

## Diseño de Circuitos en Microondas

# Líneas de Transmisión Microstrip

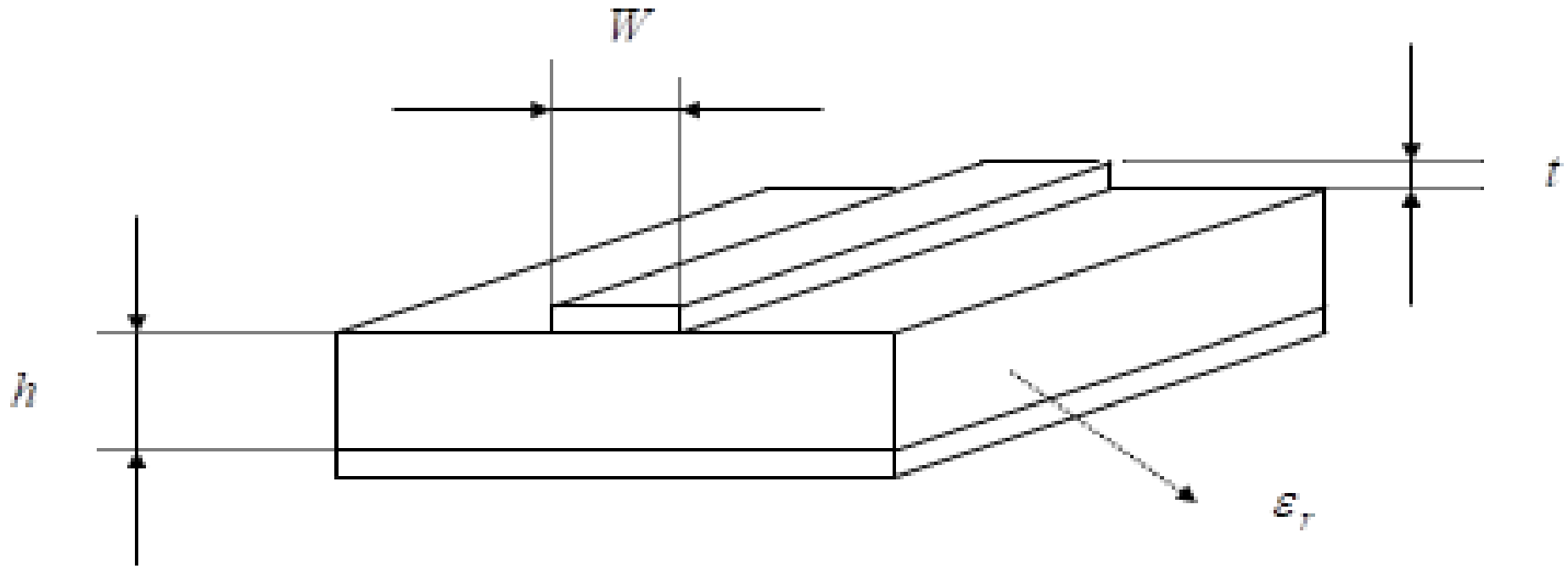
2023 – Laboratorio de Comunicaciones  
Facultad de Ingeniería  
UNMDP

---

# *Diseño de líneas de transmisión*

## *“microstrip”*

- Una de las estructuras utilizadas para diseñar sistemas distribuidos de transmisión en plaquetas de tamaño comercial, especialmente en alta frecuencia, es la denominada estructura de microstrip. Esta estructura de línea de transmisión esta constituida por una tira de ancho  $W$  que se construye sobre una plaqueta de material dieléctrico de espesor  $h$  y constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r$  que se encuentra sobre un plano de masa, que es la otra pieza conductora de este sistema de transmisión de ondas TEM (Transverso – Electro – Magnética).
- La estructura se ve en la figura:

