

Modulación digital pasabanda

Fundamentos de Sistemas de Comunicación

Facultad de Ingeniería y Tecnología

7 de junio de 2022



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

1 Modulación digital pasabanda

Modulación en amplitud (ASK, QAM)

Diagramas de constelación

Modulación de fase

2 Aspectos prácticos

3 Modulación en frecuencia (FSK, CPFSK)

4 Detección digital

Detección coherente

Detección no-coherente

Objetivo: comunicación digital ocupando una banda arbitraria del espectro.

Objetivo: comunicación digital ocupando una banda arbitraria del espectro.

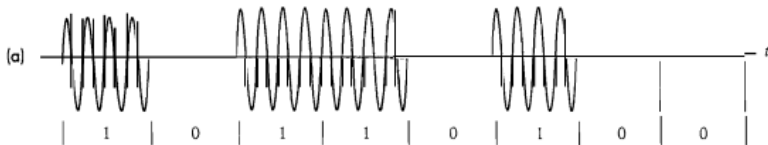
Cómo:

1. Modulación digital bandabase (ej. PAM) + modulación pasabanda (ej. DSB, FM, etc.)
2. Tren de pulsos, con pulsos pasabanda

Es posible lograr que la información se refleje en la amplitud, fase, o frecuencia de la señal pasabanda.

ASK: amplitude shift keying

La información se inserta en la amplitud de una señal pasabanda:



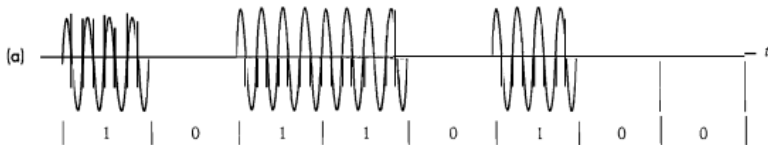
ASK binario con pulso sinusoidal de amplitudes 0 y A. Este caso especial recibe el nombre de ON/OFF shift keying (OOK).

Figura 14.1-1. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

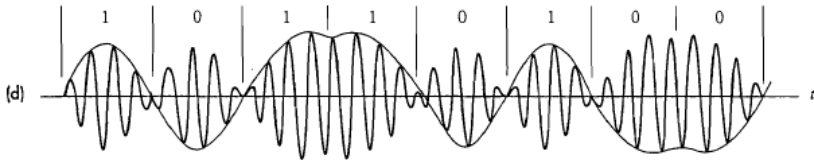
Nota: ASK también puede ser M-ario.

ASK: amplitude shift keying

La información se inserta en la amplitud de una señal pasabanda:



ASK binario con pulso sinusoidal de amplitudes 0 y A. Este caso especial recibe el nombre de ON/OFF shift keying (OOK).



ASK binario con $p(t) = \text{sinc}(Bt) \cdot \sin(2\pi ft)$ y amplitudes ± 1 .

Figura 14.1-1. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Nota: ASK también puede ser M-ario.

ASK: (PAM bandabase + DSB) o (PAM pasabanda)

Dos formas de ver **a la misma señal**:

- PAM digital bandabase + DSB

PAM bandabase (ej. pulsos rectangulares):

$$x_i(t) = \sum_k a_k p_{lp}(t - kD)$$

Señal ASK:

$$x_c(t) = A_c x_i(t) \cos(w_c t)$$

ASK: (PAM bandabase + DSB) o (PAM pasabanda)

Dos formas de ver a la misma señal:

- PAM digital bandabase + DSB
- PAM digital con pulso pasabanda (ej. pulso sinusoidal).

