

Sistemas de Comunicaciones basados en Radio Definida por Software (SDR)

Dr. Ing. Jorge Castiñeira Moreira

Dr. Ing. Alejandro José Uriz

Sistemas de Comunicaciones Digitales - 5

Sistemas binarios coherentes.

Los sistemas digitales pasabanda pueden ser demodulados en dos modalidades:

Demodulación o detección coherente:

Se utiliza información de la frecuencia f_c y fase de la portadora θ en la detección de la señal. También es necesaria la determinación de la frecuencia de bits de información r o r_b .

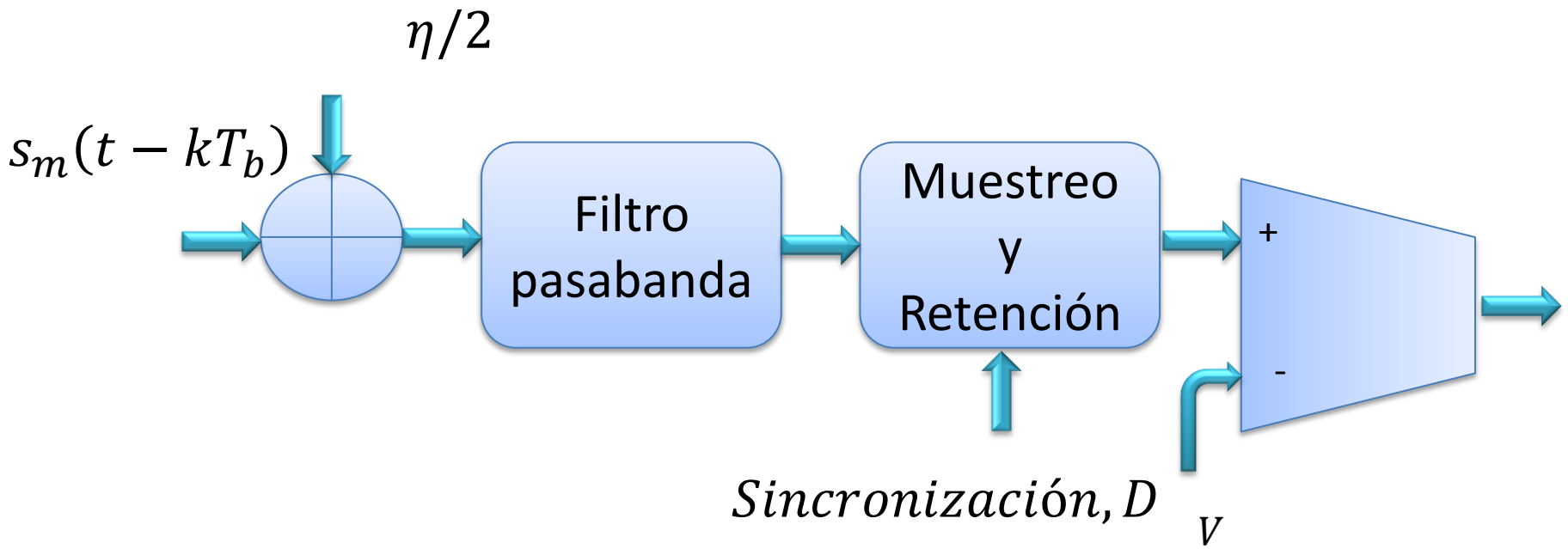
Demodulación o detección no coherente:

NO se utiliza información de la frecuencia f_c ni de la fase de la portadora θ en la detección de la señal. Si es necesaria la determinación de la frecuencia de bits de información r o r_b .

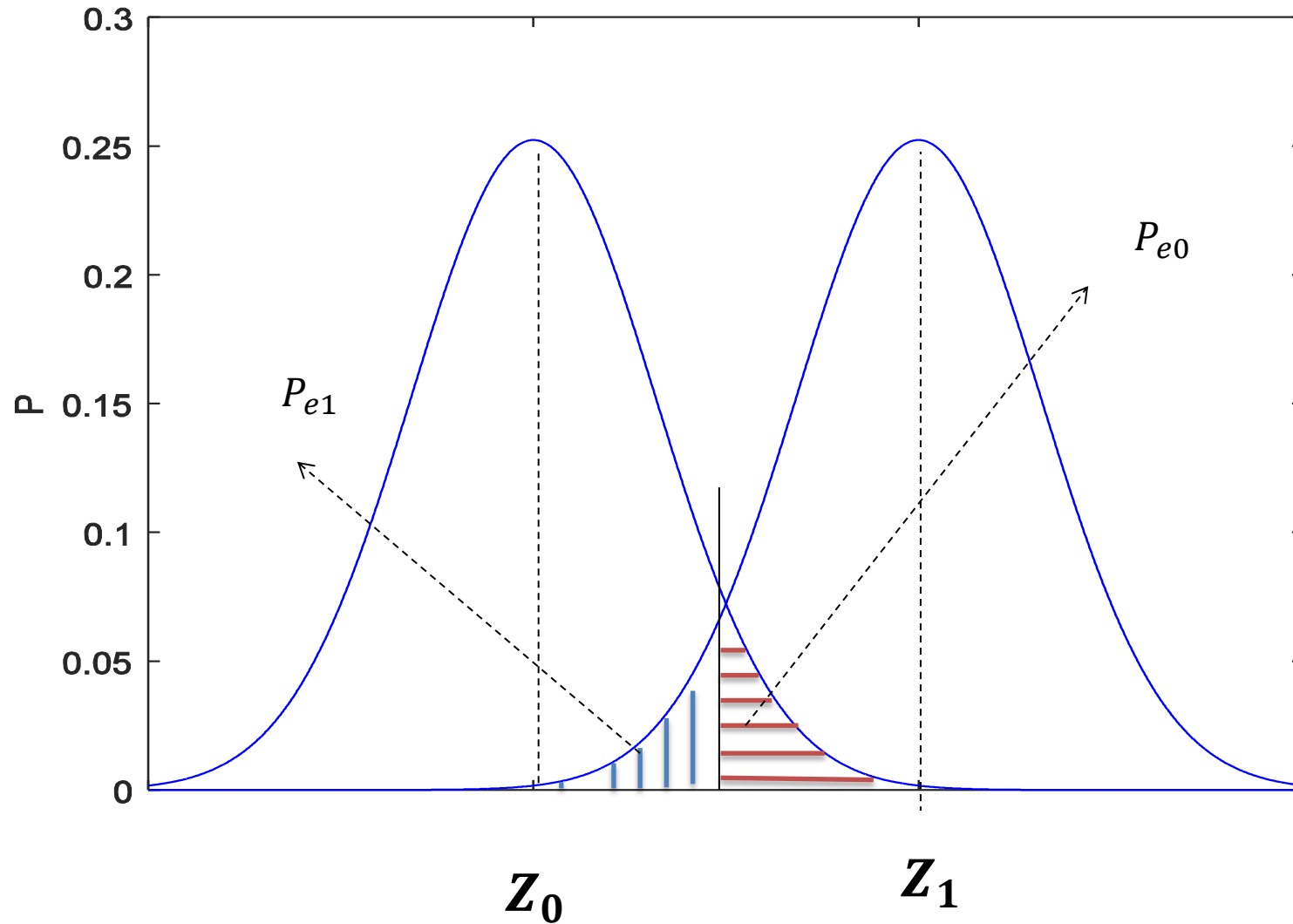
El funcionamiento de los sistemas coherentes es superior al de los no-coherentes.

Detección binaria optima. Diagrama en bloques.

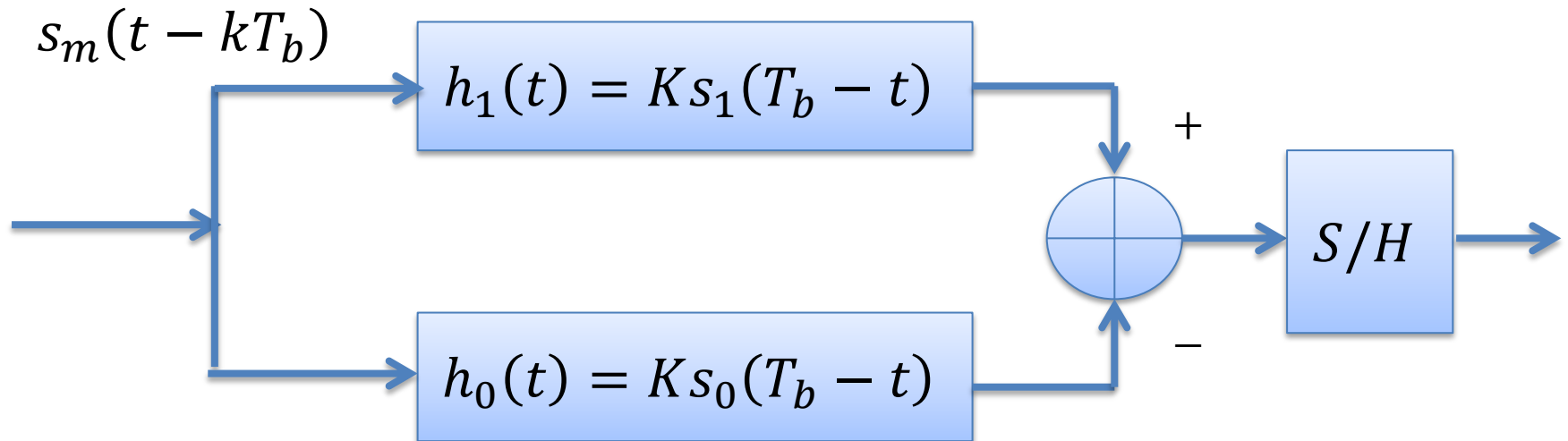
Se considera que el sistema esta en presencia de ruido blanco aditivo y Gaussiano. El resultado de una detección en banda base es que el filtro optimo, es el filtro adaptado. Se realiza un análisis similar considerando que las forma de onda a detectar son dos.



Detección binaria óptima. Probabilidad de error.

