Anal221

Тука сложи заглавие

страницата се нуждае от дописване/преглеждане

Дефиници

Нека $f(x,y)$ е деф. върху $X\mathbb{R}^2$ и $(x_0,y_0) \in X$
1. т. (x_0,y_0) - т. на локален максимум, ако
$\exists B_\sigma(x_0,y_0) \subset X : \forall(x,y) \in B_\sigma(x_0,y_0) : f(x,y) \leq f(x_0,y_0)$
2. т. (x_0,y_0) - т. на локален минимум, ако
$\exists B_\sigma(x_0,y_0) \subset X : \forall(x,y) \in B_\sigma(x_0,y_0) : f(x,y) \geq f(x_0,y_0)$

Теорема (НУ за лок. екстремум)

Нека $f(x,y)$ е деф. върху $B_\sigma(x_0,y_0)$ и т. (x_0,y_0) - лок. екстремум $\Rightarrow$ Ако $\exists$ някоя от частните пр. на f в т. (x_0,y_0), то тя е равна на), т.е.
$\exists(\dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x}, \dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial y}) = 0$

Доказателство:

Нека $\exists \dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x}$ и т. (x_0,y_0) - точка на локален максимум
$\Rightarrow \exists B_{\sigma'}(x_0,y_0) : \forall(x,y) \in B_{\sigma'} \Rightarrow f(x,y) \leq f(x_0,y_0)$.
Сега разглеждаме функцията $\varphi(x) = f(x,y_0)$ върху $(x_0-\sigma', x_0+\sigma')$ тогава
$\forall x \in (x_0-\sigma', x_0+\sigma') : \varphi(x) = f(x,y_0) \leq f(x_0,y_0) = \varphi(x_0)$ следователно т.
x_0 - т. на лок максимум за $\varphi(x) \Rightarrow$ (Т.К.) $\Rightarrow \varphi'(x_0) = 0$, т.е. $\dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x} = 0$
Аналогично по y.

Дефиниция

Точка (x_0,y_0) такава, че
$\dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x} = 0$ и $\dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial y} = 0$
се нарича стационарна точка.

```
Картинка: Картинката е много готина, но уви... няма я
```

Теорема: Достатъчно условие

Нека $f(x,y)$ е непрекъсната заедно с всички прозиводни до втори ред в $O(x_0,y_0)$ и е такава, че:
$\dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x} = \dfrac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial y} = 0$
и нека $D(x_0,y_0) = \dfrac{\partial^2 f(x_0,y_0)}{\partial x^2} . \dfrac{\partial^2 f(x_0,y_0)}{\partial y^2} - \left[\dfrac{\partial^2 f(x_0,y_0)}{\partial x \partial y}\right]^2$

Тогава ако:
1.$D(x_0,y_0) > 0 \Rightarrow$ т. (x_0,y_0) е точка на лок. екстремум, при това ако
1.1. $\dfrac{\partial^2 f(x_0,y_0)}{\partial x^2} > 0 \Rightarrow$ т. x_0, y_0 - точка на локален минимум;
1.2. $\dfrac{\partial^2 f(x_0,y_0)}{\partial x^2} < 0 \Rightarrow$ т. x_0, y_0 - точка на локален максимум;
2.$D(x_0,y_0) < 0 \Rightarrow$ т. (x_0,y_0) не е точка на лок. екстремум.