

# **Técnicas IV**

Daniel Vázquez Lago

Colaboradores:

Elisa Casal

Nerea Arosa

12 de mayo de 2025



# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>I</b>
<b>Prefacio</b>	<b>III</b>
<b>1 Nuclear</b>	<b>1</b>
1.1 Estadística . . . . .	1
1.2 Interacción radiación materia . . . . .	1
1.2.1 Introducción . . . . .	1
1.2.2 Origenes de la ionización . . . . .	2
1.2.3 Interacciones de las partículas cargadas . . . . .	3
1.2.4 Intreacciones de los fotones . . . . .	5
1.2.5 Interacciones de los neutrones . . . . .	5
1.3 Detectores . . . . .	5
1.3.1 Detectores de ionización . . . . .	5
1.3.2 Detectores electrónicos: semiconductores . . . . .	7
1.3.3 Detectores de Centelleo . . . . .	8
1.3.4 Montaje electrónico . . . . .	9
1.3.5 Características de los detectores . . . . .	9
<b>2 Solido</b>	<b>13</b>
2.1 Práctica 1: . . . . .	13
2.2 Práctica 2: . . . . .	13
2.3 Práctica 3: . . . . .	13
2.4 Práctica 4: . . . . .	13
2.5 Práctica 5: . . . . .	13
2.6 Práctica 6: . . . . .	13
2.7 Práctica 7: . . . . .	13
2.8 Práctica 8: . . . . .	13
<i>Exámenes resueltos</i> . . . . .	14
2024 . . . . .	14
Mayo 2015 . . . . .	23
<b>Referencias</b>	<b>25</b>



# Prefacio

Estos apuntes han sido elaborados con el propósito de servir como guía de estudio y consulta para la asignatura de Física. Su contenido intenta recoger, de forma clara y estructurada, los principales conceptos, desarrollos teóricos, ejercicios y aplicaciones que conforman el temario de la materia.

Sin embargo, lejos de considerarse un material cerrado o definitivo, estos apuntes están pensados como un proyecto abierto y en continua evolución. He creado un repositorio en [github](#), donde se encuentra todo el contenido en formato editable. Cualquier persona interesada puede contribuir: ya sea corrigiendo errores, ampliando explicaciones, añadiendo ejemplos, mejorando las figuras o proponiendo nuevas secciones. Las aportaciones pueden ser compartidas conmigo para seguir mejorando colectivamente estos apuntes o, si lo prefieres, puedes trabajar de forma independiente y adaptarlos a tus propias necesidades. El objetivo es construir entre todos unos buenos apuntes de Física, accesibles, claros y útiles.

Espero que este material te resulte útil, y te animo a colaborar o a utilizarlo como base para tus propios proyectos. ¡Buen estudio!



# Capítulo 1

## Nuclear

### 1.1. Estadística

### 1.2. Interacción radiación materia

#### 1.2.1. Introducción

##### **Radiación ionizante y no ionizante**

La radiación se puede clasificar según sus efectos al interaccionar con la materia:

- **Radiación no ionizante:** la de menor energía que la necesaria para ionizar la materia, esto es, por debajo de unos pocos eVs.
- **Radiación directamente ionizante:** puede ionizar la materia mediante interacciones de Coulomb producidas por la carga eléctrica de la radiación incidente (electrones, protones, iones pesados, muones...) con los electrones de los átomos del medio o con los núcleos atómicos.
- **Radiación indirectamente ionizante:** corresponde a partículas neutras (fotones, neutrones,...) que utilizan una interacción en dos pasos: primero transfieren energía cinética a una partícula cargada en el medio, que en un segundo paso ioniza directamente los electrones o núcleos atómicos.

Lógicamente, para que exista radiación ionizante la energía de la partícula debe superar el potencial de ionización del material, por lo que es posible que una partícula sea ionizante en un material y no en otro.

##### **Cuantificación de la radiación**

Las unidades y magnitudes que nos permiten cuantificar la interacción de la radiación son:

- **Actividad:** número de desintegraciones por unidad de tiempo. Se mide en bequerelios (Bq).

- **Exposición:** se define como la capacidad de ionización del aire por un campo de radiación. Es el cociente del valor absoluto de la carga total  $\Delta Q$  dividido por la masa  $\Delta m$  de aire donde se produce esta carga, esto es  $\Delta Q/\Delta m_{aire}$ . Su unidad es el roentgen (R).
- **Dosis:** valor medio de la energía absorbida por unidad de masa del material. Su unidad es el gray (Gy), esto es,  $\Delta E_{ab}/\Delta m$ . La dosis equivalente es la dosis multiplicada por un factor de peso en función del tipo de radiación. Su unidad es el sievert (Sv).

