

確率モデル入門

確率の用語整理、確率変数、確率分布

nepia

2020/05/30

講義（セミナー前半） 40～60分

講義（セミナー前半） 40～60分

目標

確率がわかり、確率モデルが身近になること

講義（セミナー前半） 40～60分

目標

確率がわかり、確率モデルが身近になること

アジェンダ

- ▶ 試行
- ▶ 標本空間と事象
- ▶ 確率変数
- ▶ 確率分布
 - ▶ 離散確率分布
 - ▶ 連続確率分布

全体の構成

- ▶ なぜ「確率」が必要なのか？
- ▶ 確率の用語整理
- ▶ 確率変数、確率分布
- ▶ 離散確率分布、連続確率分布
- ▶ Python で例を見る
 - ▶ 離散確率分布
 - ▶ 連続確率分布
 - ▶ 観測データの分布への収束
- ▶ まとめ
- ▶ ハンズオン

なぜ「確率」が必要なのか？（1）

なぜ「確率」が必要なのか？（1）

- ▶ 「記述統計」ならば「確率」は不要でした

なぜ「確率」が必要なのか？（１）

- ▶ 「記述統計」ならば「確率」は不要でした
 - ▶ ヒストグラムを書いてデータを概観する
 - ▶ 平均値、中央値を算出してデータの中心傾向を知る
 - ▶ 分散を算出してデータの散らばり具合を知る

なぜ「確率」が必要なのか？（１）

- ▶ 「記述統計」ならば「確率」は不要でした
 - ▶ ヒストグラムを書いてデータを概観する
 - ▶ 平均値、中央値を算出してデータの中心傾向を知る
 - ▶ 分散を算出してデータの散らばり具合を知る

これだけならば、確率の知識は不要！

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、
その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では
 - ▶ 実世界のデータから筋のよい「確率モデル」を記述したい
 - ▶ そのモデルがどれくらい本当なのかを議論したい

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では
 - ▶ 実世界のデータから筋のよい「確率モデル」を記述したい
 - ▶ そのモデルがどれくらい本当なのかを議論したい

データがまず与えられる。

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では
 - ▶ 実世界のデータから筋のよい「確率モデル」を記述したい
 - ▶ そのモデルがどれくらい本当なのかを議論したい

データがまず与えられる。

その背後にある "原則" "真理" を考える。

なぜ「確率」が必要なのか？（２）

- ▶ しかし踏み込んで "背後の法則" を考えたい
- ▶ 「統計モデル」になぜ興味があるのか
 - ▶ データそのものではなく、その背後にある "原則" "真理" が知りたいから
 - ▶ しかも "定量的" に知りたい
正規分布だとして
 - ・ 平均はいくつなのか
 - ・ その平均はどれくらい信頼できるのか
「サンプル数が多いほど信頼できる」
とは言うけれど？
- ▶ 「統計モデリング」では
 - ▶ 実世界のデータから筋のよい「確率モデル」を記述したい
 - ▶ そのモデルがどれくらい本当なのかを議論したい

データがまず与えられる。

その背後にある "原則" "真理" を考える。

→ 考える材料として確率の知識が必要！

まずは確率の用語整理から

※かいつまんで紹介

まずは確率の用語整理から

※かいつまんで紹介

> 試行 (trial)

実験や観測などを行うことです。確率モデルに基づいて論理展開を行っていくにあたっては、試行を行った結果を確率的に解釈していきます。

まずは確率の用語整理から

※かいつまんで紹介

> 試行 (trial)

実験や観測などを行うことです。確率モデルに基づいて論理展開を行っていくにあたっては、試行を行った結果を確率的に解釈していきます。

> 標本空間 (sample space)

試行の結果を要素とする集合です。

まずは確率の用語整理から

※かいつまんで紹介

> 試行 (trial)

実験や観測などを行うことです。確率モデルに基づいて論理展開を行っていくにあたっては、試行を行った結果を確率的に解釈していきます。

> 標本空間 (sample space)

試行の結果を要素とする集合です。

> 事象 (event)

標本空間の部分集合です。

確率変数とは？

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ （注意）確率変数は〇〇ではありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ （注意）確率変数は〇〇ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ （注意）確率変数は〇〇ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ （注意）確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です
 - ▶ 確率変数は「起こりうる事柄」ではありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です
 - ▶ 確率変数は「起こりうる事柄」ではありません
それは「事象」です

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です
 - ▶ 確率変数は「起こりうる事柄」ではありません
それは「事象」です
 - ▶ 確率変数は「取りうる値を確率で表したもの」ではありません

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です
 - ▶ 確率変数は「起こりうる事柄」ではありません
それは「事象」です
 - ▶ 確率変数は「取りうる値を確率で表したもの」ではありません
それは「確率分布」です

確率変数とは？

確率変数とは、値が確率である変数です。
ランダムに値を取るのが特徴です。

- ▶ (注意) 確率変数は○○ではありません
 - ▶ 確率変数は「とる値の集合」ではありません
それは「標本空間」です
 - ▶ 確率変数は「具体的な実現値」ではありません
それは「試行の結果」です
 - ▶ 確率変数は「サイコロを振ること」でもありません
それは「試行」です
 - ▶ 確率変数は「起こりうる事柄」ではありません
それは「事象」です
 - ▶ 確率変数は「取りうる値を確率で表したもの」ではありません
それは「確率分布」です

