

Universidad de Sonora
División de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

Texturas para las matrices de masa de los quarks
fenomenológicamente viables

Tesis que para obtener el título de
Licenciado en Física
presenta
Braulio Joel Rojas Mayoral

Febrero de 2011

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Justificación	1
1.2. Matrices de masa	3
1.3. Objetivo	5
2. Modelo Estándar	6
2.1. Introducción	6
2.1.1. Lagrangiana cinética de los bosones	7
2.1.2. Lagrangiana dinámica de fermiones	9
2.1.3. Generación de masa	12
2.1.4. Modelo Estándar con tres familias	14
2.2. Violación de CP	16
2.2.1. Transformaciones de CP en la lagrangiana del ME . . .	18
3. Fenomenología	25
3.1. Texturas	25
3.1.1. Maximal en el invariante de Jarlskog	27
3.2. Datos experimentales	30
3.2.1. Transformaciones de base débil, el trabajo de Branco y Emmanuel-Costa	35
3.3. Metodología	38
3.4. Algoritmos genéticos	42
3.4.1. Selección	43
3.4.2. Reproducción	44
3.4.3. Mutación	46
3.4.4. Evaluación de la aptitud	46
4. Resultados	50
5. Conclusiones	59
A. Mecanismo de Higgs	62

B. Código	65
B.1. Algoritmo Genético	65
B.2. Datos experimentales	69
B.3. Matriz de mezcla	75
B.4. Aptitud	79
B.5. Texturas	81
B.5.1. Textura de Fritzsche	81
B.5.2. Textura de Fritzsche modificada	82
B.5.3. Textura de Ramond <i>et al.</i>	83

Índice de cuadros

2.1. Transformaciones discretas de campos y lo campos bilineales de Dirac.	19
3.1. Matrices de masa hermitianas de los quarks con consistencia fenomenológica según Ramond, Robert y Ross [4].	28
3.2. Valores experimentales de los módulos de la matriz de mezcla. .	32
3.3. Intervalos de las masas de los quarks predichos a escala electrodébil, M_Z , reportados por Xing (2008), Emmanuel-Costa (2009) y Koide (1997).	39
4.1. Matrices de masa hermitianas de los quarks puestas a prueba . .	51
4.2. Valores teóricos obtenidos de $ V_{ij} $ utilizando la texturas con cuatro ceros de Fritzsch (F4) para las matrices de masa presentadas en la tabla 3.3 y los valores experimentales de $ V_{ij} $	52
4.3. Valores teóricos obtenidos de α , β , γ y J para las texturas con cuatro ceros de Fritzsch (F4) para las matrices de masa presentadas en la tabla 3.3 y los valores experimentales.	53
4.4. Valores de los parámetros con los que se obtienen los resultados de los ajustes numéricos presentados en las tablas 4.2 y 4.3. . .	54
4.5. Valores teóricos obtenidos de $ V_{ij} $ utilizando las texturas presentadas en la tabla 4.1 para las matrices de masa de Koide presentadas en la tabla 3.3.	55
4.6. Valores teóricos ajustados de los observables α , β , γ y J para las cinco texturas presentadas en la tabla 4.1 utilizando las masas de Koide.	56
4.7. Valores de los parámetros con los que se obtienen los resultados de los ajustes numéricos presentados en las tablas 4.5 y 4.6 . . .	57

Agradecimientos

Agradezco al Dr. Ezequiel Rodríguez Jáuregui por haberme propuesto el tema de tesis y por todo el tiempo que le dedicó.

Agradezco a mis sinodales Dra. Elena Tejeda, Dr. Ezequiel Rodríguez, Dr. Roberto Duarte y M.C. Evaristo Rojas por su ayuda en la mejora de la tesis.

A todos de los que aprendí y los que intentaron que aprendiera.

A mis amigos Paco, el primo, Boynas, Nahuel, Victor, Fany, la Kiry y la Qk, por haber estado ahí.

A la banda pesada (Ana, Anahí, Araceli, Chero, J. Montaña, Javieroso, Munga, Oso y Vlady) por permitirme compartir con ellos la universidad y en particular la banca.

A mi familia.

Gracias a Angelina por toda su incalculable ayuda.

A Erika por dejarme estar en su vida.

Dedicatoria

A quien le sirva.

Resumen

En el presente trabajo se investiga la capacidad predictiva de cinco modelos de texturas para las matrices de masa. La teoría física con la que se calculan los observables que se contrastan con los datos experimentales es el modelo estándar electrodébil. Los datos experimentales con los que se compara son los módulos de la matriz de mezcla y tres relacionados al fenómeno de violación de CP .

Se usan algoritmos genéticos para ajustarse a los datos experimentales de la mezcla de los quarks y la violación de CP . Mediante dicho ajuste se encuentran la matriz de mezcla de los quarks, los ángulos internos del triángulo unitario y el invariante de Jarlskog. El método se implementa con tres distintos conjuntos de intervalos de masa encontrados en la literatura calculados a energía de la masa del bosón Z y cinco pares diferentes de texturas para las matrices de masa. Se comparan los módulos de los elementos de la matriz de mezcla y sus invariantes calculados contra los reportados por Particle Data Group en el año 2010, encontrando que únicamente una textura en las matrices de masa es compatible con toda la fenomenología considerada.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Justificación

A pesar del enorme progreso experimental, el origen de la masa de los fermiones es aún una pregunta fundamental no resuelta en física de partículas. Generalmente, en el contexto del modelo estándar electrodébil (ME) las matrices de las masas de los quarks M_u y M_d son complejas (36 parámetros reales), como se explica en el capítulo 2, y tienen que ajustar diez parámetros físicos: las seis masas de los quarks y los cuatro parámetros de la matriz unitaria de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, V_{ckm} , los cuales son presentados en el capítulo 3. El problema tradicional del modelo de las matrices de masa de los quarks va más allá del modelo estándar y supone formas específicas para las matrices $M_{u,d}$ las cuales, después de la diagonalización, proporcionan los eigenvalores y los parámetros de mezcla. En el intento de entender la estructura del sabor escondida en la matriz de masa de los fermiones se proponen texturas, que son matrices de masa con algunos ceros impuestos a los elementos de matriz. Suponer que hay

simetría del sabor oculta en las texturas de las matrices de masa de los quarks podría proporcionar sugerencias de la dinámica en la generación de masa de los quarks y de la violación de CP (tema presentado en el capítulo en el capítulo 2) en un marco teórico más fundamental [1]. Entonces, dadas las matrices M_u y M_d , es esencial distinguir ceros que no tengan contenido físico de aquellos otros que implican restricciones físicas en el espacio de los parámetros. El reto de un modelo de texturas es ajustarse correctamente a los datos experimentales.

En este trabajo se estudiarán algunas texturas en las matrices de masa que pueden reproducir satisfactoriamente al fenómeno de la mezcla de los quarks. En la literatura se ha mostrado [2] que las texturas de Fritzsch con 6 ceros en las matrices de masa son totalmente descartables ya que no se pueden obtener resultados que concuerden con los datos experimentales, mientras que las texturas de 5 ceros de Fritzsch en las matrices de masa no pueden ser descartadas completamente. Con la intención de obtener un entendimiento de las mezclas de los quarks surge el problema de encontrar la estructura de la textura más simple que sea compatible con el fenómeno de mezcla de los quarks. En vista de la ausencia de una justificación teórica para las matrices de masa como las de Fritzsch, se vuelve esencial desde el punto de vista fenomenológico considerar matrices de masa diferentes a las de Fritzsch, tanto para los quarks como para los leptones.

Con la mejora en la precisión de los datos experimentales los modelos de cinco y seis ceros tienen gran dificultad en ajustarse a los datos [3]. Usando criterios de naturalidad y simplicidad Fritzsch y Xing [1] encontraron desfavorables a los modelos III y V de las texturas de Robert, Ramond y Ross [4] las cuales

se muestran en la tabla 3.1. Con los datos experimentales disponibles en el año 2008 se encontró que ninguna textura de seis ceros puede reproducir los datos experimentales y que la única de cinco ceros que sí puede es la textura de Fritzsch con la matriz de masa del sector u con dos ceros y el sector d con tres ceros [2]. Las texturas anteriores se proponen sin ninguna consideración física más allá de la búsqueda de modelos que reproduzcan los datos experimentales. Una suposición física que puede ser impuesta a las texturas, con la intención de obtener un modelo de ceros consistente con tal suposición, es el maximal en el invariante de Jarlskog; dicha suposición se explica en el capítulo 3.

1.2. Matrices de masa

La densidad lagrangiana del modelo estándar electrodébil (ME), que es el tema del siguiente capítulo, puede ser expresada con cuatro términos

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{din} + \mathcal{L}_b + \mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_{Yuk}, \quad (1.1)$$

los cuales representan las densidades lagrangianas de los fermiones, de los bosones, del campo de Higgs y la de Yukawa, respectivamente. Los dos primeros términos proporcionan las interacciones, existentes en el ME, de los bosones de norma con los fermiones, además de los términos cinéticos de ambos. Para proporcionar masa a los bosones y fermiones se agrega el tercer y cuarto término, la densidad lagrangiana del campo de Higgs, Φ , y la de Yukawa. En el modelo estándar el mecanismo de Higgs es el responsable de que los campos de norma y los fermiones adquieran masa [25]. Después del rompimiento de simetría, la lagrangiana de Yukawa proporciona masa a los fermiones mediante el acoplo con

el campo de Higgs, con lo que se obtienen las masas de Dirac.

En la naturaleza existen tres generaciones de fermiones con idénticas características, excepto la masa. En el ME no hay una explicación para esta propiedad. Los fermiones elementales conocidos están divididos en dos categorías, los quarks y los leptones. Una diferencia que los distingue es que los quarks participan en todas las interacciones (fuerte, electromagnética, débil y gravitacional) mientras que los leptones no son afectados por la interacción fuerte. En el ME de tres generaciones las masas de los quarks es una matriz compleja de 3×3 , y cuya forma no es proporcionada por el ME, como se verá en el próximo capítulo.

En la base donde la teoría es invariante de norma, los acoplos de Yukawa no necesariamente son diagonales, por lo tanto los quarks no son estados propios de la masa ya que los términos de masa acoplan a una misma familia de quarks de diferente generación. Cuando se pasa a una base donde la matriz de masa de los quarks es diagonal, la base de los quarks físicos, las corrientes cargadas ya no son diagonales, los quarks u y los quarks d de diferentes generaciones se mezclan. La matriz no diagonal, responsable de la mezcla de los quarks, es la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, denotada como V_{ckm} , y es una manera de tener la violación de CP en el modelo estándar.

La forma funcional de la matriz de mezcla se define como [5] y [9]

$$V_{ckm} = U_L^{u\dagger} U_L^d = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

donde las matrices U_L^q son las matrices que diagonalizan a las matrices de masa de los quarks u y d , como se explica en el siguiente capítulo.

1.3. Objetivo

El objetivo del presente trabajo es poner a prueba la capacidad predictiva de texturas en las matrices de masa para el sector de los quarks utilizando algoritmos genéticos. Para lograrlo primero se obtendrán los valores de los módulos de los elementos de la matriz de mezcla de los quarks en los intervalos experimentales utilizando diferentes texturas. A las texturas con las que se obtengan resultados que se ajusten a los datos experimentales se les probará su compatibilidad con la hipótesis de maximal del invariante de Jarlskog y se presentarán las matrices de masa con las que se obtengan resultados de acuerdo con los datos experimentales.

Capítulo 2

Modelo Estándar

2.1. Introducción

El modelo de las interacciones de las partículas elementales hoy visto como estándar es el resultado de una larga construcción y muchas contribuciones ingeniosas, entre las cuales las de S.L. Glashow (1961), S. Weinberg (1967), y A. Salam (1967) son especialmente notables [22]. En el marco del modelo estándar la materia del universo está hecha de fermiones elementales interactuando a través de campos, de los cuales ellos son la fuente. Las partículas asociadas con las interacciones de los campos son bosones. El modelo estándar describe las interacciones electromagnéticas, fuerte y débil de las partículas elementales, y su construcción fue guiada por un principio de simetría. La fuerza gravitacional no es incluida en el modelo estándar.

En el presente trabajo se estudian las matrices de masa que mejor logren ajustar la matriz de mezcla V_{ckm} a los datos experimentales. La teoría física con la que se calcularán los observables teóricos que se contrastarán con los datos

experimentales es el modelo estándar electrodébil. Entre los datos experimentales con los que se comparará están los producidos por el fenómeno de violación de CP , tema que se trata en la siguiente sección y para el cual se necesita la lagrangiana del modelo estándar.

En esta sección se presentan las partes que conforman a la densidad lagrangiana del modelo estándar, explicando brevemente su papel en éste. Una vez presentes las partes, la sección 1 termina con la construcción de la densidad lagrangiana del modelo estándar y se comenta que los acoplos de los campos de los quarks con los campos de norma y los acoplos de Yukawa tienen que ser obtenidos del experimento, el modelo estándar no predice un valor para ellos. En la primera parte se hace una breve introducción al modelo estándar y la lagrangiana cinética de los bosones de norma. En las dos siguientes partes se presentan el resto de los términos de la lagrangiana, la lagrangiana dinámica de los fermiones y los términos de los que se obtienen los campos masivos. La sección acaba con la cuarta parte, en donde se generaliza lo visto en las tres anteriores para poder obtener la lagrangiana del modelo estándar para tres generaciones de quarks y leptones.

2.1.1. Lagrangiana cinética de los bosones

El modelo estándar de las interacciones fundamentales es la teoría que describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética de las partículas elementales (quarks y leptones). El modelo estándar es una teoría de norma basada en el grupo de simetría $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [23]. Es posible estudiar solamente la interacción electrodébil del modelo basada en el grupo de simetría

$SU(2)_L \times U(1)_Y$, esto se debe a que la simetría del color $SU(3)_C$ no se rompe, por lo que no se mezcla con el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Los grupos determinan las interacciones y el número de bosones de norma ¹, un bosón de norma por cada uno de los generadores del grupo, el número y las propiedades de los bosones escalares y los fermiones es libre, pero ellos deben transformarse de una forma definida por el grupo de simetría. La parte electrodébil tiene cuatro bosones de norma, tres de ellos tienen masa y el otro no, que corresponden a los tres generadores del grupo $SU(2)_L$ y al generador del grupo $U(1)_Y$. La densidad lagrangiana del modelo estándar electrodébil (ME) es la suma de las contribuciones de los fermiones (\mathcal{L}_f) y los bosones de norma (\mathcal{L}_b)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_b. \quad (2.1)$$

La densidad lagrangiana (2.1) debe de cumplir con ciertas propiedades: tiene que ser invariante local de transformaciones del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, reproducir la fenomenología de la interacción electrodébil y, además, los fermiones y tres de los cuatro bosones de norma deben ser masivos.

El primer triunfo de la teoría cuántica de campos es la electrodinámica cuántica [23], la cual describe las interacciones del electrón y el campo electromagnético. El modelo estándar es una teoría de interacción de campos. Para estudiar la fenomenología se ve en la densidad lagrangiana del modelo estándar que existen términos para cada una de las interacciones. En el ME se unifican las interacciones electromagnéticas y débil; la unificación significa que son dos diferentes manifestaciones de una misma interacción.

En analogía con la energía cinética del fotón, los términos cinéticos para los

¹Los bosones de norma son las partículas encargadas de mediar las interacciones.

bosones de norma son

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} \quad (2.2)$$

en donde $B_{\mu\nu}$ es el campo de fuerza para el campo de norma $U(1)_Y$ dado por

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{B}_\nu - \partial_\nu \hat{B}_\mu \quad (2.3)$$

y $W_{\mu\nu}^i$ es la generalización de (2.3) para grupos no abelianos, es decir

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu \hat{W}_\nu^i - \partial_\nu \hat{W}_\mu^i + g\epsilon_{jki}\hat{W}_\mu^j \hat{W}_\nu^k. \quad (2.4)$$

y se expresan en términos de los tres bosones de norma del grupo $SU(2)_L$, $\hat{\mathbf{W}}_\mu$, y el bosón de norma de $U(1)_Y$, B_μ [22].

