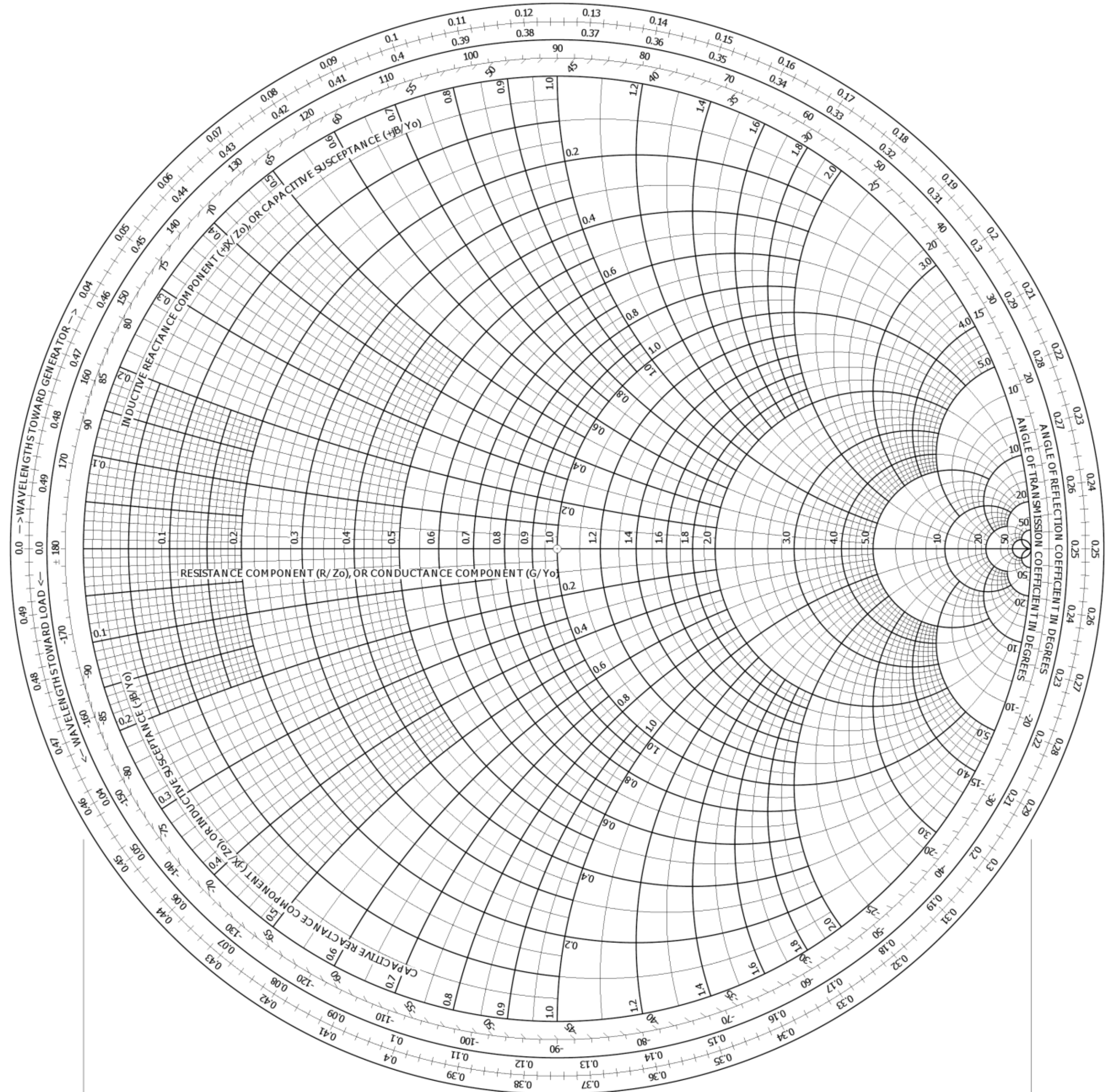
$$r_1 = radio = \frac{1}{1+r}$$

para distintos valores de r los círculos modifican su centro y su radio:

$$r = 0; \alpha = 0; r_1 = 1$$
$$r = 1; \alpha = 1/2; r_1 = 1/2$$
$$r = \infty; \alpha = 1; r_1 = 0$$



Transformación conforme del ábaco, círculos r


—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES

Ábaco de Smith

La admitancia normalizada se puede expresar de la siguiente manera:

$$g + jb = \frac{1 - |\rho| e^{j\phi}}{1 + |\rho| e^{j\phi}}$$

expresando el coeficiente de reflexión en función de la impedancia normalizada:

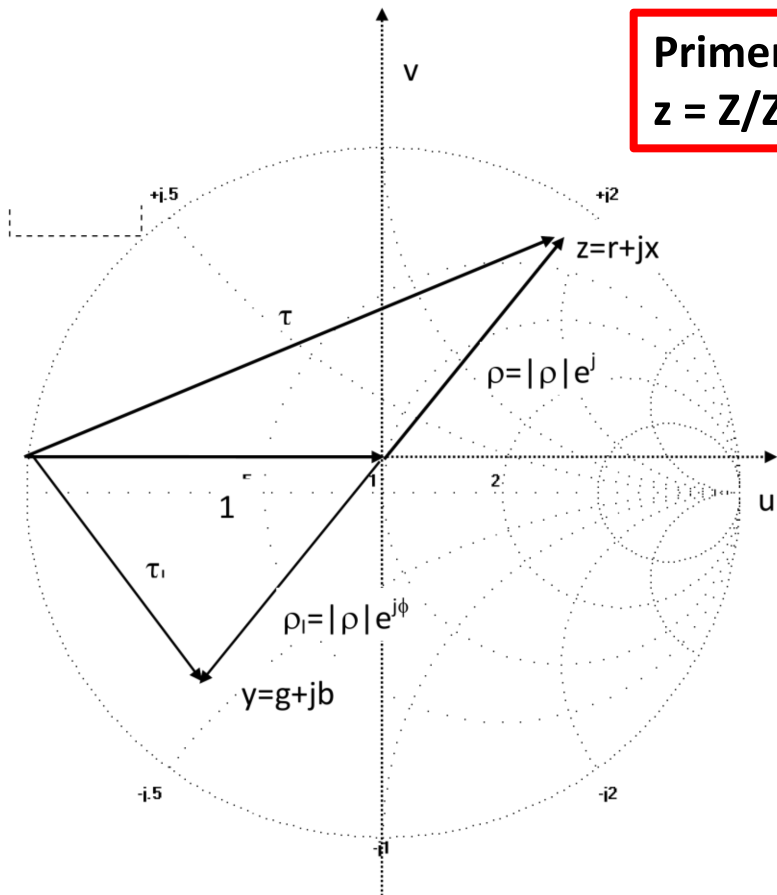
$$-|\rho| e^{j\phi} = \frac{g - 1 + jb}{g + 1 + jb}$$