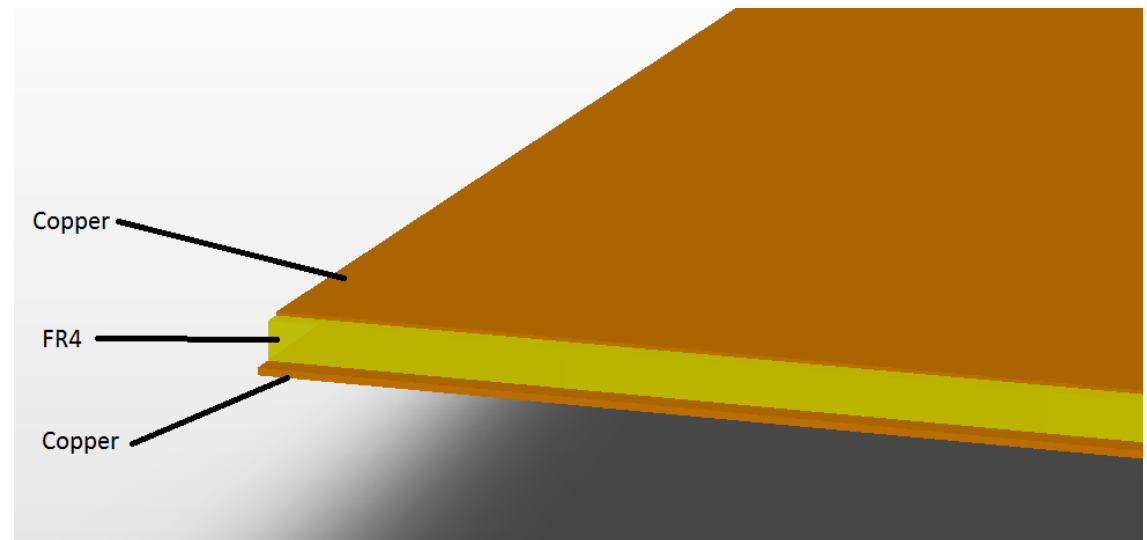
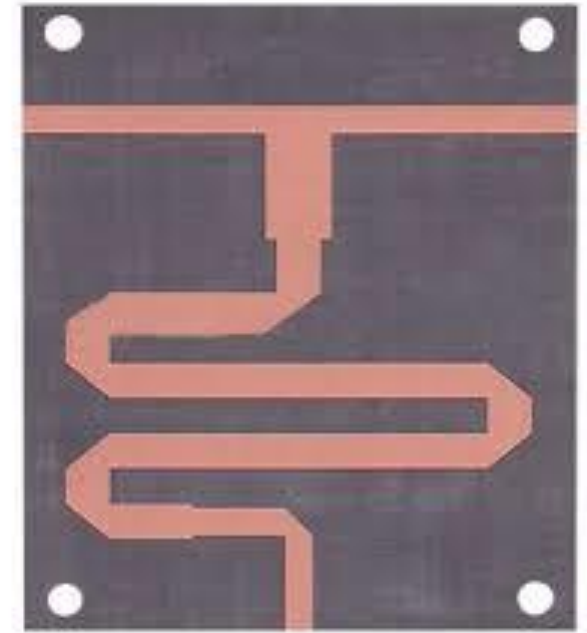
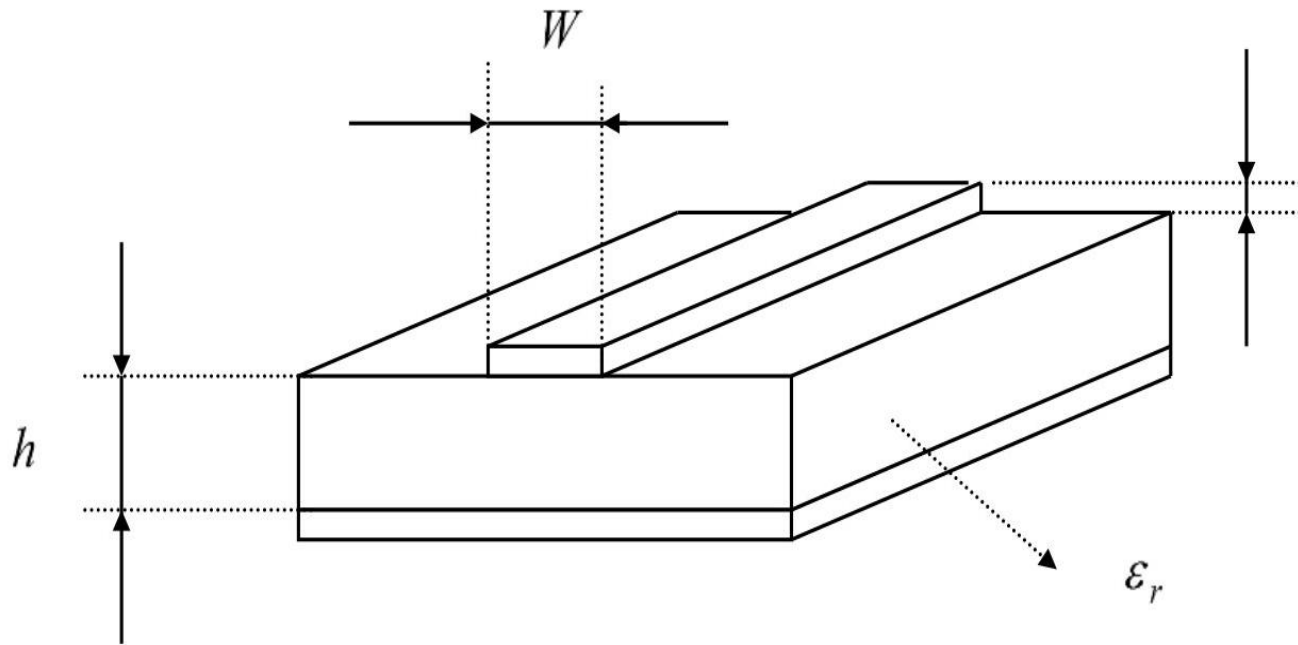