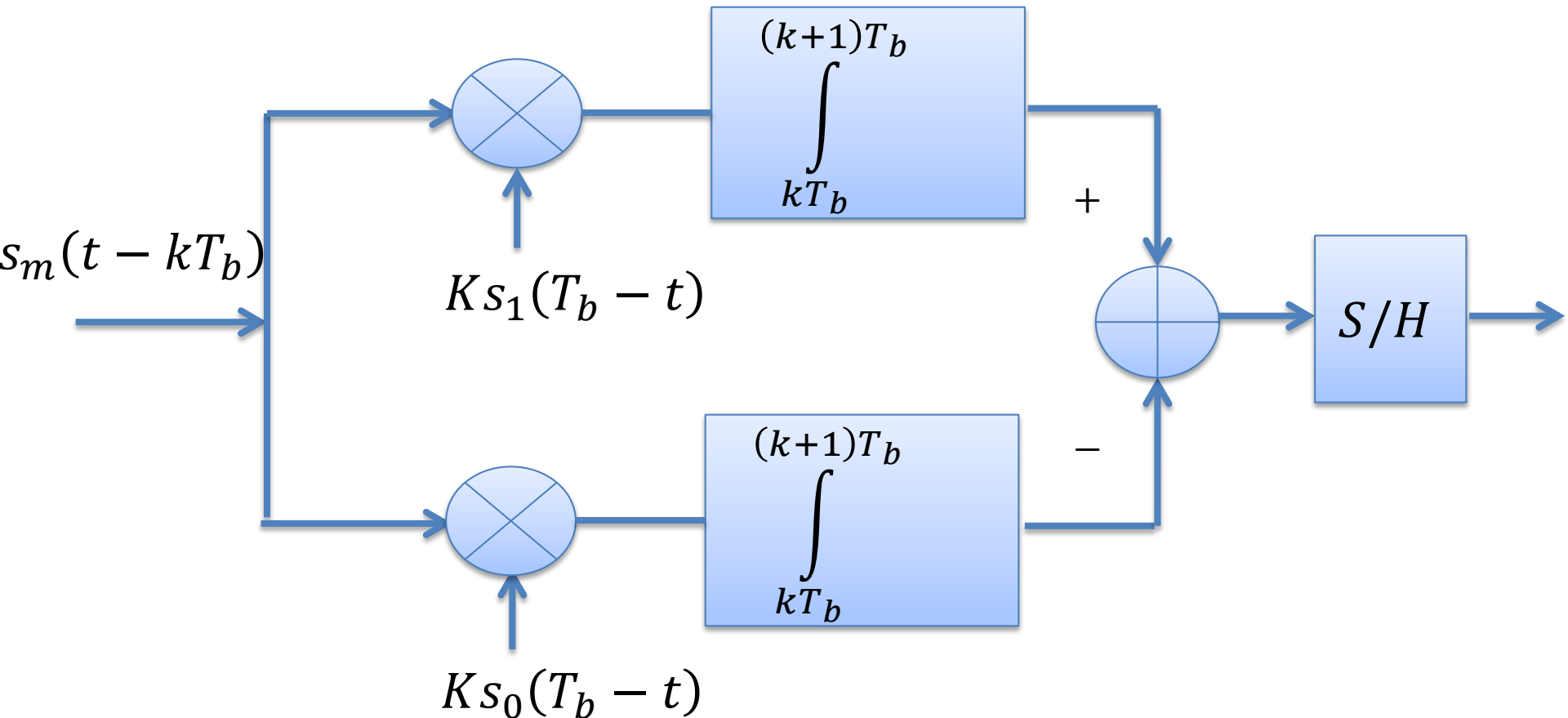


Receptor detección binaria óptima.

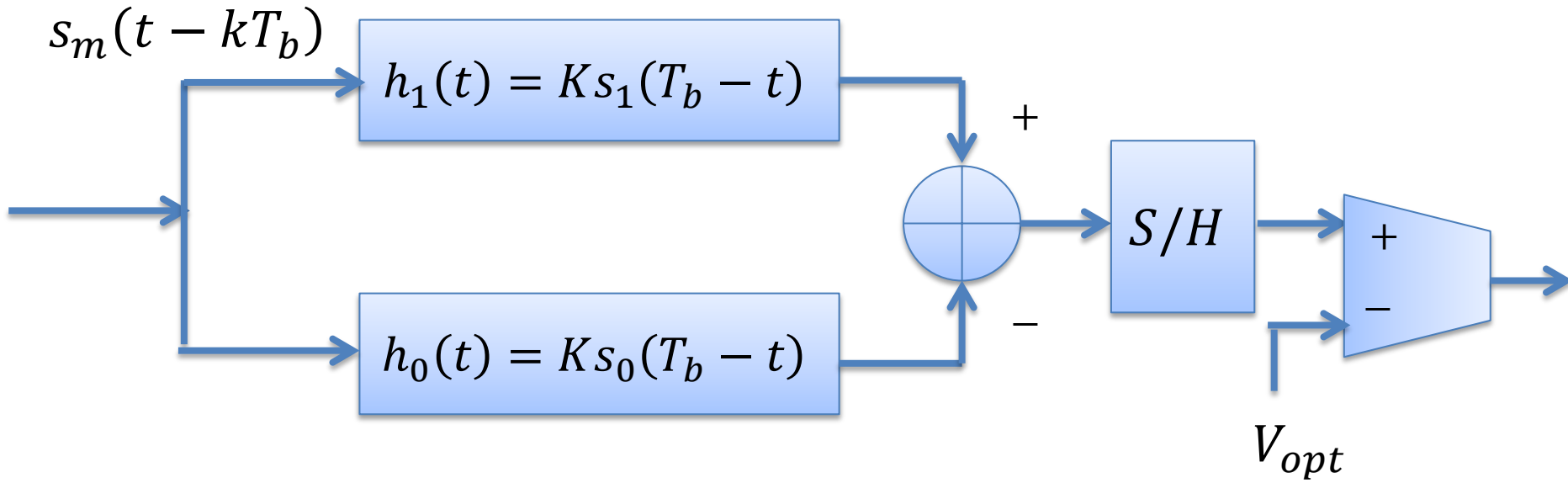


Receptor por correlación detección binaria óptima.

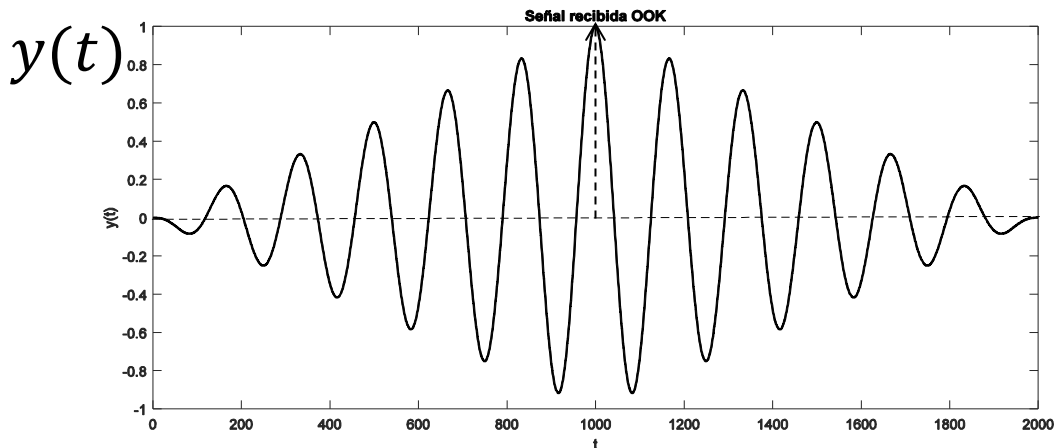
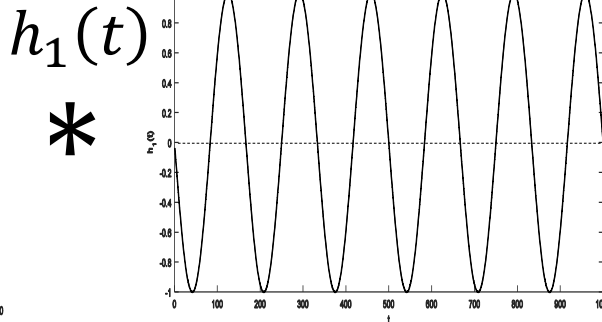
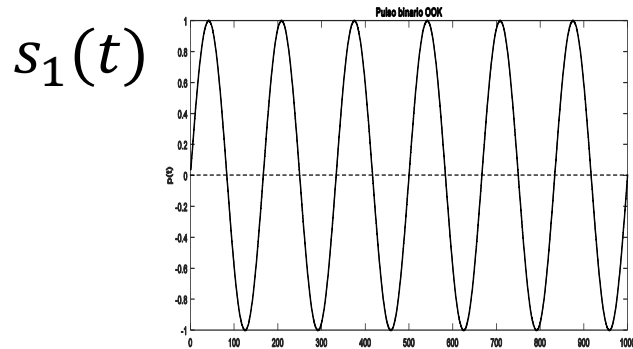
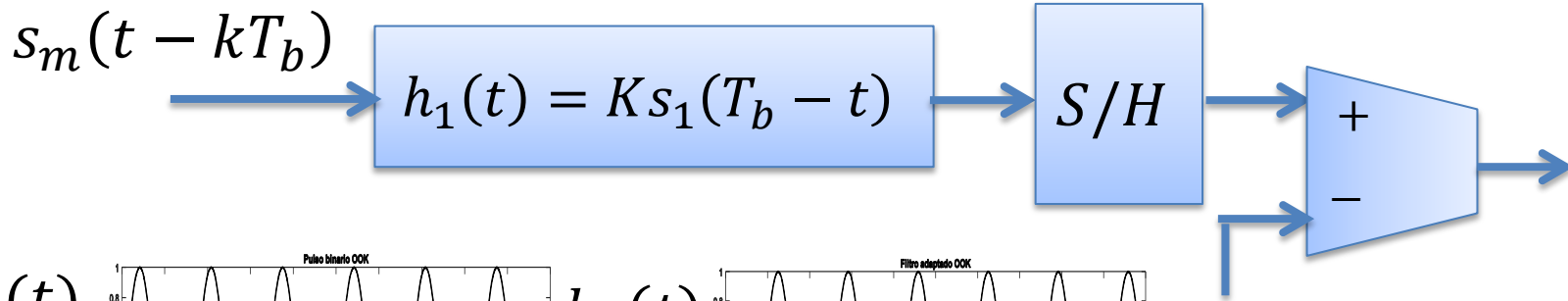
El diagrama en bloques del detector por correlación sería entonces:



Detección binaria óptima OOK filtro adaptado.



