# Sistemas de Comunicaciones basados en Radio Definida por Software (SDR)

Dr. Ing. Jorge Castiñeira Moreira

Dr. Ing. Alejandro José Uriz

Sistemas de Comunicaciones Digitales

NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# *Transmisión digital pasabanda.*

La transmisión de señales a través de un vinculo de radio frecuencia o bien otro tipo de transmisión de mayor complejidad, requiere del uso de la ***modulación*** como técnica de expansión de la transmisión, que consiste básicamente en la aplicación de la información sobre alguna de las propiedades de una señal de alta frecuencia, denominada generalmente portadora.

$$A\cos(2\pi f_c t + \theta)$$

$$modular\ modificando \begin{cases} A \\ \theta \\ f_c \end{cases}$$

Para transmitir la señal en modo digital, en la forma de un tren de pulsos rectangulares por ejemplo, es necesario en el caso de señales analógicas realizar primero la conversión de la forma analógica a la digital.

Las señales analógicas mas comunes son el audio (de un ancho de banda de aproximadamente $4\ Khz$), sonido y música (de un ancho de banda de aproximadamente $20\ Khz$) y el video de televisión (de un ancho de banda de aproximadamente $6\ Mhz$).

En general las señales usan un transductor para llegar a tener una versión o réplica eléctrica, una señal medible en volts, que puede ser digitalizada por medios electrónicos.

# *Transmisión digital pasabanda.*

La información aplicada sobre la portadora se clasifica generalmente en binaria o M-aria. El formato de banda base altera la portadora en forma digital, enviándola en un conjunto discreto de señales posibles.

$$\begin{cases} Modulación\ binaria\ M = 2 \\ \\ Modulación\ M - aria\ M = 2^n \end{cases}$$

Si las señales enviadas son dos formas diferentes de onda, la modulación es binaria. Si el conjunto de posibles formas de onda es de $M < 2$ señales (Generalmente $M = 2^n$), la señalización se denomina M-aria.

NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# *Transmisión digital pasabanda.*

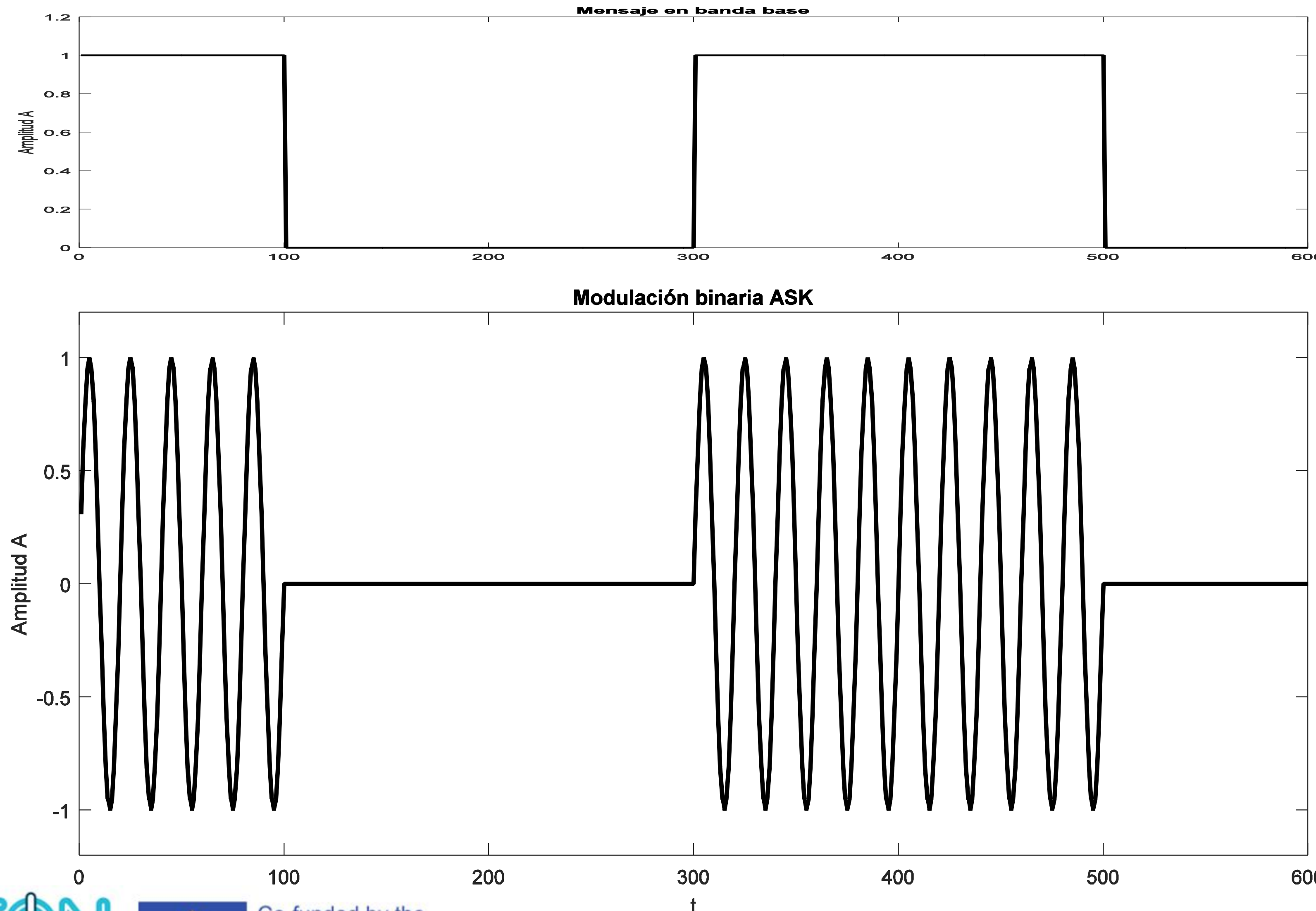
En este sentido la información parece ser presentada como un "switching" o selección discreta entre diferentes opciones, que son en definitiva formas de onda que se transmiten sobre el canal.

Esta selección entre diferente formas de onda suele denominarse en ingles " Shift keying".

$$\text{formas de modulación digital} = \begin{cases} \boldsymbol{ASK}, & \text{Amplitude Shift Keying} \\ \boldsymbol{PSK}, & \text{Phase Shift Keying} \\ \boldsymbol{FSK}, & \text{Frequency Shift Keying} \end{cases}$$

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

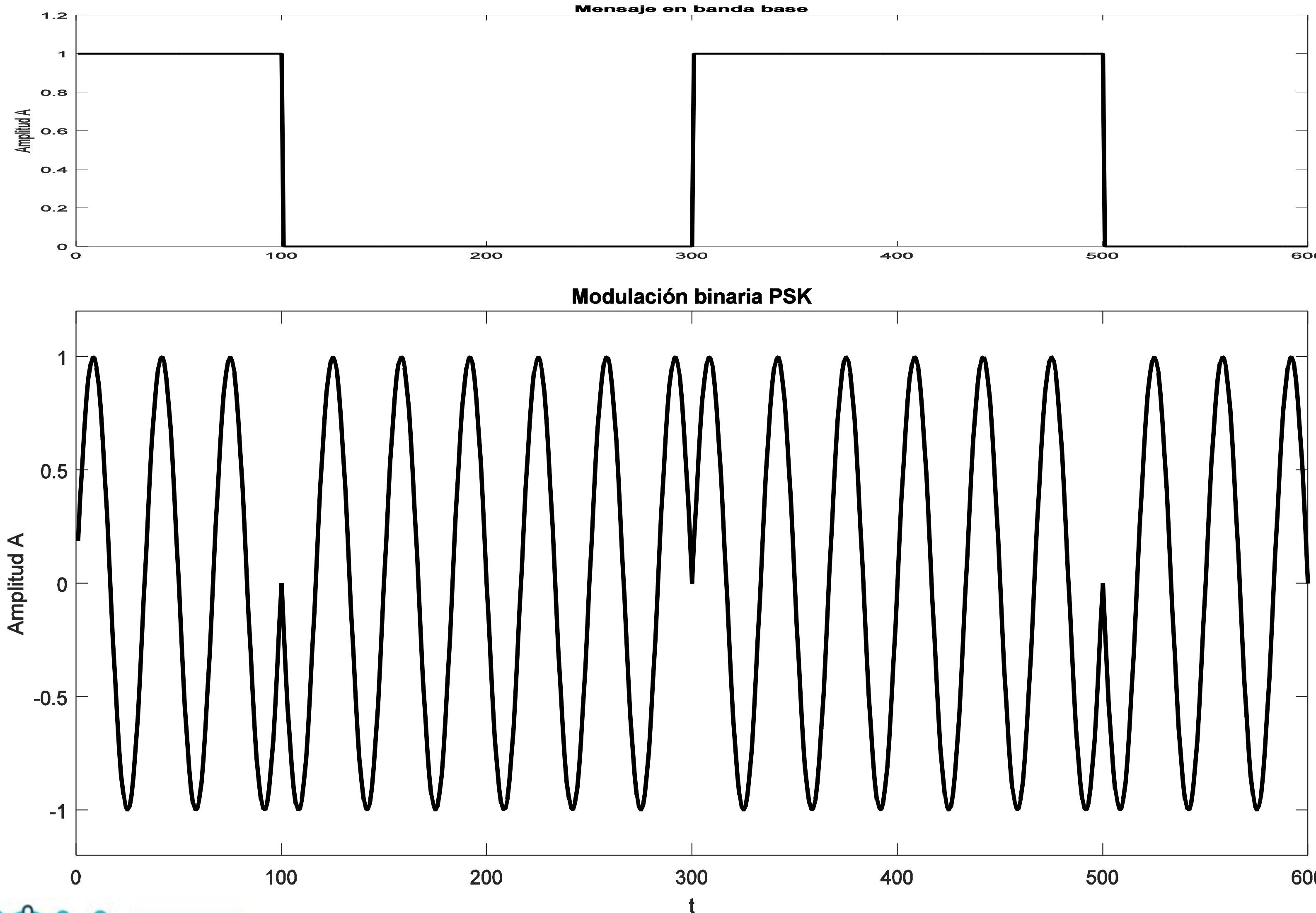
# ASK (Amplitud Shift Keying) binaria.