Si se compara con la expresión equivalente ya deducida para la impedancia se concluye que:

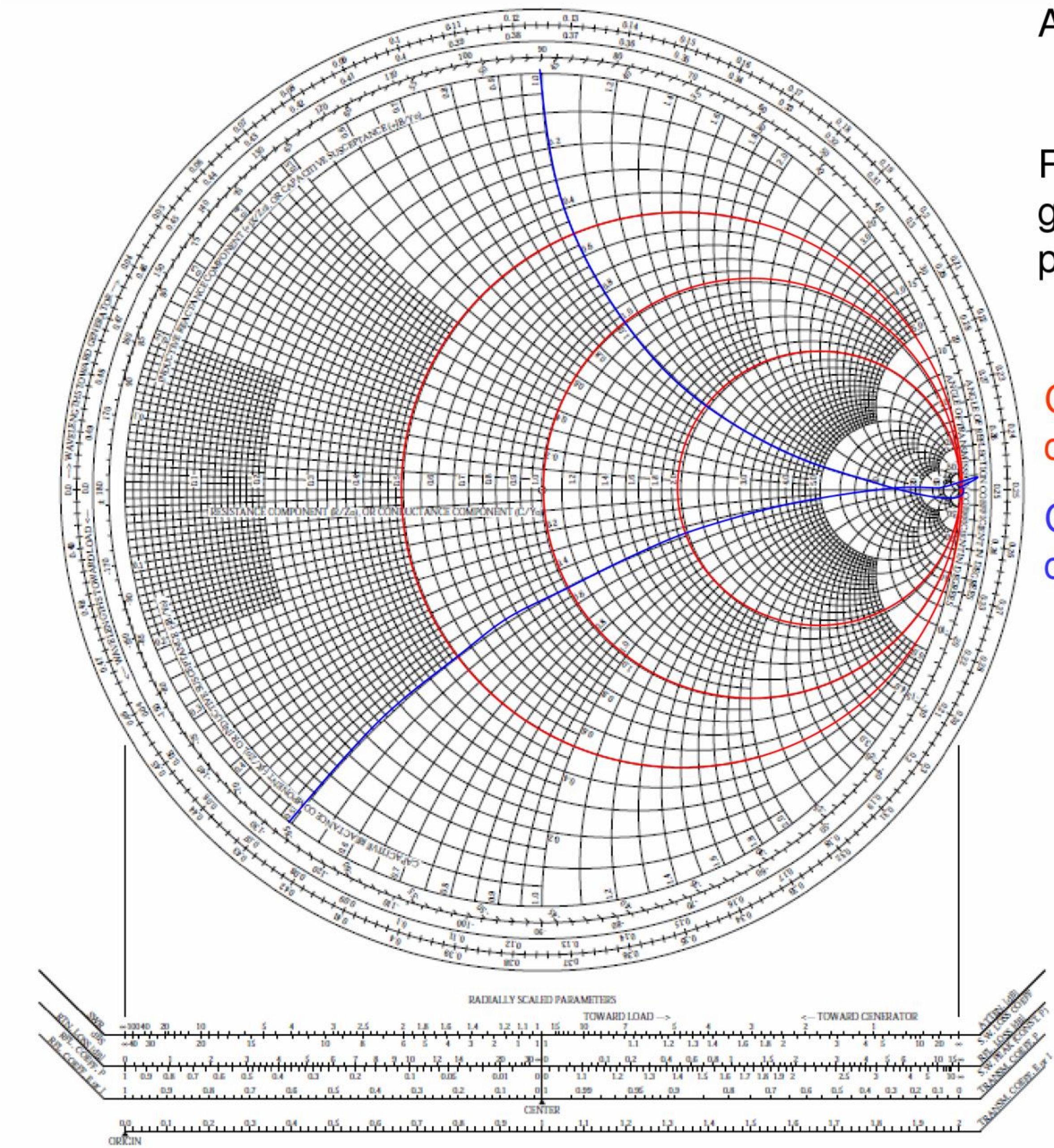
$$Z \leftrightarrow Y$$
$$\phi \leftrightarrow \phi + \pi$$
$$g \leftrightarrow r$$
$$b \leftrightarrow x$$

existe una analogía entre las variables de impedancia y admitancia. Por otro lado existe una relación entre el coeficiente de reflexión de tensión y el de corriente. Que vistos como vectores son de igual modulo, pero de sentido contrario.

Ábaco de Smith



Primero se debe normalizar:
z = Z/Zo , τ_V (Tensión)