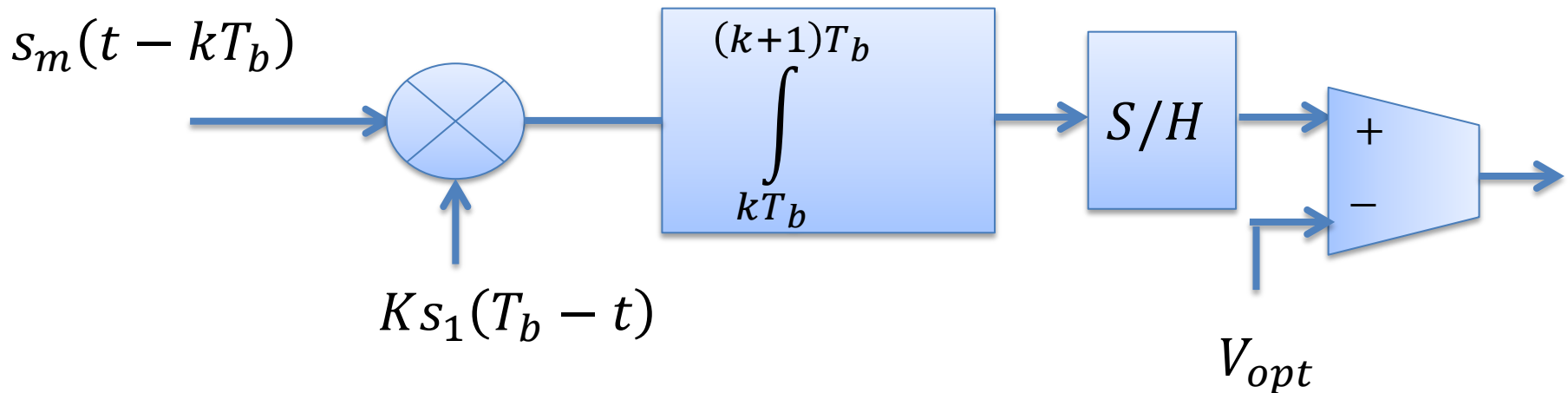
Detección binaria óptima OOK filtro adaptado.



V_{opt}

Detección binaria óptima OOK filtro correlación.

El diagrama en bloques del detector por correlación sería entonces:

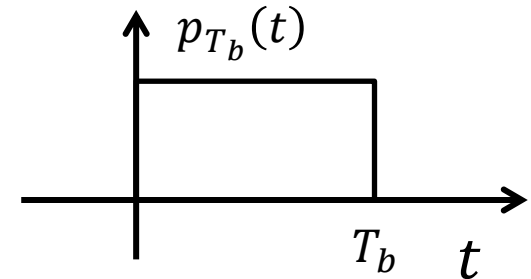


Detección coherente de PRK.

La señal correspondiente a la modulación PRK presenta dos símbolos, $s_1(t)$, y $s_0(t) = -s_1(t)$:

$$s_1(t) = A_c p_{T_b} \cos(\omega_c t + \theta)$$

$$s_0(t) = -A_c p_{T_b} \cos(\omega_c t + \theta)$$

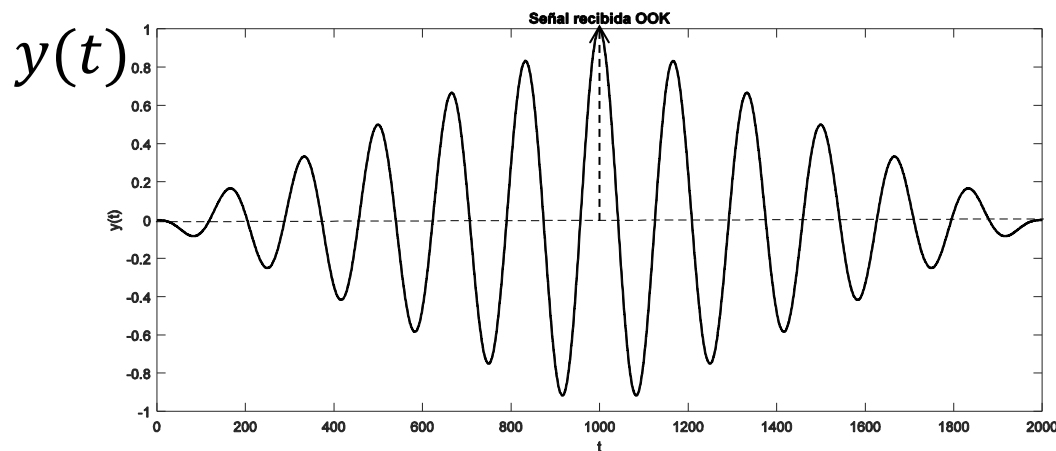
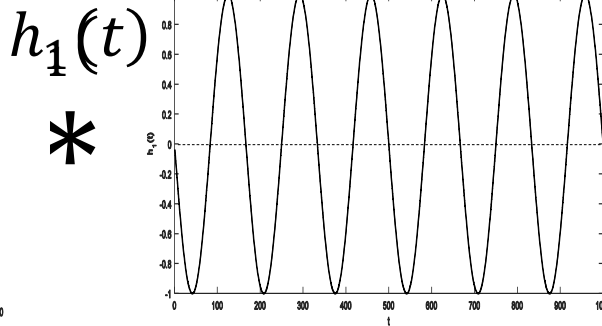
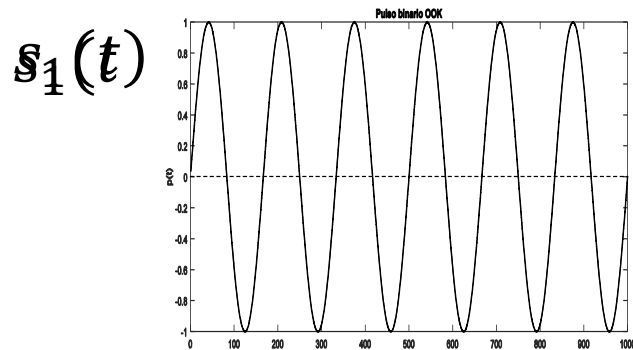
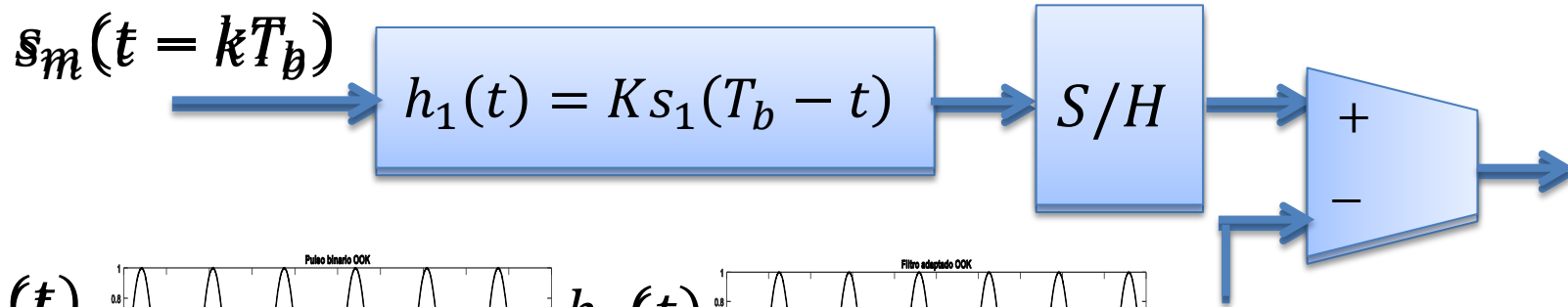


como se considera normalmente que $f_c = N r_b$ entonces

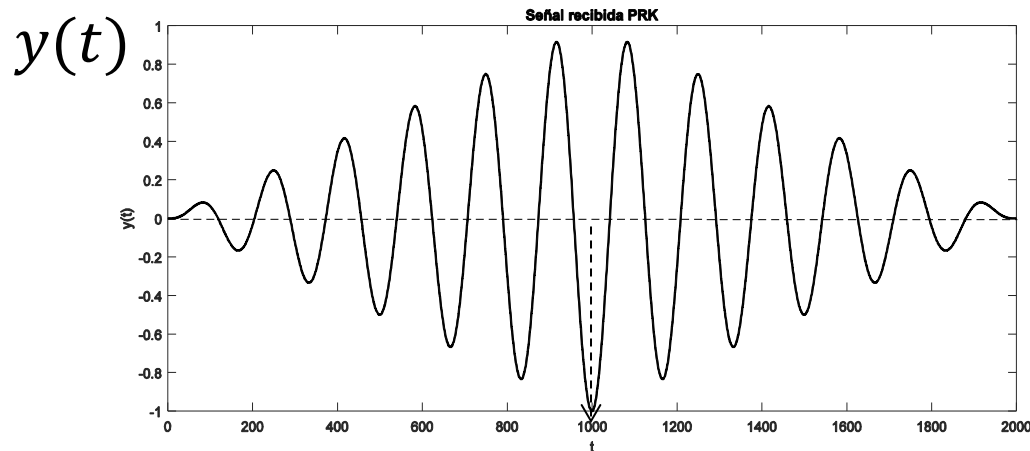
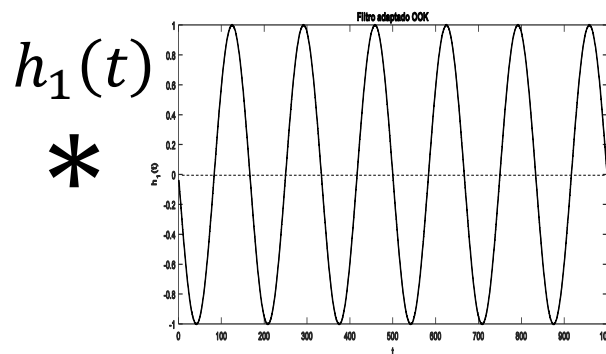
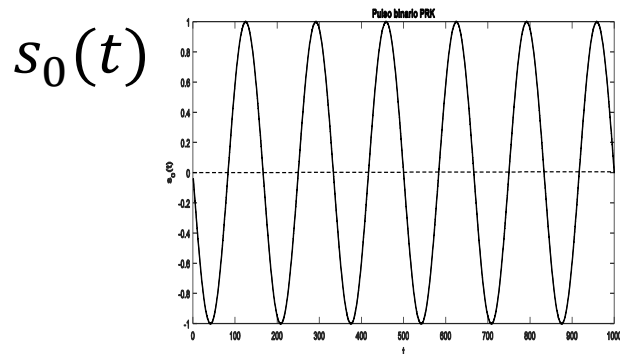
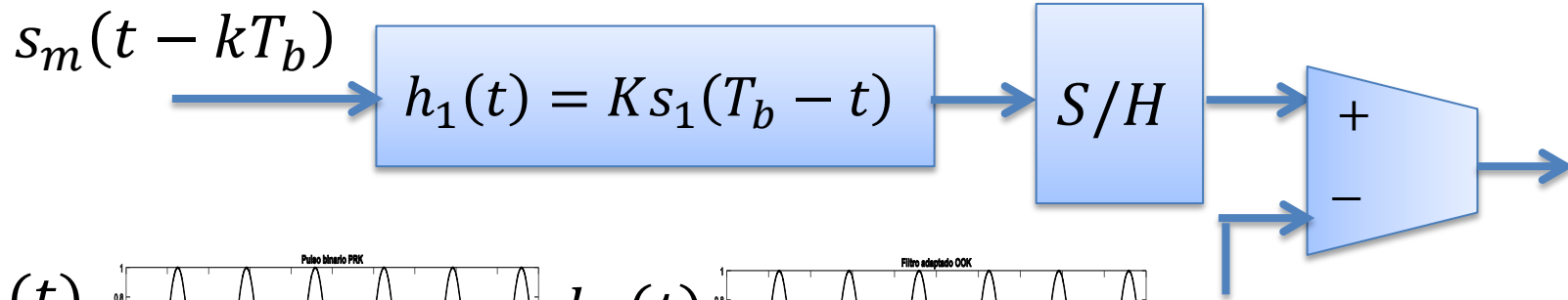
$$s_1(t) = A_c \cos(\omega_c t) = -s_0(t)$$

El detector de este tipo de modulación se convierte en el esquema de la figura, que es el mismo que se utiliza en OOK. La diferencia reside en la determinación del valor de umbral de comparación V_{opt} .