# Líneas de transmisión

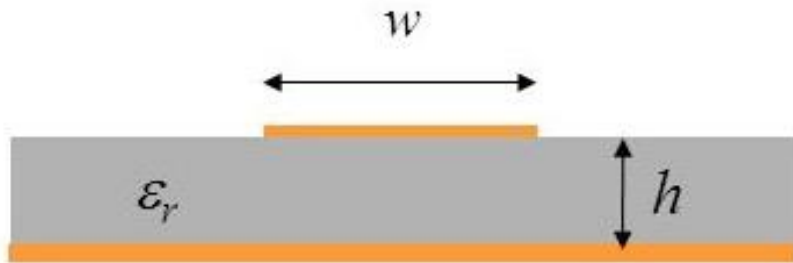
## Circuitos de Parámetros Distribuidos

- Tamaño del circuito  $\ll$  longitud de onda
  - Parámetros Concentrados
- Tamaño del circuito del orden de la longitud de onda
  - **Parámetros Distribuidos**
    - Conductores de señal son líneas de transmisión
    - Impedancias, capacitancias, resistencias y conductancias por unidad de longitud
    - Resolver mediante ecuaciones de Maxwell
    - Impedancias intrínsecas y constantes de propagación

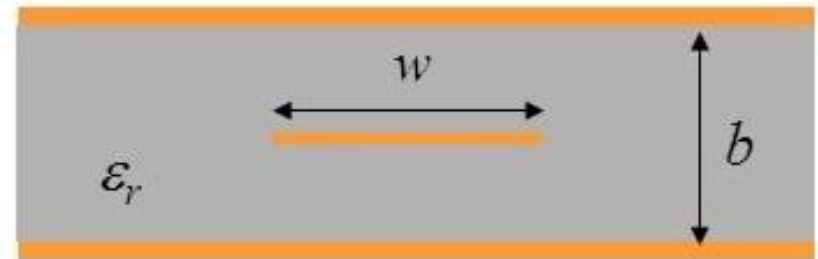
# Líneas de transmisión “microstrip”