2.1.2. Lagrangiana dinámica de fermiones

La parte dinámica de los fermiones se obtiene imponiendo la invariancia de norma a la ecuación de Dirac de un fermión sin masa bajo transformaciones del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [23] la cual es

$$\mathcal{L}_f^{din} = \bar{\psi}_R i\gamma^\mu D_\mu \psi_R \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L. \quad (2.5)$$

donde para el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ la derivada covariante D_μ , la cual en las teorías de norma reemplaza a la derivada ordinaria ∂_μ en la lagrangiana, tiene la forma

$$\hat{D}_\mu = \partial_\mu + ig_2 \vec{\tau} \cdot \frac{\hat{\mathbf{W}}_\mu}{2} + ig_1 Y \frac{\hat{B}_\mu}{2}, \quad (2.6)$$

para los dobletes de quiralidad izquierda L de $SU(2)$, y la forma

$$\hat{D}_\mu = \partial_\mu + ig'Y \frac{\hat{B}_\mu}{2} \quad (2.7)$$

para los singletes de quiralidad derecha R. En la ecuación (2.5) se introdujo la notación de quiralidad de la ecuación de Dirac [23], donde ψ es un espinor de Dirac de cuatro componentes, las quiralidades definidas por

$$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\psi \quad \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi,$$

$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$, $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ y γ^μ con $\mu = 0, 1, 2, 3$ son las matrices de Dirac². Sustituyendo (2.6) y (2.7) en (2.5) para la parte izquierda y derecha, respectivamente, se obtienen los acoplos de los fermiones con los bosones de norma, de aquí se obtienen las interacciones electrodébiles. Para una familia de quarks, el término de (2.5) correspondiente a las partes izquierdas de los espinores de los quarks tiene la forma

$$\mathcal{L}_f^{din,L} = (\bar{u}_L, \bar{d}_L) i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig_2 \vec{\tau} \cdot \frac{\hat{\mathbf{W}}_\mu}{2} + ig_1 Y \frac{\hat{B}_\mu}{2}) \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

donde el primer término de la derecha es la ecuación de Dirac de partícula libre y los términos restantes son los de interacción con los campos de norma, aquí $\vec{\tau}$ son las matrices de espín de Pauli siguientes

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Los acoplos del espinor fermiónico con los campos de norma $\hat{\mathbf{W}}_\mu$ son

$$g_2 j_1^\mu W_\mu^1 = \frac{g_2}{2} (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu \tau_1 \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} W_\mu^1,$$

$$g_2 j_2^\mu W_\mu^2 = \frac{g_2}{2} (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu \tau_2 \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} W_\mu^2$$

²Para una explicación detallada ver [21], [23] o [25].

y

$$g_2 j_3^\mu W_\mu^3 = \frac{g_2}{2} (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu \tau_3 \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} W_\mu^3,$$

donde se observa que las dos primeras ecuaciones acoplan al bosón de norma componentes distintos del doblete. Esta característica juega un papel muy importante en la violación de CP y se explicará en la siguiente sección.

Utilizando las matrices de Pauli, $\vec{\tau} \cdot \hat{\mathbf{W}}_\mu$ toma la forma

$$\vec{\tau} \cdot \hat{\mathbf{W}}_\mu = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix},$$

con lo cual las componentes de la corrientes del isospín débil pueden expresarse de una manera compacta

$$\mathbf{J}^\mu = \frac{1}{2} (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu \vec{\tau} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

así que la forma compacta de las corrientes de isospín débil acopladas a los campos de norma de $SU(2)_L$ toma la forma

$$g_2 \mathbf{J}^\mu \hat{\mathbf{W}}_\mu = \frac{g_2}{2} (\bar{u}_L, d_L) \gamma^\mu \vec{\tau} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \hat{\mathbf{W}}_\mu. \quad (2.10)$$

Para el acoplo del espinor con el campo de norma \hat{B}_μ se utiliza la relación de Gell-Mann-Nishijima para expresar la hipercarga en función de la carga eléctrica y la tercera componente del isospín

$$Q = \tau_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.11)$$

finalmente se tiene

$$\frac{g_1}{2} j_{Y,L}^\mu \hat{B}_\mu = g_1 (\bar{u}_L, \bar{d}_L) \gamma^\mu (Q - \tau_3) \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \hat{B}_\mu. \quad (2.12)$$

De igual manera, para la parte de quiralidad derecha de (2.5) utilizando (2.7) se tiene

$$\frac{g_1}{2} j_{Y,R}^\mu \hat{B}_\mu = g_1 (\bar{u}_R, \bar{d}_R) \gamma^\mu (Q - \tau_3) \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \hat{B}_\mu. \quad (2.13)$$

Las ecuaciones (2.12), (2.7) y la tercera componente de la corriente débil acoplan los bosones de norma a una misma componente del doblete. Dividiendo la densidad lagrangiana dinámica (2.5) en dos, una parte de interacción y una parte cinética, es posible expresarla utilizando (2.10), (2.12) y (2.13) como

$$\mathcal{L}_f^{din} = L_f^{cin} + g_2 \mathbf{J}^\mu \hat{\mathbf{W}}_\mu + \frac{g_1}{2} (j_{Y,R}^\mu + j_{Y,L}^\mu) \hat{B}_\mu. \quad (2.14)$$

Todas las interacciones existentes en el ME de los bosones de norma con los fermiones están presentes en (2.14).

2.1.3. Generación de masa

Para proporcionar masa a los bosones y fermiones se utiliza el mecanismo de Higgs, con el cual se induce un rompimiento espontáneo de simetría. Hasta el momento los cuatro bosones de norma ($\hat{\mathbf{W}}_\mu$ y \hat{B}_μ) y los fermiones se mantienen sin masa. Para resolver esto se agrega la energía cinética y potencial (la densidad lagrangiana) del campo de Higgs, Φ

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (2.15)$$

Después del rompimiento de simetría el campo de Higgs proporciona masa a los bosones de norma.

El campo de Higgs es un doblete de $SU(2)$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix},$$

con un valor de expectación del vacío dado por

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

y con estados excitados de la forma

$$\begin{pmatrix} 0 \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

donde h es el campo físico del Higgs. La lagrangiana de Higgs debe de ser invariante de norma localmente. Si el valor de expectación del vacío del campo de Higgs no es invariante, se dice que hay un rompimiento espontáneo de simetría.

Para que los fermiones obtengan masa se introduce un término de interacción entre el campo de Higgs y los fermiones, que debe ser invariante de norma, respetar la simetría del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y del que se obtengan masas de Dirac. La lagrangiana de Yukawa

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -G_\psi \left[(\psi_L^\dagger \Phi) \psi_R + \psi_R^\dagger (\Phi^\dagger \psi_L) \right], \quad (2.17)$$

cumple con las condiciones requeridas. Después del rompimiento de simetría, el campo de Higgs Φ da masa a los fermiones

$$\mathcal{L}_{Yuk} = -vG_\psi \left[\psi_L^\dagger \psi_R + \psi_R^\dagger \psi_L \right],$$

y se reconoce la forma de las masas de Dirac

$$m_\psi = vG_\psi. \quad (2.18)$$

En el modelo estándar el mecanismo de Higgs es el responsable de que los campos de norma y los fermiones adquieran masa. Los detalles aun son especulación pues la partícula de Higgs nunca se ha visto y el potencial de Higgs es completamente desconocido, (A.6) es solo una propuesta [25]. Con esto es posible hacer que la densidad lagrangiana del ME esté completa; se tienen todas las interacciones del ME, el fotón se mantiene sin masa, los fermiones y tres bosones de norma adquieren masa.

2.1.4. Modelo Estándar con tres familias

Para obtener la lagrangiana del ME se trabajará con seis dobletes de quiralidad izquierda L, tres correspondientes a los leptones

$$L_1 \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad L_2 \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \quad L_3 \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

y tres correspondientes a los quarks

$$Q_1 \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad Q_2 \equiv \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \quad Q_3 \equiv \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

y con los correspondientes singletes de quiralidad derecha R

$$l_e \equiv e_R, \quad l_\mu \equiv \mu_R, \quad l_\tau \equiv \tau_R,$$

$$l_{\nu_e} \equiv \nu_{eR}, \quad l_{\nu_\mu} \equiv \nu_{\mu R}, \quad l_{\nu_\tau} \equiv \nu_{\tau R},$$

$$u_1 \equiv u_R, \quad u_2 \equiv c_R, \quad u_3 \equiv t_R,$$

$$d_1 \equiv d_R, \quad d_2 \equiv s_R, \quad d_3 \equiv b_R.$$

La generalización de la lagrangiana de Yukawa consta de dos partes, una lagrangiana para los quarks

$$\mathcal{L}_{Yuk}^q = - \sum_{ij} \left[Y_{ij}^D (Q_i^\dagger \Phi) d_j + Y_{ij}^{D*} d_j^\dagger (\Phi^\dagger Q_i) \right] - \sum_{ij} \left[Y_{ij}^U (Q_i^\dagger \tilde{\Phi}) u_j + Y_{ij}^{U*} u_j^\dagger (\tilde{\Phi}^\dagger Q_i) \right], \quad (2.21)$$

donde $i, j = 1, 2, 3$ por lo que Y_{ij}^q son los nueve elementos de una matriz compleja de 3; y otra para los leptones

$$\mathcal{L}_{Yuk}^l = - \sum_{i\beta} \left[Y_{i\beta}^e (L_i^\dagger \Phi) l_\beta + Y_{i\beta}^{e*} l_\beta^\dagger (\Phi^\dagger Q_i) \right] - \sum_{i\alpha} \left[Y_{i\alpha}^\nu (L_i^\dagger \tilde{\Phi}) l_\alpha + Y_{i\alpha}^{\nu*} l_\alpha^\dagger (\tilde{\Phi}^\dagger L_i) \right], \quad (2.22)$$

donde $\beta = e, \mu, \tau$ y $\alpha = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ y los acoplos de Yukawa son matrices complejas y arbitrarias; entonces, la lagrangiana de Yukawa es

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \mathcal{L}_{Yuk}^q + \mathcal{L}_{Yuk}^l. \quad (2.23)$$

La lagrangiana dinámica de los fermiones (2.5) para el ME es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{din} = i \sum_{1,2,3} & \left(\bar{L}_i \gamma^\mu D_\mu L_i + \bar{Q}_i \gamma^\mu D_\mu Q_i + \bar{d}_i \gamma^\mu D_\mu d_i + \bar{u}_i \gamma^\mu D_\mu u_i \right) \\ & + i \sum_{\alpha} \bar{l}_\alpha \gamma^\mu D_\mu l_\alpha + i \sum_{\beta} \bar{l}_\beta \gamma^\mu D_\mu l_\beta. \end{aligned} \quad (2.24)$$

La densidad lagrangiana de ME para tres generaciones es la suma de (2.24), (2.2), (2.15) y (2.23)

$$\mathcal{L}_{ME} = \mathcal{L}_{din} + \mathcal{L}_b + \mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_{Yuk}. \quad (2.25)$$

En el ME no hay forma de predecir al valor de los acoplos de norma g_1 y g_2 , tampoco de las masas de los fermiones, la forma de los acoplos de Yukawa no es predicha por el modelo estándar, ni del bosón de Higgs ni del acoplo cuártico.

Todos estos datos tiene que obtenerse del experimento y con ellos ajustar el modelo para que haga una reproducción de la realidad lo más precisa posible. Hasta ahora se trabajo con la lagrangiana inavariante de norma, las matrices de masa de los fermiones no representan las masas físicas, para que representen las masas físicas se deb pasar a la bases donde las matrices son diagonales y los eigenvalores son las masas de los fermiones. Uno de los fenómenos que debe reproducir la densidad lagrangiana (2.25) es la violación de CP . En la siguiente sección se presentan las reglas de transformación de los campos y se prueba la simetría de las partes de (2.25) ante dichas transformaciones.

2.2. Violación de CP

Las leyes de conservación en física son debidas a la invariancia de los sistemas bajo transformaciones de simetría. La invariancia ante la paridad significa que la derecha y la izquierda no pueden ser definidas en una esencia absoluta. La ley de invariancia de la conjugación de carga significa que los experimentos en un mundo de antimateria darán resultados equivalentes que los hechos en este mundo.

En física clásica, la paridad no es afectada por la coordenada temporal, es decir, conmuta con los desplazamientos temporales $t \rightarrow t + \Delta t$. Siguiendo el principio de correspondencia, para pasar de mecánica clásica a mecánica cuántica, se requiere la representación mecánico cuántica del operador \mathcal{P} y de la traslación temporal, a través del operador $e^{-i\mathcal{H}\Delta t}$, para reproducir esta característica. El operador \mathcal{P} debe conmutar con el operador \mathcal{H} , ya que en la teoría cuántica ellos

conmutan, lo que significa que la paridad es una buena simetría en la naturaleza. La paridad no es una simetría en las interacciones débiles; los experimentos de los decaimientos nucleares β , π^\pm y μ^\pm demostraron la violación de P e invariancia de C bajo las interacciones débiles, por lo que no se debe satisfacer el requerimiento de ser una buena simetría. Una conclusión equivalente se obtiene para el operador \mathcal{C} . Entonces, los operadores \mathcal{C} y \mathcal{P} no son los mismos a los definidos en mecánica cuántica, por lo que para definir las reglas de transformación de CP se utiliza la parte de la lagrangiana que debe respetar la simetría. Suponiendo que el electromagnetismo es invariante ante transformaciones C y P , como sugieren los experimentos, es posible definir las reglas de transformación a partir de la lagrangiana de la electrodinámica y extenderlas al resto de la lagrangiana electrodébil.

Para que la lagrangiana del ME sea consistente con los experimentos debe tener al menos un término que viole la simetría discreta CP . Tomando lo anterior en cuenta la lagrangiana completa puede ser escrita como la suma de dos términos

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{CP} + \mathcal{L}_R$$

donde \mathcal{L}_{CP} es la parte en la que se conserva CP y \mathcal{L}_R la parte que viola CP . La manera de incluir la violación de CP es en la matriz de mezcla, la cual no puede obtenerse de la teoría, sino de los datos experimentales. La matriz de mezcla juega un papel importante en el presente trabajo, es la fuente de la mayoría de los datos que se usan como criterio de la consistencia de los modelos teóricos estudiados. Los modelos teóricos deben ajustar los módulos de los elementos de la matriz de mezcla, los ángulos internos de los triángulos unitarios y el

invariante de Jarlskog.

En esta sección se habla de la violación de CP , no se deducen las reglas de transformación, pero se transforma a la lagrangiana del ME utilizando estas reglas.

2.2.1. Transformaciones de CP en la lagrangiana del ME

Las reglas de transformación de CP , de los campos en la lagrangiana del ME, son definidas por la parte de la lagrangiana que conserva CP , y están dadas en el cuadro 1.

En el presente trabajo solo se considera el sector hadrónico (los quarks); el sector leptónico puede ser tratado en manera similar, si los neutrinos son partículas de Dirac. Para mostrar qué partes de la lagrangiana respetan CP (son invariantes ante la acción conjunta de los operadores \mathcal{C} y \mathcal{P}) y qué condiciones se deben cumplir para que exista violación de CP , se trabaja con la lagrangiana después del rompimiento espontáneo de simetría, con campos de norma y quarks masivos, y al diagonalizar la matriz de masa, con los campos de los quarks físicos, ya que hay partes de la lagrangiana que no respetan la simetría cuando no se trabaja con los campos físicos y sí es respetada por los campos físicos [14].

Primero se trabaja con los términos que no contienen a los campos de los fermiones. Tomando en cuenta que una lagrangiana pura de norma es invariante ante las transformaciones de CP [15], se muestra que el término cinético de los bosones de norma es invariante de CP . Aplicando las reglas de transformación del cuadro 1 a las ecuaciones (2.3) y (2.4)

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu \hat{B}_\nu - \partial_\nu \hat{B}_\mu$$

Tabla 2.1: Transformaciones discretas de campos y los campos bilineales de Dirac.