PAM bandabase (ej. pulsos rectangulares):

$$x_i(t) = \sum_k a_k p_{lp}(t - kD)$$

Señal ASK:

$$x_c(t) = A_c x_i(t) \cos(w_c t) = A_c \sum_k a_k p(t - kD)$$

Con $p(t) = \cos(w_c t) p_{lp}(t)$. **Esto requiere $f_c = n/D$ con $n \in \mathcal{N}$.**

ASK: Espectro y ancho de banda

Al ser señal PAM, y asumiendo a_k independientes:

$$G_{xc} = \sigma_a^2 r |P(f)|^2 + (m_a r)^2 \sum_n |P(nr)|^2 \delta(f - nr)$$

Ejemplo para ASK polar con pulsos bandabase rectangulares:

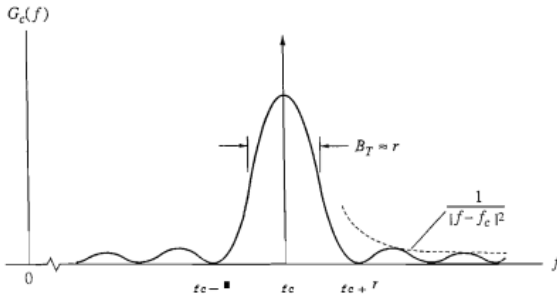


Figura 14.1-2. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Al igual que en bandabase, se define el ancho de banda como el intervalo entre los puntos de $-3dB$ del lóbulo principal: $B_T \approx r$

Repaso: definición

Se define eficiencia espectral como r_b/B_T , y se mide en bps/Hz

$r_b = r \log_2(M)$ es la tasa efectiva de bits del sistema de comunicación M-ario.

Repaso: definición

Se define eficiencia espectral como r_b/B_T , y se mide en bps/Hz

$r_b = r \log_2(M)$ es la tasa efectiva de bits del sistema de comunicación M-ario.

Para ASK: es la **mitad** de bandabase

$$r_b/B_T \approx \log_2(M)$$

Recordar que siempre es cierto que:

$$r_b/B_T \leq 2 \log_2(M)$$

QAM: quadrature amplitude modulation

QAM digital es equivalente a QAM analógico, envía una señal ASK M-aria en fase y otra en cuadratura:

$$x_c(t) = A_c(x_i(t)\cos(w_c t) + x_q(t)\sin(w_c t))$$

$$x_i(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k b_k p(t - kD)$$

QAM: quadrature amplitude modulation

QAM digital es equivalente a QAM analógico, envía una señal ASK M-aria en fase y otra en cuadratura:

$$x_c(t) = A_c(x_i(t)\cos(w_c t) + x_q(t)\sin(w_c t))$$

$$x_i(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k b_k p(t - kD)$$

Satisface:

- ¡Misma densidad espectral que ASK!

QAM: quadrature amplitude modulation

QAM digital es equivalente a QAM analógico, envía una señal ASK M-aria en fase y otra en cuadratura:

$$x_c(t) = A_c(x_i(t)\cos(w_c t) + x_q(t)\sin(w_c t))$$

$$x_i(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k b_k p(t - kD)$$

Satisface:

- ¡Misma densidad espectral que ASK! $\Rightarrow B_T \approx r$

QAM: quadrature amplitude modulation

QAM digital es equivalente a QAM analógico, envía una señal ASK M-aria en fase y otra en cuadratura:

$$x_c(t) = A_c(x_i(t)\cos(w_c t) + x_q(t)\sin(w_c t))$$

$$x_i(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

$$x_q(t) = \sum_k b_k p(t - kD)$$

Satisface:

- ¡Misma densidad espectral que ASK! $\Rightarrow B_T \approx r$
- $r_b = 2r\log_2(M)$ (doble de ASK)

$$\Rightarrow r_b/B_T = 2\log_2(M) \text{ bps/Hz (igual a bandabase)}$$

Interludio: diagramas de constelación

Como ya vimos, cualquier señal pasabanda admite la representación:

$$x(t) = \mathcal{R}e \left((x_i(t) + jx_q(t))e^{j2\pi f_c t} \right)$$

Donde $x_i(t)$ y $x_q(t)$ son señales bandabase. En el caso de QAM esto resulta en:

$$x(t) = \mathcal{R}e \left(e^{j2\pi f_c t} \sum_k (a_k + jb_k)p(t - kD) \right)$$

Es decir, que podemos pensar en este (y muchos otros sistemas de comunicación digital) como si enviara “símbolos complejos” $(a_k + jb_k)$.