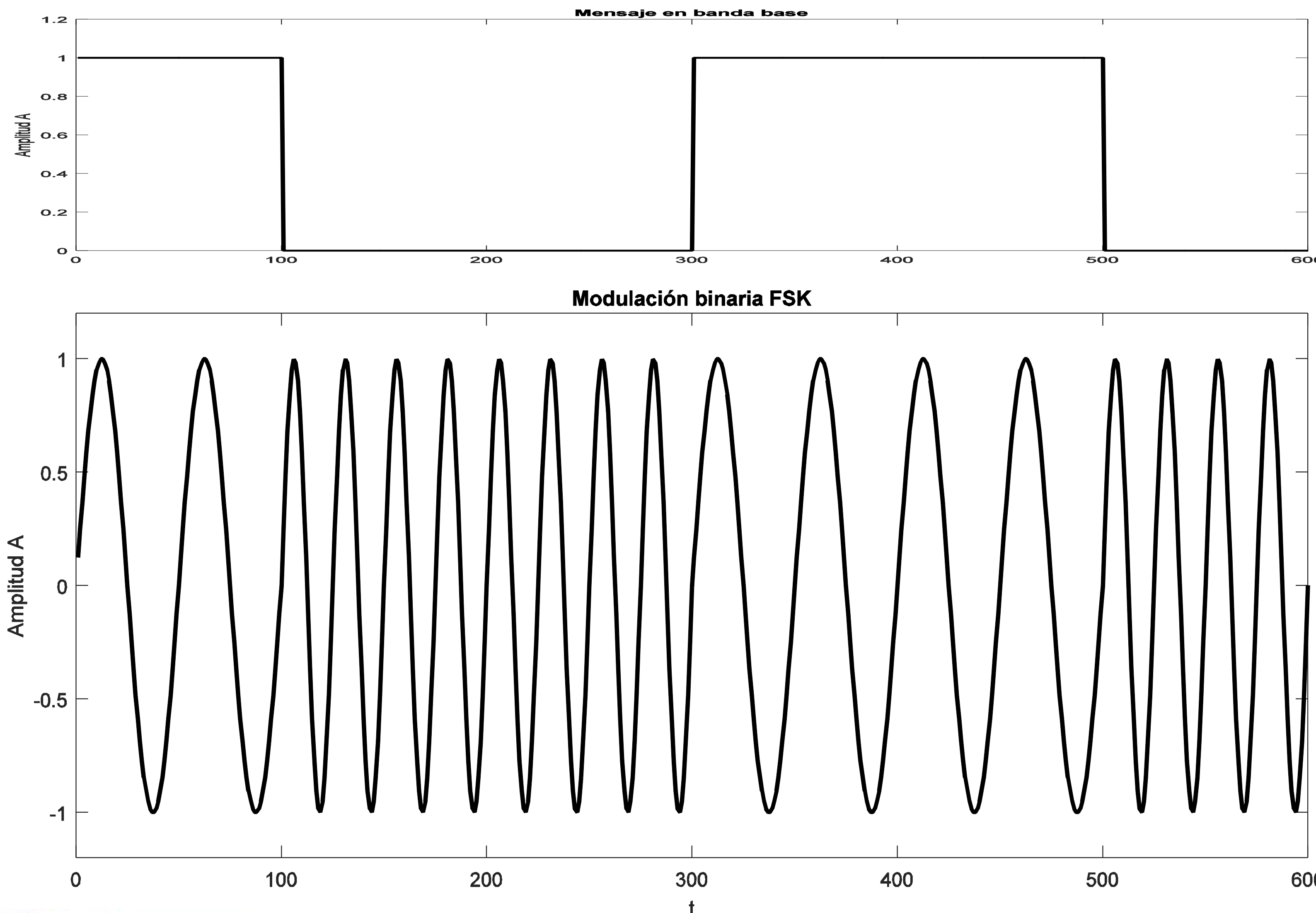

NEON
Network of Competence on Internet of Things

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# PSK (Phase Shift Keying) binaria.



# FSK (Frequency Shift Keying) binaria.




Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

Una señal pasabanda modulada puede expresarse en la forma de componente en fase y cuadratura:

$$x_c(t) = A_c\left[x_i(t)\cos(\omega_c t + \theta) - x_q(t)\, sin(\omega_c t + \theta)\right]$$

La información es aplicada sobre las componentes en fase y cuadratura, $x_i(t)$ y $x_q(t)$.

En general las componentes en fase y cuadratura son variables aleatorias independientes, lo cual significa que la correlación cruzada de estas variables es igual a cero:

$$R_{x_i,x_q} = E\left[x_i(t)x_q(t)\right] = E[x_i(t)]\, E\left[x_q(t)\right]$$

Network of Competence on Internet of Things

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

Como consecuencia de esta propiedad:

$$\overline{\left(x_i + x_q\right)^2} = \overline{x_i{}^2} + \overline{x_q{}^2}$$

La señal modulada en un proceso de esta naturaleza puede ser modelada como el producto de la señal por una senoide de tipo aleatoria:

$$z(t) = x(t)\cos(\omega_c t + \theta)$$

la autocorrelación de una función modulada por una función cosenoidal aleatoria es:

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

$$G_z(f) = \frac{1}{4}[G_x(f - f_c) + G_x(f + f_c)]$$

Para la señal

$$x_c(t) = A_c\left[x_i(t)\cos(\omega_c t + \theta) - x_q(t)\,sin(\omega_c t + \theta)\right]$$

$$G_c(f) = \frac{{A_c}^2}{4}\left[G_i(f - f_c) + G_i(f + f_c) + G_q(f - f_c) + G_q(f + f_c)\right]$$

Las densidades espectrales $G_i(f)$ y $G_q(f)$ son las componentes espectrales de $x_i(t)$ y $x_q(t)$.

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

Se puede definir el espectro pasabajos equivalente como:

$$G_{lp}(f)=G_i(f)+G_q(f)$$

Entonces:

$$G_c(f)=\frac{{A_c}^2}{4}\left[G_{lp}(f-f_c)+G_{lp}(f+f_c)\right]$$

El espectro pasabanda queda expresado en función del equivalente pasabajos.

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

Para la señal:

$$x(t) = \sum_{k} a_k p(t - kD)$$

Con densidad espectral de potencia:

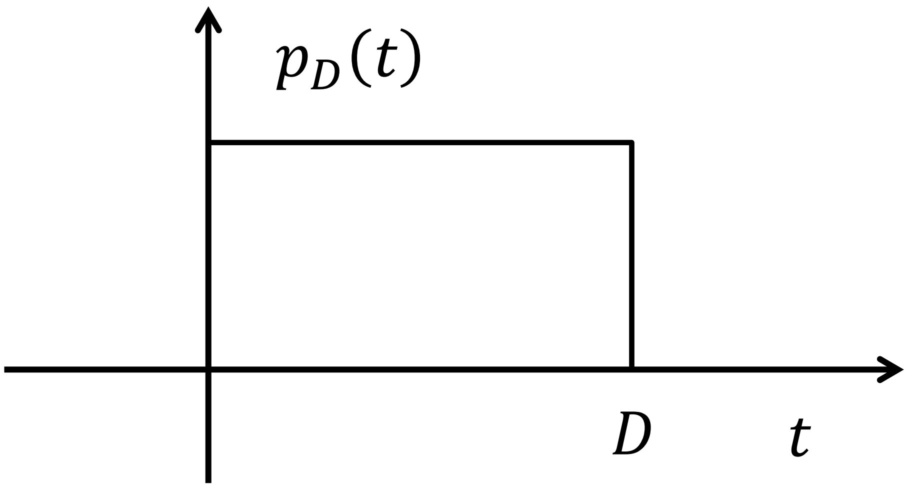
$$G_x(f) = \frac{{\sigma_a}^2}{D} |P(f)|^2 + \frac{m_a}{D} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| P\left(\frac{n}{D}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{n}{D}\right)$$

Para el análisis de los esquemas de modulación se considera que la forma de pulso $p(t)$ es rectangular y comienza en el instante de muestreo $kD$. Luego:

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de señales digitales pasabanda.

$$p_D(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq D \\ 0 & otro\ t \end{cases}$$




la forma de la contribución espectral del pulso $|P_D(f)|^2$ sigue siendo igual a $|P(f)|^2$ porque sólo hay una diferencia de fase que no altera al módulo.