<i>Campo</i>	<i>P</i>	<i>T</i>	<i>C</i>	<i>CP</i>	<i>CPT</i>
B^μ				$-B_\mu$	
$W^{1\mu}$	W_μ^1		$-W^{1\mu}$	$-W_{1\mu}$	
$W^{2\mu}$	W_μ^2		$W^{2\mu}$	$W_{2\mu}$	
$W^{3\mu}$	W_μ^3		$-W^{3\mu}$	$-W_{3\mu}$	
$W^{+\mu}$				$-e^{i\xi w} W_\mu^-$	
$W^{-\mu}$				$-e^{-i\xi w} W_\mu^+$	
A^μ				$-A_\mu$	
Z^μ				$-Z_\mu$	
h				h	
$\bar{\psi}\xi$	$\bar{\psi}\xi$	$\bar{\psi}\xi$	$\bar{\xi}\psi$	$\bar{\xi}\psi$	$\bar{\xi}\psi$
$\bar{\psi}\gamma_5\xi$	$-\bar{\psi}\gamma_5\xi$	$\bar{\psi}\gamma_5\xi$	$\bar{\xi}\gamma_5\psi$	$-\bar{\xi}\gamma_5\psi$	$-\bar{\xi}\gamma_5\psi$
$\bar{\psi}\gamma^\mu\xi$	$\bar{\psi}\gamma_\mu\xi$	$\bar{\psi}\gamma_\mu\xi$	$-\bar{\xi}\gamma^\mu\psi$	$-\bar{\xi}\gamma_\mu\psi$	$-\bar{\xi}\gamma^\mu\psi$
$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\xi$	$-\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\xi$	$\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\xi$	$\bar{\xi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$	$-\bar{\xi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$	$-\bar{\xi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon_{jki} W_\mu^j W_\nu^k$$

y observando que la derivada parcial se transforma bajo la acción de \mathcal{CP} de la forma $\partial^\mu \rightarrow \partial_\mu$, se obtienen las transformaciones de los campos de fuerzas

$$B^{\mu\nu} \xrightarrow{CP} -B_{\mu\nu} \quad (2.26)$$

y

$$(W_{\mu\nu}^1, W_{\mu\nu}^2, W_{\mu\nu}^3) \xrightarrow{CP} -(W^{1\mu\nu}, -W^{2\mu\nu}, W^{3\mu\nu}). \quad (2.27)$$

Aplicando (2.26) y (2.27) a la ecuación (2.2) se demuestra que la lagrangiana cinética de los bosones es invariante ante la acción de \mathcal{CP}

$$\mathcal{L}_b \xrightarrow{CP} \mathcal{L}_b. \quad (2.28)$$

De manera equivalente para el sector del Higgs se observa que, después del rompimiento de simetría, el potencial de Higgs (A.6) es invariante ante CP . Aplicando las reglas de transformación del cuadro 1 al resto de la lagrangiana del Higgs (A.7) se muestra la invariancia de la lagrangiana completa del Higgs

$$\mathcal{L}_\Phi \xrightarrow{CP} \mathcal{L}_\Phi. \quad (2.29)$$

Los términos que no incluyen los campos de los fermiones son invariantes ante transformaciones de CP , el resto de los términos de la lagrangiana del ME (2.25) involucran los campos físicos de los fermiones (en particular en este trabajo se estudiará los campos de los quarks). Por lo anterior, la violación de CP solo puede surgir de aquellos términos en los que están presentes los campos físicos de los quarks.

Utilizando (2.16) y (2.18) en (2.21) se obtiene la lagrangiana de masa de los quarks, que son los términos de la lagrangiana de Yukawa después del rompimiento espontáneo de simetría que son proporcionales a v , y tiene la forma

$$\mathcal{L}_{masa}^q = - \sum_{ij} [m_{ij}^U \bar{u}'_i u_j + m_{ij}^{U*} \bar{u}_j u'_i] - \sum_{ij} [m_{ij}^D \bar{d}'_i d_j + m_{ij}^{D*} \bar{d}_j d'_i], \quad (2.30)$$

en donde las u_i son los singletes derechos de los quarks y los u'_i son los componentes de los dobletes izquierdos; las matrices de masa están definidas por

$$m_{ij}^D = v Y_{ij}^D.$$

Aun no se está trabajando con los campos físicos de los quarks. Cuando se introdujo la lagrangiana de Yukawa se consideró que debía cumplir con ciertas condiciones de simetría (ser invariante de norma y respetar la simetría del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$), los acoplos de Yukawa, $Y^{U,D}$, más generales que cumplen con esas condiciones de simetría son matrices complejas. Para que los campos de los quarks u_i representen campos físicos, las matrices de masa deben ser diagonales y los valores de la diagonal ser las masas de los quarks, que se obtiene de los datos experimentales, recordando que en el ME no hay forma de predecir las masas de los fermiones. Como cualquier matriz cuadrada, sin importar si es hermitiana o no, puede ser diagonalizada mediante dos matrices unitarias, la matriz diagonal cuyos valores son las masas de los quarks es de la siguiente manera

$$U_L^{u\dagger} m^U U_R^u \equiv \text{diag}(m_u, m_c, m_t) \quad (2.31)$$

$$U_L^{d\dagger} m^D U_R^d \equiv \text{diag}(m_d, m_s, m_b). \quad (2.32)$$

Tal transformación es equivalente a cambiar los campos de los quarks de la base de los eigenestados del sabor a la de los eigenestados de las masas, introduciendo acoplos no diagonales en la lagrangiana de las corrientes cargadas, en la cual solo las partes izquierdas están involucradas.

Sustituyendo (2.31) y (2.32) en (2.30) se obtiene

$$\bar{u}'_i m^U u_j = \bar{u}' m u = \bar{u}' U_L U_L^\dagger m U_R U_R^\dagger u = \overline{u'^{fis}} \text{diag}(m_u, m_c, m_t) u^{fis}, \quad (2.33)$$

de donde los u_i^{fis} , los campos físicos de los quarks tipo u con masa definida, son expresados de la siguiente manera

$$u_L^{fis} = U_L^{q\dagger} \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}.$$

La lagrangiana de masa de los quarks físicos es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masa}^{qf} = & -[m_u(\bar{u}_L^{fis} u_R^{fis} + \bar{u}_R^{fis} u_L^{fis})] - [m_d(\bar{d}_L^{fis} d_R^{fis} + \bar{d}_R^{fis} d_L^{fis})] \\ & -[m_s(\bar{s}_L^{fis} s_R^{fis} + \bar{s}_R^{fis} s_L^{fis})] - [m_c(\bar{c}_L^{fis} c_R^{fis} + \bar{c}_R^{fis} c_L^{fis})] \\ & -[m_b(\bar{b}_L^{fis} b_R^{fis} + \bar{b}_R^{fis} b_L^{fis})] - [m_t(\bar{t}_L^{fis} t_R^{fis} + \bar{t}_R^{fis} t_L^{fis})], \end{aligned} \quad (2.34)$$

como de aquí en adelante se trabajará con los campos de los quarks masivos se omitirá el superíndice *fis* a menos que se considere necesario para no crear confusión en la notación. Para mostrar que la lagrangiana de masa de los quarks físicos es invariante ante *CP* se utilizan las reglas de transformación, mostradas en el cuadro 1, en el primer término de (2.34), obteniendo

$$-[m_d(\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L)] \xrightarrow{CP} -[m_d(\bar{d}_R d_L + \bar{d}_L d_R)]$$

el resto de la lagrangiana (2.34) se transforman de manera equivalente. Los otros términos de la lagrangiana de Yukawa se trabajan igual, utilizando la regla de transformación del campo de Higgs, por lo que se tiene

$$\mathcal{L}_{Yuk} \xrightarrow{CP} \mathcal{L}_{Yuk}. \quad (2.35)$$

Para la parte dinámica de la lagrangiana se hace un procedimiento equivalente. Primero se trabaja con los términos de las corrientes neutras

$$E \equiv i\bar{u}_L U_L^{u\dagger} \gamma^\mu D_\mu U_L^u u_L = i\bar{u}_L \gamma^\mu \left[\partial_\mu + ig_2 \tau_3 \frac{\hat{W}_\mu^3}{2} + ig_1 Y \frac{B_\mu}{2} \right] u_L$$

donde u_L , como ya se dijo, son los campos físicos de los quarks u de quiralidad izquierda. En la última igualdad se utilizó la propiedad de las matrices unitarias, $U_L^{u\dagger} U_L^u = 1$. Dividiendo en tres partes a E , expresando explícitamente la matriz absorbida por la notación de la quiralidad y aplicando las transformaciones de CP se tiene

$$E_1 \equiv i\bar{u}\gamma^\mu\partial_\mu(1-\gamma^5)u \xrightarrow{CP} (-i) [(-\bar{u}\gamma_\mu\partial^\mu u) - (-\bar{u}\gamma_\mu\partial^\mu\gamma^5 u)]$$

$$E_2 \equiv \bar{u}\gamma^\mu g_2 \frac{\hat{W}_\mu^3}{2} (1-\gamma^5)u \xrightarrow{CP} -\bar{u}\gamma_\mu g_2 \left(\frac{-\hat{W}_3^\mu}{2} \right) (1-\gamma^5)u$$

en donde hace falta un término igual para los quarks tipo d pero con signo contrario para E_2 , causado por la tercera matriz de Pauli, τ_3 , y

$$E_3 \equiv \bar{u}\gamma^\mu g_1 \left(\frac{2}{3} \right) \frac{B_\mu}{2} (1-\gamma^5)u \xrightarrow{CP} -\bar{u}\gamma_\mu g_1 \left(\frac{-B^\mu}{3} \right) (1-\gamma^5)u,$$

con lo que se muestra la invariancia de los términos de las corrientes neutras ante transformaciones de CP .

El último término del que puede surgir la violación de CP es la parte de las corrientes cargadas de la lagrangiana dinámica (2.24). Las corrientes cargadas son las únicas que restan por demostrar su invariancia. Como las corrientes cargadas solo involucran quarks parte izquierda, las matrices de los campos de los quarks físicos parte derecha, U_R^d y U_R^u , no aparecen en las corrientes cargadas. El término que falta transformar es de las corrientes cargadas, que corresponde a las dos primeras componentes del segundo término, el de los quarks, de la ecuación (2.24)

$$X_c \equiv [\hat{W}_\mu^1 - i\hat{W}_\mu^2] \bar{u}_L \gamma^\mu U_L^{u\dagger} U_L^d d_L + [\hat{W}_\mu^1 + i\hat{W}_\mu^2] \bar{d}_L \gamma^\mu U_L^{d\dagger} U_L^u u_L,$$

en donde la multiplicación de las matrices $U_L^{u\dagger}U_L^d$ no necesariamente es la identidad. Aplicando las transformaciones de CP a X_c se obtiene

$$X_c = [\hat{W}_\mu^1 - i\hat{W}_\mu^2]\bar{u}_\alpha\gamma^\mu V_{\alpha j}(1 - \gamma_5)d_j + [\hat{W}_\mu^1 + i\hat{W}_\mu^2]\bar{d}_j\gamma^\mu V_{\alpha j}^*(1 - \gamma_5)u_\alpha$$

$$\xrightarrow{CP} [-\hat{W}^{1\mu} + i\hat{W}^{2\mu}](-\bar{d}_j\gamma_\mu V_{\alpha j}(1 - \gamma_5)u_\alpha) + [-\hat{W}^{1\mu} - i\hat{W}^{2\mu}](-\bar{u}_\alpha\gamma_\mu V_{\alpha j}^*(1 - \gamma_5)d_j).$$

Así, para que se conserve CP la matriz $V_{ckm} = U_L^{u\dagger}U_L^d$ debe de ser real. La única manera para que el ME sea consistente con los datos experimentales, relacionados a la violación de la simetría discreta CP , es que la matriz V_{ckm} sea compleja, ya que solo el término de la lagrangiana del ME que puede no respetar la simetría CP es el de las corrientes cargadas. No hay manera que la violación de CP venga de algún otro término, como ya se vio en (2.28), (2.29) y (2.35).

En el siguiente capítulo se presentan las propiedades de la matriz V_{ckm} y la utilización de los triángulos unitarios y el invariante de Jarlskog para el estudio del fenómeno de la violación de CP .

Capítulo 3

Fenomenología

3.1. Texturas

Una teoría más fundamental que el modelo estándar debería permitir determinar M_u y M_d de una manera única. Como las matrices de masa de los quarks son de importancia fundamental es deseable obtener su estructura sin hacer suposiciones. El primer paso es determinar las matrices de masa a partir de datos experimentales. Evidentemente el paso anterior cuando mucho puede ser parcialmente exitoso, porque el conocimiento de los eigenvalores y los parámetros de mezcla no es suficiente para este propósito. Un entendimiento profundo de la mezcla del sabor de los quarks y el fenómeno de la violación de CP , es deseable para estudiar las propiedades de las matrices de masa de los quarks $M_{u,d}$, cuyas texturas son totalmente desconocidas dentro del ME.

Sin embargo, es posible hacer algunos progresos notando que las matrices de masa pueden ser supuestas hermitianas, sin perder generalidad, para aquellas teorías en las que no haya cambio de sabor en las corrientes de las parte derechas

de los campos, como el modelo estándar. Como las partes derechas de los campos son singletes de $SU(2)$, siempre es posible escoger una base adecuada de los quarks parte derecha, que resulte en matrices de masa hermitianas. Una matriz de masa hermitiana general, M_q (con $q = u$ o d) puede ser escrita como

$$M_q = \begin{pmatrix} E_q & A_q & F_q \\ A_q^* & D_q & B_q \\ F_q^* & B_q^* & C_q \end{pmatrix},$$

donde los elementos de la diagonal son reales y los elemento fuera de ella son complejos.

En la mayoría de los intentos por entender los modelos observados de las masas y mezcla de los fermiones, se propone la existencia de una familia de simetría abeliana o no abeliana, dejando una estructura especial del sabor en las matrices de Yukawa, que involucra texturas con ceros. En la búsqueda de las texturas de los ceros permitidos, se puede tomar la descripción *bottom-up*, donde se usan los datos experimentales de las masas y mezcla de los fermiones para derivar aquellas texturas de Yukawa que son permitidas por los experimentos.

La textura con dos ceros de Fritzsch para la matriz hermitiana de masa de los quarks es

$$F2 = \begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

como el elemento $V_{1,3}$ es el conjugado de $V_{3,1}$ ellos se cuentan como un cero, y

se puede obtener la textura con tres ceros de Fritzsch si se toma a $D = 0$

$$F3 = \begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & 0 & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

donde A y B son elementos complejos y C es un elemento real de la matriz de masas. Para obtener la textura de seis ceros de Fritzsch se toman matrices de masa, tanto en el sector u como en el d , de la forma de la matriz (3.2). Las texturas de cinco ceros se obtienen tomando el sector u con la forma de (3.2) o (3.1) y al sector d con la forma de la matriz no escogida para el sector u , por lo tanto hay dos texturas de Fritzsch de cinco ceros.

No existe ninguna justificación teórica para las matrices de masa propuestas por Fritzsch, por lo tanto, se vuelve esencial, desde el punto de vista fenomenológico, considerar matrices de masa de los quarks diferentes a las propuestas por Fritzsch [2]. Las matrices diferentes a las de Fritzsch tienen los ceros en otros elementos de la matriz de masa. Ramond, Robert y Ross (RRR) [4] propusieron matrices simétricas o hermitianas para buscar estructuras en los acoplos de Yukawa de los quarks que estuvieran en acuerdo con los datos experimentales. En su investigación ellos trabajaron con texturas de cinco y seis ceros y encontraron cinco texturas de cinco ceros que eran consistentes con los experimentos, éstas se muestran en la tabla 3.1.

3.1.1. Maximal en el invariante de Jarlskog

Aunque hay muchas versiones diferentes de la hipótesis del maximal en la violación de CP , la versión convencional demanda que la naturaleza tome un

Tabla 3.1: Matrices de masa hermitianas de los quarks con consistencia fenomenológica según Ramond, Robert y Ross [4].

RRR	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>
M_u	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & 0 & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & F \\ 0 & D & 0 \\ F^* & 0 & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & F \\ 0 & D & B \\ F^* & B^* & C \end{pmatrix}$
M_d	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A & D & B \\ 0 & B & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$

valor en la fase de la violación de CP tal que el invariante de Jarlskog, J , tome su valor máximo [10].