Los posibles valores de dichos símbolos pueden representarse en el plano complejo como un **diagrama de constelación**

Caso 4-QAM:

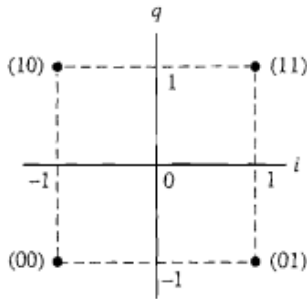
Diagrama de constelación: visualización fasorial de los distintos pulsos que pueden enviarse en cada intervalo.

Nota: Se denomina M-QAM a QAM cuando los dos flujos binarios tienen alfabetos de tamaño $M_i \cdot M_q = M$ (típicamente $M_i = M_q$).

QAM: diagrama de constelación

Caso 4-QAM:

Diagrama de constelación: visualización fasorial de los distintos pulsos que pueden enviarse en cada intervalo.

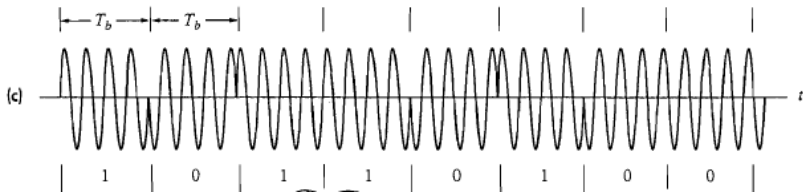


Constelación de 4-QAM. Figura 14.1-3. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Nota: Se denomina M-QAM a QAM cuando los dos flujos binarios tienen alfabetos de tamaño $M_i, M_q = M$ (típicamente $M_i = M_q$).

En 4-QAM fase y cuadratura son flujos binarios, dando lugar a 4 combinaciones posibles de pulsos.

Equivalente digital a modulación de fase:



Caso de PSK con dos valores de fase posibles (0 y π), conocido también como phase-reversal *keying* (PRK) o *binary phase shift keying* (BPSK).

Figura 14.1-1. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Notar que BPSK = ASK binario, pero 4-PSK NO es igual a 4-ASK

Sea $x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$ (PAM bandabase), entonces PSK (θ es arbitrario):

$$x_c(t) = A_c \cos(w_c t + \theta + \phi_0 x(t))$$

Sea $x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$ (PAM bandabase), entonces PSK (θ es arbitrario):

$$x_c(t) = A_c \cos(w_c t + \theta + \phi_0 x(t))$$

Caso particular (pero común) $p(t) = \Pi(t/D)$:

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(w_c t + \theta + \phi_k) p(t - kD)$$

Los valores de ϕ_k se toman uniformemente entre 0 y 2π .

Sea $x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$ (PAM bandabase), entonces PSK (θ es arbitrario):

$$x_c(t) = A_c \cos(w_c t + \theta + \phi_0 x(t))$$

Caso particular (pero común) $p(t) = \Pi(t/D)$:

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(w_c t + \theta + \phi_k) p(t - kD)$$

Los valores de ϕ_k se toman uniformemente entre 0 y 2π .
Descomponiendo:

$$\begin{aligned} &= A_c \cos(w_c t) \sum_k \cos(\theta + \phi_k) p(t - kD) \\ &\quad + A_c \sin(w_c t) \sum_k \sin(\theta + \phi_k) p(t - kD) \end{aligned}$$

Puede verse como dos flujos en fase y cuadratura acoplados.