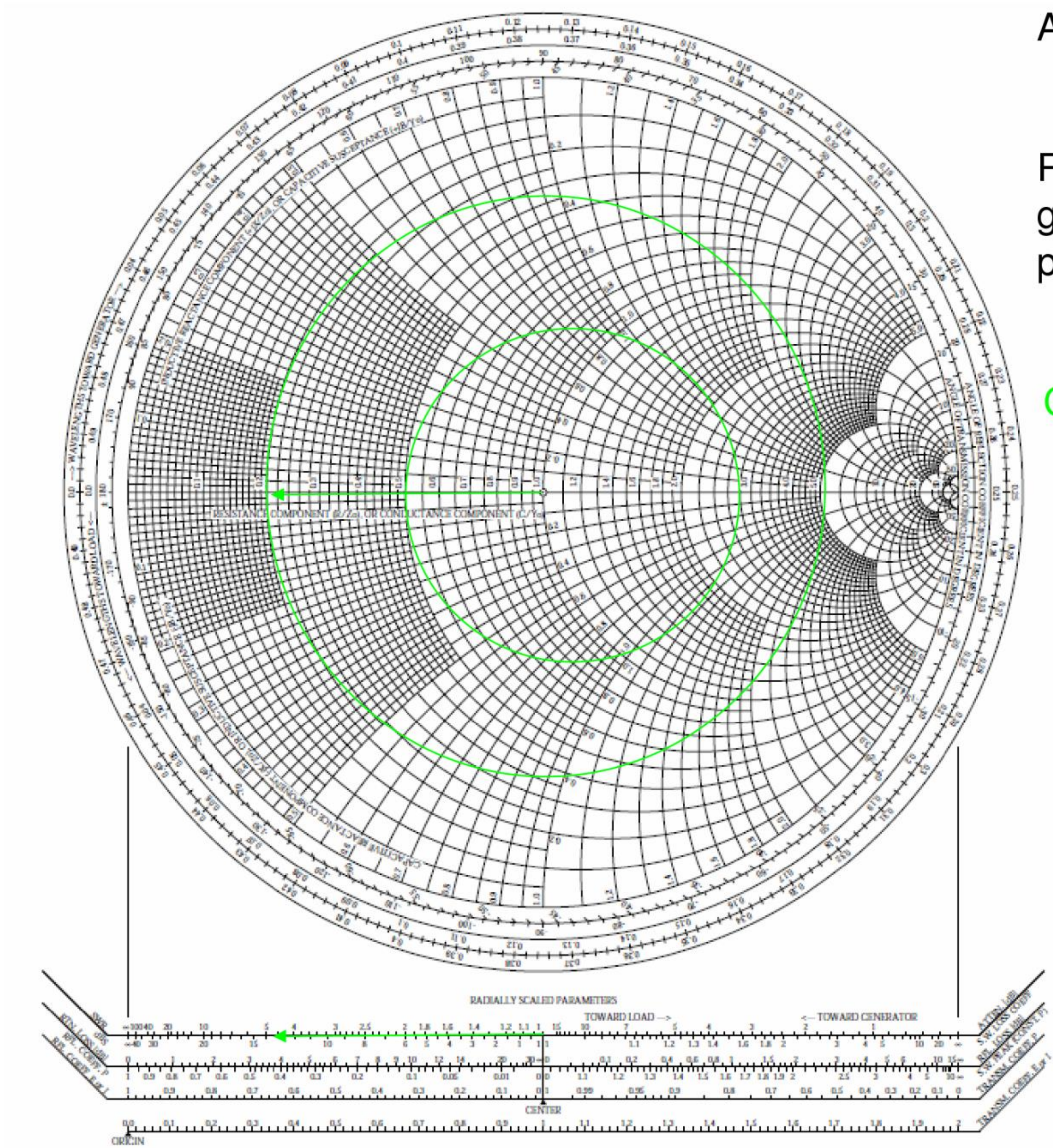


Abaco de Smith

Representación en un gráfico de tipo circular del plano de impedancias.

Círculos a parte real constante

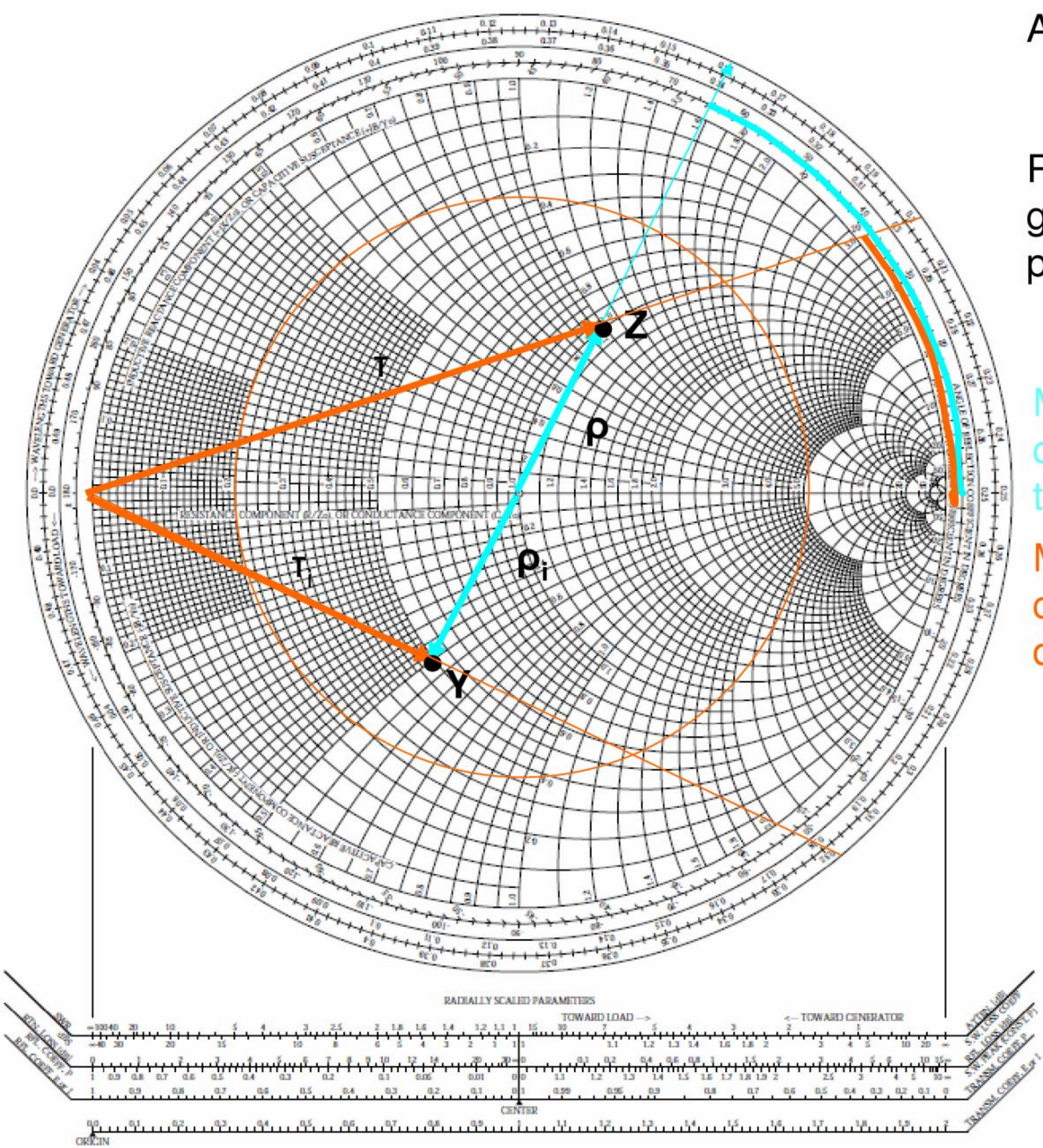
Curva de parte imaginaria constante



Abaco de Smith

Representación en un gráfico de tipo circular del plano de impedancias.

Círculos de ROE constante



Abaco de Smith

Representación en un gráfico de tipo circular del plano de impedancias.