# Modulación de Amplitud M-ASK.

La forma binaria de modulación digital de amplitud, 2ASK, consiste en el encendido y apagado de una portadora, modulación que también se denomina OOK (On-Off Keying).

Cuando la forma de onda de banda base es una señal M-aria se generan $M-1$ amplitudes y el nivel cero. En este caso no existe modulación de fase por lo que toda la componente de modulación esta representada en la componente en fase, siendo la componente en cuadratura igual a cero.

$$x_i(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación de Amplitud M-ASK.

Para no incorporar modulación de fase, las amplitudes de modulación son todas positivas (formato unipolar):

$$a_k = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$$

Se puede obtener el valor medio y el cuadrático medio como:

$$m_a = \overline{a_k} = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} i = \frac{M-1}{2}$$

$$\overline{{a_k}^2} = \frac{1}{M}\sum_{i=0}^{M-1} i^2 = \frac{2M^2-3M+1}{6}$$

$$\sigma_a{}^2 = \overline{{a_k}^2} - m_a{}^2 = \frac{M^2-1}{12}$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación de Amplitud M-ASK.

El espectro equivalente pasabajos es el de la señal PAM la densidad espectral de potencia $G_x(f)$, que se desplaza a la portadora $f_c$:

$$G_{lp}(f) = G_i(f) = \frac{M^2 - 1}{12r} sinc^2\left(\frac{f}{r}\right) + \frac{M^2 - 1}{4}\delta(f)$$

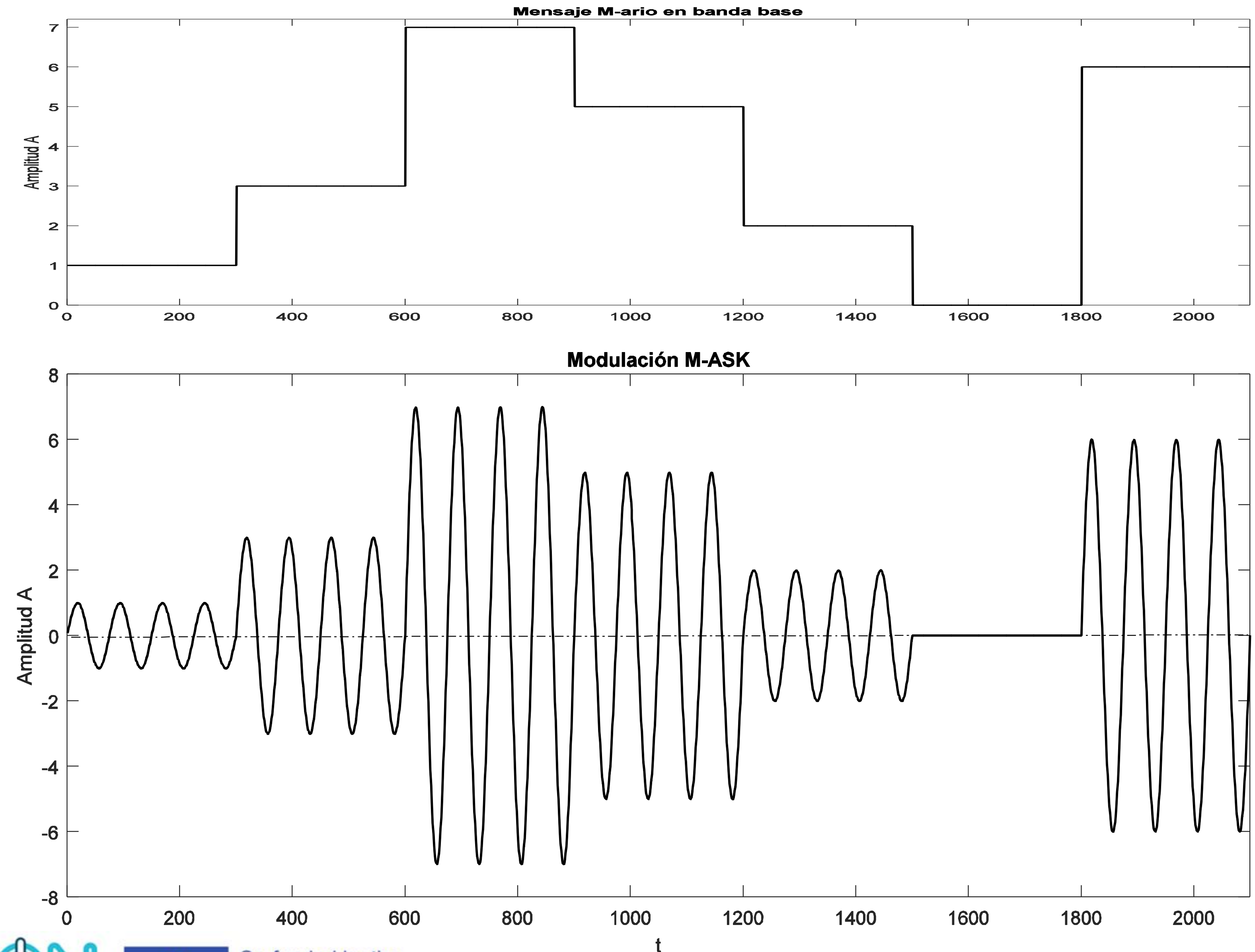
$$G_c(f) = \frac{{A_c}^2}{4}\left[G_{lp}(f - f_c) + G_{lp}(f + f_c)\right]$$

Por ejemplo una secuencia de datos binarios modula una señal en la forma ASK (OOK) fue mostrada al principio.

Una secuencia de M-arios modula una señal en la forma 8ASK se observa en la figura

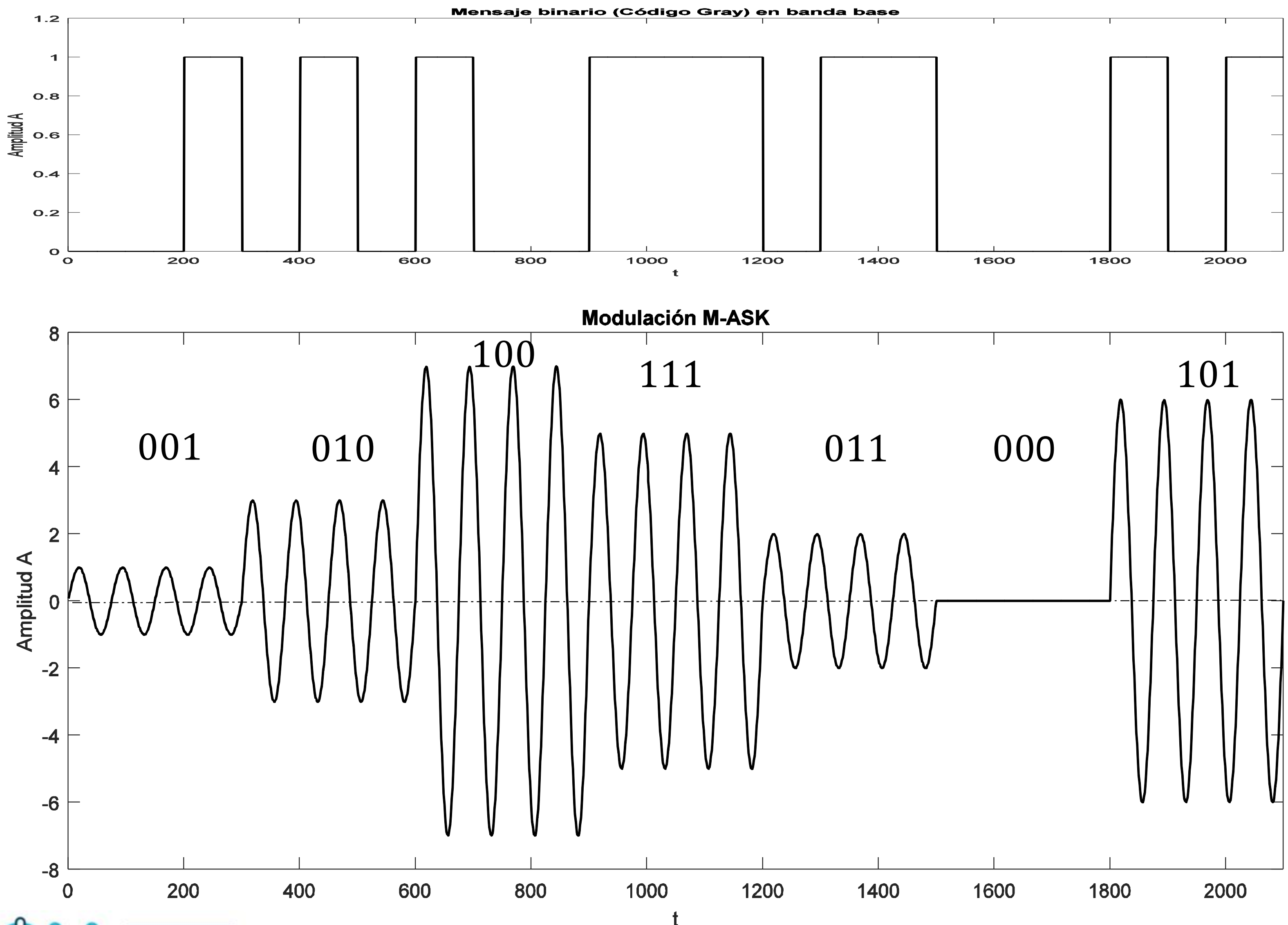
NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación de Amplitud M-ASK.




NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

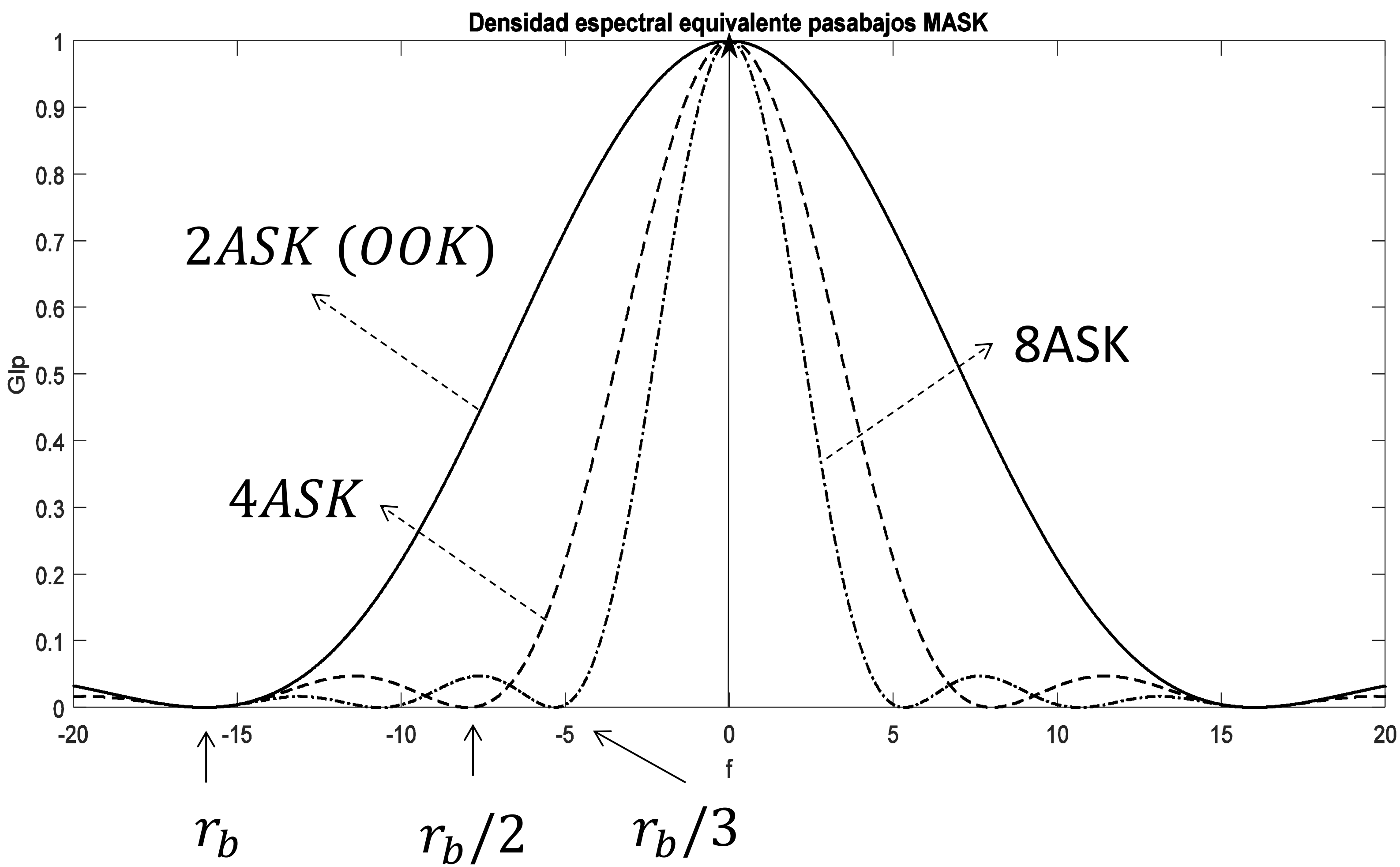
# Modulación de Amplitud M-ASK. Código Gray.





NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# M-ASK. Densidad espectral $G_{lp}(f)$.




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación de Amplitud en cuadratura QAM.

Como se ha visto en el caso de la modulación ASK, la información es aplicada sobre la componente en fase, haciendo que el vector modulado sea básicamente un vector que solo cambia su amplitud entre valores discretos de la misma.

$$x_c(t) = A_c[x_i(t)\cos(\omega_c t + \theta)]$$

Sin embargo puede verse en la expresión de una señal digital pasabanda:

$$x_c(t) = A_c\left[x_i(t)\cos(\omega_c t + \theta) - x_q(t)\, sin(\omega_c t + \theta)\right]$$

Que la información podría ser también aplicada al mismo tiempo sobre la componente en cuadratura, o mas bien multiplexada y distribuida sobre una y otra componente.

NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación de Amplitud en cuadratura QAM.

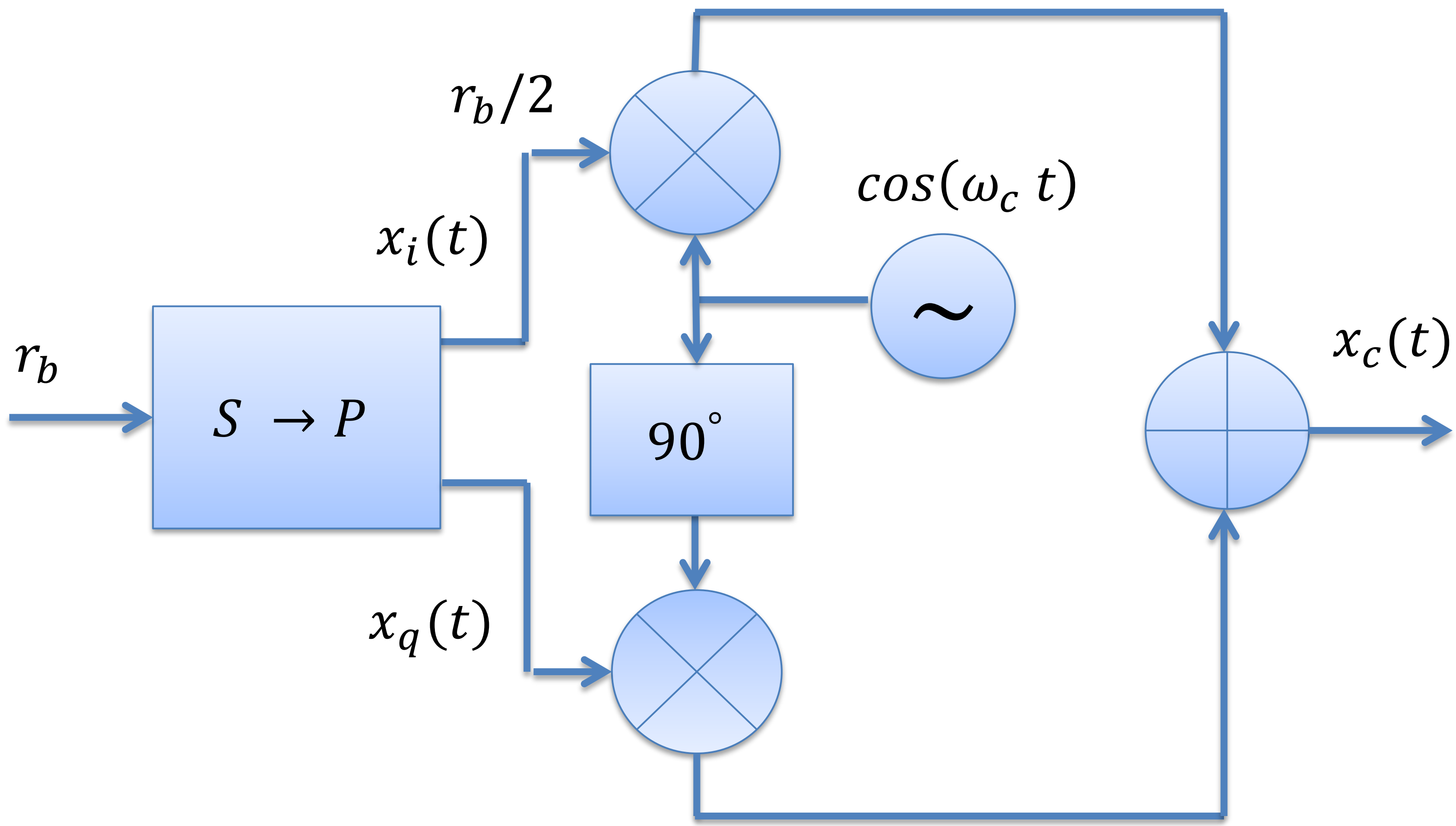
Este multiplexado alternante permitiría que la forma de onda modulante sobre cada componente tenga una extensión en tiempo doble respecto del sistema que no utiliza la componente en cuadratura.

