

1. Компактни множества в \mathbb{R}^n

Определение 7. Ще казваме, че едно множество $K \subset \mathbb{R}^n$ е **компактно**, когато K е ограничено и затворено множество в \mathbb{R}^n .

И в пространството \mathbb{R}^n аналогично може да се въведе понятието **подредица** на дадена редица от негови елементи. Във връзка с това е важна следната основна характеристика на компактните множества в пространството \mathbb{R}^n :

Теорема 4. Едно множество $K \subset \mathbb{R}^n$ е компактно тогава и само тогава, когато когато от всяка редица $x_k \in K$ може да се избере сходяща подредица x_{k_m} , клоняща в пространството \mathbb{R}^n към точка $a \in K$.

Основен пример за компактно множество в \mathbb{R} е крайният и затворен интервал $[a, b]$, тъй като той е затворено и ограничено множество. За него обикновено се употребява терминът **компактен интервал**.

Основни примери за компактни множества в пространството \mathbb{R}^n са затвореното кълбо

$B_\varepsilon(a) = \{x \in \mathbb{R}^n : \rho(x, a) \leq \varepsilon\}$ и затвореният **хиперпаралелепипед** $[a_1, b_1] \times \dots \times [a_n, b_n]$, който е декартово произведение на крайните затворени интервали $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$, както и произволни обединения от краен брой такива множества, тъй като се доказва, че:

Обединение от краен брой компактни множества в пространството \mathbb{R}^n е компактно множество в \mathbb{R}^n .