Informatique Théorique
Preuves en calcul des prédicats
(MAM3-SI3)

October 19, 2021

1 Forme prenexe, forme de Skolem

Mettre sous forme prenexe puis de skolem les formules :

1. $\forall x(\ p(x) \Rightarrow \exists x\ q(x)\ )$
2. $\forall x \forall y(\ (\exists z\ p(x,z) \wedge p(y,z)) \Rightarrow \exists u\ q(x,y,u)\ )$
3. $\exists x(\ p(x,a) \Rightarrow \neg(\forall y\ q(x,y) \vee r(x))\ )$

2 Unification

Calculer (lorsque c'est possible) un plus grand unificateur pour les formules suivantes

1	$A = p(f(g(a,y)), z, y)$	$B = p(f(z), x, f(b))$
2	$A = p(f(g(x,y)), g(v,w), y)$	$B = p(f(z), x, f(x))$
3	$A = p(f(x), f(y), f(z))$	$B = p(g(x), g(y), g(z))$
4	$A = p(x, f(x), g(f(x), x))$	$B = p(z, f(f(g(a,z))), v)$
5	$A = p(f(x), x)$	$B = p(y, f(y))$
6	$A = p(f(f(b, x1, x1), x2, x2), x3, x3)$	$B = p(x4, x4, f(x5, x5, b)))$

3 Les marchands

Aucun marchand de voitures d'occasion n'achète de voiture d'occasion. Certaines personnes qui achètent des voitures d'occasion sont complètement malhonnêtes. Conclure que certaines personnes complètement malhonnêtes ne sont pas des marchands de voitures d'occasion.

4 Prouver que nous vivons dans un monde dangereux !

A partir des énoncés suivants :

- Pour tout crime, il y a quelqu'un qui l'a commis
- Seuls les gens malhonnêtes commettent des crimes
- Les gens malhonnêtes arrêtés ne commettent pas de crimes
- Il y a des crimes

montrer qu'il y a des gens malhonnêtes non arrêtés

5 Diminution

Soit l'ensemble de clauses $S = \{p(x) \vee p(y), \neg p(x) \vee \neg p(y)\}$

- Expliquer pourquoi la règle d'inférence de la résolution ne permet pas de dériver la clause vide.
- Montrer que l'utilisation de la règle d'inférence de diminution permet de détecter l'inconsistance de S.

6 Preuve par résolution

On considère un langage avec une constante a , trois symboles de fonction unaires f, g et h et un prédicat binaire P. On considère les quatre axiomes

- $A_1 : P(c, c)$
- $A_2 : \forall x \forall y [P(x, y) \Rightarrow P(g(g(x)), g(y))]$
- $A_3 : \forall x \forall y [P(x, y) \Rightarrow P(f(g(x)), g(f(y)))]$
- $A_4 : \forall x \forall y [P(x, y) \Rightarrow P(h(x), g(h(y)))]$

Montrer par résolution qu'on peut en déduire
$\phi : \exists z P(g(z), g(z))$