Detección binaria óptima PRK filtro adaptado.

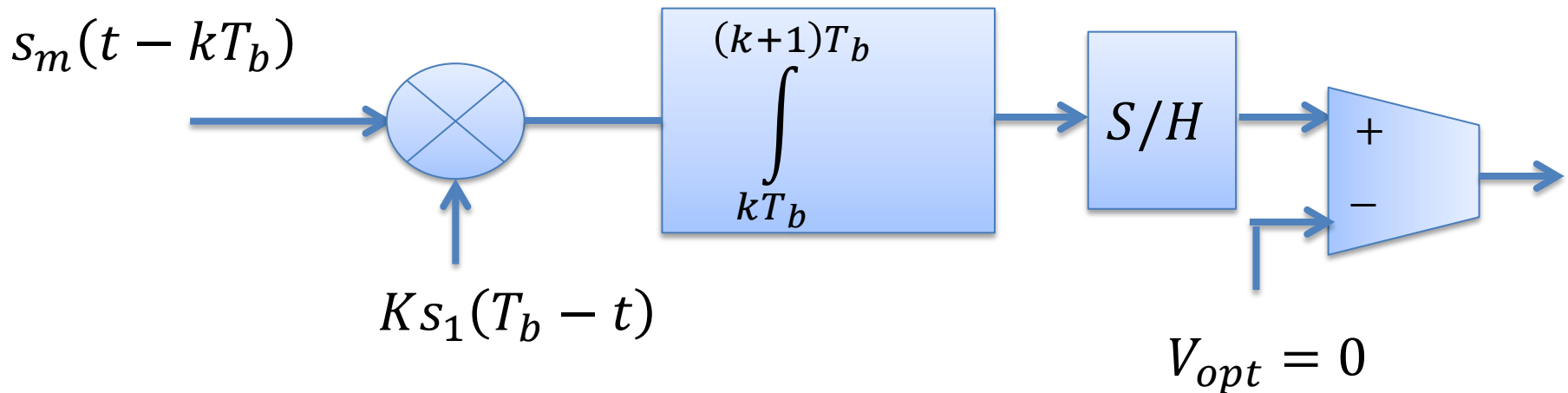


Detección binaria óptima PRK filtro adaptado.



Detección binaria óptima PRK filtro correlación.

El diagrama en bloques del detector por correlación sería entonces:

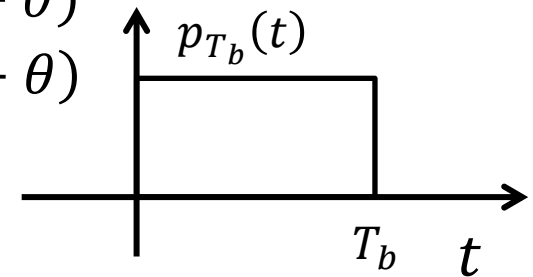


Detección coherente de FSK.

La señal correspondiente a la modulación FSK presenta dos símbolos, $s_1(t)$, y $s_0(t)$ de frecuencias diferentes:

$$s_1(t) = A_c p_{T_b} \cos(2\pi(f_c + f_d)t + \theta)$$

$$s_0(t) = A_c p_{T_b} \cos(2\pi(f_c - f_d)t + \theta)$$



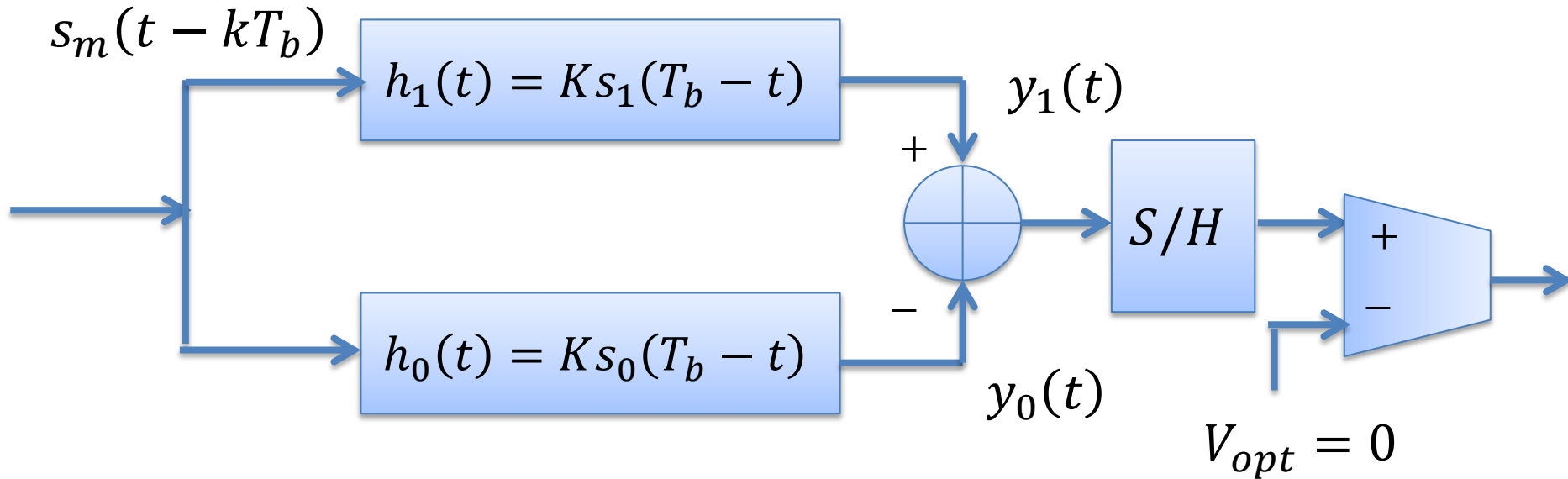
como se considera normalmente que $f_c = Nr_b$ entonces

$$s_1(t) = A_c \cos(2\pi(f_c + f_d)t)$$

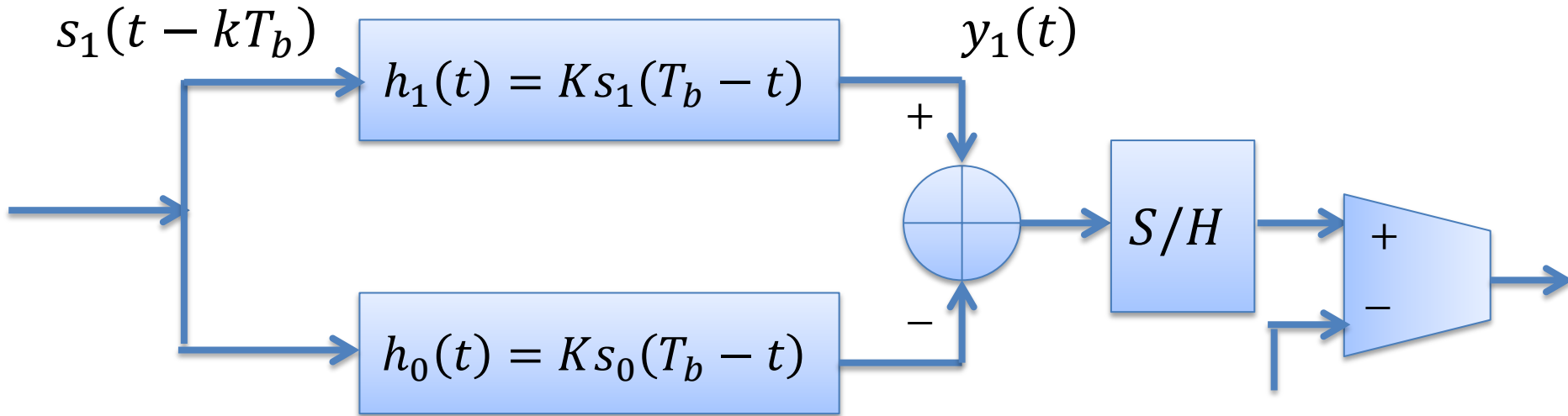
$$s_0(t) = A_c \cos(2\pi(f_c - f_d)t)$$

El detector de este tipo de modulación se convierte en el esquema de la figura, que ya no es el mismo que se utiliza en OOK. La diferencia reside en que las dos ramas del receptor óptimo tienen que ser consideradas.

Detección binaria óptima FSK filtro adaptado.

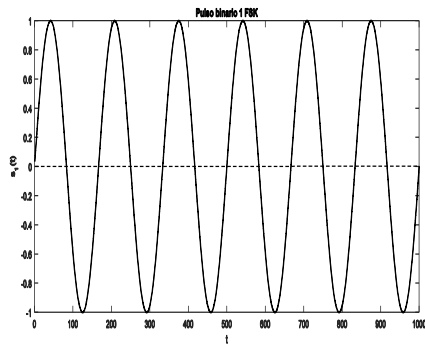


Detección binaria óptima FSK filtro adaptado.