Módulo y ángulo del coeficiente de reflexión de tensión y corriente

Módulo y ángulo del coeficiente de transmisión de tensión y corriente

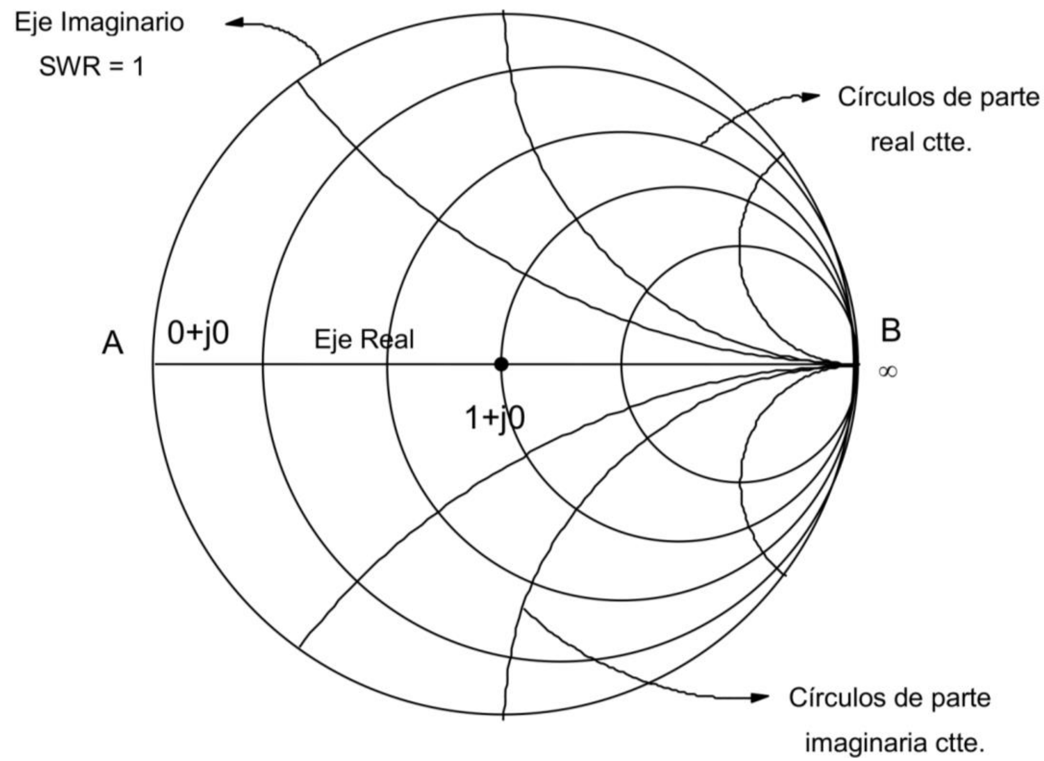
Descripción del ábaco.

Por medio de una transformación conforme, el ábaco de Smith consigue representar todos los puntos del semiplano derecho del diagrama cartesiano de números complejos, conteniéndolos en una región limitada.

El punto A de la figura es $(0 + J0)$. Corresponde a un corto-circuito si se trabaja con impedancias, y a un circuito abierto si se trabaja en admitancias.

El punto B de la figura es la unión de tres puntos del sistema cartesiano, que son $+j\infty, -j\infty\ e$.

Tales puntos se unen por efecto de la transformación. Corresponde a un circuito abierto si se trabaja con impedancias, y a un cortocircuito si se emplean admitancias.



El eje AB es el eje real. La circunferencia límite externa C es el eje imaginario.

En la figura se detallan las curvas de parte real constante, y de parte imaginaria constante.

Escalas Periféricas.

Las escalas periféricas son cuatro. Tienen relación con posiciones en la línea, y con los ángulos de los coeficientes de reflexión y transmisión.

La escala externa es usada para realizar desplazamientos hacia el generador, en el sentido horario de avance. La escala inmediata interior mide los desplazamientos hacia la carga, realizados en el sentido anti-horario.

Las escalas descriptas tienen un rango total de media longitud de onda, distancia a partir de la cuál los valores de impedancia se repiten periódicamente (Línea de transmisión sin pérdidas). Están subdivididas en fracciones de longitud de onda.

La siguiente escala hacia el interior del ábaco mide el ángulo del coeficiente de reflexión. La escala de marcas oblicuas respecto del radio mide el ángulo del coeficiente de transmisión.

Escalas Periféricas.

El radio que subtiende el ángulo del coeficiente de reflexión de tensión $\tau_v = \tau$, pasa por el punto $(1\ +\ j0)$.

El radio que subtiende el ángulo del coeficiente de transmisión pasa por el punto $(0\ +\ j0)$. Para los dos casos el otro punto de la recta es el que define a la impedancia (admitancia) normalizada de nuestro interés.

Cuando se ha ingresado al ábaco con una impedancia normalizada, todas las variables vectoriales son correspondientes a la tensión.

Cuando se ingresa con una admitancia normalizada, las variables corresponden a la corriente.

En la siguiente figura pueden verse los vectores que se definen en el ábaco.

Escalas Periféricas.

Si se trabaja en impedancia, los vectores serán:

$$V_i + V_r = V_t$$

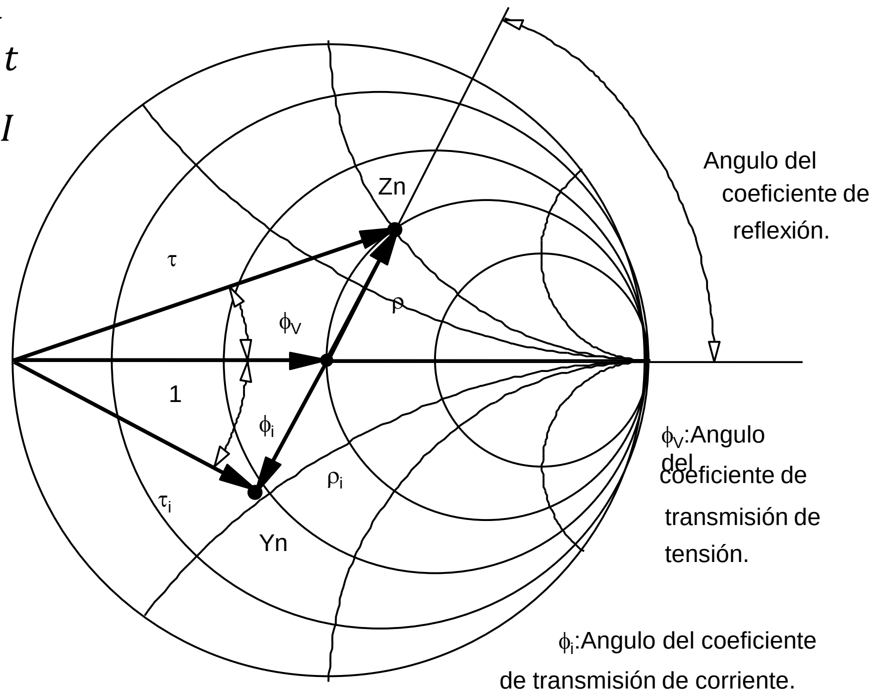
O, normalizando con V_i :