Como en el modelo estándar solo hay una fuente de la violación de CP , que es la fase δ de violación de CP , en consecuencia, todos los observables de la violación de CP están fuertemente correlacionados. Desde el punto de vista de la teoría fundamental de los quarks esta situación no es satisfactoria y es de interés ver el origen teórico de la fase δ de la matriz de mezcla. En el año 2001 se hizo un trabajo [5] con el propósito de mostrar que el maximal en el invariante de Jarlskog, J , y el maximal en la fase de la violación de CP son fenomenológicamente permitidos. El invariante de Jarlskog, J , está relacionado a la violación de CP y es función de la fases de violación, δ . Es bien conocido que el invariante de Jarlskog J se obtiene de las matrices de masa de los quarks M_q . A partir de imponer la condición de maximal al invariante de Jarlskog y a la

fase de la violación de CP se obtiene que las matrices de Ramond que cumplen con dichas condiciones son los modelos I, III, IV y V [5].

Normalmente se dice que cualquiera de las convenciones de fase de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (V_{ckm}) son equivalentes entre sí, por la invariancia ante refasamiento. Esto es verdad para todas las cantidades observables. Sin embargo, las matrices de masa de los quarks (M_u, M_d) no son invariantes de refasamiento, aunque éstas son invariantes ante cambios de base: $M_u \rightarrow M'_u = A^\dagger M_u B_u$, $M_d \rightarrow M'_d = A^\dagger M_d B_d$. A veces la invariancia de refasamiento se confunde con la invariancia de cambio de bases. El parámetro δ de la violación de CP en la matriz V_{ckm} no es observable, y depende de la convención de fase. Las cantidades observables relacionadas a la violación de CP son los ángulos $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = (\beta, \alpha, \gamma)$ en los triángulos unitarios. Cuando se toma una convención de fases, el parámetro δ se vuelve observable. Las predicciones basadas en la hipótesis de máxima violación de CP pueden ser obtenidas exitosamente solo cuando se adoptan las convenciones de fase original, de Kobayashi-Maskawa, y la de Fritzsch-Xing [9].

Por ejemplo, considerando una matriz de mezcla, V_{ckm} , dada como

$$V = V(i, j) \equiv R_i^T P_j R_j R_k \quad (i \neq j \neq k), \quad (3.3)$$

donde las R_i son definidas por

$$R_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & s \\ 0 & -s & c \end{pmatrix}, \quad R_2(\theta) = \begin{pmatrix} c & 0 & s \\ 0 & 1 & 0 \\ -s & 0 & c \end{pmatrix}, \quad R_3(\theta) = \begin{pmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

con $s = \sin \theta$ y $c = \cos \theta$, y las P_i están dadas por $P_1 = \text{diag}(e^{i\delta}, 1, 1)$, $P_2 = \text{diag}(1, e^{i\delta}, 1)$ y $P_3 = \text{diag}(1, 1, e^{i\delta})$, es posible obtener la convención de fase

original, la convención de Kobayashi-Maskawa, a partir de $V(1, 1)$

$$V_{km} = R_1^T(\theta_2)P_3(\delta_{km} + \pi)R_3(\theta_1)R_1(\theta_3)$$

$$= \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta_{km}} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta_{km}} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta_{km}} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta_{km}} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

entonces, la cantidad invariante J está dada por

$$J = c_1 s_1^2 c_2 s_2 c_3 s_3 \sin \delta_{km}, \quad (3.5)$$

es decir

$$J = \frac{|V_{11}||V_{12}||V_{13}||V_{21}||V_{31}|}{1 - |V_{11}|^2} \sin \delta_{km}, \quad (3.6)$$

y se necesita, para obtener un maximal, que $\delta_{km} = \frac{\pi}{2}$.

3.2. Datos experimentales

La única manera para que el ME sea consistente con los datos experimentales, relacionados a la violación de la simetría discreta CP , es que la matriz V_{ckm} sea compleja, ya que el único término de la lagrangiana del ME que puede no respetar la simetría CP es el de las corrientes cargadas. La fenomenología de las interacciones electrodébiles asegura que la matriz V_{ckm} es compleja y unitaria. V_{ckm} puede ser parametrizada por nueve parámetros (o en general por n_g^2 parámetros, donde n_g es el número de familias). Pero se sabe de la mecánica cuántica que la fase de una función de onda no es una cantidad medible; por este motivo, se debe examinar cuáles fases son medibles y cuáles no tienen sentido físico en la matriz de mezcla, V_{ckm} . Es posible absorber o cambiar cinco

parámetros $(2n_g - 1)$ a partir de las fases de los quarks, además pueden ser parametrizados tres ángulos de rotación $(\frac{1}{2}n_g(n_g - 1))$, los ángulos de Euler. Así, el resto de los parámetros de la matriz V_{ckm} , a los que se les llaman fases, es uno $(n_{fase} = \frac{1}{2}(n_g - 2)(n_g - 1))$ y es esta fase la que proporciona la violación de CP en el modelo estándar. Esto no significa que la violación de CP es entendida; solamente se ha encontrado una forma económica y fenomenológicamente exitosa de agregar la violación de CP en el modelo estándar [20]. Para dos familias no es posible obtener violación de CP con la descripción que se acaba de hacer, pero existen otros modelos con implicaciones de las cuales la violación de CP puede ser obtenida, por ejemplo, extendiendo el sector del Higgs la violación de CP es asociada al rompimiento espontáneo de simetría [18].

Las cantidades con significado físico deben ser invariantes bajo un cambio de fase de los campos de los quarks; solo funciones de V_{ckm} que sean invariantes ante refasamiento pueden ser medibles. Los invariantes más simples son los módulos de los elementos de matriz, denotados por

$$U_{\alpha i} \equiv |V_{\alpha i}|^2.$$

Experimentalmente, las funciones invariantes ante cambio de fase de la matriz V_{ckm} para las cuales se tiene acceso más directo, también son los módulos de sus elementos de matriz. Los valores experimentales actuales [19] se presentan en la tabla 3.2. Se observa que el valor central de $|V_{cs}|$ es mayor a 1, por lo tanto, podría viola la unitariedad de la matriz de mezcla. Los elementos de la matriz de mezcla pueden determinarse de mejor manera si además se utilizan las restricciones impuestas por el ME. Las restricciones impuestas por la unitariedad para tres generaciones reduce el intervalo permitido para los elementos de la

Tabla 3.2: Valores experimentales de los módulos de la matriz de mezcla.

$ V_{ckm} $	Exp
$ V_{ud} $	0.97425 ± 0.00022
$ V_{us} $	0.2252 ± 0.0009
$ V_{cd} $	0.230 ± 0.011
$ V_{cs} $	1.023 ± 0.036
$ V_{ub} $	$(3.89 \pm 0.44) \times 10^{-3}$
$ V_{cb} $	$(40.6 \pm 1.3) \times 10^{-3}$
$ V_{td} $	$(8.4 \pm 0.6) \times 10^{-3}$
$ V_{ts} $	$(38.7 \pm 2.1) \times 10^{-3}$
$ V_{tb} $	0.88 ± 0.07

matriz de mezcla y son los siguientes [19]

$$|V_{ckm}| = \begin{pmatrix} 0.97428 \pm 0.00015 & 0.2253 \pm 0.0007 & 0.00347^{+0.00016}_{-0.00012} \\ 0.2252 \pm 0.0007 & 0.97345^{+0.00015}_{-0.00016} & 0.0410^{+0.0011}_{-0.0007} \\ 0.00862^{+0.00026}_{-0.00020} & 0.0403^{+0.0011}_{-0.0007} & 0.999152^{+0.000030}_{-0.000045} \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Los siguientes invariantes, en orden de simplicidad, son los cuartetos,

$$Q_{\alpha i \beta j} \equiv V_{\alpha i} V_{\beta j} V_{\alpha j}^* V_{\beta i}^*,$$

donde se pide que $\alpha \neq \beta$ y $i \neq j$, para que el cuarteto no se reduzca al producto de dos módulos al cuadrado. En general, la violación de CP existe si cualquiera de las funciones de V_{ckm} invariantes ante refasamiento no es real [16].

Como la matriz de mezcla de los quarks, V_{ckm} , es unitaria

$$V_{ckm} V_{ckm}^\dagger = V_{ckm}^\dagger V_{ckm} = 1$$

se pueden obtener seis relaciones de ortogonalidad, tres relaciones de pares de

renglones diferentes y tres de pares de diferentes columnas,

$$V_{ckm}^\dagger V_{ckm} = \begin{pmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{td}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{ts}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{tb}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

por ejemplo, del primer renglón y la segunda columna se obtiene

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0. \quad (3.8)$$

Multiplicando a la ecuación (3.8) por $V_{us}^*V_{cs}$,

$$V_{us}^*V_{cs}V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}^*V_{cs}V_{us}V_{cs}^* + V_{us}^*V_{cs}V_{ub}V_{cb}^* = 0$$

y tomando la parte imaginaria, se obtiene

$$\text{Im}Q_{udcs} = -\text{Im}Q_{ubcs},$$

se concluye que los cuartetos Q_{udcs} y Q_{ubcs} tienen partes imaginarias simétricas.

De manera equivalente, con el resto de los pares de renglones diferentes y los pares de columnas diferentes, se concluye que la parte imaginaria de los cuartetos a lo más difiere por un signo. De esta manera se define el invariante de Jarlskog

$$J \equiv \text{Im}Q_{uscb} = \text{Im}(V_{us}V_{cb}V_{ub}^*V_{cs}^*), \quad (3.9)$$

sabiendo que la parte imaginaria de todos los cuartetos es igual a J , o con signo distinto. El valor experimental para el invariante de Jarlskog es [19]

$$J = (2.91_{-0.11}^{+0.19}) \times 10^{-5}.$$

La relación de ortogonalidad (3.8) puede ser interpretada como un triángulo en el plano complejo. Sin embargo el triángulo unitario que se usa comúnmente surge de la ecuación

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0, \quad (3.10)$$

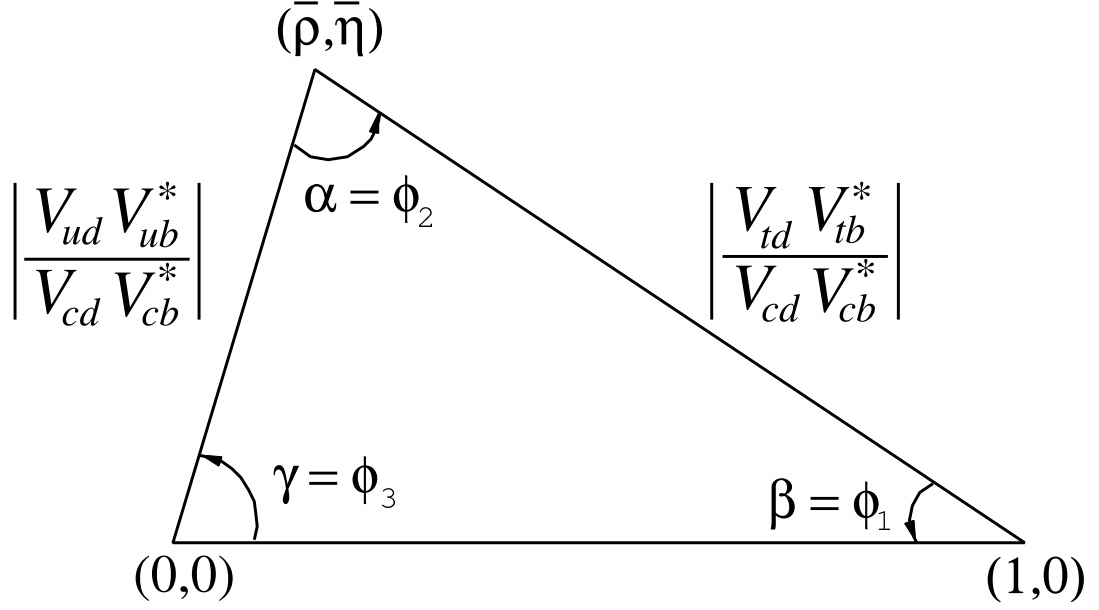


Figura 3.1: Triángulo unitario en el plano complejo [19].

ver figura 3.1. Los 6 triángulos, uno por cada relación de ortogonalidad, son rotados cuando la matriz de mezcla de los quarks, V_{ckm} , sufre un cambio de fase. Sin embargo, la forma de los triángulos permanece sin cambios, ya que los ángulos internos y las longitudes de los lados son invariantes ante el refasamiento.

Si se divide (3.10) entre $V_{cd}V_{cb}^*$ se obtiene

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = 0,$$

en donde los ángulos internos del triángulo que se forma están definidos como el argumento de números complejos, dados de la siguiente manera

$$\alpha \equiv \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right) \quad (3.11)$$

$$\beta \equiv \arg \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right) \quad (3.12)$$

$$\gamma \equiv \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right), \quad (3.13)$$

y los valores experimentales son [19]

$$\alpha = (88^{+6}_{-5}),$$

$$\sin 2\beta = 0.681 \pm 0.025,$$

y

$$\gamma = 77^{+30}_{-32}.$$

Una vez definidos los triángulos, al invariante de Jarlskog se le puede dar la interpretación geométrica del doble del área de los triángulos

$$A = \frac{|\text{Im}Q_{udcb}|}{2} = \frac{|J|}{2}.$$

Así, aunque los triángulos tienen diferentes formas, el área de ellos es la misma, $\frac{|J|}{2}$. Como los cuartetos son las funciones más simples de V_{ckm} que pueden ser no reales, si J es diferente de cero la violación de CP existe, si es cero no hay violación y los triángulos se colapsan a una línea y su área es cero.

3.2.1. Transformaciones de base débil, el trabajo de Branco y Emmanuel-Costa

Branco y Emmanuel-Costa demostraron que siempre es posible hacer una transformación de base débil tal que las matrices de masa de los quarks sean hermitianas y ambas presenten texturas de ceros en el elemento $(1, 1)$, teniendo la forma

$$M_u = \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}, \quad M_d = \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

A partir de (3.14) intentaron llegar a texturas de cuatro ceros. Su motivación radicaba en el problema mostrado por las texturas de más ceros en la reproducción de datos fenomenológicos. La conclusión a la que llegaron fue que en general no es posible obtener texturas de cuatro ceros a partir de transformaciones de base débil, solo unas cuantas son accesibles. Entre las texturas accesibles estaba aquella en la que ambas matrices de masa tenían ceros en $(1, 1)$ y $(1, 3)$, de la forma de las matrices con dos ceros de Fritzsch (3.1) [3].

En trabajos posteriores Branco y colaboradores investigaron la dificultad que presentaban algunas texturas al intentar determinar de manera precisa los ángulos $\beta \equiv \arg(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}^*V_{tb}})$ y $\gamma \equiv \arg(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}^*V_{cb}})$ invariantes ante refasamiento [8]. Una manera de resolver dicha discrepancia con los datos del ángulo β es proponer fases no factorizables, en al menos una matriz de masa. Para ellos la razón era fácil de entender, la contribución de tal fase permitía alcanzar los valores del $\sin 2\beta$ demasiados grandes para la gran mayoría de las texturas. Además, encontraron la condición necesaria para la existencia de fases no factorizables: las texturas no deben presentar ceros en elementos que no sean de la diagonal. Con esta condición, ninguna textura de Fritzsch o las cinco propuestas por Ramond pueden presentar fases no factorizables.