Este tipo de modulación crea la aparición de cuatro símbolos, y se lo denomina generalmente QAM (Quadrature Amplitud Modulation).

La conversión serie-paralelo distribuye los bits de entrada en dos grupos, reduciendo la velocidad de señalización por cada rama del modulador.

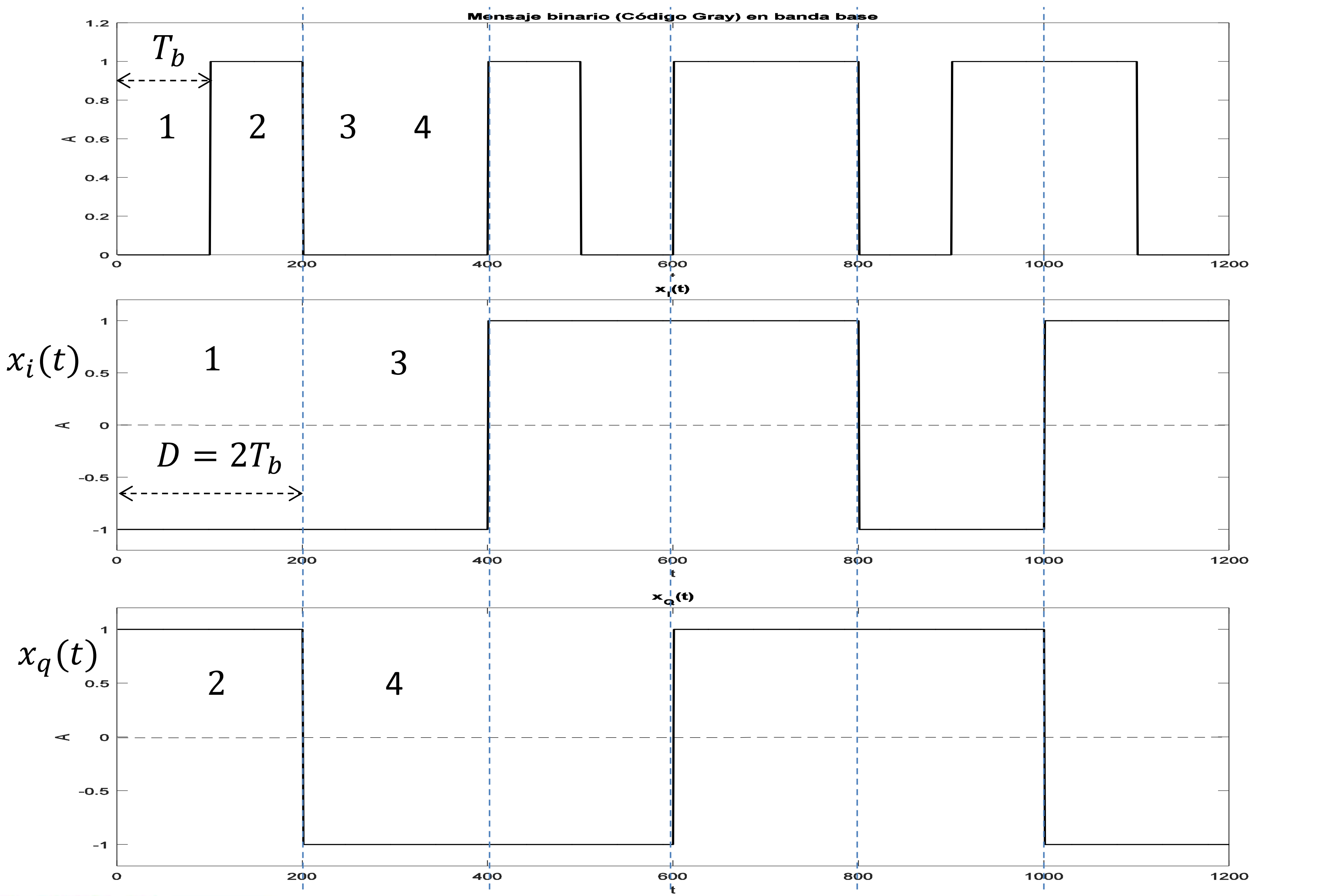
NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

# Modulación QAM. Diagrama en bloques.




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Multiplexado.





NEON Network of Competence on Internet of Things

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Multiplexado.

Las formas de onda de cada componente son de la forma de trenes de pulsos rectangulares:

$$x_i(t) = \sum_k a_{2k+1} p(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k a_{2k} p(t - kD)$$

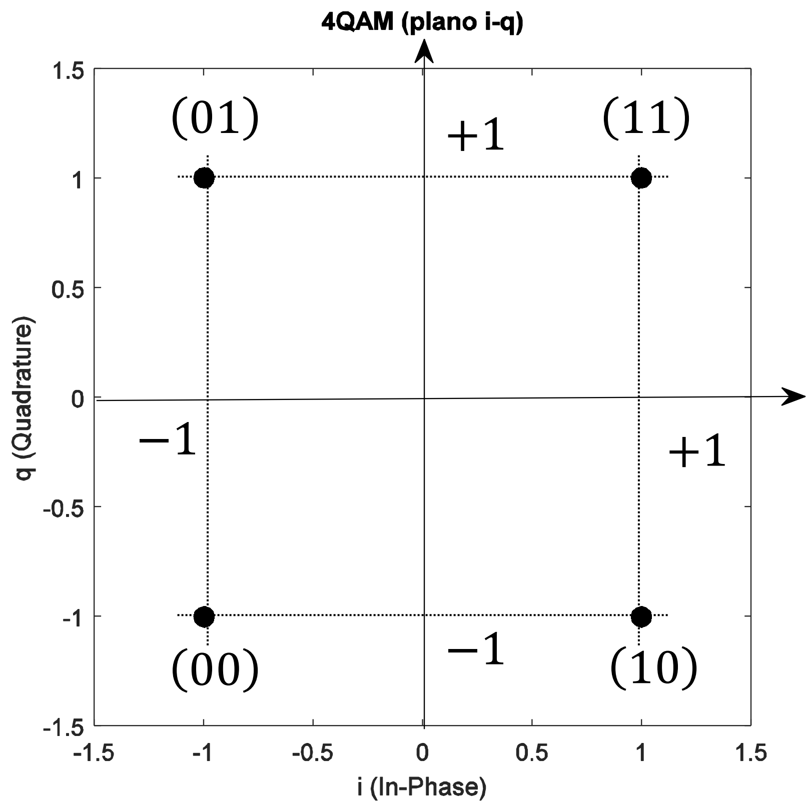
Que alternan la paridad de la posición del dato en el mensaje original.

En estas expresiones $a_k = \pm 1$ y $D = 2T_b$.

Para cualquier intervalo $kD < t < (k+1)D$ los valores posibles de las componentes $i$ y $q$ son $\pm 1$. Esto puede ser graficado en un plano de componentes $i$ y $q$ , llamado constelación de la señal.