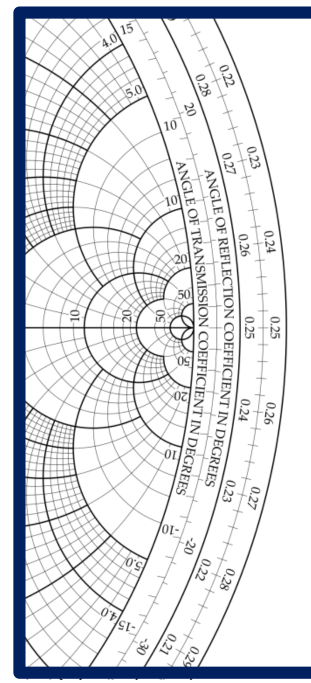
$$1 + \rho = \tau$$

Cuando usamos admitancias los tres vectores serán:

$$I_i + Ir = I_t$$

$$1 + \rho_I = \tau_I$$





Escalas Periféricas.

El radio que subtiende el ángulo del coeficiente de reflexión de tensión $\tau_v = \tau$, pasa por el punto $(1 \ + \ j0)$.

El radio que subtiende el ángulo del coeficiente de transmisión pasa por el punto $(0 \ + \ j0)$. Para los dos casos el otro punto de la recta es el que define a la impedancia (admitancia) normalizada de nuestro interés.

Cuando se ha ingresado al ábaco con una impedancia normalizada, todas las variables vectoriales son correspondientes a la tensión.

Cuando se ingresa con una admitancia normalizada, las variables corresponden a la corriente.

En la siguiente figura pueden verse los vectores que se definen en el ábaco.

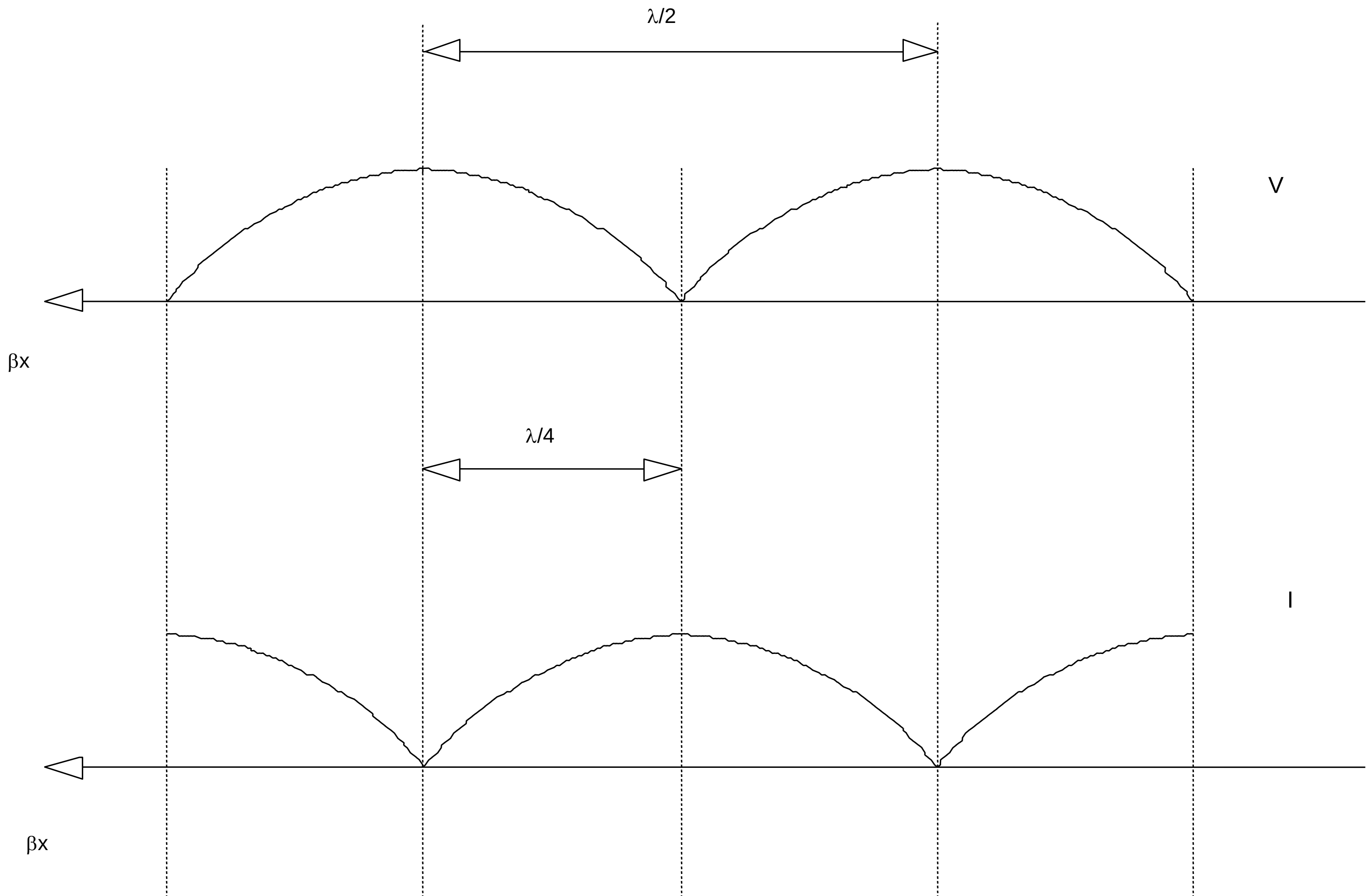
Relación entre V e I.

Como consecuencia de que el coeficiente de reflexión de tensión es del mismo módulo pero con 180° de fase respecto del de corriente, la relación entre vectores de tensión incidente, reflejada y transmitida, y los vectores de corriente incidente, reflejada y transmitida, es la que se ve en la figura anterior.

Del esquema de la figura se deduce que los mínimos de tensión coinciden con los máximos de corriente y viceversa.

El patrón de distribución de tensión y corriente es el que se ve en la siguiente figura:

Relación entre V e I.



ROE, máximos y mínimos

Relación entre V e I.

Dada la relación que existe entre tensión e impedancia, y corriente y admitancia podemos decir que:

La posición de un mínimo de tensión coincide con la posición de un mínimo de impedancia normalizada (o máximo de admitancia normalizada).

La posición de un mínimo de corriente coincide con la posición de la máxima impedancia normalizada (o mínimo de admitancia normalizada).

Escalas Radiales.