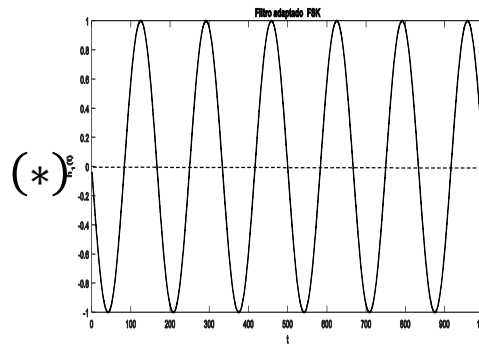


$$y_0(t) = 0 \quad V_{opt} = 0$$

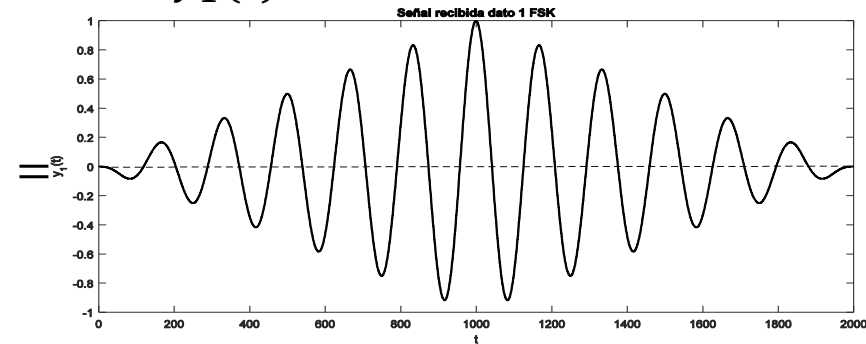
$s_1(t)$



$h_1(t)$

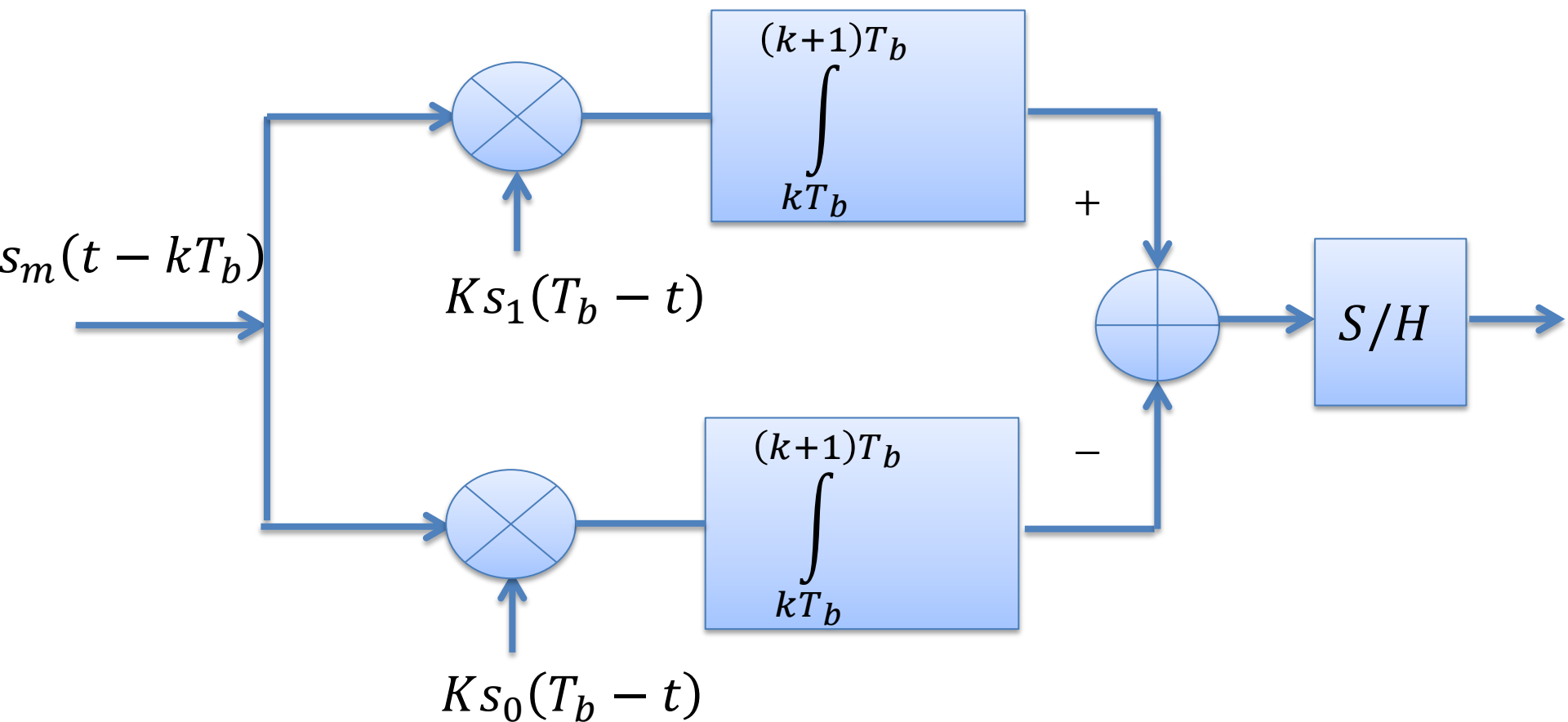


$y_1(t)$



Receptor por correlación FSK.

El diagrama en bloques del detector por correlación sería entonces:



PARTE 2

Sistemas binarios no-coherentes.

El receptor binario puede ser simplificado si se evita tener que conocer la portadora en frecuencia y fase.

La detección de este tipo se denomina no-coherente. En la demodulación o detección no coherente no se utiliza información de la frecuencia f_c ni de la fase de la portadora θ en la detección de la señal.

Si es necesaria la determinación de la frecuencia de bits de información r o r_b .

El funcionamiento de los sistemas no coherentes es levemente inferior al de los coherentes.

Los sistemas digitales pasabanda pueden ser demodulados en dos modalidades:

Demodulación o detección coherente:

Se utiliza información de la frecuencia f_c y fase de la portadora θ en la detección de la señal. También es necesaria la determinación de la frecuencia de bits de información r o r_b .

Demodulación o detección no coherente:

NO se utiliza información de la frecuencia f_c ni de la fase de la portadora θ en la detección de la señal. Si es necesaria la determinación de la frecuencia de bits de información r o r_b . El funcionamiento de los sistemas coherentes es superior al de los no-coherentes.

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

Dado que la detección se realizara sin tener en cuenta la fase, sino mas bien la envolvente de una señal, será conveniente utilizar los modelos de señales de envolvente y fase, mas que el modelo de componentes en fase y cuadratura.

Esto va a llevara una modificación en el planteo de la probabilidad de error del sistema, debido al cambio en el tipo de función densidad de probabilidad que aparece como consecuencia de realizar la detección por amplitud.

La señal que se estudia es de la forma:

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

$$A_c \cos(\omega_c t + \theta) + n(t)$$

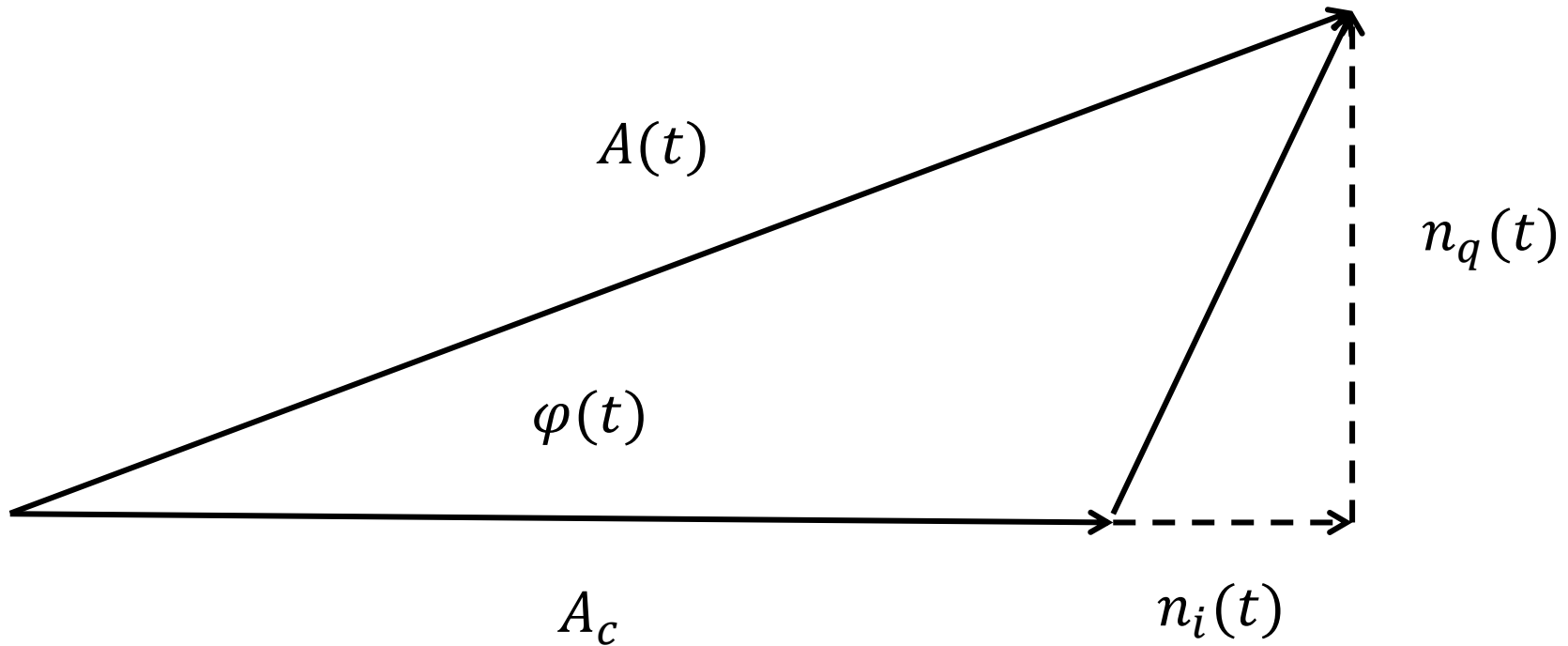
La señal de ruido $n(t)$ corresponde al caso de ruido pasabanda con valor medio cero y dispersión σ^2 .