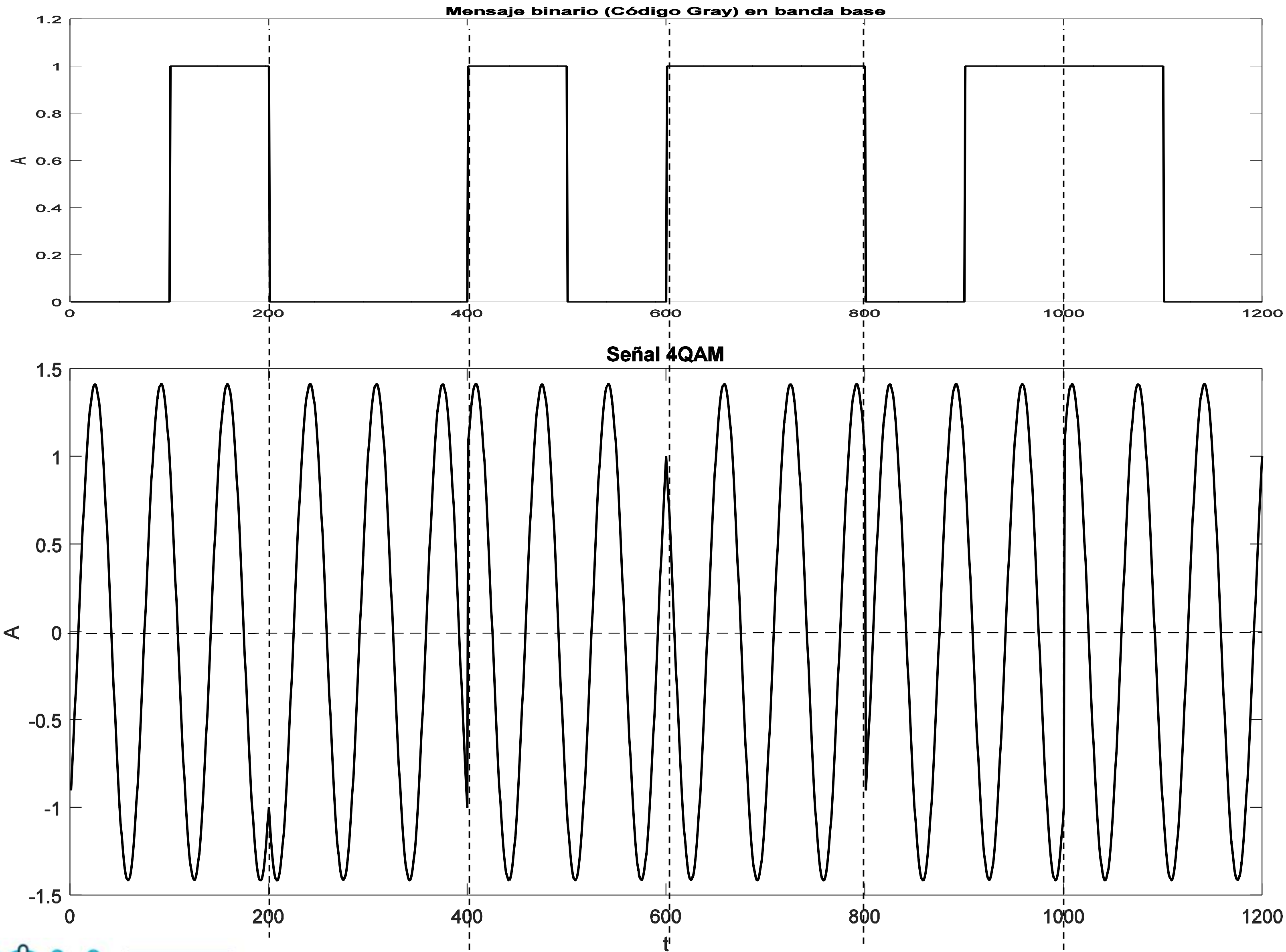
NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Plano $i - q$.




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Formas de onda.




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Densidad espectral.

Las componentes $i$ y $q$ son independientes pero tienen la misma forma de pulso y los mismos promedios estadísticos.

$$m_a = \frac{1}{2}(1) + \frac{1}{2}(-1) = 0$$

$$\sigma_a{}^2 = \frac{1}{2}(1)^2 + \frac{1}{2}(-1)^2 = 1$$

$$|P_D(f)|^2 = \frac{4}{r_b{}^2} sinc^2\left(\frac{2f}{r_b}\right)$$

$$G_{lp}(f) = G_i(f) + G_q(f) = 2G_i(f) = 2r|P_D(f)|^2$$

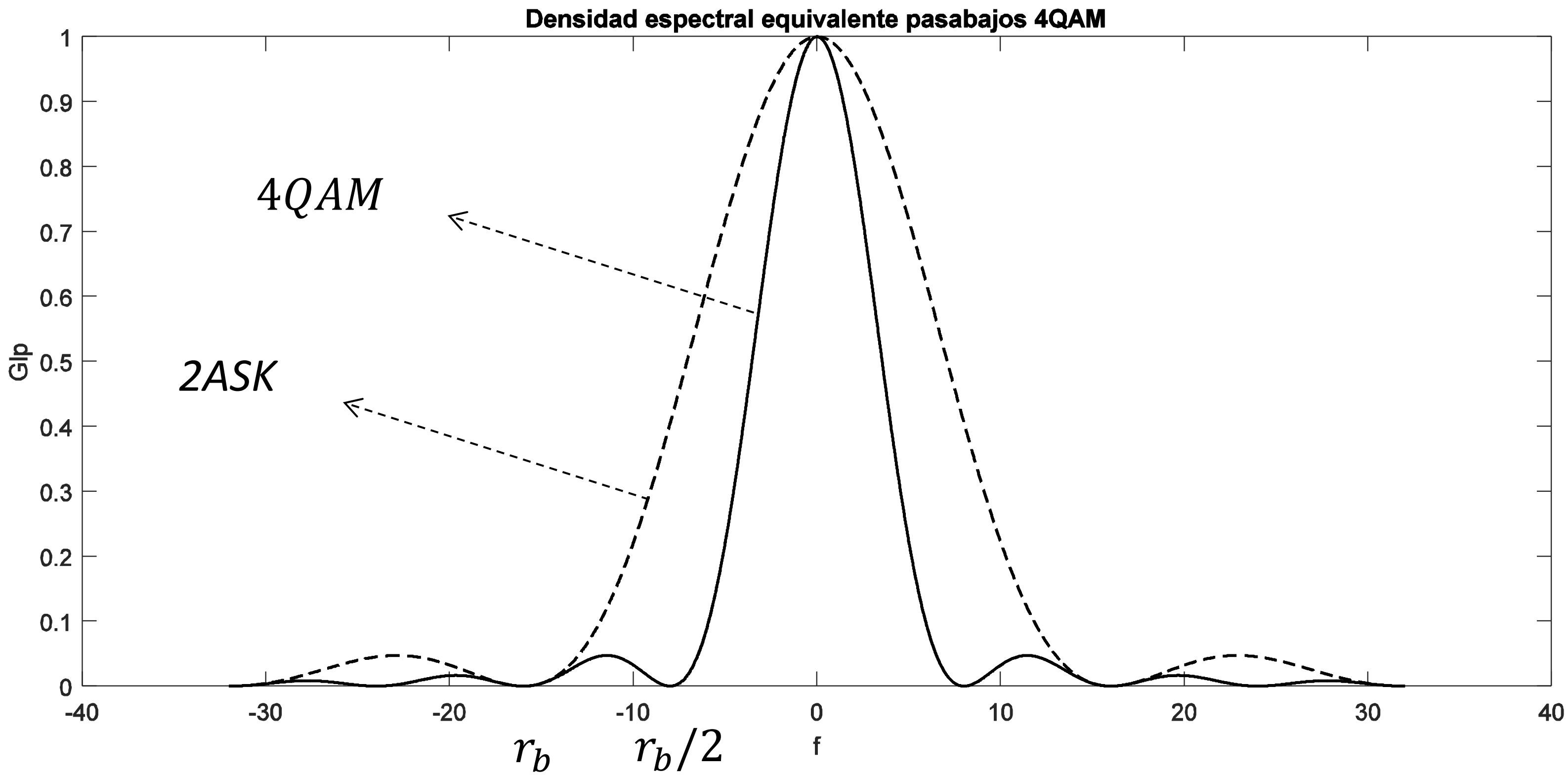
$$G_{lp}(f) = r_b|P_D(f)|^2 = \frac{4}{r_b} sinc^2\left(\frac{2f}{r_b}\right)$$

NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación QAM. Densidad espectral.

La eficiencia en la señalización, o eficiencia espectral es:

$$\frac{r_b}{B_T} = \frac{2\ bps}{Hz}$$




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación MPSK.

La forma de onda binaria PSK (2PSK BPSK o PRK, “Phase Reversal Keying”) representada en la figura, es básicamente una transmisión binaria donde se emite una señal con la misma frecuencia de portadora y con un cambio de fase de $\pm\pi$ .

Si la información en banda base es una forma de onda $M-aria$ la modulación se realiza relacionando unívocamente cada nivel de amplitud con una fase de la portadora determinada. En el intervalo $kD < t < (k+1)D$ la portadora experimenta un cambio de fase $\varphi_k$.

La señal modulada en PSK puede expresarse como:

# Modulación MPSK.

$$x_c(t) = A_c \sum_k cos(\omega_c t + \varphi_k + \theta) p_D(t - kD)$$

Usando $cos(\alpha + \beta) = cos(\alpha)cos(\beta) - sen(\alpha)sen(\beta)$

$$x_c(t) = A_c \left[ \sum_k cos(\omega_c t + \theta) cos(\varphi_k) p_D(t - kD) \right] - A_c \left[ \sum_k sen(\omega_c t + \theta) sen(\varphi_k) p_D(t - kD) \right]$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación MPSK.

$$x_c(t) = A_c\left[\sum_k cos(\varphi_k)p_D(t-kD)\right]cos(\omega_c t+\theta) - A_c\left[\sum_k sen(\varphi_k)p_D(t-kD)\right]sen(\omega_c t+\theta)$$

La forma de onda de modulación PSK esta entonces presentada como una forma de onda en sus componentes en fase y cuadratura.