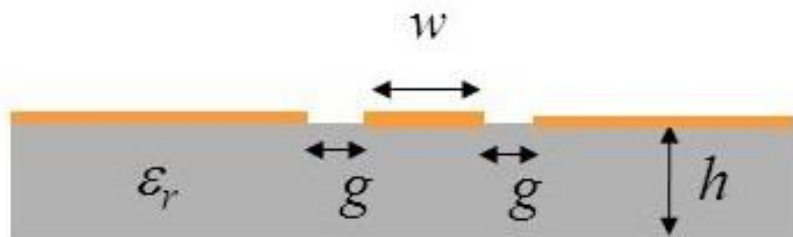
# Líneas de transmisión planares



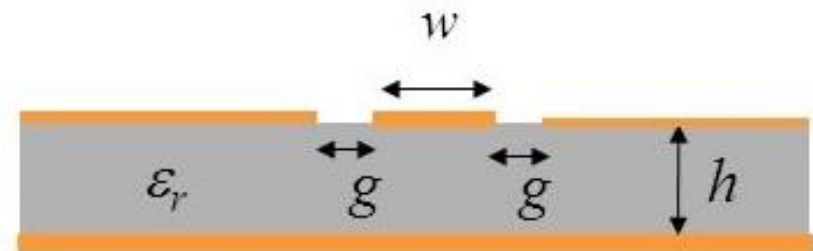
Microstrip



Stripline



Coplanar Waveguide (CPW)

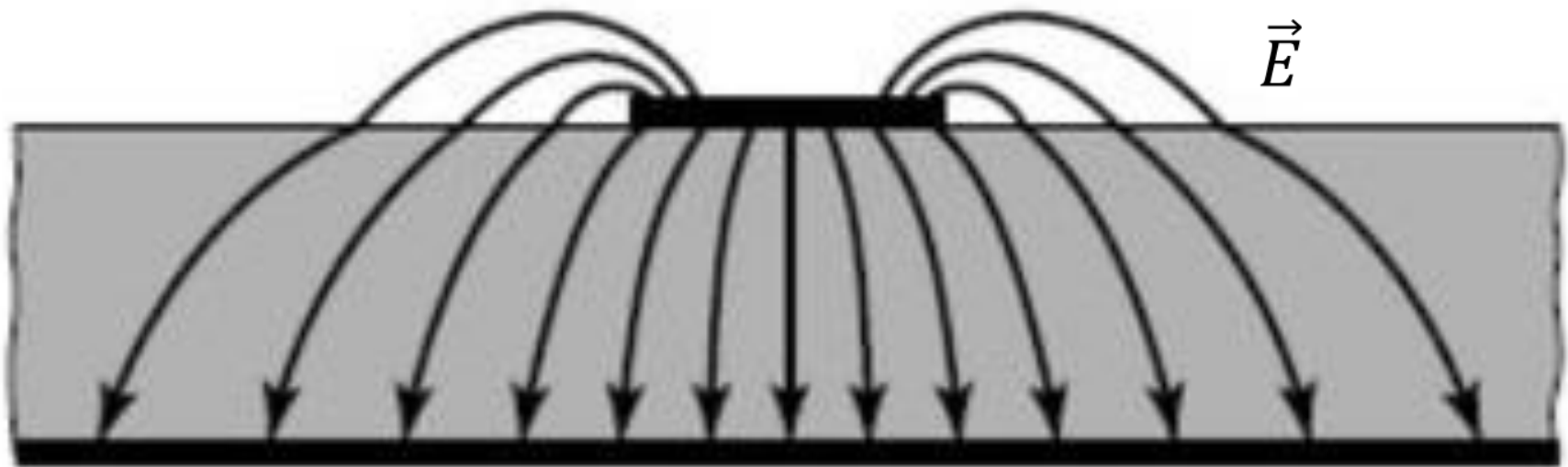


Conductor-backed CPW

# Líneas de transmisión microstrip

La estructura tiene como material dieléctrico entre conductores un material híbrido en parte de constante dieléctrica  $\epsilon_r$  y en parte el vacío, de constante  $\epsilon_r = 1$ .