El ruido pasabanda tiene un modelo de señal que se puede expresar en la forma de componente en fase y cuadratura.

$$n(t) = n_i(t) \cos(\omega_c t + \theta) - n_q(t) \sin(\omega_c t + \theta)$$

Sumando esta expresión a la ecuación anterior se obtiene:

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda



$$A_c \cos(\omega_c t + \theta) + n_i(t) \cos(\omega_c t + \theta) - n_q(t) \sin(\omega_c t + \theta)$$

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

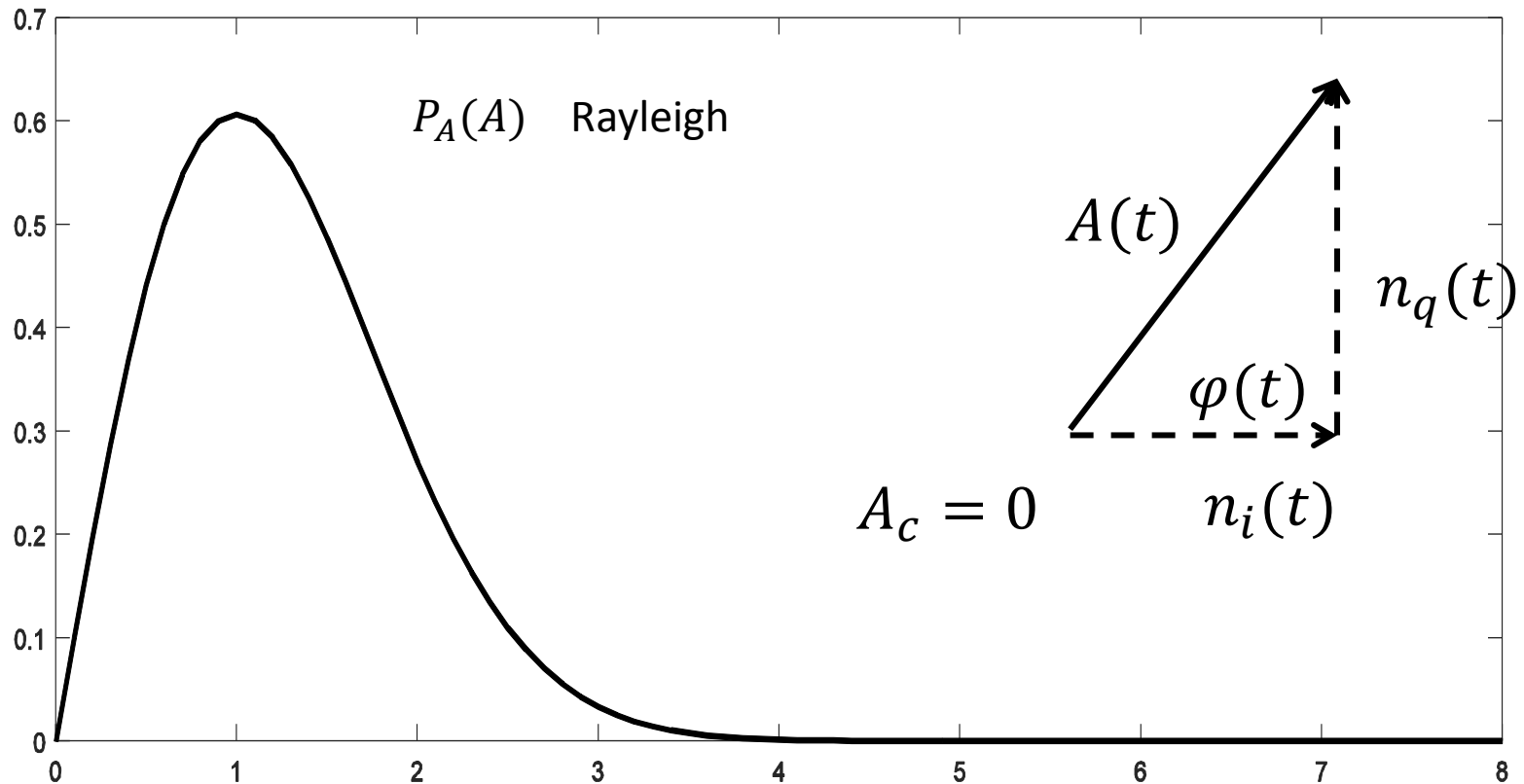
$n_i(t)$ y $n_q(t)$ son variables aleatorias independientes que tienen igual distribución que . Si el ruido fuera de valor cero, la señal $A(t)$ es igual a A_c . Si la señal es nula, la distribución será la de la envolvente del ruido.

Esto significa que la función densidad de probabilidad (pdf) que caracteriza a la señal, que sería ruido Gaussiano y blanco rectificado, es la pdf de Rayleigh:

$$P_A = \frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}$$

En la notación A representa a $A(t)$ que es una amplitud $A(t) \geq 0$.

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda



Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

Las probabilidades de A y φ son conjuntas y no es posible separarlas en el producto de las funciones de densidad independientes.

Si la relación señal-ruido fuera alta, las funciones podría ser independientes (Sería el caso en que puede hacerse $A = A_c$). Para señal cero la función se transforma en la función de Rayleigh, como se indicó anteriormente.

En el caso general, para conocer la probabilidad de error $P_A(A)$ que caracteriza la amplitud o la fase es necesario realizar la integración de la ecuación de $P_{A,\varphi}(A, \varphi)$ respecto de la variable φ . Así:

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

$$P_A(A) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{A^2 + A_c^2 - 2AA_c \cos(\varphi)}{2\sigma^2}\right)} d\varphi$$

$$P_A(A) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{A^2 + A_c^2}{2\sigma^2}\right)} \int_{-\pi}^{\pi} e^{\left(\frac{AA_c \cos(\varphi)}{\sigma^2}\right)} d\varphi$$

Se emplean las funciones de Bessel:

Envolvente de una senoide con ruido pasabanda

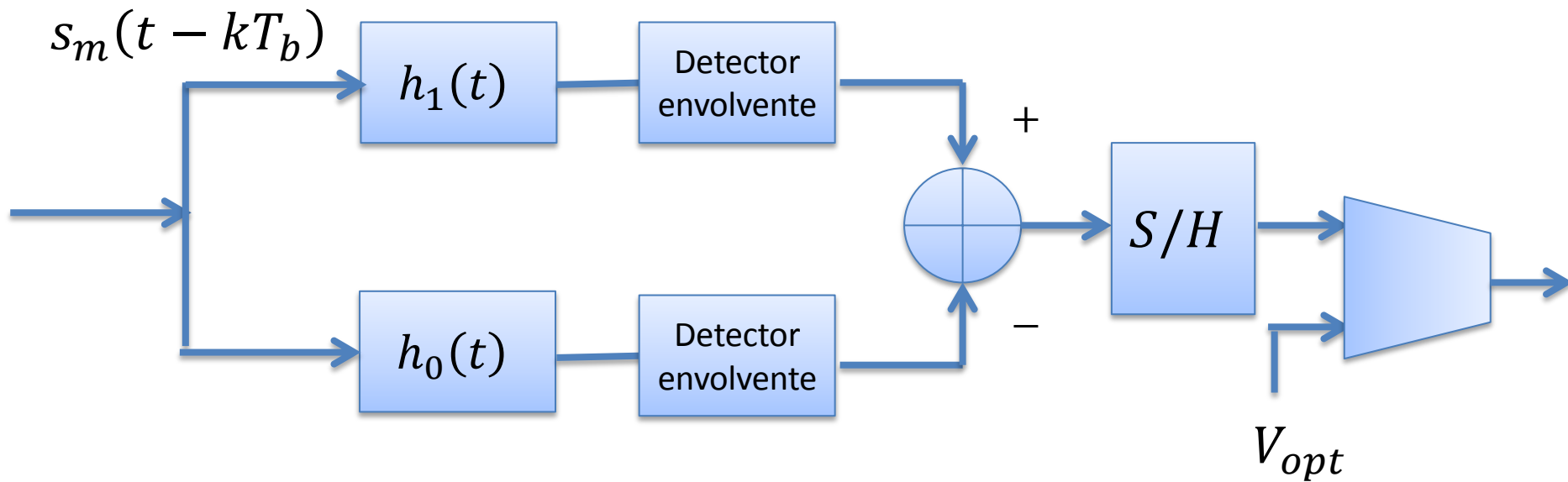
$$P_A(A) = \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(\frac{A^2 + A_c^2}{2\sigma^2}\right)} I_0\left(\frac{AA_c}{\sigma^2}\right)$$

La función descrita en la ecuación anterior es la denominada función de Rice. Cuando la relación señal-ruido es grande, $A_c \gg \sigma$:

$$P_A(A) = \sqrt{\frac{A}{2\pi A_c \sigma^2}} e^{-\left(\frac{A^2 + A_c^2}{2\sigma^2}\right)} e^{\frac{AA_c}{\sigma^2}}$$

$$P_A(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sqrt{\frac{A}{A_c}} e^{-\frac{(A - A_c)^2}{2\sigma^2}}$$

OOK no-coherente



OOK no-coherente

El filtro de recepción sigue siendo un filtro adaptado, que queda seguido de un bloque de detección por envolvente y un conformador del valor detectado. El filtro pasabanda tiene como respuesta la siguiente forma:

$$h(t) = KA_c p_{T_b}(t) \cos(\omega_c t)$$

La fase de portadora se desconoce. La normalización de la transferencia se realiza de manera que la amplitud detectada sea A_c .

$$y(T_b) = KE_1 = A_c$$

Por lo que

$$K = \frac{A_c}{E_1}$$

OOK no-coherente

Se calcula el valor de la relación señal a ruido:

$$\sigma^2 = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$
$$\sigma^2 = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (KA_c p_{T_b}(t) \cos(\omega_c t))^2 dt$$
$$\sigma^2 = \frac{K^2 A_c^2 T_b \eta}{4}$$

Por lo que

$$\frac{A_c^2}{\sigma^2} = \frac{4}{K^2 T_b \eta} = \frac{4 \times 4 E_b^2}{A_c^2 T_b \eta} = 4 \frac{E_b}{\eta} = 4 \gamma_b$$