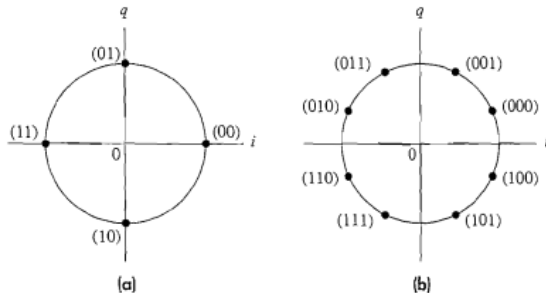


Figure 14.1-5 PSK signal constellations. [a] $M = 4$; [b] $M = 8$.

Communication Systems. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Notar que 4-PSK es equivalente a 4-QAM con una rotación global (que es arbitraria), pero M-PSK y M-QAM no son equivalentes para $M > 4$

PSK: espectro, ancho de banda, eficiencia espectral

PSK: espectro, ancho de banda, eficiencia espectral

El espectro PSK es igual a ASK con pulsos rectangulares, pero sin el impulso en la portadora.

PSK: espectro, ancho de banda, eficiencia espectral

El espectro PSK es igual a ASK con pulsos rectangulares, pero sin el impulso en la portadora. Por lo tanto:

$$B_T \approx r$$

$$r_b/B_T = \log_2(M)$$

PSK: espectro, ancho de banda, eficiencia espectral

El espectro PSK es igual a ASK con pulsos rectangulares, pero sin el impulso en la portadora. Por lo tanto:

$$B_T \approx r$$

$$r_b/B_T = \log_2(M)$$

PSK vs. ASK

PSK es igual de eficiente que ASK espectralmente.

Diagramas de constelación y eficiencia energética en comunicación digital

Eficiencia energética en sistemas digitales

La eficiencia energética en un sistema de comunicación digital refiere a cuánta potencia es necesario transmitir para lograr cierta tasa de error (BER) dada una tasa de transmisión de datos (r_b).

Diagramas de constelación y eficiencia energética en comunicación digital

Eficiencia energética en sistemas digitales

La eficiencia energética en un sistema de comunicación digital refiere a cuánta potencia es necesario transmitir para lograr cierta tasa de error (BER) dada una tasa de transmisión de datos (r_b).

El diagrama de constelación nos da una idea de eficiencia energética a través de la separación entre puntos:

- Distancia media al origen: \approx potencia
- Distancia media entre símbolos: \approx probabilidad de error

PSK vs. ASK

PSK es más eficiente que ASK energéticamente, pero igual espectralmente (para igual M , $M > 2$).

PSK vs. ASK vs. QAM (de nuevo!)

PSK vs. ASK

PSK es más eficiente que ASK energéticamente, pero igual espectralmente (para igual M , $M > 2$).

PSK vs. ASK vs. QAM

PSK es más eficiente que ASK energéticamente (igual M , $M > 2$) y menos que QAM (igual M , $M > 4$), pero igual espectralmente...

- Tanto M-QAM como M-PSK implican señales discontinuas en transmisión (igual que PAM en bandabase), esto genera grandes lóbulos laterales en el espectro. Existen técnicas para minimizar o reducir su impacto.
- Modulación en amplitud y en fase pueden utilizarse juntos: APSK

FSK estándar: alternar temporalmente entre sinusoidales de frecuencias discretas $f_c + f_d a_k$

FSK estándar: alternar temporalmente entre sinusoidales de frecuencias discretas $f_c + f_d a_k$

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d a_k t) \Pi(t/D - k)$$

FSK estándar: alternar temporalmente entre sinusoidales de frecuencias discretas $f_c + f_d a_k$

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d a_k t) \Pi(t/D - k)$$

Se requiere que los saltos en frecuencia sean múltiplos de r para asegurar la continuidad de la señal (ej. $2f_d = m \cdot r$ si $a_k = \pm 1$).