El sistema de transmisión ha sido analizado por Wheeler utilizando una transformación conforme que lleva la estructura que se ve en la figura, estudiada en corte transversal, y esencialmente de extensión infinita, a la forma de un capacitor de placas paralelas, donde el dieléctrico que lo rellena es una mezcla de dieléctrico de constante  $\epsilon_r$  y el vacío.



# Líneas de transmisión microstrip

La resolución matemática del problema del dieléctrico mixto entre placas del capacitor de placas paralelas del plano transformado no es simple, y ha sido desarrollada por Wheeler resultando de ella expresiones analíticas medianamente simples que determinan la impedancia característica y la constante dieléctrica efectiva de la mezcla de materiales dieléctricos para la línea de transmisión microstrip.

Estas expresiones fueron desarrolladas como expresiones de ***análisis y síntesis***, y son función de la constante dieléctrica del material  $\epsilon_r$ , el espesor del material dieléctrico,  $h$ , y el ancho de la tira  $W$ .

# Líneas de transmisión microstrip

En el procedimiento de **análisis** conociendo los valores de  $\epsilon_r$ ,  $h$ , y  $W$ , se puede determinar la impedancia característica de la línea,  $Z_0$ , y la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$ , que es el parámetro que permite evaluar la longitud de onda dentro de la línea microstrip como  $\lambda_g = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon_{re}}}$ .

Conociendo los parámetros anteriormente mencionados se puede determinar el largo y ancho de la tira para una determinada línea de transmisión.

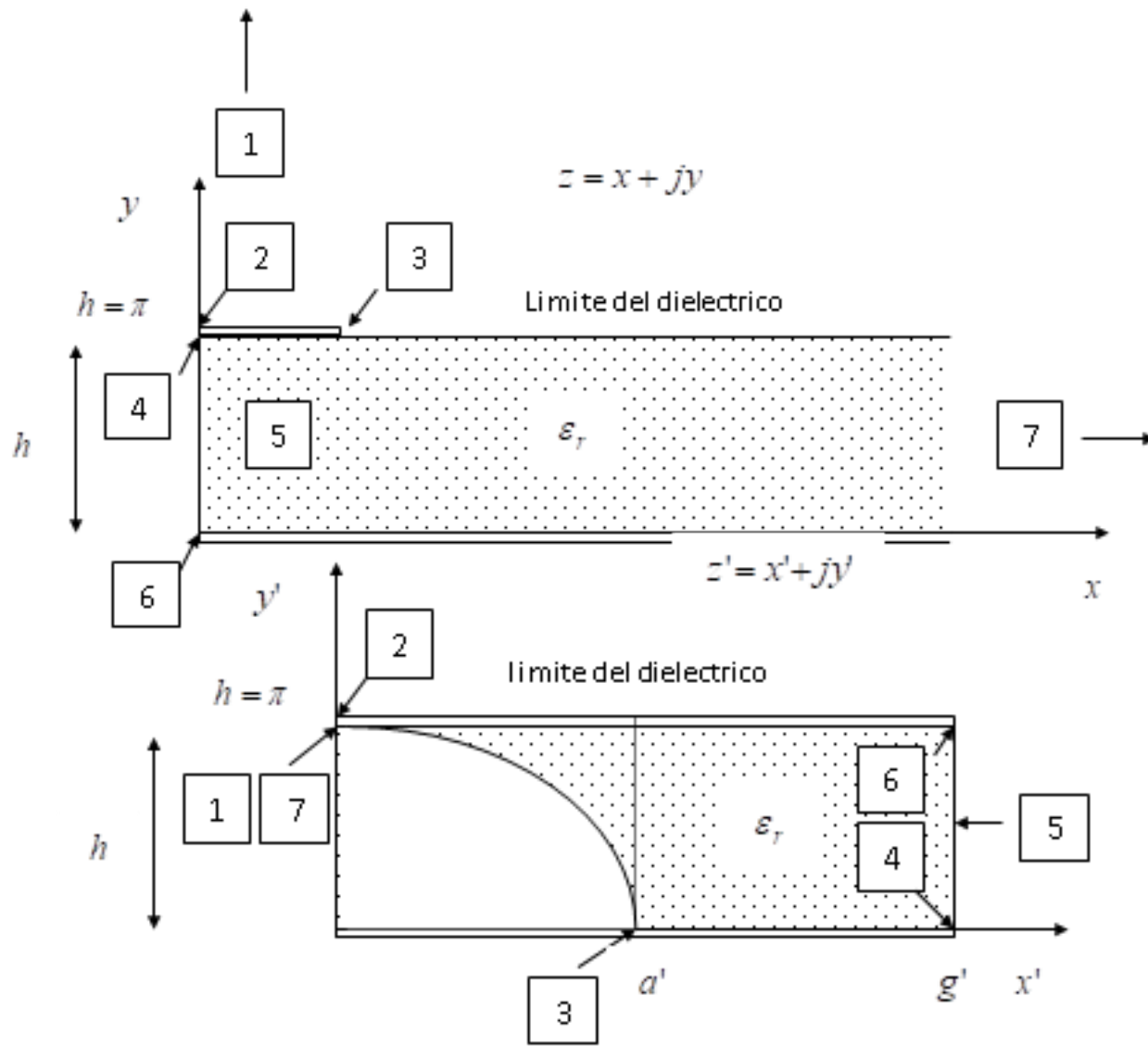
Las expresiones de **síntesis** permiten determinar, para un valor deseado de impedancia característica  $Z_0$ , y conocidos los valores de  $\epsilon_r$ ,  $h$ , que dependen del material a utilizar, el ancho de la línea  $W$ .

