TD IT1 Feuille 1 – MAM3 - SI3

1 Tables de vérité

Écrire la table de vérité des expressions :

1. $A \Rightarrow B$
2. $\neg A \vee B$
3. $\neg(A \vee B)$
4. $\neg A \wedge \neg B$
5. $A \wedge (B \vee C)$
6. $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

Que peut-on dire de : $\neg A \vee \neg B$ et $\neg(A \wedge B)$?

Que peut-on dire de : $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ et $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$?

2 NAND

1. Écrire la table de vérité du $\not\wedge$, c'est à dire la table de de la négation du $\wedge$.
2. Donner une formule propositionnelle qui n'utilise que $\not\wedge$ comme connecteur et dont la table de vérité est celle du $\neg$
3. Donner une formule propositionnelle qui n'utilise que $\not\wedge$ comme connecteur et dont la table de vérité est celle du $\Rightarrow$
4. Donner une formule propositionnelle qui n'utilise que $\not\wedge$ comme connecteur et dont la table de vérité est celle du $\vee$
5. Donner une formule propositionnelle qui n'utilise que $\not\wedge$ comme connecteur et dont la table de vérité est celle du $\wedge$

3 Formes normales

Transformer les expressions :

- $\neg((((A \Rightarrow B) \vee C) \wedge A) \vee (D \wedge \neg C)) \wedge B$
- $(A \Leftrightarrow B) \vee \neg((C \wedge D) \vee (\neg D \vee A))$

pour qu'elles soient en forme normale conjonctive c'est à dire de la forme $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots. \wedge p_n$

avec p_i de la forme $t_1 \vee t_2 \vee t_3 \vee \ldots. \vee t_m$ où t_i est une variable ou la négation d'une variable.

4 Formules

On considère les symboles suivants :

Symboles de prédicat : {P(0-aire), Q(0-aire), p(2-aire), q(2-aire)}

Symboles de fonction : {a(0-aire), b(0-aire), f(3-aire), g(2-aire)}

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des formules logiques du premier ordre ?

1. $\forall x(((P \vee p(x, f(Q, a, b))) \wedge \neg a))$
2. $(\forall x(P \vee p(x, f(x, a, b))) \wedge \neg Q)$
3. $(\forall P((P \vee p(x, f(y, a, b)))) \wedge \neg Q)$
4. $\exists x(\forall y((q(x, g(x, a)) \vee (p(x, y) \wedge \neg Q))))$

5 Un peu de formalisation

Soit le prédicat $H(x)$ qui signifie *x est un humain*, le prédicat $LG(x)$ qui signifie *x est une langue* et le prédicat $p(x, y, z)$ signifie *x et y parlent la langue z.*

Exprimer :

- *tous les humains parlent une langue*
- *il existe une langue universelle pour les humains*
- *il existe une personne qui parle toutes les langues*
- *deux humains quelconques peuvent communiquer par le biais d'un interprète*

où *personne* et *interprète* sont des humains.

6 Ambiguïté de la langue naturelle

En notant $H(x)$ le fait que *x est un humain*, $M(x)$ le fait que *x est mortel*, $F(x)$ le fait que *x est un menteur*, $A(x)$ le fait que *x est un animal* et $B(x)$ le fait que *x est bienvenu* et exprimer :

- *tous les humains sont mortels*
- *tous les humains ne sont pas des menteurs*
- *humains et animaux sont bienvenus*

7 Que du vent

Soit le langage du premier ordre formé de l'ensemble des variables $V =$ *{x, y, z}*, des symboles fonctionnels 0-aire *n,s*, du symbole fonctionnel 1-aire *emp*, du symbole de prédicat 1-aire *renouv* et des symboles de prédicat 2-aire *plusPerf, inf.*

Dans ce langage, exprimer les énoncés suivants :

1. *Il existe des énergies renouvelables plus performantes que l'énergie nucléaire*
2. *L'énergie solaire est l'unique énergie renouvelable qui est plus performante que l'énergie nucléaire*

3. *Il existe une énergie renouvelable qui est plus performante que l'énergie nucléaire et qui est plus performante que les autres énergies renouvelables*

4. *Si deux énergies renouvelables ont la même empreinte écologique, alors si l'empreinte écologique de la première est inférieure à l'empreinte écologique du nucléaire, l'empreinte écologique de la seconde est aussi inférieure à l'empreinte écologique du nucléaire.*

En supposant que

- n représente l'énergie nucléaire
- s représente l'énergie solaire
- emp est une fonction d'arité un qui calcule l'empreinte écologique d'une énergie
- le domaine (pas encore défini à ce moment du cours) est celui des énergies et des empreintes écologiques.
- $renouv$ est un prédicat unaire tel que $renouv(x)$ est vrai si et seulement si x est une énergie renouvelable
- $plusPerf(x, y)$ est vrai si et seulement si l'énergie x est strictement plus performante que l'énergie y
- $inf(x, y)$ est vrai si et seulement si l'empreinte écologique de x est strictement inférieure à l'empreinte écologique de y

8 Quantificateurs

On considère l'ensemble de couleurs *{bleu, vert, rouge, jaune }* et les deux phrases :

F1 : *il existe une couleur primaire,*

F2 : *toutes les couleurs sont des couleurs primaires.*

Formaliser ces deux phrases sans utiliser de quantificateur.