(難しい)

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、
すべての事象が等確率で起こるとして、
場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)
- ▶ できないことも多かった
(すべての事象を数え上げるのが無理なケースなど)

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)
- ▶ できないことも多かった
(すべての事象を数え上げるのが無理なケースなど)
- ▶ 20 世紀初頭

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)
- ▶ できないことも多かった
(すべての事象を数え上げるのがの無理なケースなど)
- ▶ 20 世紀初頭
アンドレイ・コルモゴロフというロシアの数学者が、確率論の公理化を、みごと完成させた！
(公理的確率論)

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)
- ▶ できないことも多かった
(すべての事象を数え上げるのがの無理なケースなど)
- ▶ 20 世紀初頭
アンドレイ・コルモゴロフというロシアの数学者が、確率論の公理化を、みごと完成させた！
(公理的確率論)
- ▶ ただし、集合論・測度論・ルベーグ積分を駆使して……

余談：ランダムは実はとってもむずかしい

- ▶ 長年、確率のことについては、すべての事象が等確率で起こるとして、場合の数で考えられていた
- ▶ 確率 = 求める事象/全事象
(ラプラスによる定義 古典的確率)
- ▶ できないことも多かった
(すべての事象を数え上げるのがの無理なケースなど)
- ▶ 20 世紀初頭
アンドレイ・コルモゴロフというロシアの数学者が、確率論の公理化を、みごと完成させた！
(公理的確率論)
- ▶ ただし、集合論・測度論・ルベーグ積分を駆使して……

ランダムはむずかしい、確率変数もむずかしいので、深く考えないことがオススメです。確率変数のことは「ランダムさを含んだ変数」ぐらいにしておきます。

確率分布とは？

確率分布とは？

- ▶ 「各々の値をとる確率」を表す分布
 - ▶ 例：コインを投げたとき……
 - ▶ コインが表を取る確率： 50%
 - ▶ コインが裏を取る確率： 50%

確率分布とは？

- ▶ 「各々の値をとる確率」を表す分布
 - ▶ 例：コインを投げたとき……
 - ▶ コインが表を取る確率：50%
 - ▶ コインが裏を取る確率：50%
- ▶ ヒストグラムをサンプル数で割ったものと「似ています」
 - ▶ じつのところ「そうではない」のですが
 - ▶ 無限にデータ数があるなら一致していきます

離散確率分布、連続確率分布

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が連続値をとる場合の確率分布です

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が連続値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) 花卉の長さ、16 歳男子の身長

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が連続値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) 花卉の長さ、16 歳男子の身長
 - ▶ 正規分布、ポアソン分布、連続一様分布

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が連続値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) 花卉の長さ、16 歳男子の身長
 - ▶ 正規分布、ポアソン分布、連続一様分布

離散ならとりうる値ごとに確率が出せますが、連続ではそうはいきません。

離散確率分布、連続確率分布

- ▶ 離散確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が離散値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) コインの表裏、サイコロの出目
 - ▶ 離散一様分布、二項分布
- ▶ 連続確率分布とは？
 - ▶ 確率変数 X が連続値をとる場合の確率分布です
 - ▶ 例) 花卉の長さ、16 歳男子の身長
 - ▶ 正規分布、ポアソン分布、連続一様分布

離散ならとりうる値ごとに確率が出せますが、
連続ではそうはいきません。

「身長が 170cm ジャスト」とはいえないからです。

コードで色々見てみましょう

コードで色々見てみましょう

- ▶ Python で動かしてみよう
- ▶ 実際に動いている様子で理解のヒントになるかも

離散確率分布の例：サイコロ

連続確率分布の例：正規分布

サンプルを増やすと真の分布に漸近する

講義のまとめ

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

ではどうすれば？

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

ではどうすれば？

- ▶ ゆっくり丁寧にやることで理解する

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

ではどうすれば？

- ▶ ゆっくり丁寧にやることで理解する
- ▶ Python で動かすことで理解する

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

ではどうすれば？

- ▶ ゆっくり丁寧にやることで理解する
- ▶ Python で動かすことで理解する
 - ▶ 紙とペンでやるよりも
 - ▶ Python のほうがカンタンです

講義のまとめ

- ▶ データが与えられたら、背後の法則を考えたい
- ▶ 法則を考えるために「確率モデル」が利用される
- ▶ 考えるには確率への理解がどうしても必要
- ▶ しかし、確率は基礎からしてむずかしく混乱しやすい一発で理解しようとするのは大変……

ではどうすれば？

- ▶ ゆっくり丁寧にやることで理解する
- ▶ Python で動かすことで理解する
 - ▶ 紙とペンでやるよりも
 - ▶ Python のほうがカンタンです

講義は以上です。少し休憩をしたのち、ハンズオンに入ります。

ハンズオン

ハンズオン

- ▶ `sklearn.dataset` を読み込む

ハンズオン

- ▶ `sklearn.dataset` を読み込む
- ▶ 適当なヒストグラムを書く

ハンズオン

- ▶ `sklearn.dataset` を読み込む
- ▶ 適当なヒストグラムを書く
- ▶ 何の数学的分布に近いか見てみる

ハンズオン

- ▶ `sklearn.dataset` を読み込む
- ▶ 適当なヒストグラムを書く
- ▶ 何の数学的分布に近いか見てみる

その他、素朴な疑問について
確率に限らず拾っていく時間とします