El valor de la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$  es resultado dependiente del valor de la impedancia característica deseada.



# líneas de transmisión microstrip

La figura describe ciertos puntos de la estructura original, representada en el plano  $z = x + jy$ , que se transforman al plano  $z' = x' + jy'$ . La transformación aplicada es  $z = j\pi + d \cdot \tanh(z'/2) - z'$ .



# líneas de transmisión microstrip

Existen dos zonas de validez para la aproximación que se hace de la curva que determina la separación de los medios dieléctrico y vacío. Como se ve en la figura, el capacitor de placas paralelas transformado esta relleno de un dieléctrico mixto, pero es de extensión finita. El limite entre el dieléctrico y el vacío se transforma en una curva de aspecto similar a una elíptica.

La región delimitada por los puntos 1, 2, 3 y 7 es la zona fuera del dieléctrico, mientras que la zona delimitada por los puntos 3, 4, 6 y 7 es la región rellena de dieléctrico. Se necesita calcular la constante dieléctrica efectiva (relativa) de la región completa, mezcla de dieléctrico y vacío, que seguramente tendrá un valor intermedio entre 1 y  $\epsilon_r$ .

se puede decir que variaría entre los valores:

# líneas de transmisión microstrip

$\epsilon_{re} = \epsilon_r$ , cuando el ancho  $W$  de la tira fuera extremadamente grande, de forma que todo el campo quedara encerrado dentro del dieléctrico,

y  $\frac{1}{2}(\epsilon_r + 1)$ , cuando la tira es extremadamente delgada, y el campo se concentra por igual entre el dieléctrico y el vacío.

Luego:

$$\frac{1}{2}(\epsilon_r + 1) \leq \epsilon_{re} \leq \epsilon_r$$

en este sentido se puede describir la constante  $\epsilon_{re}$  en función de una cantidad que se puede denominar el factor de llenado  $q$ , que fue evaluado por Wheeler en su trabajo [1,2]:

$$\epsilon_{re} = 1 + q(\epsilon_r - 1)$$

Este factor de llenado varia entre:

$$1/2 \leq q \leq 1$$

# Parámetros estáticos TEM

El propósito de diseño con líneas de transmisión microstrip es el de determinar normalmente los valores de  $W$  y la longitud eléctrica  $l_g$  de la línea para un determinado valor de impedancia característica deseada  $Z_0$ .

Para determinar la longitud eléctrica de la línea es necesario conocer la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$  que define la longitud de onda dentro de la línea.