OOK no-coherente

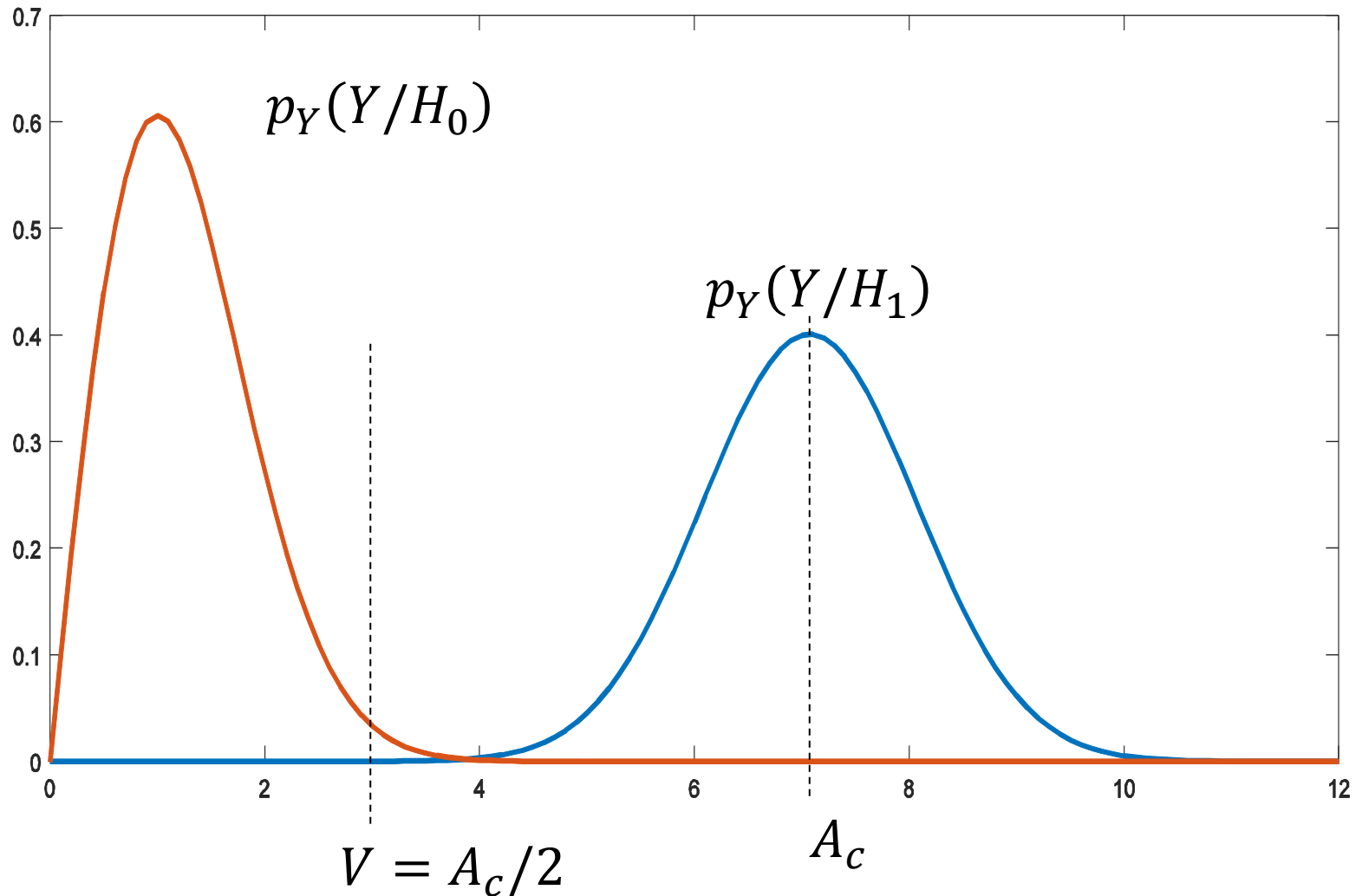
La variable aleatoria Y resulta del muestreo de la señal detectada $y(t)$ en los instantes t_k .

$$y(t_k) = A_c + n(t_k)$$

Los símbolos transmitidos son cero o portadora. Cuando $a_k = 0$ la variable aleatoria resultante es solo ruido. La función distribución para este caso es $p_Y(Y/H_0)$, y es de tipo Rayleigh.

Cuando la señal enviada es un uno, $a_k = A_c$ y la función densidad de probabilidad asociada $p_Y(Y/H_1)$ tiene la forma de una función de Rice.

OOK no-coherente



OOK no-coherente

Si la relación señal-ruido es buena, $\gamma_b \gg 1$, la función de Rice se transforma en una función similar a la Gaussiana. Se define aproximadamente el punto óptimo de detección de acuerdo a la siguiente expresión:

$$V_{opt} \cong \frac{A_c}{2} \sqrt{1 + \frac{2}{\gamma_b}} \cong \frac{A_c}{2}$$

El umbral se adopta en $\frac{A_c}{2}$ aceptando la aproximación.

Las probabilidades de error correspondientes a los dos símbolos se calculan integrando las funciones densidad de probabilidad correspondientes:

OOK no-coherente

$$P_{e1} = Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) = Q(\sqrt{\gamma_b})$$

Pues:

$$\frac{A_c^2}{\sigma^2} = 4\gamma_b; \quad \frac{A_c^2}{4\sigma^2} = \gamma_b$$

Con la aproximación para $k > 3$

$$Q(k) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}k} e^{-\frac{k^2}{2}}$$
$$P_{e1} = Q(\sqrt{\gamma_b}) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma_b}} e^{-\frac{\gamma_b}{2}}$$

OOK no-coherente

Entonces la probabilidad de error total es:

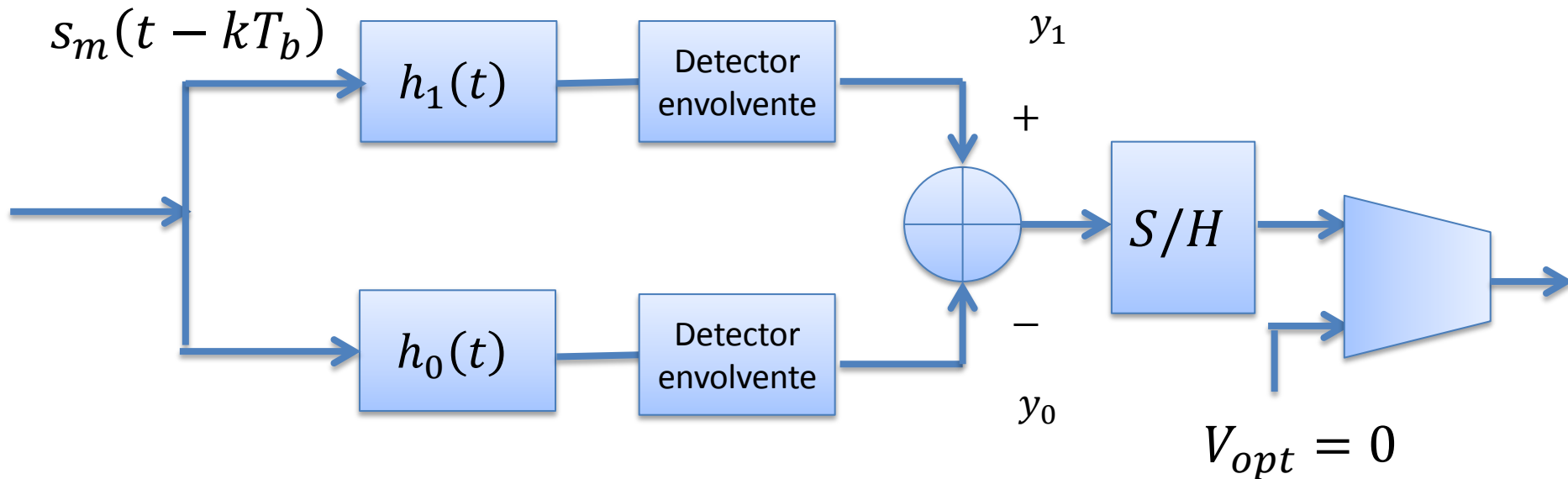
$$P_e = \frac{P_{e0} + P_{e1}}{2} = \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{\gamma_b}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma_b}} e^{-\frac{\gamma_b}{2}} \right) \cong \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma_b}{2}}$$

Si $\gamma_b \gg 1$

La probabilidad de error es gobernada por los errores del símbolo cero.

FSK no-coherente

La señal FSK binaria se puede interpretar como dos señales OOK entrelazadas de portadoras diferentes con frecuencias $f_c - f_d$ y $f_c + f_d$ y de igual amplitud. El receptor FSK no-coherente se puede configurar de la siguiente manera.



FSK no-coherente

.En este caso existen dos formas de onda distintas y cada una está asociada a un filtro adaptado correspondiente.

Las transferencias de los filtros pasabanda son las correspondientes a filtros adaptados a cada forma de onda transmitida.

$$h_1(t) = KA_c p_{T_b}(t) \cos(\omega_1 t)$$
$$h_0(t) = KA_c p_{T_b}(t) \cos(\omega_0 t)$$

La constante de proporción de los filtros, K , se adopta de forma que la señal recibida este normalizada a ser de amplitud A_c . Luego, $K = A_c/E_b$.

A su vez:

$$E_b = E_1 = E_0 = \frac{A_c^2 T_b}{2}$$

FSK no-coherente

$$\sigma^2 = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt$$

$$\sigma^2 = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (KA_c p_{T_b}(t) \cos(\omega_1 t))^2 dt$$

$$\sigma^2 = \frac{K^2 A_c^2 T_b \eta}{4}$$

Por lo que

$$\frac{A_c^2}{\sigma^2} = \frac{4}{K^2 T_b \eta} = \frac{4E_b^2}{A_c^2 T_b \eta} = 2 \frac{E_b}{\eta} = 2\gamma_b$$

FSK no-coherente

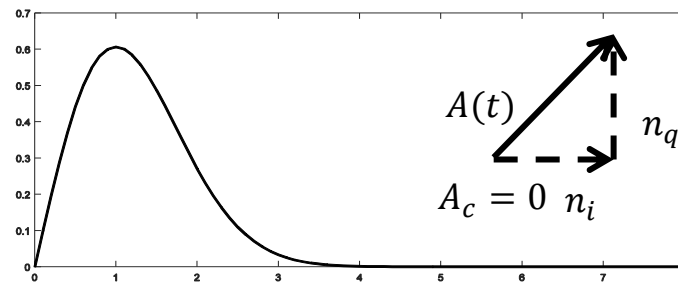
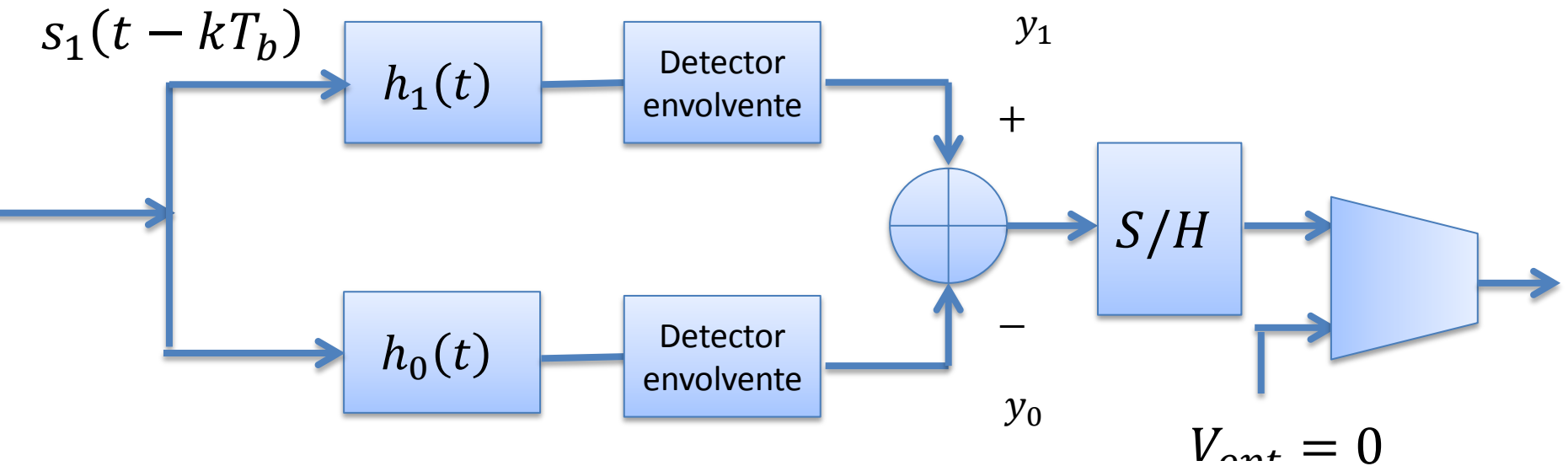
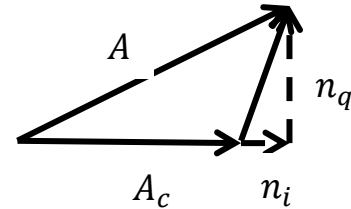
Se consideran señales FSK de tipo ortogonal. En este caso la detección se produce de forma que si la señal recibida en una de las ramas del receptor de la figura tiene un determinado valor, en la otra rama la detección produce una señal nula.