### 1.2.2. Orígenes de la ionización

Para producir una vacante electrónica en un átomo, es decir, ionizarlo, existen varios fenómenos, que dependen tanto del tipo de radiación como del material.

- **Efecto fotoeléctrico.** Ocurre cuando un fotón con energía mayor que la de la ligadura del electrón interacciona con este expulsándolo.
- **Dispersión de Compton.** En esta el fotón transfiere parte de su energía a un electrón ligado.
- **Producción de triplete.** Este fenómeno se produce cuando un fotón de rayos gamma interactúa con un electrón (normalmente libre o débilmente ligado) y genera un par electrón-positrón, además del electrón inicial, que también queda en el estado final. La energía debe ser más grande que 2 veces la masa del electrón.
- **Interacción de Coulomb de una partícula cargada.**
- **Conversión interna.** En este caso el núcleo del átomo, excitado, interacciona con uno de los electrones, expulsándolo. Genera picos de energía muy concretos, ya que los estados excitados solo son unos pocos. Compite con la desexcitación mediante fotones.
- **Captura electrónica.** Sucede cuando un protón captura un electrón del átomo para convertirse en un neutrón (proceso alternativo a la  $\beta^+$ ).
- **Aniquilación de un positrón.** El positrón interacciona con un electrón de un átomo, produciéndose dos fotones.
- **Efecto Auger.** El efecto Auger es un proceso no radiativo mediante el cual un átomo excitado se desexcita expulsando un electrón, en lugar de emitir un fotón. Un electrón de una capa más externa (por ejemplo, de la capa L) cae al nivel energético inferior (el hueco en la capa K) expulsando la energía o con rayos X (fluorescencia) o expulsando un electrón (electrón Auger). la energía cinética de los electrones emitidos será la correspondiente a la transición menos la energía de ligadura del electrón emitido.

### Bremmstrahlung

Las partículas cargadas que sufren una modificación de su velocidad (aceleración o frenado) emiten radiación/fotones denominada **radiación de Bremmstrahlung**. La intensidad de la radiación emitida a una distancia  $r$  y un ángulo  $\theta$ , en el caso relativista:



$$I(r, \theta) = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \frac{q^2 a^2}{c^3 r^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \quad a = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m} \quad (1.2.1)$$

siendo  $m$  la masa de la partícula y  $a$  el valor aproximado de la aceleración por Coulomb. Por tanto esta emisión de Bremsstrahlung es mucho más intensa en partículas ligeras que en partículas pesadas (recordamos que la masa del proton es 200 veces superior a la del electrón y 10 veces la del muón).

### Radiación Čerenkov

Una partícula que se mueve en un material dieléctrico transparente a mayor velocidad que la velocidad de fase de la luz en el medio  $c_n$  emitirá parte de su energía cinética en forma de radiación electromagnética, que se denomina radiación Čerenkov. No viene de la partícula cargada, sino del gran número de átomos del medio dieléctrico que quedan polarizados, emitiendo luz de forma coherente. Solo depende de la carga y velocidad de la partícula. Su energía corresponde al visible o regiones cercanas al visible, favoreciéndose emisiones de mayor energía (color azul de las piscinas nucleares).

### 1.2.3. Interacciones de las partículas cargadas

La interacción de Coulomb entre las partículas cargadas es lo que origina la interacción entre estas.

#### Poder de frando de las partículas cargadas

El **poder de frenado lineal**  $dE/dx$  es el parámetro que describe la pérdida de energía gradual que sufren las partículas cargadas cuando penetran en un medio absorbente. Se define como el cociente de energía perdida por unidad de camino recorrido en el medio. Puede deberse a:

- **Colisiones** en las interacciones con los electrones del medio.
- **Procesos radiativos** que resultan de la interacción con los núcleos del absorbente.

Las interacciones pueden ser de tipo duro cuando el parámetro de impacto es del orden del tamaño del átomo, de tipo blando cuando son mayores que el tamaño del átomo o de tipo bremsstrahlung cuando son menores que el tamaño del átomo

El poder de frenado es una propiedad del material en el que se propaga la partícula cargada, y normalmente se evalúa el poder de frenado másico:

$$S = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \quad (1.2.2)$$

Este se debió en dos términos: el poder de frenado debido al bremsstrahlung, llamado frenado másico radiativo, y al producido por la colisión, tal que:

$$S_{tot} = S_{rad} + S_{col} \quad (1.2.3)$$

Tenemos pues que:

- El **poder de frenado radiativo** es proporcional al número atómico del material absorbente y la energía total inicial de la partícula:

$$S_{rad} = N_a \sigma_{rad} E_i = \alpha r_e Z^2 \frac{N_A}{A} B_{rad} E_i \quad (1.2.4)$$

donde  $\alpha = zZe^2/4\pi\epsilon_0 r^2 m$ .