# Expresiones para $Z_0$

Como es sabido una línea de transmisión de modo TEM tiene una impedancia característica dada por la expresión:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Siendo en este sistema la velocidad de fase igual a:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Puede entonces encontrarse expresiones equivalentes para la impedancia característica:

$$Z_0 = vL$$

$$Z_0 = \frac{1}{vC}$$

Si ahora se supone que el material que rellena la estructura del microstrip es el vacío, estas expresiones se describen con  $v = c = 3 \cdot 10^8 m/s$ :

# Expresiones para $Z_0$

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{L}{C_1}}$$

$$Z_{01} = cL$$

$$Z_{01} = \frac{1}{vC_1}$$

Ya que la inductancia es del mismo valor, porque solo cambia la constante dieléctrica del material. La combinación de estas expresiones lleva a describir la impedancia  $Z_0$  como:

$$Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{CC_1}}$$

La impedancia puede ser evaluada calculando la capacidad por unidad de longitud con la estructura con y sin dieléctrico.

# Constante dieléctrica efectiva $\epsilon_{re}$

Para la línea de transmisión microstrip rellena del vacío:

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$$

$$\frac{C}{C_1} = \left(\frac{c}{v}\right)^2$$

Este cociente entre las capacidades por unidad de longitud de la estructura con y sin dieléctrico se denomina la constante dieléctrica efectiva  $\epsilon_{re}$  y esta dada por:

$$\epsilon_{re} = \left(\frac{c}{v}\right)^2$$

Finalmente resulta una expresión útil basada en la constante dieléctrica efectiva para la impedancia característica del sistema:

$$Z_0 = \frac{Z_{01}}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

# Longitud de onda equivalente del sistema

La longitud de onda y la velocidad de fase en el vacío están relacionadas por la expresión:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} \quad c = \lambda_0 f$$

En la línea de transmisión microstrip esta relación lleva al conocimiento de la longitud de onda en la línea:

$$\lambda_g = \frac{v}{f} \quad v = \lambda_g f$$

Reemplazando en la expresión de la constante dieléctrica:

$$\epsilon_{re} = \left( \frac{c}{v} \right)^2 = \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

La longitud física de una línea de transmisión que debe representar una determinada longitud eléctrica  $\theta$  se obtiene como:



# Longitud de onda equivalente del sistema

La longitud física de una línea de transmisión que debe representar una determinada longitud eléctrica  $\theta$  se obtiene como:

$$\beta l = \theta = \frac{2\pi}{\lambda_g} l$$

de donde se obtiene la longitud física:

$$l = \frac{\theta \lambda_g}{2\pi}$$

# Expresiones de diseño.

Formulas de síntesis:

Para microstrip angostos (Es decir si  $Z_0 > (44 - 2\varepsilon_r)$ )

$$\frac{W}{h} = \left( \frac{e^A}{8} - \frac{1}{4e^A} \right)^{-1}$$
$$A = \frac{Z_0 \sqrt{2(\varepsilon_r + 1)}}{119.9} + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\varepsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right)$$

Si  $W/h < 1.3$  La constante dieléctrica efectiva es:

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{2A} \left( \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\varepsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right\}^{-2}$$

# Expresiones de diseño.

Si  $\frac{W}{h} > 1.3$  La constante dieléctrica efectiva es:

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-0.555}$$

Esta expresiones permiten evaluar el ancho relativo  $\frac{W}{h}$  y la constante dieléctrica relativa  $\epsilon_{re}$  para una determinada impedancia característica  $Z_0$  y constante del material  $\epsilon_r$ .

Para líneas de transmisión microstirp anchas (Es decir si  $Z_0 < (44 - 2\epsilon_r)$ ):

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi} [d_\epsilon - 1 - \ln(2d_\epsilon - 1)] + \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left[ \ln(d_\epsilon - 1) + 0.293 - \frac{0.517}{\epsilon_r} \right]$$

Donde

$$d_\epsilon = \frac{59.95\pi^2}{Z_0\sqrt{\epsilon_r}}$$

# Expresiones de diseño.

Nuevamente :

Si  $W/h < 1.3$  La constante dieléctrica efectiva es:

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{2A} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right]^{-2}$$

Si  $\frac{W}{h} > 1.3$  La constante dieléctrica efectiva es:

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{h}{W} \right)^{-0.555}$$

# Formulas de análisis.

Las formulas de análisis permiten establecer los valores de la impedancia característica  $Z_0$  en función del ancho relativo  $W/h$  y la constante del material  $\epsilon_r$ .