# Modulación MPSK.

$$x_i(t) = \sum_k cos(\varphi_k) p_D(t - kD) = \sum_k I_k p_D(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k sen(\varphi_k) p_D(t - kD) = \sum_k Q_k p_D(t - kD)$$

$$I_k = cos(\varphi_k)$$

$$Q_k = sen(\varphi_k)$$

Los valores $a_k$ de la forma de onda M-aria en modo unipolar, modulante se corresponden con las diferentes fases $\varphi_k$.

$$\varphi_k = \frac{2\pi a_k}{M}; \qquad a_k = 0, 1, 2, \dots, M - 1$$

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación 4PSK o QPSK.

Por ejemplo para el caso $M = 4$ se tiene la constelación de la figura .

A esta modulación se la denomina QPSK.

$$\varphi_k = \frac{2\pi a_k}{4}; \qquad a_k = 0, 1, 2, 3$$

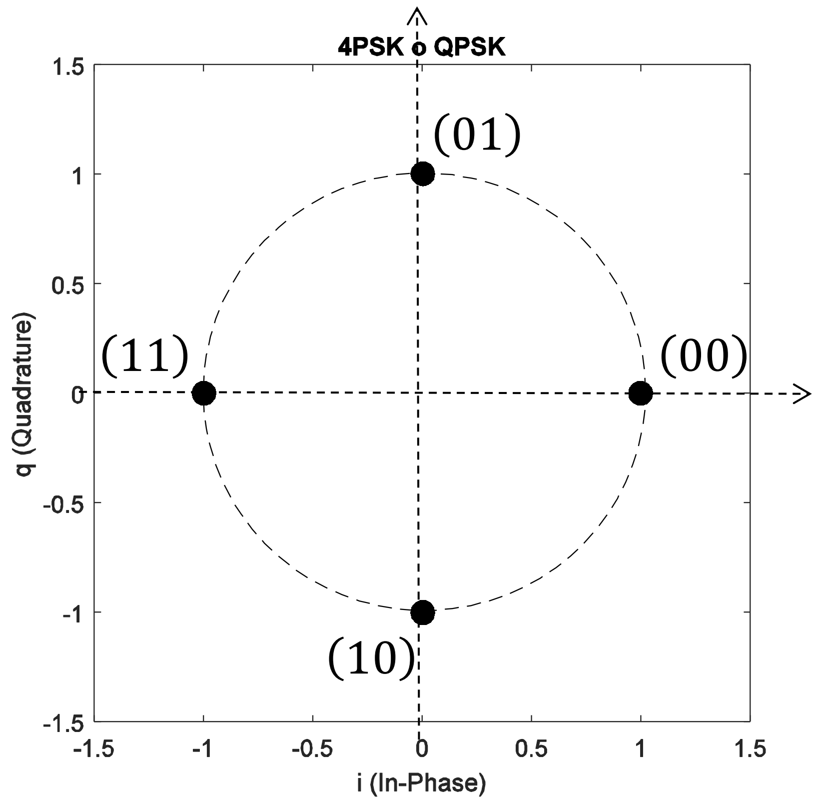
$$\varphi_k = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

$$I_k = 1, 0, -1, 0$$

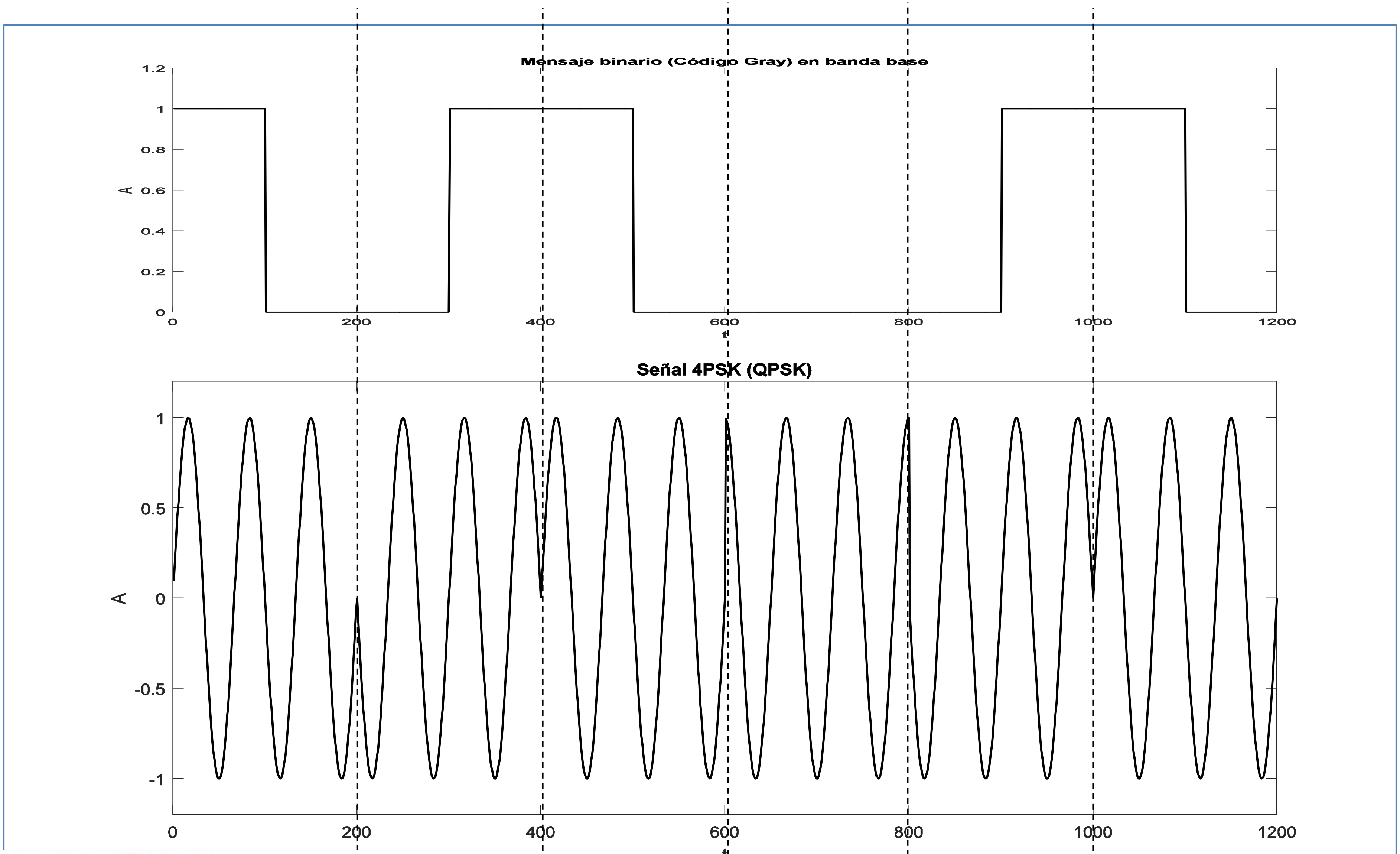
$$Q_k = 0, 1, 0, -1$$

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación 4PSK o QPSK.



# Modulación QAM. Formas de onda.




Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Modulación 4PSK o QPSK.

Por ejemplo para el caso $M = 4$ se puede interpretar que esta modulación es equivalente a 4QAM si rotamos la constelación en $\pi/4$.

$$\varphi_k = \frac{2\pi a_k + 1}{4}; \qquad a_k = 0, 1, 2, 3$$

$$\varphi_k = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$I_k = \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$Q_k = \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de MPSK.

Para determinar la densidad espectral de potencia en la modulación MPSK se pude hacer uso de las expresiones obtenidas para la componente en fase y cuadratura de la forma de onda modulada.

Tales componentes tienen similitud con la forma de onda general de una señal PAM, solo que el valor de $a_k$ es ahora $I_k$ o $Q_k$, para las componentes en fase y cuadratura respectivamente.

La expresión de la densidad espectral de potencia requiere conocer los valores medios de la estadística de la señal.

Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de MPSK.

$$\overline{I_k} = \sum_k cos(\varphi_k)P(I_k) = \frac{1}{M}\sum_k cos(\varphi_k) = \frac{1}{M}\sum_k cos\left(\frac{2\pi a_k}{M}\right) = 0$$

Igualmente para la componente $Q_k$ se verifica que:

$$\overline{Q_k} = 0$$

Igualmente se calculan los promedios cuadráticos:

$$\overline{I_k{}^2} = \sum_k cos^2(\varphi_k)P(I_k) = \frac{1}{M}\sum_k cos^2\left(\frac{2\pi a_k}{M}\right) = 1/2$$

$$\overline{Q_k{}^2} = 1/2$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Análisis Espectral de MPSK.