Siguiendo con la misma tónica, investigaron cómo los trabajos que proponían nueva física afectaban a los datos que se utilizan como criterio en la aceptación de alguna textura, en particular, otra vez, los ángulos β y γ . Su trabajo se basó en texturas en las que no pudieran haber fases no factorizables. Clasificaron a las texturas dependiendo del ángulo en el que presentaban problemas a la hora de reproducirlo. En el estudio del impacto de nueva física (NF) en las pruebas de

las texturas de Yukawa, se tienen que especificar cuáles son las suposiciones de la naturaleza de la NF. En la mayoría de los escenarios de NF considerados en la literatura, usualmente se asume que la NF no contribuye significativamente a nivel de árbol en los decaimientos de *strange* y mesones B . Esto implica que la NF no afecta los resultados de $|V_{su}|$, $|V_{cb}|$, $|V_{ub}|$ y γ en los datos experimentales. Utilizando estos cuatro datos, se puede reconstruir la matriz de mezcla V_{ckm} y los triángulos unitarios. Sin embargo, se puede proponer que hay contribuciones apreciables por parte de la NF a las mezclas de $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ y $B_s^0 - \bar{B}_s^0$, así los datos experimentales de V_{td} , V_{ts} y β son afectados. A la conclusión que se llega en dicha investigación es que si una textura particular predice un valor de β o de $|V_{td}|$ en desacuerdo con los datos experimentales, se puede justificar por la presencia de nueva física en la mezcla $B_d^0 - \bar{B}_d^0$. Sin embargo, no se pueden justificar texturas que no den resultados correctos para $\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$ o para γ . Esto es importante porque la mayoría de las texturas de Yukawa tienen dificultad en obtener estos datos [7].

En un trabajo más reciente [6] se concluyó que no es posible obtener texturas de cuatro ceros a partir de transformaciones de base débil. Partiendo de (3.14) es posible agregar un cero extra al sector d sin modificar los ceros exactos de las texturas. Observando que aún hay un excedente de parámetros, se intenta obtener otro cero a partir de transformaciones de base débil, como ya se había hecho años atrás [3], pero tomando en cuenta los datos experimentales recientes. Con éstos, hicieron una variación aleatoria de todos los posibles valores permitidos de las masas de los quarks y los cuatro parámetros de la matriz de mezcla V_{ckm} . Entonces, encontraron que tal transformación no es posible, así que la suposición

de cualquier cero adicional tiene implicaciones físicas. Se pueden derivar todos los pares de M_u y M_d (quince pares en total) que tienen un cero en la misma posición en la diagonal para ambos sectores y un cero adicional en el sector d . También se pudiera tener un cero extra en el sector u en lugar de el sector d , teniendo un total de treinta pares de texturas de ceros de base débil [6]. Ya que no existe ninguna justificación para imponer que las matrices de masa sean hermitianas, también obtuvieron que el número máximo de ceros en las matrices de masa no hermitianas, que pueden ser obtenidas a partir de transformaciones de bases débil, son nueve. Fritzsch ya había propuesto texturas de ceros a matrices de masa no hermitianas clasificándolas en tres tipos: interacción de vecinos cercanos, matrices triangular y matrices de fase [1].

3.3. Metodología

Las masas de los quarks son los eigenvalores de la matriz de masa de los quarks, las cuales son introducidas en el modelo estándar por el acoplo de los campos de los quarks con el campo escalar. En el presente trabajo se utilizan tres diferentes cálculos de los intervalos de las masas a escala electrodébil y son presentadas en la tabla 3.3. Estos valores se utilizan para calcular la matriz V_{ckm} teórica que se obtiene al diagonalizar texturas en las matrices de masa de los quarks y deben compararse los datos experimentales de la mezcla de los quarks y la violación de CP .

La estructura de la matriz de mezcla, V_{ckm} , está relacionada con la matriz de masas de los quarks. En este trabajo se considera que la matriz de masa es

Tabla 3.3: Intervalos de las masas de los quarks predichos a escala electrodébil, M_Z , reportados por Xing (2008), Emmanuel-Costa (2009) y Koide (1997).

	Xing (M_Z)	Emmanuel-Costa (M_Z)	Koide (M_Z)
m_u	$0.00127^{+0.00050}_{-0.00042}$	$0.0014^{+0.0006}_{-0.0005}$	$0.00233^{+0.00045}_{-0.00042}$
m_d	$0.0029^{+0.00125}_{-0.00119}$	0.0028 ± 0.0007	$0.00469^{+0.0060}_{-0.0066}$
m_s	$0.055^{+0.015}_{-0.016}$	$0.060^{+0.015}_{-0.019}$	$0.0934^{+0.0118}_{-0.0130}$
m_c	0.619 ± 0.084	$0.64^{+0.07}_{-0.09}$	$0.677^{+0.056}_{-0.061}$
m_b	2.89 ± 0.09	$2.89^{+0.17}_{-0.08}$	3 ± 0.11
m_t	171.1 ± 3	170.1 ± 2.3	181 ± 13

hermitiana, es posible expresarla de la forma

$$M_q = P_q^\dagger \tilde{M}_q P_q, \quad (3.15)$$

donde P_q son las matrices de fase diagonal

$$P_q = \begin{pmatrix} e^{if_{1q}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{if_{2q}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{if_{3q}} \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

y \tilde{M}_q son matrices reales simétricas. Las matrices \tilde{M}_q son diagonalizadas por matrices ortogonales O_q como

$$O_q^\dagger \tilde{M}_q O_q = \text{diag}(m_{q1}, -m_{q2}, m_{q3}), \quad (3.17)$$

entonces, la matriz de mezcla V_{ckm} está dada por

$$V_{ckm} = O_u^T P O_d, \quad (3.18)$$

donde $P = P_u^\dagger P_d$.

Los modelos puestos a prueba en este trabajo son la textura de cinco ceros de Fritzsche, donde la matriz de masa del sector u presenta dos ceros [2] y el sector d tres ceros [2], y donde el sector d es el que presenta la textura de 2 ceros de Fritzsche y el sector u 3 ceros la cual coincide con la segunda textura propuesta por Ramond. Además de las texturas propuestas por Ramond y colaboradores se revisan los modelos I y IV, ya que son los que coinciden según el criterio de simplicidad y naturalidad [1] y que pueden presentar maximal en el invariante de Jarlskog [5]. Las texturas de cuatro ceros que se estudian son las propuestas por Fritzsche [13], en donde ambos sectores presentan matrices con dos ceros de la forma (3.1) y la propuesta por Branco y Emmanuel-Costa donde el sector u es una matriz real y en el sector d es compleja, ambas con la forma (3.1) [3].

Para obtener la matriz de mezcla se tienen que diagonalizar las matrices de masa, un paso esencial en el proceso de diagonalización es considerar a los invariantes $Tr(\tilde{M}_q)$, $\chi^2(\tilde{M}_q)$ y $det(\tilde{M}_q)$ los cuales relacionan los elementos de las matrices de masa y los eigenvalores de las matrices de masa m_1 , $-m_2$ y m_3 , donde la elección del segundo eigenvalor negativo facilita la diagonalización. Por ejemplo, para la matriz de 3 ceros de Fritzsche (3.2) los invariantes dan las siguientes relaciones

$$C_q = m_1 - m_2 + m_3,$$

$$A_q^2 B_q = m_1 m_2 m_3$$

y

$$A_q^2 + B_q^2 = m_1 m_2 + m_2 m_3 - m_1 m_3.$$

Para la textura de la matriz de masa del sector u en el primer modelo de Ramond,

los invariantes son los siguientes

$$D_q + C_q = m_1 - m_2 + m_3,$$

$$A_q^2 C_q = m_1 m_2 m_3$$

y

$$A_q^2 - C_q D_q = m_1 m_2 + m_2 m_3 - m_1 m_3.$$

Las seis expresiones anteriores junto con las tres de los invariantes de la textura de 2 ceros de Fritzsch son utilizadas para expresar las matrices de masa en término de sus eigenvalores, es decir, las masas de los quarks físicos.

Los procedimientos para evaluar a un modelo de texturas vistos en la literatura fueron de dos diferentes maneras en la elección del espacio de parámetros, uno fue exhaustivo [2] el cual consiste en variar los parámetros de entrada en todo el intervalo permitido. El otro procedimiento [6] consiste en una elección aleatoria de los valores de entrada en los intervalos permitidos. El criterio para decir que un parámetro de salida se ajusta es encontrarlo dentro del intervalo experimental reportado en el año 2008 por PDG.

Por lo anterior, evaluar un modelo de texturas se reduce a resolver un problema de múltiple respuesta, donde las características a optimizar (los parámetros de salida) son los módulos de la matriz de mezcla y los observables de la violación de CP , y los factores controlables (parámetros de entrada) son las masas de los quarks en los intervalos permitidos (ver tabla 3.3), la diagonal de la matriz de fases 3.16 y los parámetros libres D_q .

Existen métodos de optimización para resolver problemas de múltiples respuestas como el de búsqueda exhaustiva, método gráfico, simplex de Nelder y

Mead, gradiente reducido generalizado y algoritmos genéticos. Escoger el método de optimización podría determinar si el problema se resuelve rápido o lento, e incluso, si el problema se resuelve o no [28].

Se sabe que los algoritmos genéticos tienen ventajas sobre los métodos tradicionales de búsqueda directa y mediante gradientes, una de ellas es que proveen una buena exploración y explotación del espacio de búsqueda, es decir, se obtiene una muy buena solución aunque no se haya explorado todo el espacio de búsqueda [29].

En este trabajo se utilizarán algoritmos genéticos como herramienta en la búsqueda de conjuntos de parámetros en los intervalos permitidos que ajusten los módulos de la matriz de mezcla y los observables de la violación de CP a los datos experimentales, los motivos son los expresados en los párrafos anteriores.

3.4. Algoritmos genéticos

La construcción de computadoras más rápidas y económicas durante las últimas décadas ha permitido que técnicas novedosas, las cuales demandan mucho de las computadoras, se vuelvan una alternativa realizable. Una de las áreas más prometedoras para llevar a cabo un rápido crecimiento es la computación evolutiva, particularmente los llamados algoritmos genéticos (AG) [27].

Un AG es un procedimiento computacional el cual intenta caracterizar lo esencial de un sistema simulando parcialmente el proceso de selección natural, con la intención de resolver problemas de optimización. La caracterización de un sistema depende en gran medida del modelo adoptado. Mucho del arte de

la computación evolutiva en general y en los algoritmos genéticos en particular depende de la habilidad de reflejar en el modelo la naturaleza verdadera del sistema.

Los AG se implementan como una simulación por computadora en la que una población, donde cada individuo es un conjunto de valores que representa un candidato a solución, evoluciona de tal manera que cada generación contiene individuos con mayor probabilidad de ser la mejor solución. La evolución sucede por generaciones y comúnmente inicia a partir de una población de individuos generados aleatoriamente.

Cada generación es una iteración de AG y en ella se evalúa la aptitud de cada individuo, se selecciona un conjunto y se modifica aplicándole operadores genéticos para formar la población de la siguiente generación. Son tres los mecanismos básicos (operadores genéticos) que normalmente son considerados el origen del poder de los AG: la selección, la reproducción y la mutación ¹.

3.4.1. Selección

En cada generación se selecciona una porción de la población existente para producir la nueva generación. La selección se basa en la aptitud, donde las soluciones más aptas tienen mayor probabilidad de ser seleccionadas.

La mayoría de los métodos de selección son estocásticos de tal manera que una pequeña parte de las soluciones menos aptas también son seleccionadas. Esto ayuda a mantener alta diversidad en la población, evitando convergencias prematuras hacia máximos o mínimos locales [27].

¹Para explicación más extensa de AG ver [27].

La selección también puede ser determinista, es decir, los descendientes son seleccionados de alguna forma específica. En el presente trabajo la selección fue determinista y elitista: solo los n individuos más aptos, con un valor en la función de aptitud mayor y donde n es el tamaño inicial de la población, tienen la oportunidad de reproducirse.

3.4.2. Reproducción

Para ir de una generación a otra hay dos estrategias básicas: que cada individuo dé origen a un nuevo individuo o dé origen a más de uno. En el primer caso el tamaño de la población se mantiene constante, mientras que en la segunda opción crece con el tiempo.

Una vez que se obtuvo a la población inicial se decidió hacer parejas aleatoriamente de individuos con la intención de reproducirlos. Cada pareja genera 20 soluciones candidatas. Cada uno de los individuos está formado por un conjunto de genes. Cada gen representa un parámetro del modelo, por lo tanto el máximo número de genes que se utilizan en este trabajo son 11: 6 masas de los quarks, dos posibles parámetros en las matrices de masa, dependiendo de la textura estudiada y hasta tres fases en la matriz diagonal (3.16). Dos individuos pudieran ser

$$\begin{bmatrix} m_{u1} & m_{c1} & m_{t1} & D_{u1} & m_{d1} & m_{s1} & m_{b1} & D_{d1} & f_{11} & f_{12} & f_{13} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

y

$$\begin{bmatrix} m_{u2} & m_{c2} & m_{t2} & D_{u2} & m_{d2} & m_{s2} & m_{b2} & D_{d2} & f_{21} & f_{22} & f_{23} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

La combinación de genes en la reproducción se determina de manera aleatoria, por ejemplo un papá pudiera ser (3.19) y los genes que hereda al hijo ser los elementos de valor 1 en un vector, P , generado aleatoriamente, por ejemplo

$$P = [10010110001]; \quad (3.21)$$

y la mamá pudiera ser (3.20) y sus genes heredados serán los correspondientes a los elemento con valor 1 en un vector M complemento de P

$$M = [01101001110], \quad (3.22)$$

entonces, un hijo sería

$$\left[\begin{array}{cccccccccccc} m_{u1} & m_{c2} & m_{t2} & D_{u1} & m_{d2} & m_{s1} & m_{b1} & D_{d2} & f_{21} & f_{22} & f_{13} \end{array} \right],$$

y su cuate sería la combinación de los genes de (3.20) a los que les corresponden un 1 en los elementos de (3.21) y los genes de (3.19) correspondientes a los elementos con valor 1 en (3.22)

$$\left[\begin{array}{cccccccccccc} m_{u2} & m_{c1} & m_{t1} & D_{u2} & m_{d1} & m_{s2} & m_{b2} & D_{d1} & f_{11} & f_{12} & f_{23} \end{array} \right].$$

En las estrategias Vasconcelos y Nietzsche [27] la propuesta de progenitores en la reproducción es determinista. En el presente trabajo la selección es elitista: solo los n individuos más aptos, donde $n = 1050$ es el tamaño de la población inicial, tienen la posibilidad de reproducirse, pero las parejas de individuos progenitores son hechas aleatoriamente, es decir, la elección de (3.19) y (3.20) se hizo sin importar la aptitud de cada individuo.

3.4.3. Mutación

Los individuos de la nueva población son resultado de la recombinación genética. Se espera que los nuevos individuos tengan una mejor aptitud, pero los genes posibles no cambian. Para modificar esto, en el proceso de reproducción se les permite una pequeña posibilidad de cometer un error.

En el presente trabajo se les permite mutar hasta un 0.05 % del tamaño del intervalo permitido para cada una de las variables.

3.4.4. Evaluación de la aptitud

Como lo que se quiere encontrar son los genes que puedan reproducir los datos experimentales de la matriz de mezcla y la violación de CP , se usó una función de deseabilidad compuesta por 12 funciones, una por cada dato experimental. Cada una de las 12 funciones son del tipo de Derringer [29], están compuestas por tres rectas (cuando en valor se $s = 1$ como se explica a continuación), una de pendiente cero y valor 1 para todo dato dentro del error experimental, al que se le referirá como intervalo experimental, y las otras dos con pendientes iguales pero de signo contrario. El valor mínimo de cada función individual es cero y corresponde al valor en el dominio más alejado de los valores extremos del intervalo experimental y es 1 cuando se está dentro de dicho intervalo.