Las escalas radiales deben ser usadas como círculos concéntricos con respecto al punto (1 + j0), de forma tal que la distancia desde este punto al punto de interés (Admitancia o impedancia normalizada que estemos analizando), sea proyectada sobre dichas escalas (de allí el nombre de radiales) haciendo coincidir el punto (1 + j0) con el indicado con la palabra CENTER (•), y obteniéndose el valor deseado en el otro extremo del segmento proyectado.

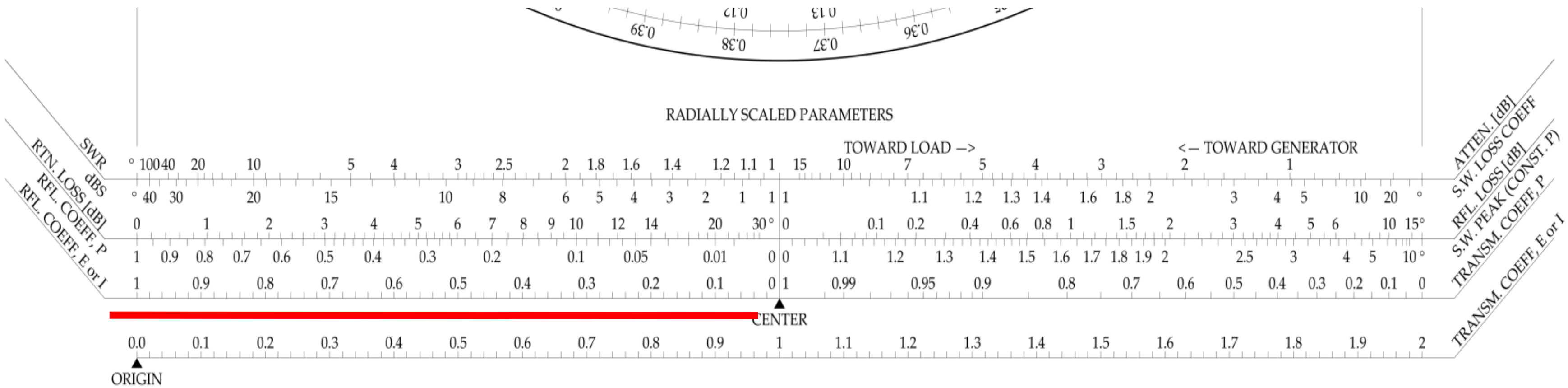
La única escala que se toma desde (0 + j0) es la del coeficiente de transmisión V o I. Cuando se mide la magnitud de un coeficiente de transmisión se proyecta sobre esta escala un segmento que va desde (0 + j0) al punto de interés, y se mide haciendo coincidir (0 + j0) con el punto indicado ORIGIN (•), y obteniendo el valor deseado con el otro extremo del segmento proyectado sobre la escala.

Escalas Radiales. REFL. COEFF. E or I:

Esta escala mide el módulo del coeficiente de reflexión de tensión si se ingresó con una impedancia y de corriente si se ingresó con una admitancia.

Lógicamente, los módulos de uno u otro caso son iguales, ya que la diferencia la presentan en la fase (± 180°).

Si la línea no tiene pérdidas, el coeficiente de reflexión tiene un valor constante a lo largo de la misma.



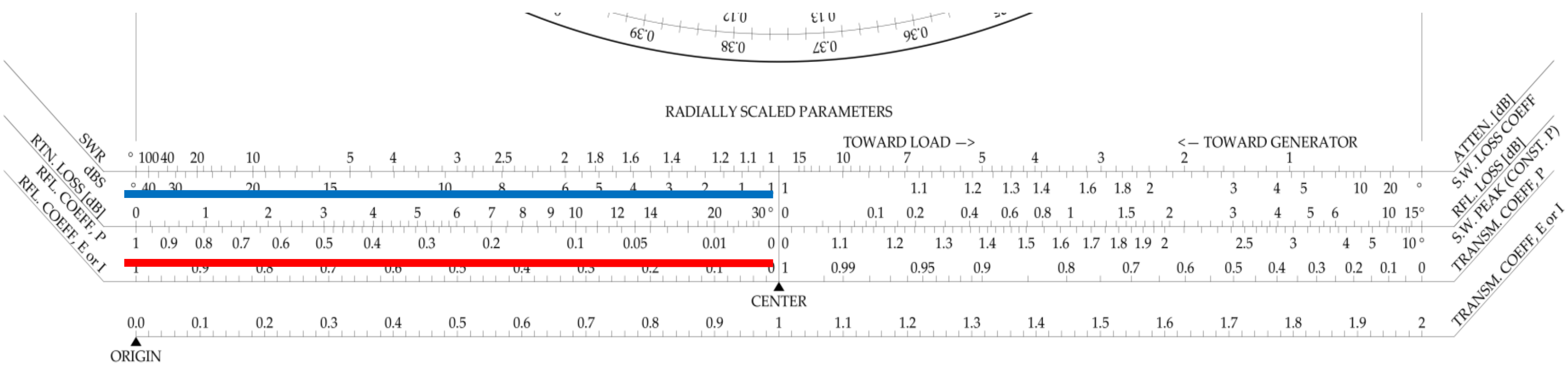
REFL. COEFF. P y RET'N LOSS, dB

REFL. COEFF. P mide el coeficiente de reflexión de potencia, es decir, el cociente entre la potencia reflejada y la potencia incidente. Permanece constante a lo largo de la línea cuando esta no tiene pérdidas. Matemáticamente responde a la ecuación:

$$R = |\rho|^2$$

RET'N LOSS, dB mide el mismo parámetro en forma logarítmica:

$$-10Log(R) = -10Log_{10}|\rho|^2$$

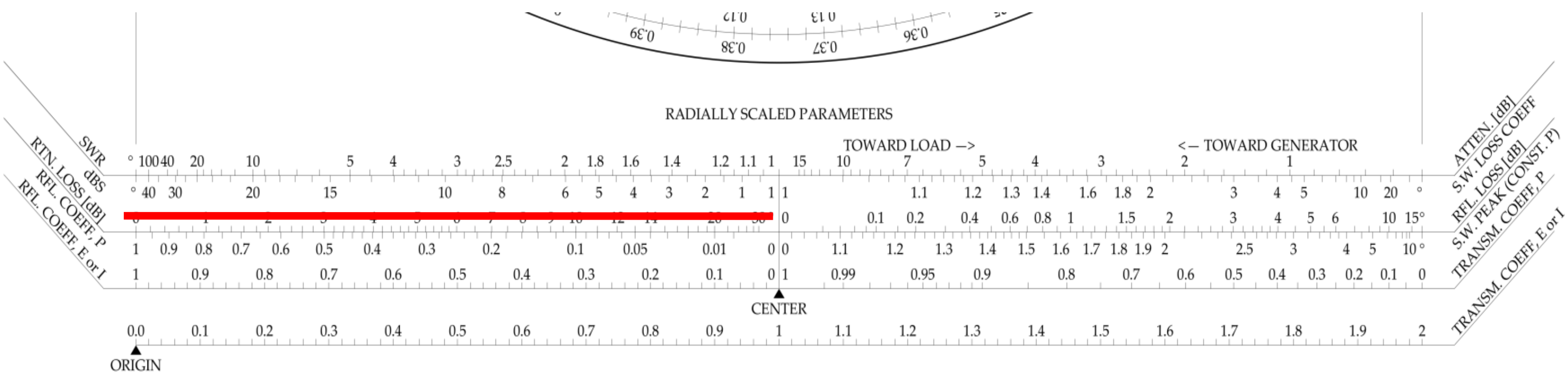


SWR Y DBS

Esta escala mide el coeficiente de relación de onda estacionaria (Standing Wave Ratio) en valor numérico (SWR) y en decibeles (DBS). Determina el grado de desadaptación en la carga.

En función del módulo del coeficiente de reflexión su valor es:

$$SWR = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}$$



Pérdidas en las líneas de transmisión. ATTEN, 1 dB Maj. Div.

Esta escala mide la atenuación en un solo sentido de avance. La escala supone que la carga está adaptada y establece la relación que existe entre las potencias de la onda incidente en dos puntos diferentes de la línea.

Estas pérdidas afectan el valor de la impedancia en cualquier punto de la línea , ya que son una medida directa del factor de atenuación α, variable que está presente en la expresión de la impedancia $Z(x)$.

La escala trabaja con dos sentidos del movimiento. Si, por ejemplo, conocemos la impedancia de carga, y queremos determinar la impedancia que se tiene a una distancia dada hacia el generador , la atenuación debe ser considerada disminuyendo ,la distancia radial. (Atenuación). Si por el contrario el movimiento es hacia la carga, la distancia radial debe ser aumentada, realizando el proceso de desatenuación.

Pérdidas en las líneas de transmisión. ATTEN, 1 dB Maj. Div.

Supongamos por ejemplo que la línea esta terminada en un cortocircuito, de manera que la reflexión sea total. En este caso podemos asegurar que las pérdidas producidas en el camino de ida y de vuelta son iguales entre sí , y su suma es igual a las pérdidas de retorno en el punto en cuestión:

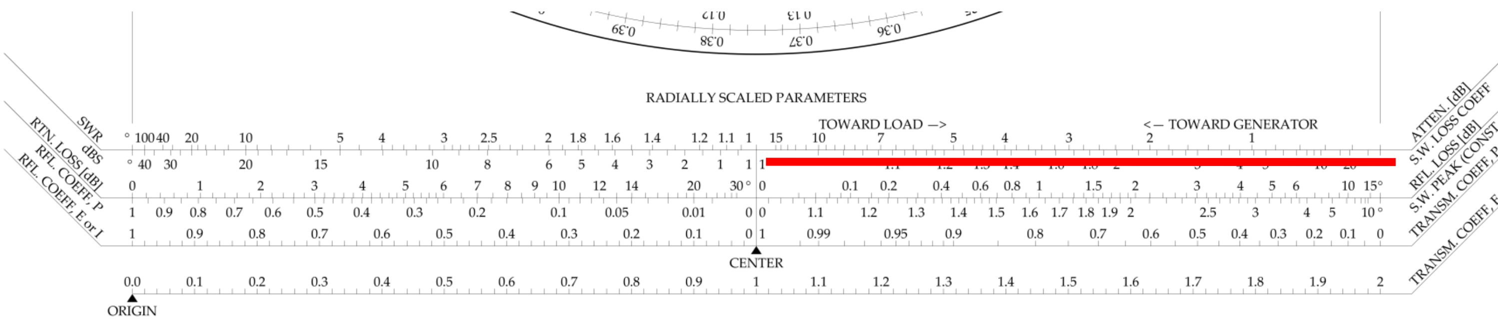
$$perdidas\_solo\_sentido = \frac{1}{2}(-10Log_{10}|\rho|^2) = -10Log_{10}|\rho|$$

Esto es siempre válido cuando hay reflexión total, debido a que la potencia de la onda incidente y la reflejada en un punto de la línea serán distintas solo si la línea tiene pérdidas, y la diferencia entre ambas será precisamente la potencia consumida por atenuación.

Si la carga es otra, que no produce reflexión total, será válido para dos puntos de la línea 1 y 2, donde el módulo del coeficiente de reflexión vale respectivamente ρ_1 y ρ_2:

Pérdidas en las líneas de transmisión. ATTEN, 1 dB Maj. Div.

$$perdidas\_atenuacion = -10Log_{10}\left(\frac{|\rho_1|}{|\rho_2|}\right)$$



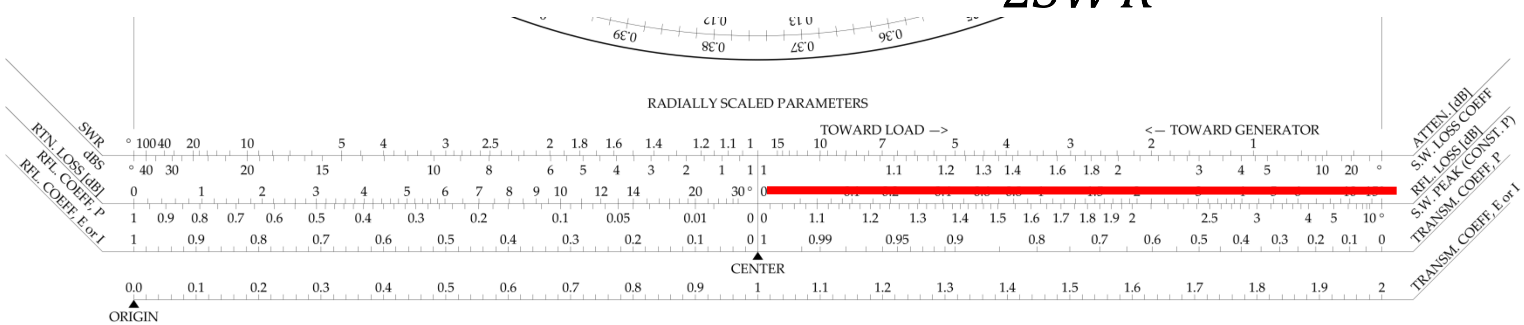
S.W.LOSS FACTOR

La atenuación calculada en un solo sentido de avance, es el valor de pérdidas mínimo que se tiene en líneas con atenuación.