De esta manera la densidad espectral equivalente pasabajos resulta ser:

$$|P_D(f)|^2 = \frac{1}{r^2} sinc^2\left(\frac{f}{r}\right)$$

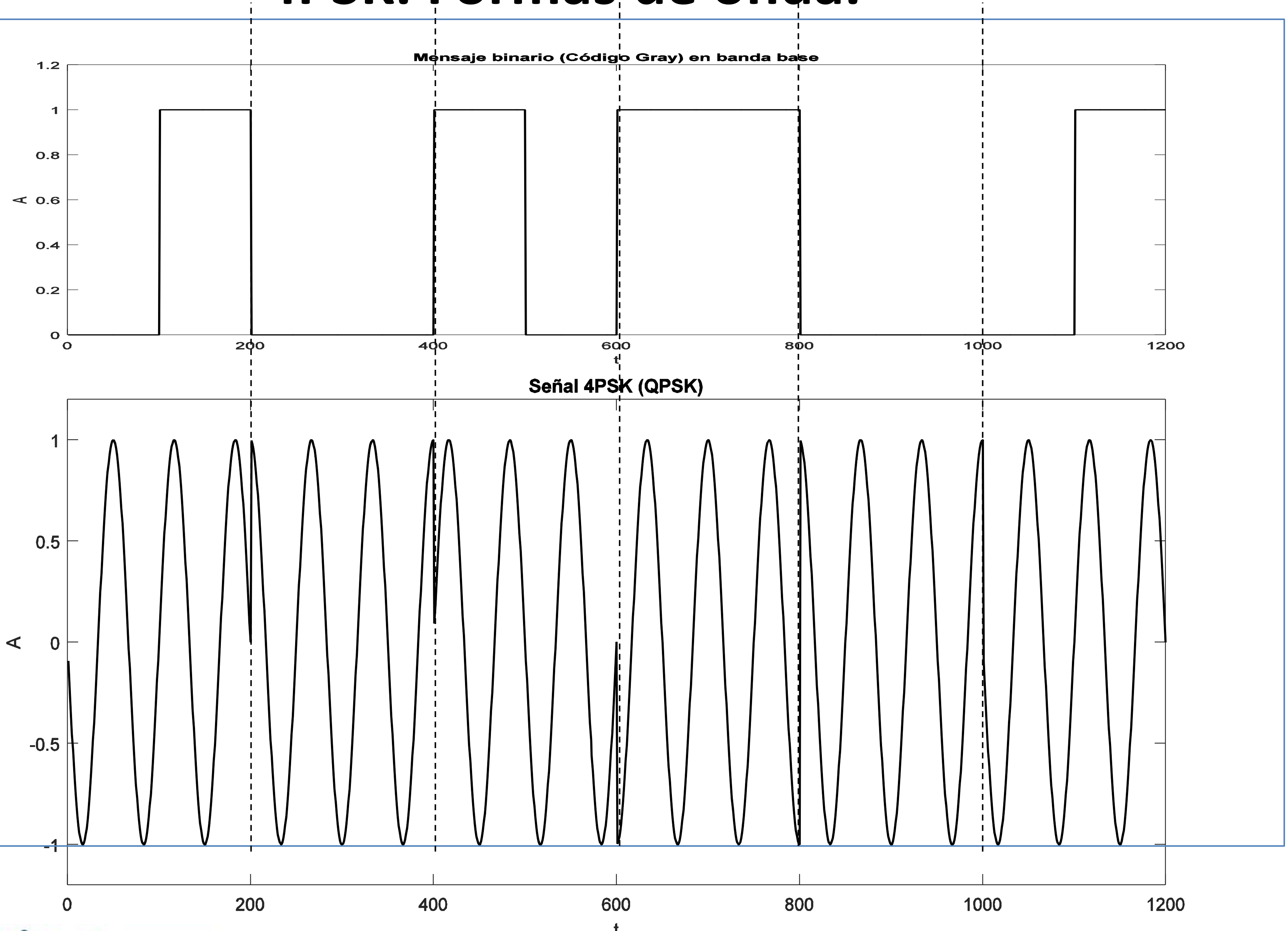
$$G_i(f) = G_q(f) = {\sigma_a}^2 r |P_D(f)|^2$$

$$G_{lp}(f) = G_i(f) + G_q(f) = 2G_i(f) = r|P_D(f)|^2$$

$$G_{lp}(f) = \frac{1}{r} sinc^2\left(\frac{f}{r}\right)$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

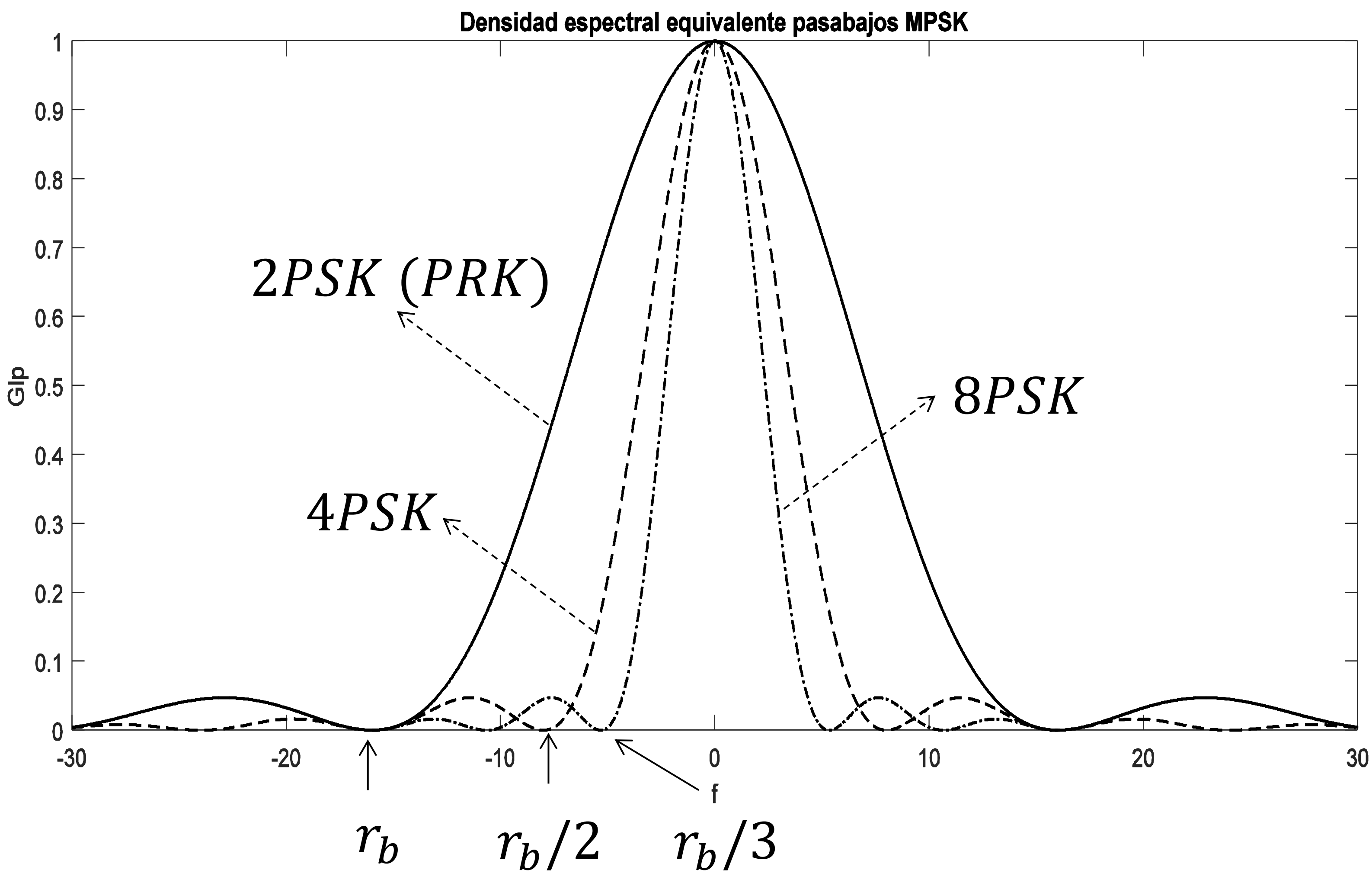
# 4PSK. Formas de onda.




Network of Competence on Internet of Things

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# MPSK. Densidad espectral $G_{lp}(f)$.



# Eficiencia espectral MASK y MPSK.

La densidad espectral de MPSK es similar a la de MASK, pero no contiene función $\delta(f \pm f_c)$ en la frecuencia de portadora. MPSK tiene mejor eficiencia de potencia, y similar eficiencia espectral.

La eficiencia espectral para ASK y PSK esta dada básicamente por la expresión de la velocidad $r$ en función de la velocidad binaria $r_b$. Si se emplea modulación M-aria, la velocidad de señalización viene dada por:

$$r = \frac{r_b}{\log_2 M}$$

NEON
Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

# Eficiencia espectral MASK y MPSK.

La eficiencia espectral, o numero de bits por segundo que se transmite por unidad de ancho de banda se evalúa sabiendo que aproximadamente el ancho de banda de transmisión es

$$B_T \cong r = \frac{r_b}{\log_2 M}$$

para las modulaciones MASK y MPSK. La eficiencia espectral es entonces:

$$\frac{r_b}{B_T} \cong \log_2 M \quad bps/Hz$$

NEON Network of Competence on Internet of Things
Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union