Por ejemplo, el dominio para cada módulo de los nueve elementos de la matriz de mezcla es de cero a uno, $0 \leq |V_{ij}| \leq 1$. Para los tres módulos de la diagonal el valor más alejado de cualquiera de los dos extremos del intervalo experimental

es el cero, entonces, la función deseabilidad es

$$d_i = \begin{cases} \left[\frac{|V_{ii}|}{VI_{ii}} \right]^s & 0 \leq |V_{ii}| \leq VI_{ii} \\ \left[\frac{-|V_{ii}|}{VI_{ii}} + \frac{VI_{ii} + VS_{ii}}{VI_{ii}} \right]^s & VS_{ii} \leq |V_{ii}| \leq 1 \\ 1 & VI_{ii} \leq |V_{ii}| \leq VS_{ii} \end{cases} \quad (3.23)$$

donde VI_{ii} es el valor inferior del intervalo experimental para el módulo de la matriz de mezcla, VS_{ii} es el valor superior del intervalo, $|V_{ii}|$ es el valor obtenido del modelo y s es el exponencial propuesto por Derringer con el objetivo de que d_i tome valores grandes solo cuando esté cerca de entrar al intervalo experimental. Para los módulos de la matriz de mezcla, en el presente trabajo, el exponente s se eligió con el valor $s = 5$. Para el invariante de Jarlskog y los ángulos α y γ del triángulo unitario los dominios son $-1 \leq J \leq 1$ y $0 \leq \text{ángulo} \leq 360$ respectivamente y sus funciones deseabilidad (d_J , d_α y d_γ) son de la misma forma a la ecuación 3.23, sus respectivas s son 15 y 10. Para los otros seis módulos el valor más alejado de los extremos de los intervalos experimentales es 1 y las funciones deseabilidad tienen la forma

$$d_i = \begin{cases} \left[\frac{|V_{ij}|}{VS_{ij}} + \frac{1 - VS_{ij} - VI_{ij}}{1 - VS_{ij}} \right]^s & 0 \leq |V_{ij}| \leq VI_{ij} \\ \left[\frac{-|V_{ij}|}{1 - VS_{ij}} + \frac{1}{1 - VS_{ij}} \right]^s & VS_{ij} \leq |V_{ij}| \leq 1 \\ 1 & VI_{ij} \leq |V_{ij}| \leq VS_{ij} \end{cases} \quad (3.24)$$

La suma de las funciones deseabilidad para los dos ángulos (d_α y d_γ) calculados por el AG se muestra en la figura 3.2.

Para encontrar las matrices de masa de los quarks compatibles con los datos experimentales se utiliza AG para optimizar la función deseabilidad, F_d , que es la suma de las doce funciones individuales

$$F_d = \sum_{i=1}^{12} d_i + d_J + d_\alpha + d_\gamma,$$

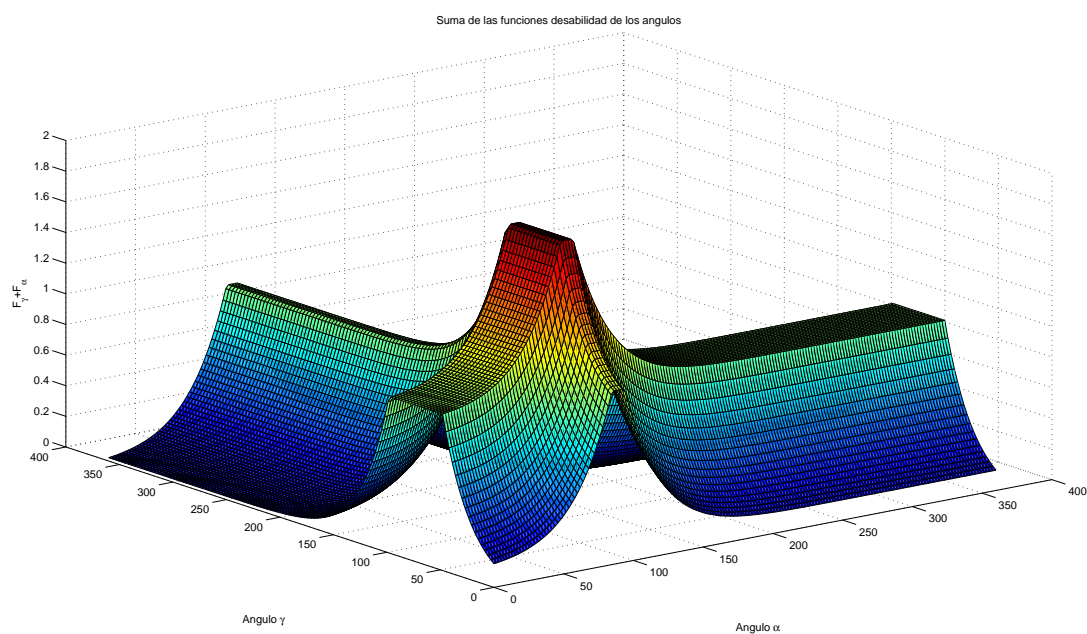


Figura 3.2: Suma de las funciones deseabilidad tipo Derringer de los ángulos internos del triángulo unitario

y tiene un valor máximo de 12, justo cuando los doce parámetros que se intentan ajustar están dentro del intervalo experimental.

Capítulo 4

Resultados

Se utilizó un conjunto de masas en los intervalos reportados por Koide [11], Xing [26] y Emmanuel-Costa [6] que pudieran ajustarse a los datos experimentales de la mezcla de los quarks y la violación de CP . Primero se hizo el ajuste con matrices de masa que presentaran en ambos sectores la textura de Fritzsch con dos ceros dada en la ecuación (3.1), éste es el modelo $F4$ presentado en la tabla 4.1.

Se utilizó un AG por 2160 generaciones para cada uno de los intervalos de la dadas en la tabla 3.3. Los resultados obtenidos para los módulos de la matriz de mezcla con el valor mayor de la función deseabilidad, F_d , después de todas las generaciones son presentados en la tabla 4.2. En los primeros 10 renglones de la tabla 4.2 se presentan los módulos de la matriz de mezcla teóricos obtenidos para cada uno de los tres conjuntos de intervalos de masas y el cociente de los dos primeros módulos del tercer renglón en la matriz V_{ckm} . En la última columna se presentan los valores actuales para los módulos de la matriz de mezclas (3.7) y reportados en [19]. En el último renglón de la tabla 4.2 se observa que el

Tabla 4.1: Matrices de masa hermitianas de los quarks puestas a prueba

	$F4$	$F2F3$	$F3F2$	$F2R1$	$R1F2$
M_u	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & 0 & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$
M_d	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & 0 & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ A^* & D & B \\ 0 & B^* & C \end{pmatrix}$

único conjunto de intervalos de masa con los que se obtuvieron resultados que pudieron ajustarse a los datos experimentales son los reportados por Koide [11], es decir, la función deseabilidad tomó su valor máximo, lo que significa que todos los observables ajustados están dentro del error experimental y a los cuales les corresponde una $\chi^2 = 0.35$ calculada de la manera reportada en PDG [19]. Los parámetros que se utilizaron para hacer el ajuste son las seis masas de los quarks y cinco parámetros libres, de los cuales tres son fases. El ajuste con las masas reportadas por Emmanuel-Costa tiene un valor de la función deseabilidad mayor al obtenido con las masas reportadas por Xing y un valor de χ^2 menor. Sin embargo, ambos ajustes son malos, ya que la función deseabilidad es menor a 12, y por lo tanto, no todos los observables pudieron ser ajustados simultáneamente para un mismo conjunto de parámetros.

En la tabla 4.3 se muestran los valores ajustados para los observables de la violación de CP , solo los datos de la primera columna están en el intervalo de

Tabla 4.2: Valores teóricos obtenidos de $|V_{ij}|$ utilizando la texturas con cuatro ceros de Fritzsch (F4) para las matrices de masa presentadas en la tabla 3.3 y los valores experimentales de $|V_{ij}|$.

$ V_{ckm} ^{teo}$	Koide	Emmanuel-Costa	Xing	$ V_{ckm} ^{exp}$
$ V_{ud} $	0.97426	0.97412	0.97414	0.97428 ± 0.00015
$ V_{us} $	0.22537	0.22599	0.22589	0.2253 ± 0.0007
$ V_{ub} $	0.00343	0.00335	0.00187	$0.00347^{+0.00016}_{-0.00012}$
$ V_{cd} $	0.22523	0.22588	0.22589	0.2252 ± 0.0007
$ V_{cs} $	0.97345	0.97343	0.97409	$0.97345^{+0.00015}_{-0.00016}$
$ V_{cb} $	0.04082	0.03748	0.01090	$0.0410^{+0.0011}_{-0.0007}$
$ V_{td} $	0.00869	0.00813	0.00184	$0.00862^{+0.00026}_{-0.00020}$
$ V_{ts} $	0.04003	0.03674	0.01091	$0.0403^{+0.0011}_{-0.0007}$
$ V_{tb} $	0.999160	0.999291	0.999939	$0.999152^{+0.000030}_{-0.000045}$
$ V_{td} / V_{ts} $	0.2171	0.2213	0.1685	0.21 ± 0.04
χ^2	0.350	40.456	2752	
F_d	12	11.938	11.381	12

error reportado experimentalmente. En la ecuación (3.18) del capítulo anterior se presenta la forma de la matriz V_{ckm} teórica la cual es unitaria. La suma de dos ángulos internos de los triángulo unitario se determina el valor del tercero. Los valores presentados en la tabla 4.3 de los ángulos α y γ se obtuvieron a partir de las ecuaciones (3.11) y (3.13), el valor del ángulo β de la condición de unitariedad, con lo que se asegura la existencia del triángulo unitario y que

la suma de los tres ángulos deber ser 180. Por último el valor teórico reportado para el invariante de Jarlskog se calculó de la ecuación (3.9).

Tabla 4.3: Valores teóricos obtenidos de α , β , γ y J para las texturas con cuatro ceros de Fritzsch (F4) para las matrices de masa presentadas en la tabla 3.3 y los valores experimentales.

	Koide	Emmanuel-Costa	Xing	exp
α	87.9	84.6	84.6	$89.0^{+4.4}_{-4.2}$
γ	70.7	72.8	48.0	73^{+22}_{-25}
β	21.3	22.6	47.4	$21.1495^{+0.905}_{-0.8787}$
$J(10^{-5})$	2.901	2.64	0.333	$2.91^{+0.19}_{-0.11}$

Los parámetros de entrada con los que se obtuvieron los valores reportados en las tablas 4.2 y 4.3 se presentan en la tabla 4.4. Los intervalos de las masas son los presentados en la tabla 3.3 y los intervalos para los parámetros D_q son escogidos de tal manera que los elementos de la matriz simétrica \tilde{M}_q de la ecuación (3.17) sean reales. Los valores de las fases en los últimos tres renglones son libres y sin relación alguna, sus intervalos son de $0 \leq f_i \leq 360$. En la tabla 4.4, entre todas las soluciones en las que se obtuvo un valor de la función deseabilidad de doce, utilizando las masas de Koide, se presenta el conjunto al que le corresponde un valor menor de χ^2 . En las otras dos columnas se presentan los conjuntos de valores para los parámetros de entrada con los que se obtuvo el mayor valor de la función deseabilidad.

Dado que con las masas de Koide se pudieron ajustar simultáneamente los

Tabla 4.4: Valores de los parámetros con los que se obtienen los resultados de los ajustes numéricos presentados en las tablas 4.2 y 4.3.

	Koide	Emmanuel-Costa	Xing
m_u	0.00274	0.00199	0.00176
m_c	0.61606	0.55000	0.66717
m_t	169.567	170.661	169.954
D_u	159.783	164.387	106.365
m_d	0.00403	0.00210	0.00485
m_s	0.10409	0.07499	0.10495
m_b	2.97899	2.87811	2.80000
D_d	2.80023	2.76944	1.72287
f_1	75.60	135.71	10.79
f_2	74.97	135.74	104.53
f_3	75.77	136.73	104.73

módulos de la matriz de mezcla y los parámetros de la violación de CP teóricos a los datos experimentales cuando las matrices de masa presentan texturas de Fritzsch con dos ceros en ambos sectores (F4), se usan estos intervalos de masa para intentar obtener resultados que se ajusten a los datos experimentales utilizando texturas diferentes. Los modelos que se usaron para las matrices de masa fueron las texturas de Fritzsch con cinco ceros (F2F3 y F3F2) y la textura de Fritzsch con cuatro ceros (F4), y las texturas I y IV de Ramond, las cuales son presentadas en la tabla 4.1. Los cinco resultados se obtuvieron utilizando

algoritmos genéticos durante 2160 generaciones.

Tabla 4.5: Valores teóricos obtenidos de $|V_{ij}|$ utilizando las texturas presentadas en la tabla 4.1 para las matrices de masa de Koide presentadas en la tabla 3.3.

$ V_{ckm} ^{teo}$	F4-90	F2F3	F3F2 (II)	F2R1 (IV)	R1F2 (I)	$ V_{ckm} ^{exp}$
$ V_{ud} $	0.97415	0.97415	0.97047	0.97263	0.96233	0.97428 ± 0.00015
$ V_{us} $	0.22591	0.22590	0.22460	0.22550	0.22460	0.2253 ± 0.0007
$ V_{ub} $	0.00055	0.00026	0.08803	0.05601	0.15320	$0.00347^{+0.00016}_{-0.00012}$
$ V_{cd} $	0.22590	0.22590	0.22569	0.22590	0.22773	0.2252 ± 0.0007
$ V_{cs} $	0.97409	0.97415	0.97418	0.97414	0.97366	$0.97345^{+0.00015}_{-0.00016}$
$ V_{cb} $	0.01083	0.00151	0.00594	0.00375	0.01072	$0.0410^{+0.0011}_{-0.0007}$
$ V_{td} $	0.00244	0.00026	0.08521	0.05437	0.14849	$0.00862^{+0.00026}_{-0.00020}$
$ V_{ts} $	0.01056	0.00152	0.02291	0.01395	0.03915	$0.0403^{+0.0011}_{-0.0007}$
$ V_{tb} $	0.999941	0.999999	0.996100	0.998423	0.988138	$0.999152^{+0.000030}_{-0.000045}$
$ V_{td} / V_{ts} $	0.2307	0.1685	3.7184	3.8969	3.7925	0.21 ± 0.04
χ^2	2922.87	4579.7	374586	141387	1260082	
F_d	11.662	11.567	10.046	10.310	9.583	12

Se observa en el último renglón de la tabla 4.4 que con ninguna textura se pudo obtener resultados que se ajusten satisfactoriamente a los datos experimentales. En la primera columna se presentan los resultados de imponer que la fase f_1 sea de 90 grados y las otras dos fases tomen un valor de cero usando el modelo de 4 ceros de Fritzsch la función deseabilidad no alcanzó su valor máximo, por esto el ajuste es malo. Al resto de las texturas se les permitió como parámetro

libre la matriz de fases y no ajustaron los datos experimentales, teniendo un mejor resultado aquellas donde la matriz de masa del sector u presenta la textura de dos ceros de Fritzsch, y de ellas la textura de cinco ceros de Fritzsch (F2F3) ajusta mejor (la función de desajuste es mayor y el valor de χ^2 menor) que la cuarta textura de Ramond (F2R1).

En la tabla 4.6 se presentan los valores de los parámetros de la violación de CP correspondientes a las matrices de mezcla con las que se obtuvo la tabla 4.5 y fueron calculados de la misma manera antes explicada.

Tabla 4.6: Valores teóricos ajustados de los observables α , β , γ y J para las cinco texturas presentadas en la tabla 4.1 utilizando las masas de Koide.

	F4-90	F2F3	F3F2 (II)	F2R1 (IV)	R1F2 (I)	exp
α	84.6	84.6	0.82	0.87	0.91	$89.0^{+4.4}_{-4.2}$
γ	82.7	48.0	64.9	76.7	73.1	73^{+22}_{-25}
β	12.6	47.4	114.2	102.4	106.0	$21.1495^{+0.905}_{-0.8787}$
$J(10^{-5})$	0.006	10.38	30.73	4.478	34.446	$2.91^{+0.19}_{-0.11}$

Los parámetros de entrada con los que se obtuvieron los valores reportados en las tablas 4.5 y 4.6 se presentan en la tabla 4.7. Los valores de las fases en los últimos tres renglones de la primera columna (F4-90) corresponden a las restricciones impuestas al espacio de los parámetros de entrada. El valor de cero para D_d y D_u en la segunda (F2F3) y tercera (F3F2) columna respectivamente corresponden a las restricciones propias de ambos modelos de texturas. El valor de cero para D_d y D_u en la tercera (F3F2) y cuarta (F2R1) columna respectiva-

mente corresponden a los valores encontrados por el AG¹. En la última columna se presentan los intervalos de masa reportados por Koide.