Para líneas de transmisión microstrip angostas ( $\frac{W}{h} < 3.3$ ):

$$Z_0 = \frac{119.9}{\sqrt{2(\epsilon_r + 1)}} \left\{ \ln \left[ 4 \frac{h}{W} + \sqrt{16 \left( \frac{h}{W} \right)^2 + 2} \right] - \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right\}$$

Para líneas de transmisión microstrip anchas ( $\frac{W}{h} > 3.3$ ):

$$Z_0 = \frac{119.9\pi}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left\{ \frac{W}{2h} + \frac{\ln 4}{\pi} + \frac{\ln \left( \frac{e\pi^2}{16} \right)}{2\pi} \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \left[ \ln \left( \frac{\pi e}{2} \right) + \ln \left( \frac{W}{2h} + 0.94 \right) \right] \right\}^{-1}$$

# Ejemplo 1.

Determine el ancho  $W$  de la tira para diseñar una línea de transmisión microstrip de impedancia característica  $Z_0 = 50\Omega$  en un substrato de epoxy doble faz que tiene una constante dieléctrica relativa promedio  $\epsilon_r = 4.5$ , y un espesor de plancha  $h = 1.6 \text{ mm}$ .

Debido a que el caso corresponde a la línea de transmisión microstrip estrecha, se emplea la ecuación:

$$\frac{W}{h} = \left( \frac{e^A}{8} - \frac{1}{4e^A} \right)^{-1}$$

$$A = \frac{50\sqrt{2(4.5 + 1)}}{119.9} + \frac{1}{2} \left( \frac{4.5 - 1}{4.5 + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4.5} \ln \frac{4}{\pi} \right) =$$
$$1.383079 + \frac{1}{2} \left( \frac{3.5}{5.5} \right) (0.451582 + 0.05368) = 1.383079 + 0.160766 = 1.543845$$

Luego:

$$\frac{W}{h} = \left( \frac{e^{1.543845}}{8} - \frac{1}{4e^{1.543845}} \right)^{-1} = (0.58532001 - 0.0533896)^{-1} = 1.8799$$

# Ejemplo 1.

Entonces:

$$W = 3.0079 \text{ mm}$$

El valor de la constante dieléctrica efectiva en la línea es:

$$\epsilon_{re} = \frac{4.5 + 1}{2} + \frac{4.5 - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{1}{1.8799} \right)^{-0.555} = 3.379016$$

Por lo tanto la longitud de onda en esta línea de transmisión es igual a:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} = \frac{c/f}{\sqrt{\epsilon_{re}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{f \sqrt{3.379016}} = \frac{163202245.76191}{f}$$

Por ejemplo la longitud de onda es  $\lambda_g = 16.32 \text{ cm}$  a una frecuencia de  $f = 1 \text{ GHz}$

# Diseño de líneas de transmisión “microstrip”

## PASOS:

**1- Definir si es microstrip angosto o ancho.**

### **Si es angosto:**

2- Calcular  $W/h$ , a partir de  $A$ .

3- Calcular  $\epsilon_{re}$ . Esto a su vez va a depender si  $W/h > 1.3$  ó  $W/h < 1.3$ .

### **Si es ancho:**

2- Calcular  $W/h$ , con a partir de  $d_{\epsilon}$ .

3- Calcular  $\epsilon_{re}$ . Esto a su vez va a depender si  $W/h > 1.3$  ó  $W/h < 1.3$ .



# Análisis de líneas de transmisión “microstrip”

## **PASOS:**

- 1- Definir si es microstrip angosto o ancho.**
- 2- Calcular  $Z_0$  usando la fórmula correspondiente.