FSK estándar: alternar temporalmente entre sinusoidales de frecuencias discretas $f_c + f_d a_k$

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d a_k t) \Pi(t/D - k)$$

Se requiere que los saltos en frecuencia sean múltiplos de r para asegurar la continuidad de la señal (ej. $2f_d = m \cdot r$ si $a_k = \pm 1$).

Descomposición fase-cuadratura:

$$x_c(t) = \mathcal{R}e \left(A_c e^{j2\pi f_c t + \theta} \sum_k e^{j2\pi f_d a_k t} \Pi(t/D - k) \right)$$

FSK estándar: alternar temporalmente entre sinusoidales de frecuencias discretas $f_c + f_d a_k$

$$x_c(t) = A_c \sum_k \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d a_k t) \Pi(t/D - k)$$

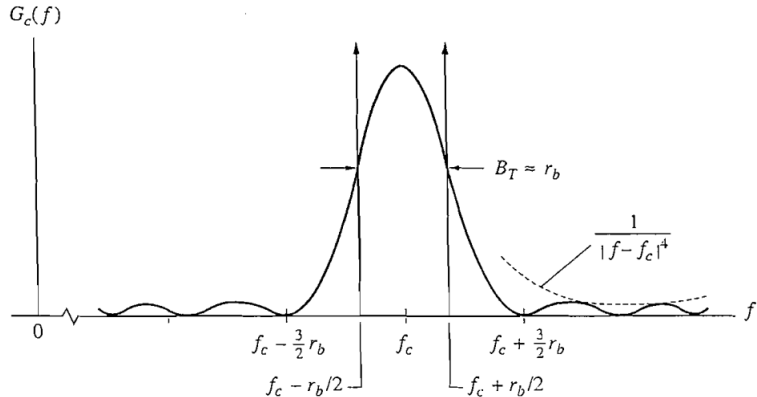
Se requiere que los saltos en frecuencia sean múltiplos de r para asegurar la continuidad de la señal (ej. $2f_d = m \cdot r$ si $a_k = \pm 1$).

Descomposición fase-cuadratura:

$$x_c(t) = \mathcal{R}e \left(A_c e^{j2\pi f_c t + \theta} \sum_k e^{j2\pi f_d a_k t} \Pi(t/D - k) \right)$$

No tiene diagrama de constelación

Caso especial de FSK estándar: $M = 2$ ($a_k = \pm 1$) y $f_d = r_b/2$
(FSK de Sunde)



14.1-8 Power spectrum of binary FSK with $f_d = r_b/2$.

Communication Systems. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

FSK de fase continua, equivalente a PAM bandabase+FM:

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d \int_0^t x(\tau) d\tau)$$

Con x PAM bandabase:

$$x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

FSK de fase continua, equivalente a PAM bandabase+FM:

$$x_c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \theta + 2\pi f_d \int_0^t x(\tau) d\tau)$$

Con x PAM bandabase:

$$x(t) = \sum_k a_k p(t - kD)$$

De uso más raro, porque es más complejo de implementar.

El problema de la detección digital

En recepción llegan pulsos con 1 de M formas posibles: s_1, s_2, \dots, s_M .

El problema de la detección digital

En recepción llegan pulsos con 1 de M formas posibles: s_1, s_2, \dots, s_M .

El problema de la detección es identificar **cuál** llegó.

En recepción llegan pulsos con 1 de M formas posibles: s_1, s_2, \dots, s_M .

El problema de la detección es identificar **cuál** llegó.

La sección 16.5 del libro ofrece una formulación general de este problema en términos de proyección de señales sobre la base de posibles vectores.