Tabla 4.7: Valores de los parámetros con los que se obtienen los resultados de los ajustes numéricos presentados en las tablas 4.5 y 4.6

	F4-90	F2F3	F3F2 (II)	F2R1 (IV)	R1F2 (I)	masa de Koide
m_u	0.00188	0.00193	0.00275	0.00275	0.00275	$0.00233^{+0.00045}_{-0.00042}$
m_c	0.73296	0.61834	0.73299	0.61600	0.61600	$0.677^{+0.056}_{-0.61}$
m_t	173.461	178.497	168.000	193.999	168.408	181 ± 13
D_u	109.954	5.315	0.0	0.00000	*	
m_d	0.00503	0.00528	0.00529	0.00529	0.00529	$0.00469^{+0.0060}_{-0.0066}$
m_s	0.10519	0.10499	0.08040	0.08040	0.08040	$0.0934^{+0.0118}_{-0.0130}$
m_b	2.89000	2.89000	3.10999	2.89000	3.11000	3 ± 0.11
D_d	1.79936	0.0	0.00000	*	0.00000	
f_1	90.0	269.94	1.47	205.87	98.2	
f_2	0.0	0.001	62.69	268.73	162.5	
f_3	0.0	0.076	62.93	0.00	0.00	

Como se sabe en la naturaleza solo hay una fase responsable de la violación de CP , además los observables de la matriz de mezcla de los quarks son invariantes ante el refasamiento de los quarks. En el ajuste numérico presentado en la tabla 4.4 se ve claramente que en los tres casos dos fases son iguales entre sí, por lo

¹Los parámetros en los que aparece * no son libres, y están determinados a partir de las masas de los quarks.

que se puede absorber una fase en los campos de los quarks quedándose con una sola fase responsable de la violación de CP en el modelo. Por esta razón se hizo un ajuste numérico con las masas de Koide haciendo que una fase sea igual a cero, $f_2 = 0$, y las otras dos fases sean iguales entre sí, $f_1 = f_3$, pero variando libremente. Para lo anterior se usó la textura con cuatro ceros de Fritzsch (F4) y las matrices de masa que se obtienen de este ajuste son las siguientes,

$$M_u = \begin{pmatrix} 0 & 0.16877 & 0 \\ 0.16877 & 171.67256 & 44.34728 \\ 0 & 44.34728 & 10.80211 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

donde la matriz de masa para los quarks u es real y toda la violación de CP viene de la matriz de masa compleja del sector d

$$M_d = \begin{pmatrix} 0 & 0.12462e^{-0.80017i} & 0 \\ 0.12462e^{0.80017i} & 2.75342 & 0.72220e^{0.80017i} \\ 0 & 0.72220e^{-0.80017i} & 0.08719 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Con estas matrices de masa la función deseabilidad toma su valor máximo, $F_d = 12$, por lo tanto todos los observable se ajustan simultáneamente a los datos experimentales.

Capítulo 5

Conclusiones

Las texturas de Fritzsch con 2 ceros en ambos sectores permiten un excelente ajuste ($F_d = 12$ y $\chi^2 = 0.350$) a los datos experimentales, utilizando los valores de los intervalos de masas para los quarks reportados por Koide. Los nueve módulos de los elementos de la matriz de mezclas, los tres ángulos del triángulo unitario y el invariante de Jarlskog obtenidos están de acuerdo con los valores centrales reportados [19]. Las texturas no permiten hacer predicciones para la matriz de mezclas ya que se tienen más de cuatro parámetros en la matriz de mezcla teórica.

El ajuste numérico sugiere que los tres pares de texturas de Robert [4] estudiadas en el presente trabajo (F3F2, F2R1 y R1F2) son reducidas de texturas con cinco ceros a texturas con seis ceros, en donde el parámetro libre D_q es ajustado en la optimización a cero.

Con el conjunto de masas de los quarks reportado por Koide, la textura con cuatro ceros (F4) en las matrices de masa y las restricciones en el espacio de los parámetros de las fases no se consiguió un resultado óptimo, ya que la función

deseabilidad $F_d = 11.662$ no es 12 y la $\chi^2 = 2922.9$ es muy grande. Para la textura F4 no se pudo encontrar un resultado compatible con el maximal en el invariante de Jarlskog.

A partir de los datos presentados en la tabla 4.2 se concluye que no se pudo ajustar a los datos experimentales de la mezcla de los quarks y violación de CP con las masas reportadas por Xing y Emmanuel-Costa utilizando texturas de Fritzsch con dos ceros en ambos sectores.

A partir de las masas de Koide no se pudo obtener que la matriz de mezcla, los ángulos del triángulo unitario y el invariante de Jarlskog ajustaran de manera simultánea con los otros cuatro pares de texturas de cinco ceros estudiados.

La optimización con AG no es un método exhaustivo por lo tanto no se puede asegurar que los modelos en los que no se pudo obtener el valor máximo de la función deseabilidad no sean compatibles con los datos experimentales. Es posible que si las funciones deseabilidad individuales sean iguales a la propuesta por Derringer, y en lugar de que la función deseabilidad sea la suma de las doce funciones individuales sea la media geométrica, se obtengan mejores resultados. Otra posible mejora es que la selección no sea elitista, ya que esta elección pudo crear cúmulos grandes de soluciones optimizando un mínimo local.

Una propuesta para darle continuidad a este trabajo es agregar hipótesis de nueva física, como la presentada en el capítulo 3 [7], a los modelos con los que no se puedan obtener resultados que se ajusten a los datos experimentales, con la intención de investigar si con ellas si es posible. Otra propuesta está dirigida a la mejora del método. Por ejemplo, además de comparar la eficiencia del AG actual contra aquél donde se apliquen las propuestas del párrafo anterior, se podrían

obtener los intervalos en los parámetros de entrada para los cuales la función deseabilidad sea 12.

Apéndice A

Mecanismo de Higgs

Cuando existe rompimiento de simetría el resultado es un campo vectorial con masa, junto con el campo escalar del Higgs que también tiene masa. Que un generador \mathcal{G} deje invariante el vacío significa que

$$e^{i\alpha\mathcal{G}}\langle\Phi\rangle_0 = \langle\Phi\rangle_0.$$

Para una transformación infinitesimal lo anterior se expresa como

$$(1 + i\alpha\mathcal{G})\langle\Phi\rangle_0 = \langle\Phi\rangle_0,$$

así que la condición para que \mathcal{G} deje invariante el vacío es

$$\mathcal{G}\langle\Phi\rangle_0 = 0.$$

Si los generadores de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ rompen la simetría local, los bosones de norma correspondientes adquirirán masa. Se busca que sólo uno de ellos, el fotón, permanezca sin masa. Para los generadores de $SU(2)_L \times U(1)_Y$ se tienen

los siguientes cálculos

$$\tau_1 \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\tau_2 \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -iv \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (\text{A.2})$$

$$\tau_3 \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -v \end{pmatrix} \neq 0, \quad (\text{A.3})$$

$$Y \langle \Phi \rangle_0 = +1 \langle \Phi \rangle_0 \neq 0, \quad (\text{A.4})$$

con lo que se ve que hay rompimiento de simetría. Utilizando la relación de Gell-Mann-Nishijima (2.11) se observa que

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{2} \left(\tau_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \Phi \rangle_0 = 0. \quad (\text{A.5})$$

Los cuatro generadores rompen la simetría (A.1-A.4), pero la combinación lineal correspondiente a la carga eléctrica (2.11) deja invariante el vacío (A.5), así el fotón permanecerá sin masa ¹

En la lagrangiana de Higgs (2.15) la energía potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$ tiene la forma

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \frac{m^2}{2v^2} [(\Phi^\dagger \Phi) - v^2]^2.$$

Cuando se sustituye el valor del estado excitado (2.16) se obtiene el potencial del Higgs después del rompimiento espontáneo de simetría, cuya expresión es

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = m^2 h^2 + \frac{m^2 h^3}{\sqrt{2}v} + \frac{m^2 h^4}{8v^2} = V(h), \quad (\text{A.6})$$

¹Para mayor detalle en la lagrangiana de Higgs ver apéndice 1

con lo cual la densidad lagrangiana invariante de norma localmente para el Higgs es

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(h)$$

donde D_μ es la derivada covariante dada por (2.6). Entonces, usando (2.16) la lagrangiana toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Phi &= \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{g_2^2}{4} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) (W^{1\mu} - iW^{2\mu}) \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ &+ \left[\frac{g_2^2}{4} W_\mu^3 W^{3\mu} - \frac{g_1 g_2}{2} W_\mu^3 B^\mu + \frac{g_1^2}{4} B_\mu B^\mu \right] \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 - V(h) \end{aligned}$$

que se reduce a

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{g_2^2}{2} W_\mu^- W^{+\mu} \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{4} (g_2^2 + g_1^2) Z_\mu Z^\mu \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 - V(h). \quad (\text{A.7})$$

Los términos en (A.7) proporcionales al cuadrado de v son términos de masa. Los campos de los bosones $W^{1\mu}$ y $W^{2\mu}$ fueron reemplazados por la combinación lineal de ellos

$$W^\pm \equiv \frac{(W_1^\mu \mp iW_2^\mu)}{\sqrt{2}}. \quad (\text{A.8})$$

La forma de Z^μ es

$$Z^\mu = W^{3\mu} \cos \theta_W - B^\mu \sin \theta_W, \quad (\text{A.9})$$

donde

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{(g_1^2 + g_2^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g_1}{(g_1^2 + g_2^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

A θ_W se le llama el ángulo de Weinberg. Se observa en (A.7) que después del rompimiento de simetría los bosones de norma $W^{\pm\mu}$ y Z^μ adquieren masa.

Apéndice B

Código

Código en Matlab 8 [30] de la función que se usa para poner a prueba los modelos de texturas utilizando algoritmos genéticos y las funciones que se usan en ella.

B.1. Algoritmo Genético

```
%% Algoritmo Genetico
% Proporciona los valores de las masas, fases y parametros libres que mejor
% ajusten a los valores experimentales a los modelos de las texturas en las
% matrices de masa.
%Los parametros de entrada son n= el tamano de la poblacion.
%bmasas=intervalos de masas que se usan 1=Xing, 2=Koide y 3=Emmanuel-Costa
%bpdg =datos experimentales con los que se compararan los modelos,
%dependiendo del ano
%bt = al modelos de la textura puesto a prueba 1=F4, 2=F2F3, 3=F3F2, 4=F2R1
```


% y 5=R1F2.

```
function [poblacion,hist] = funalg_texturas_ultimate3(n,bmasa,bpdg,bt)
```

```
%% Parametros iniciales
```

```
% Se configura el Algoritmo definiendo parametros analogos en la Genetica
```

```
format long
```

```
%Se crean la poblacion inicial y se cargan los datos experimentales.
```

```
 %[poblacion,imu,imd,V,Vint,Ver,angu]=fundatexp(n,bmasa,bpdg);
```

```
generaciones = 15;
```

```
%Numero de generaciones que se dejara evolucionar
```

```
%al sistema
```

```
guardar      = 3;
```

```
%Numero de datos que se guardan
```

```
nC           = 20;
```

```
%Numero de cuates por parejas
```

```
migra        = 0;
```

```
%Generacion espontanea
```

```
probabilidad = 1.0;
```

```
% probabilidad de que cada gen mute
```

```
hist=ones(guardar,12);
```

```
%Se crea la matriz hist. Donde se guarda la
```

```
%evolucion de la poblacion
```

```
par=11;
```

```
%Parametros
```

```
obs=1;
```

```
%Observables
```

```
%Maximo valor de la mutacion
```

```
mutacion = [0.00000250 0.0003 0.0115 0.00250 0.00000350 0.00075 0.00035 0.0025
```

```
0.01 0.01 0.01]/5;
```

```
%% Poblacion  $\frac{1}{2}n$  inicial
```

```

% Se genera aleatoriamente una poblacion inicial de posibles soluciones.
% Las primeras 4 columnas representan los genes del sector u. Las
% siguientes 4 columnas representan los genes del sector d. Las ultimas 4
% columnas son las 3 fases posibles y la funcion deseabilidad.
% Cada uno de los n individuos (renglones) representa una posible soluciöi1/2n.
%poblacion = rand(n,2);
imu=zeros(2,4);
imd=zeros(2,7);
[poblacion,imu,imd,V,Vint,Ver,ang]=fundatexp(n,bmasa,bpdg);

%% Iteraciones
% La poblacion de soluciones evoluciona mediante la cruza y mutacion
for ci= 1:guardar
    hw = waitbar(0,'Evolucionando...');
    for i = 1:generaciones
        temporal=zeros(2*(n*(nC+1)+migra),par+obs);
        %% Orden aleatorio de parejas
        % La formacion de parejas para la reproduccion es aleatoria
        poblacion(:,par+1:obs+par) = rand(n,obs);
        poblacion = sortrows(poblacion,+(par+1));
        temporal(1:n,:) = poblacion;
    %% Cruza
    for j=1:n/2
        mama=rand(nC,par+obs)>0.5;

```

```

        papa=~mama;

        temporal(n+1+(2*nC*(j-1)):n+(2*nC*(j-1))+nC,:) =
repmat(poblacion(2*j,:),nC,1).*mama + repmat(poblacion(2*j-1,:),nC,1).*papa;

        temporal(n+1+nC+(2*nC*(j-1)):n+nC+(2*nC*(j-1))+nC,:) =
repmat(poblacion(2*j,:),nC,1).*papa + repmat(poblacion(2*j-1,:),nC,1).*mama;

    end

%Generacion Espontanea

    temporal(n*(nC+1)+1:n*(nC+1)+migra,:) = [repmat(imu(1,:),migra,1)+
repmat((imu(2,:)-imu(1,:)),migra,1).*rand(migra,4) repmat(imd(1,:),migra,1)+
repmat((imd(2,:)-imd(1,:)),migra,1).*rand(migra,7) rand(migra,obs)];

    s=n*(nC+1)+migra;

%% Mutacion

    %Se calcula la mutacion, los limites permitidos y se muta.

    muta=(rand(s,par+obs)*2-1).*repmat([mutacion zeros(1,obs)],s,1);

    mayor=[repmat(imu(2,:),s,1)-temporal(1:s,1:4) repmat(imd(2,:),s,1)-
temporal(1:s,5:11) zeros(s,obs)];

    menor=[repmat(imu(1,:),s,1)-temporal(1:s,1:4) repmat(imd(1,:),s,1)-
temporal(1:s,5:11) ones(s,obs)];

    b=(rand(s,par+obs)<probabilidad).*(mayor>muta).*(menor<muta);

    temporal(s+1:2*s,:)=temporal(1:s,:)+b.*muta;

%% Calculo de la aptitud (o viabilidad)

    % La columna numero 12 de poblacion representa la aptitud (viabilidad)

    % de la solucion, mayor es mejor.

    temporal=funaptult(temporal,V,Vint,ang,bt);

```

```

        temporald = unique(temporal,'rows');
        temporalb = sortrows(temporald,-12);
        s = min([size(temporalb,1),n]);
    %Seleccion
        poblacion = temporalb(1:s,:);
        waitbar(i/generaciones,hw)
    end
    close(hw)
    hist(ci,:)=poblacion(1,:);
end

```

B.2. Datos experimentales

```

%% Datos experimentales
%%Proporciona los valores experimentales de los observables (los modulos de
%%la matriz de mezcla y la fenomenologia de la violacion de CP) ademas de
%%los intervalos permitidos para las masas, reportados por Xing, Koide y
%%Emmanule-Costa.
%%Los parametros de entrada son
%n= El tamano de la poblacion.
%bmasa= Los intervalos de masa desados 1 Xing, 2 Koide y 3. Emmanuel-Costa
%bpdg = Los valores reportados en PDG dependiendo del a~no 1=2008 y
%2=2010.