Cuando la carga está desadaptada se produce un aumento en las pérdidas disipativas por efecto de la onda estacionaria que se establece.

El S. W. LOSS FACTOR tiene en cuenta el aumento promedio de las pérdidas disipativas debido a ondas estacionarias en una región promediada en $\pm \lambda/2$ del punto de observación y puede ser expresado como el factor de pérdidas de onda estacionaria ,por unidad e longitud.

$$S.W.LOSSFACTOR = \frac{1+(SWR)^2}{2SWR}$$

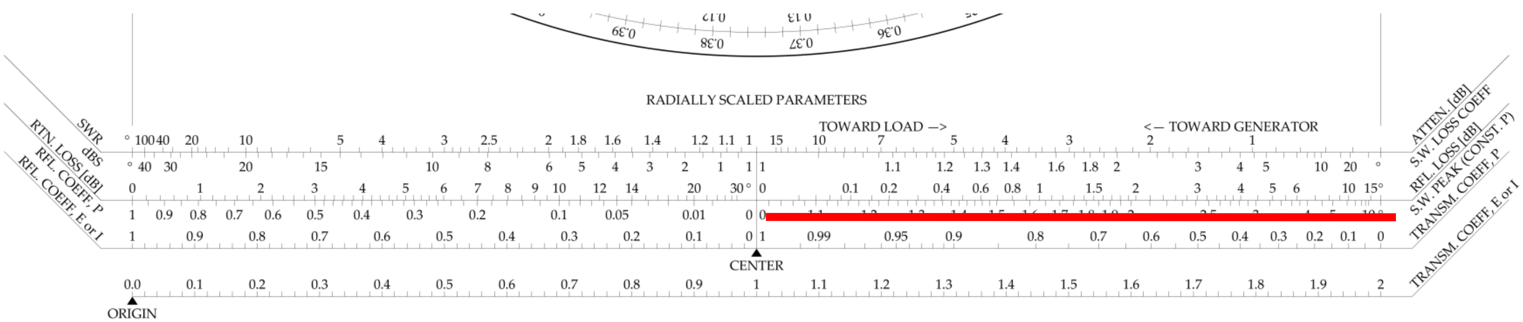


REFL. LOSS ,dB

Esta escala mide las pérdidas de reflexión y las expresa en dB. Si tuviéramos una línea ideal, adaptada a la carga y al generador, no tendríamos pérdidas de ningún tipo. Si ahora desadaptamos la carga, el efecto de las pérdidas originadas es medido por esta escala.

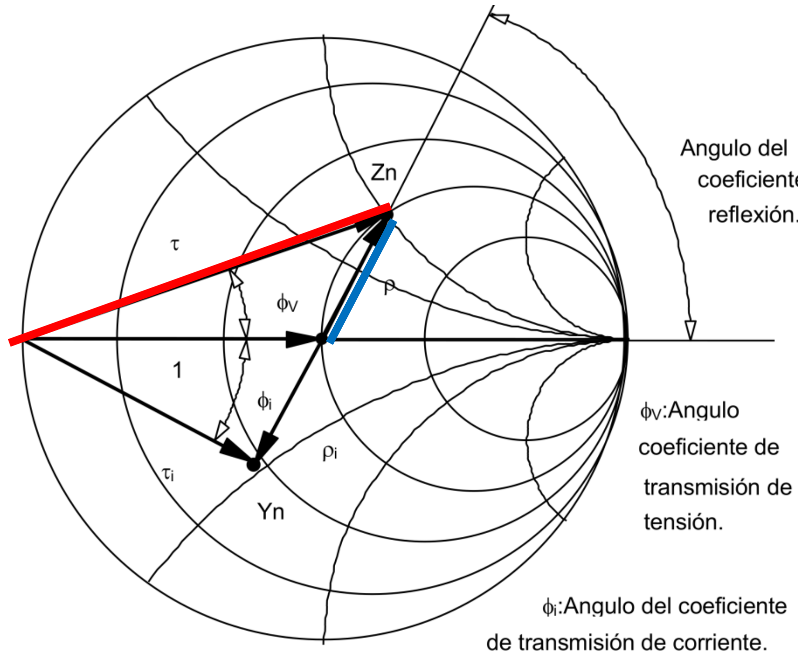
Puede definirse como el cociente entre la potencia incidente sobre la potencia transmitida, (En dB):

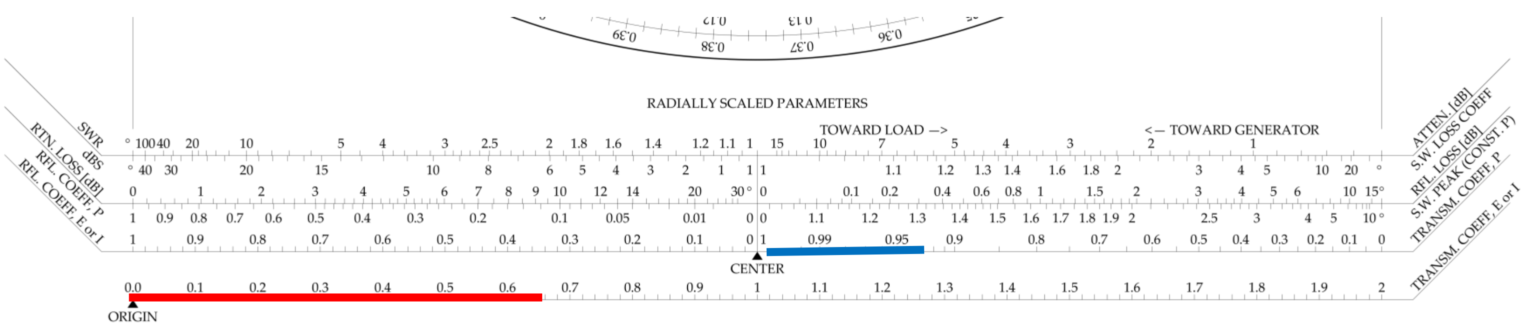
$$REFL.LOSS, dB = -10Log_{10}(1-|\rho|^2)$$



TRANSMISSION COEFF. E or I

Mide el módulo del coeficiente de transmisión , es decir, el cociente entre los módulos de las ondas (V o I) transmitida e incidente. Es medido desde el punto $(0\ +\ j0)$.





TRANSMISSION COEFF. P

Esta escala mide el cociente de la potencia transmitida sobre la incidente.

Téngase en cuenta que para los coeficientes de potencia se cumple que:

$$T + R = 1$$