En detección coherente **asumimos que el receptor está sincronizado (frecuencia y fase) con el transmisor.**

Señales pasabanda (igual que en analógico):

$$x_c(t) = A_c[x_i(t)\cos(2\pi f_c t + \theta) - x_q(t)\sin(2\pi f_c t + \theta)]$$

En general:

$$x_i(t) = \sum_k I_k p_{ki}(t - kD), \quad x_q(t) = \sum_k Q_k p_{kq}(t - kD)$$

Se asume $f_c = nr$ ($r = D^{-1}$), con $n \in \mathcal{N}$. Entonces:

$$x_c(t) = A_c \sum_k s_k(t - kD)$$

Donde:

$$s_k(t) = A_c [I_k p_{ki}(t) \cos(2\pi f_c t) - Q_k p_{kq}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

Notar que cada s_k solo toma una de M formas posibles (los puntos de la constelación). El sistema de detección se reduce a identificar la forma 'correcta'.

Detección COHERENTE óptima: caso binario

$M = 2$: existen solo dos formas posibles de los pulsos en recepción s_0 y s_1 .

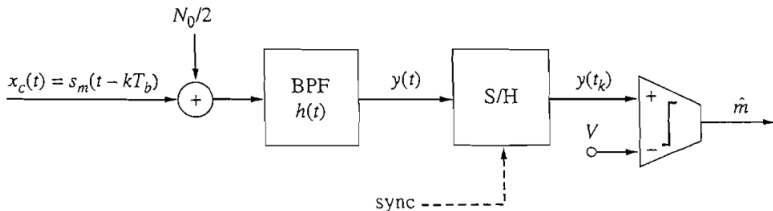


Figura 14.2-1. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Filtro óptimo:

$$h_{OPT} = K[s_1(D - t) - s_0(D - t)]$$

Filtro apareado a la diferencia de las dos formas posibles

Arquitecturas de detectores coherentes óptimos

Posible implementación del detector apareado binario:

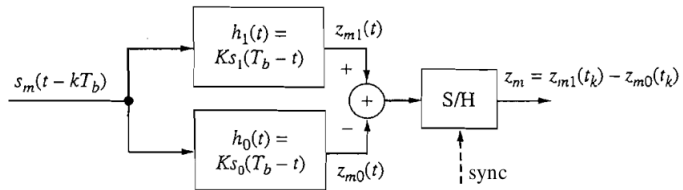


Figura 14.2-3. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.

Arquitecturas de detectores coherentes óptimos

Posible implementación del detector apareado binario:

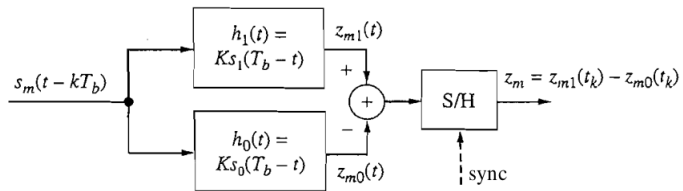


Figura 14.2-3. *Communication Systems*. Carlson, Crilly, and Rutledge. 4ta Ed.
Esta estructura es fácil de extender al caso donde tenemos $M > 2$ formas de pulsos posibles.

Errores en comunicación digital pasabanda vs. bandabase

La comunicación digital pasabanda tiene tasas de error equivalentes a bandabase si es implementada en forma óptima.

Pero: **detección óptima requiere sincronismo.**

Errores en comunicación digital pasabanda vs. bandabase

La comunicación digital pasabanda tiene tasas de error equivalentes a bandabase si es implementada en forma óptima.

Pero: **detección óptima requiere sincronismo.**

Al igual que en el caso analógico, la potencia de la señal en Rx cae como $\approx \cos^2 \phi$ donde ϕ es el desfase respecto del muestreo óptimo (en radianes).

También es posible realizar detección no-coherente ("no sincrónica") de los datos. Algunos ejemplos:

- ASK/OOK: detección de envolvente
- FSK: detección de envolvente si la pensamos como multiplexación temporal de dos OOK con distintas frecuencias
- PSK: detección de variaciones de fase en lugar de la fase en sentido absoluto (DPSK).

Igual que en el caso analógico, la detección no coherente empeora la calidad de la señal (mayor BER).