```



```

imu(:,1)=0.00233 +[-0.00045;0.00042];      %masa del quark u 1.4+0.6-0.5
imd(:,1)=0.00469 +[-0.00066;0.00060];      %masa del quark d 2.8+-0.7
imd(:,2)=0.0934  +[-0.0130;0.0118];        %masa del quark s 60+15-19
imu(:,2)=0.677   +[-0.061;0.056];          %masa del quark c 0.64+0.07-0.09
imd(:,3)=3       +[-0.11;0.11];            %masa del quark b 2.84+0.17-0.08
imu(:,3)=181     +[-13;13];                %masa del quark t 170.1+-2.3
end

if bmasa == 3

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Emmanuel-Costa 2009 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

imu(:,1)=0.0014  +[-0.0005;0.00060];      %masa del quark u 1.4+0.6-0.5
imd(:,1)=0.00280 +[-.0007;0.0007];        %masa del quark d 2.8+-0.7
imd(:,2)=0.060   +[-0.0190;0.015];        %masa del quark s 60+15-19
imu(:,2)=0.64    +[-0.09;0.07];           %masa del quark c 0.64+0.07-0.09
imd(:,3)=2.89    +[-0.08;0.17];           %masa del quark b 2.84+0.17-0.08
imu(:,3)=170.1   +[-2.3;2.3];             %masa del quark t 170.1+-2.3
end

imu(:,4)=[0;sum(imu(:,3),1)/2];            %intervalo del Parametro libre
imd(:,4)=[0;sum(imd(:,3),1)/2];            %intervalo del Parametro Libre
imd(:,5)=2*pi*[0;1];                      %Intervalo de los angulos
imd(:,6)=2*pi*[0;1];                      %Intervalo de los angulos
imd(:,7)=2*pi*[0;1];                      %Intervalo de los angulos

```

```
%Modulos de la matriz de mezcla y sus errores
```

```
if bpdg == 1
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PDG 2008 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
V(1,1) = 0.97419;
```

```
V(1,2) = 0.2257;
```

```
V(2,1) = 0.2256;
```

```
V(2,2) = 0.97334;
```

```
V(2,3) = 0.0415;
```

```
V(1,3) = 3.59/10^3;
```

```
V(3,1) = 8.74/10^3;
```

```
V(3,2) = 40.7/10^3;
```

```
V(3,3) = 0.999133;
```

```
Vint=zeros(3,3,2);
```

```
Vint(1,1,1)=-0.00022;
```

```
Vint(1,2,1)=-0.0010;
```

```
Vint(1,3,1)=-0.00016;
```

```
Vint(2,1,1)=-0.0010;
```

```
Vint(2,2,1)=-0.00023;
```

```
Vint(2,3,1)=-0.0011;
```

```
Vint(3,1,1)=-0.00037;
```

```
Vint(3,2,1)=-0.0010;
```

```
Vint(3,3,1)=-0.00043;
```

```

Vint(1,1,2)=0.00022;
Vint(1,2,2)=0.0010;
Vint(1,3,2)=0.00016;
Vint(2,1,2)=0.0010;
Vint(2,2,2)=0.00023;
Vint(2,3,2)=0.0010;
Vint(3,1,2)=0.00026;
Vint(3,2,2)=0.0010;
Vint(3,3,2)=0.00044;

ang(1,1) = 3.05/10^5;          %PDG 2008
ang(2,1) = 0.20/10^5;          %PDG 2008
ang(1,2) = 88;                 %PDG 2008
ang(2,2) = 6.0;                %PDG 2008
ang(1,3) = 77;                 %PDG 2008
ang(2,3) = 32;                 %PDG 2008

end

if bpdg == 2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% PDG 2010 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
V(1,1) = 0.97428;
V(1,2) = 0.2253;
V(2,1) = 0.2252;

```



```
V(2,2) = 0.97345;  
V(2,3) = 0.0410;  
V(1,3) = 3.47/10^3;  
V(3,1) = 8.62/10^3;  
V(3,2) = 40.3/10^3;  
V(3,3) = 0.999152;  
  
Vint=zeros(3,3,2);  
Vint(1,1,1)=-0.00015;  
Vint(1,2,1)=-0.0007;  
Vint(1,3,1)=-0.00012;  
Vint(2,1,1)=-0.0007;  
Vint(2,2,1)=-0.00016;  
Vint(2,3,1)=-0.0007;  
Vint(3,1,1)=-0.00020;  
Vint(3,2,1)=-0.0007;  
Vint(3,3,1)=-0.00045;  
Vint(1,1,2)=0.00015;  
Vint(1,2,2)=0.0007;  
Vint(1,3,2)=0.00016;  
Vint(2,1,2)=0.0007;  
Vint(2,2,2)=0.00015;  
Vint(2,3,2)=0.0011;  
Vint(3,1,2)=0.00026;
```

```

Vint(3,2,2)=0.0011;

Vint(3,3,2)=0.00030;


ang(1,1) = 2.91/10^5;          %PDG 2010
ang(2,1) = 0.19/10^5;          %PDG 2010
ang(1,3) = 89;                 %PDG 2010
ang(2,3) = 4.4;                %PDG 2010
ang(1,2) = 73;                 %PDG 2010
ang(2,2) = 25;                 %PDG 2010

end

Ver = max(abs(Vint(:,:,1)),Vint(:,:,2));

%Poblacion inicial
poblacion=[repmat(imu(1,:),n,1)+repmat(imu(2,)-imu(1,:),n,1).*rand(n,4)
repmat(imd(1,:),n,1)+repmat(imd(2,)-imd(1,:),n,1).*rand(n,7)];

```

B.3. Matriz de mezcla

```

%% Matriz Vckm

%Se calcula la matriz de mezcla Vckm, y se unico valor de salida es el
%valor de la funcion deseabilidad, e.

%Los parametros de entrada son las matrices que diagonalizan a las matrices
%de masa del sector u y el sector d (Ou y Od)

```

```

%La matriz de fase, f, de la matriz de mezcla
%El valor central de los modulos de la matriz de mezcla
%Los intervalos permitidos para los modulos de la matriz de mezcla
%Los valores centrales de los observables de la violacion de CP

function [e]=funmatvu(Ou,Od,f,V,Vint,ang)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Parametros de las rectas de funcion deseabilidad %%%%%%%%%%
penPos=1./(1-V-Vint(:, :, 2));
penPos(1,1)=1./(V(1,1)+Vint(1,1,1));
penPos(2,2)=1./(V(2,2)+Vint(2,2,1));
penPos(3,3)=1./(V(3,3)+Vint(3,3,1));
b1=(1-2*V-Vint(:, :, 1)-Vint(:, :, 2))./(1-V-Vint(:, :, 2));
b1(1,1)=0;
b1(2,2)=0;
b1(3,3)=0;
b2=1./(1-V-Vint(:, :, 2));
b2(1,1)=(2*V(1,1)+Vint(1,1,2)+Vint(1,1,1))/(V(1,1)+Vint(1,1,1));
b2(2,2)=(2*V(2,2)+Vint(2,2,2)+Vint(2,2,1))/(V(2,2)+Vint(2,2,1));
b2(3,3)=(2*V(3,3)+Vint(3,3,2)+Vint(3,3,1))/(V(3,3)+Vint(3,3,1));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Calculos %%%%%%%%%%
VckmC = Ou*diag(exp(1i*f))*Od;

```

[illegible]

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
f1=1;
```

```
if (fas(3)<ang(1,3)-ang(2,3))
```

```
    f1=1/(360-ang(1,3)-ang(2,3))*fas(3)+1-(ang(1,3)-ang(2,3))/(360-ang(1,3)-  
    ang(2,3));
```

```
end
```

```
if (fas(3)>ang(1,3)+ang(2,3))
```

```
    f1=-1/(360-ang(1,3)-ang(2,3))*fas(3)+360/(360-ang(1,3)-ang(2,3));
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
f2=1;
```

```
if (fas(2)<ang(1,2)-ang(2,2))
```

```
    f2=1/(360-ang(1,2)-ang(2,2))*fas(2)+1-(ang(1,2)-ang(2,2))/(360-ang(1,2)-  
    ang(2,2));
```

```
end
```

```
if (fas(2)>ang(1,2)+ang(2,2))
```

```
    f2=-1/(360-ang(1,2)-ang(2,2))*fas(2)+360/(360-ang(1,2)-ang(2,2));
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
f3=1; %Invariante de Jarlskog
```

```
if (fas(1)<ang(1,1)-ang(2,1))
```

```
    f3=1/(1+ang(1,1)-ang(2,1))*(fas(1)+1);
```

```
end
```

```
if (fas(1)>ang(1,1)+ang(2,1))
```

```

f3=1/(1+ang(1,1)-ang(2,1))*(2*ang(1,1)+1-fas(1));

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Resultados %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
d =sum(sum(err,1),2);

e = d+f1+f2+f3;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

B.4. Aptitud

```

%% Funcion deseabilidad

% Obtiene el valor de la funcion deseabilidad dependiendo de la textura
% presente en el modelo.

%Los parametros de entrada son masa=poblacion

%V = el valor central de los modulos de la matriz de mezcla

%Vint= los intervalos de los modulos de la matriz de mezcla

%bt = la textura puesta usada

function [masa]=funaptult(masa,V,Vint,ang,bt)

s=size(masa,1);

%Textura de Fritzsich con 4 ceros

if bt == 1

```

```

    for p=1:s
        Ou=Fritzs2(masa(p,1:3),masa(p,4));
        Od=Fritzs2(masa(p,5:7),masa(p,8));
        f=masa(p,9:11);
        [masa(p,12)]=funmatvu(Ou',Od,f,V,Vint,ang);
    end
end

%Textura de 5 ceros de Fritzs
if bt == 2
    for p=1:s
        Ou=Fritzs2(masa(p,1:3),masa(p,4));
        Od=Fritzs3(masa(p,5:7),masa(p,8));
        f=masa(p,9:11);
        [masa(p,12)]=funmatvu(Ou',Od,f,V,Vint,ang);
    end
end

%Textura de Ramond II
if bt == 3
    for p=1:s
        Ou=Fritzs3(masa(p,1:3),masa(p,4));
        Od=Fritzs2(masa(p,5:7),masa(p,8));
        f=masa(p,9:11);
        [masa(p,12)]=funmatvu(Ou',Od,f,V,Vint,ang);
    end
end

```

```

end

%Textura de Ramond IV

if bt == 4

    for p=1:s

        Ou=Fritzs2(masa(p,1:3),masa(p,4));

        Od=RRR1(masa(p,5:7),masa(p,8));

        f=masa(p,9:11);

        [masa(p,12)]=funmatvu(Ou',Od,f,V,Vint,ang);

    end

end

%Textura de Ramond I

if bt == 5

    for p=1:s

        Ou=RRR1(masa(p,1:3),masa(p,4));

        Od=Fritzs2(masa(p,5:7),masa(p,8));

        f=masa(p,9:11);

        [masa(p,12)]=funmatvu(Ou',Od,f,V,Vint,ang);

    end

end

```

B.5. Texturas

B.5.1. Textura de Fritzs

```

%%Textura de Fritzs con tres ceros

```



```

%Los valores de entrada de la funcion son las masas de los quarks del
%sector al que se le aplica dicho modelo. El resultado es la matriz que
%diagonaliza la la matriz de masas.
%Oq es la matriz diagonalizadora.
%mmqd es la matriz de masa diagonalizada.
%Elementos de la matriz de masas
function [Oq]=Fritzsch3(m)
Cq=m(1)-m(2)+m(3);
Aq=(m(1)*m(2)*m(3)/Cq)^(0.5);
Bq=(m(1)*m(2)+m(2)*m(3)-m(1)*m(3)-Aq^2)^(1/2);
%Matriz de masa
Mq=[0,Aq,0;Aq,0,Bq;0,Bq,Cq];
[Oq,mmud]=eig(Mq);

```

B.5.2. Textura de Fritzsch modificada

```

%%Textura modificada de Fritzsch
%Los valores de entrada de la funcion son las masas de los quarks del
%sector al que se le aplica dicho modelo, y el valor del parametri libre
%Dq. El resultado es la matriz que diagonaliza la la matriz de masas.
%Oq es la matriz diagonalizadora.
%mmqd es la matriz de masa diagonalizada.
%Elementos de la matriz de masas
function [Oq,Mq]=Fritzsch2(m,Dq)

```

```

Cq=(m(1)-m(2)+m(3))-Dq;
Aq=(m(1)*m(2)*m(3)/Cq)^(0.5);
Bq=(Cq*Dq+m(1)*m(2)+m(2)*m(3)-m(1)*m(3)-Aq^2)^(1/2);

%Matriz de masa
Mq=[0,Aq,0;Aq,Dq,Bq;0,Bq,Cq];
[Oq,mmud]=eig(Mq);

```

B.5.3. Textura de Ramond *et al.*

```

%%Textura de Ramond, Robert y Ross
%Los valores de entrada de la funcion son las masas de los quarks del
%sector al que se le aplica dicho modelo. El resultado es la matriz que
%diagonaliza la la matriz de masas.
%Oq es la matriz diagonalizadora.
%mmqd es la matriz de masa diagonalizada.
%Calculo del elemento Cu
function [Oq]=RRR1(m)
    Cq=m(3);
    for i=1:100
        Cq=(Cq^2*(m(1)-m(2)+m(3))+Cq*(m(1)*m(2)+m(2)*m(3)-m(1)*m(3))-
m(1)*m(2)*m(3))^(1/3);
    end
    %Cq
    Dq=m(1)-m(2)+m(3)-Cq;

```

```
Aq=(m(1)*m(2)*m(3)/Cq)^(0.5);  
%Matriz de masa  
Mq=[0,Aq,0;Aq,Dq,0;0,0,Cq];  
[Oq,mmqd]=eig(Mq);  
end
```

Bibliografía

- [1] H. Fritzsch y Z. Z. Xing, arXiv:hep-ph/9912358v2.
- [2] N. Mahajan, R. Verma y M. Gupta, arXiv:0909.4843v1.
- [3] G. C. Branco, D. Emmanuel-Costa y R. González Felipe, arXiv:hep-ph/9911418v1.
- [4] P. Ramond, R. G. Roberts y G. G. Ross, Nucl. Phys. B **406** (1993) 19.
- [5] E. Rodríguez-Juáregui, arXiv:hep-ph:0104092v1.
- [6] D. Emmanuel-Costa y C. Simões, arXiv:0903.0564v2.
- [7] G. C. Branco, M. N. Rebelo y J. I. Silva-Marcos, arXiv:hep-ph/0612252v1.
- [8] G. C. Branco, M. N. Rebelo y J. I. Silva-Marcos, arXiv:hep-ph/0403016v1.
- [9] Y. Koide, arXiv:hep-ph/0502054v1.
- [10] Y. Koide, arXiv:hep-ph/0411280v2.
- [11] H. Fusaoka y Y. Koide, arXiv:hep-ph/9712201v2.
- [12] H. Fritzsch, arXiv:hep-ph/9807551v1.
- [13] H. Fritzsch y Z. Z. Xing, arXiv:hep-ph/0212195v1.
- [14] J. Bernabéu, arXiv:hep-ph/9706345v1.
- [15] W. Grimus y M. N. Rebelo, UWTHPH-1995-7.
- [16] G. C. Branco, L. Lavoura y J. P. Silva, *CP Violation*. Clarendon Press Institute. Gran Bretaña, 1999.
- [17] C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1039.

- [18] C. Jarlskog, *CP Violation*. World Scientific. Singapur, 1989.
- [19] K. Nakamura, J. Phys. G **37** (2010) 075021.
- [20] I. I. Bigi y A. I. Sanda, *CP Violation*. Cambridge University Press. Reino Unido, 2001.
- [21] I. J. R. Aitchison y A. J. G. Hey, *Gauge theories in the particles physics. Volumen 2*. Institute of physics publishing, tercera edición. Inglaterra, 2004.
- [22] C. Giunti y C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrinos Physics and astrophysics*. Oxford University Press. Gran Bretaña, 2007.
- [23] W. N. Cottingham y D. A. Greenwood *An introduction to the standard model of particle physics* Cambridge University Press, segunda edición. Reino Unido, 2007.
- [24] C. Quigg, *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions*. Advanced book classics. Estados Unidos, 1997.
- [25] D. J. Griffiths, *Introduction to the elementary particles*. John Wily & Sons. Estados Unidos, 1987.
- [26] Z. Z. Xing, H. Zhang y S. Zhou, arXiv:hep-ph/0712.1419v3.
- [27] A. Kuri, *A comprehensive approach to genetic algorithms in optimization and learning theory and applications*. Instituto Politécnico Nacional. México, 1999.
- [28] E. Rojas, *Determinación de la dirección del viento en el golfo de Tehuantepec usando radares de alta frecuencia y algoritmos genéticos*. CICESE, 2009.
- [29] V. Herrera, *Algoritmos genéticos para la solución de problemas con respuestas múltiples*. ITH, 2009.
- [30] Matlab 8.