Si se transmitió un '1', la frecuencia emitida fue f_1 , por lo que en el receptor, la rama superior posee un determinado valor detectado, mientras la rama inferior detecta un valor nulo.

La situación inversa sucede cuando se transmitió un cero. Las funciones distribución se alternan según el caso. Cuando el dato transmitido es un '1', la variable aleatoria $y_1 = y_1(t_K)$ presenta una función de Rice en el entorno de A_c (Si $K = A_c/E_b$) mientras que la variable posee una función densidad de probabilidad de tipo Rayleigh. La situación opuesta sucede si el dato enviado es un '0'.

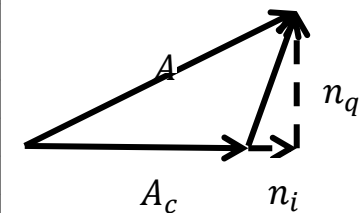
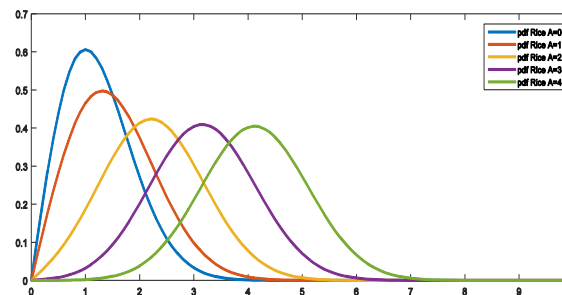
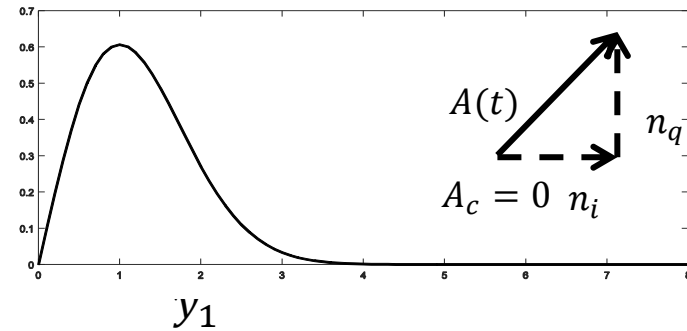
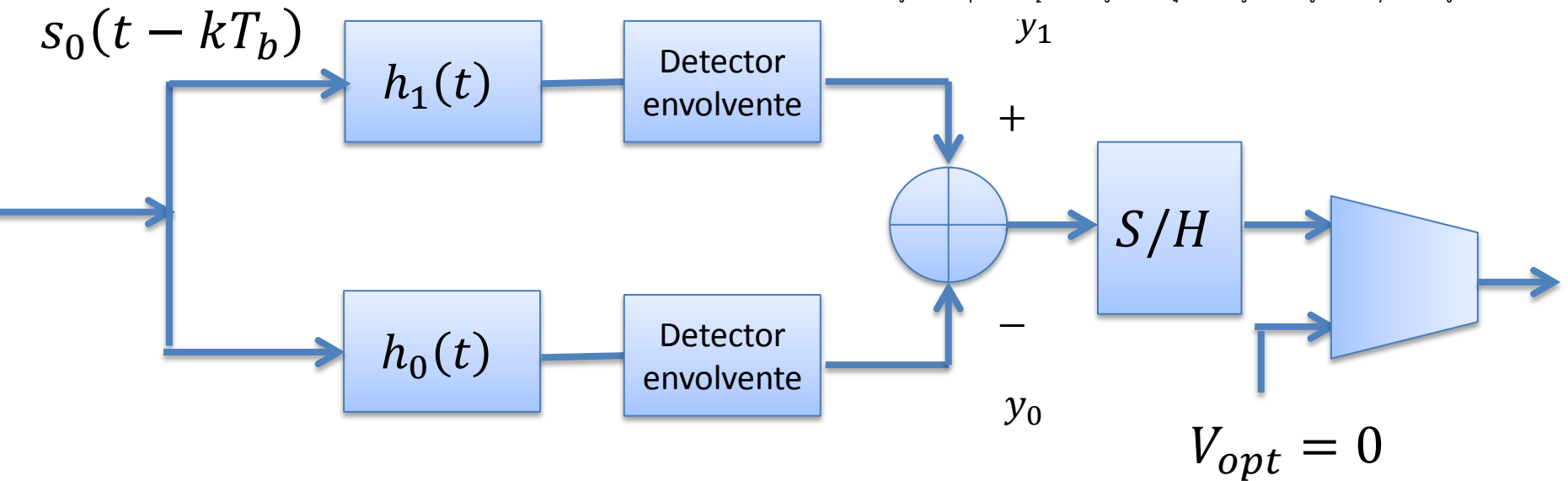
FSK no-coherente

Si se transmite un '1'

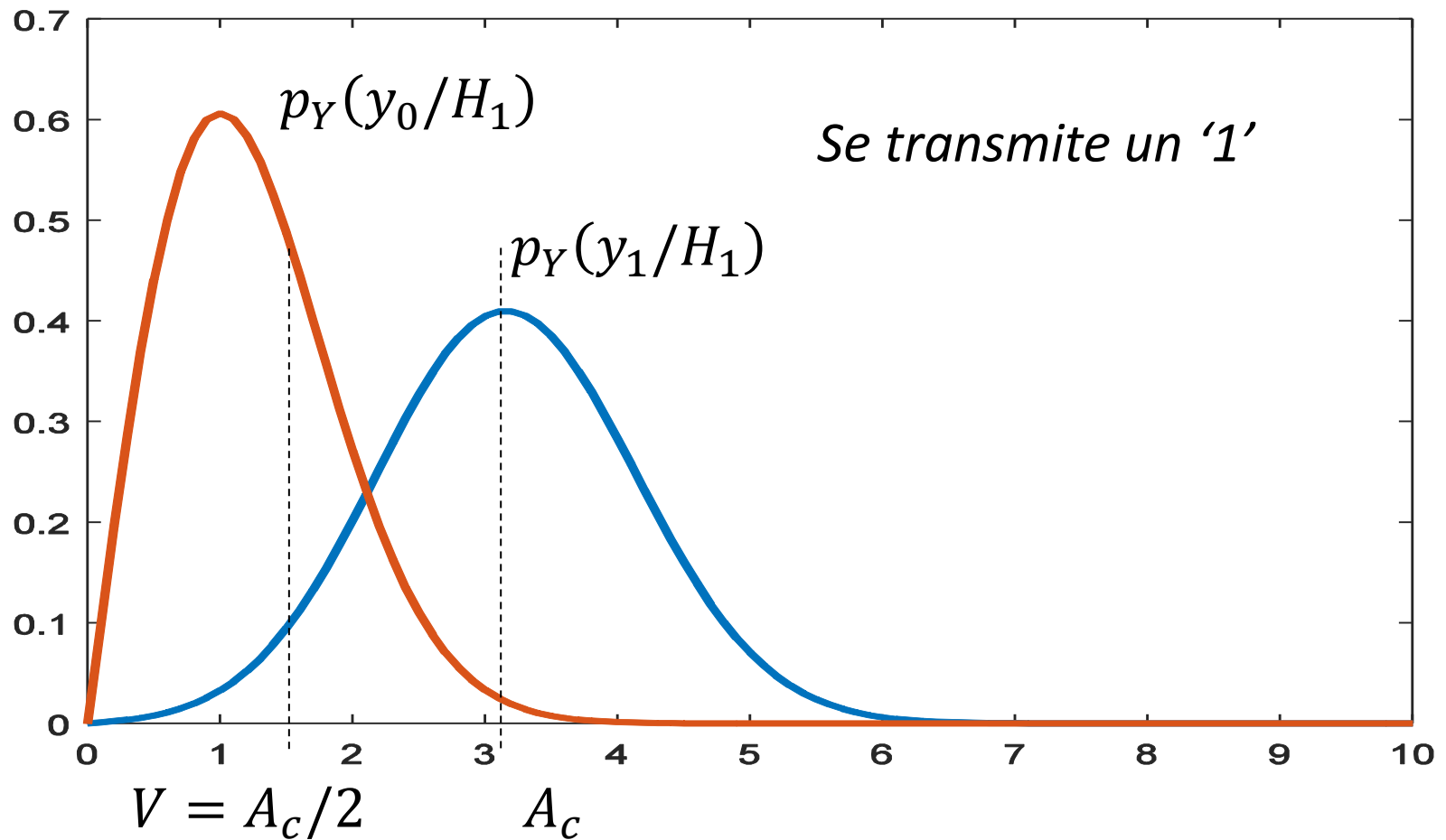


FSK no-coherente

Si se transmite un '0'



FSK no-coherente. P_{be}



FSK no-coherente. P_{be}

El detector de FSK recupera la señal diferencia de los símbolos detectados $y_1 - y_0$. El umbral es establecido en $V = 0$. Por lo tanto:

$$P_{e1} = P((y_1 - y_0) < 0 / H_1)$$

$$P_{e0} = P((y_1 - y_0) > 0 / H_0)$$

La probabilidad de error total es:

$$P_e = \frac{P_{e0} + P_{e1}}{2}$$

Las probabilidades de error P_{e1} y P_{e0} son iguales dado que las distribuciones son iguales para cada caso. Se calcula la probabilidad de error teniendo en cuenta que:

FSK no-coherente. P_{be}

$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{2\sigma^2} e^{-\left(\frac{\lambda^2 + 2\alpha^2}{2\sigma^2}\right)} I_0\left(\frac{\lambda\alpha}{\sigma^2}\right) d\lambda$$

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\left(\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{\lambda^2 + \alpha^2}{2\sigma^2}\right)} I_0\left(\frac{\lambda\alpha}{\sigma^2}\right) d\lambda$$

La segunda expresión contiene un termino que es la integral de la función de Rice en todo su rango de validez. Esta integral es igual a uno. Luego:

$$P_e = \frac{1}{2} e^{-\left(\frac{A_c^2}{4\sigma^2}\right)} = \frac{1}{2} e^{-\frac{\gamma_b}{2}}$$

(Igual que OOK no-coherente)