- El **poder de frenado másico** es proporcional al cuadrado del número atómico del proyectil e inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad inicial del proyectil:

$$S_{col} = 4\pi \frac{ZN_A}{A} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{z^2}{m_e v_\infty^2} \log \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad (1.2.5)$$

donde el cociente de los parámetros de impacto máximo y mínimo depende de si hacemos la aproximación clásica; cuántica, la cual se conoce como **ecuación de Bethe**; o cuántica relativista (que es mucho más largo y no vamos a poner). Así pues, tenemos que:

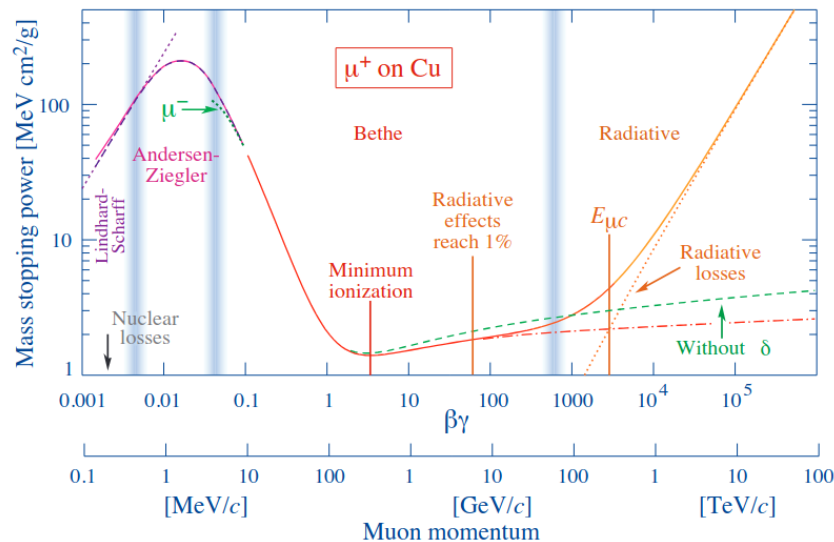
$$\left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)_{\text{clasico}} = \sqrt{\frac{2m_e v_\infty^2}{I}} \quad \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right)_{\text{cuantico}} = \frac{2m_e v_\infty^2}{I} \quad (1.2.6)$$

siendo  $I$  el *potencial medio de ionización o excitación* que corresponde a la cantidad mínima de energía que puede transferirse en promedio a un átomo del absorbente en una interacción de Coulomb de una partícula cargada con el medio:

$$I = 2 \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{z^2}{m_e v_\infty^2 b_{\max}^2} \quad (1.2.7)$$

Existirían más correcciones, como aquella que tiene en cuenta los electrones muy ligados que reducen el poder de frenado a bajas energías (capa  $K$  o orbital  $s$ ), o el efecto de la densidad o polarización del medio (rebaja el poder de frenado en sólidos y líquidos por la perturbación dipolar que introducen las partículas cargadas rápidas, debilitando el campo de Coulomb de otros átomos lejanos).

En la siguiente imagen vemos como depende el poder de frenado de la energía inicial.



las partículas cargadas incrementan su poder de frenado drásticamente antes de frenarse en el medio, resultando en una gran deposición de energía antes de pararse, denominada **pico de Bragg**. Esto no ocurre en partículas ligeras (electrón) ni en el caso de radiación electromagnética.

#### 1.2.4. Intreacciones de los fotones

#### 1.2.5. Interacciones de los neutrones

### 1.3. Detectores

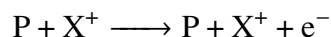
En esta parte nos focalizaremos en la interacción de una partícula/radiación con el detector. Dicha interacción supone un efecto, en general la transferencia de energía al medio. La forma en la que se trasfiere, y la conversión de esa transferencia en una señal útil es en lo que se diferencian los detectores.

Los observables más interesantes son: conteo, tipo de partícula, energía depositada (espectroscopía), posición (tracking)... Y todos ellos en cierto modo dependen de la energía depositada en el medio, ya que es esta transferencia de información la que puede decirnos que tipo de partícula es (por ejemplo, los electrones depositarán diferente energía que los protones en un medio), la posición de la interacción (ya que por ejemplo se generarán fotones y se podrá obtener a través de extrapolación), conteo...

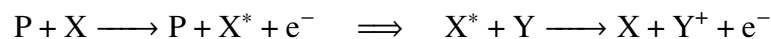
En función de las formas de observación de la transferencia de en la señal útil tendremos observaciones ópticas u observaciones electrónicas. Los mecanismos de interacción son: ionización, interacción con semiconductores, centelleo y reacción nuclear (captura, fisión, transferencia...). Nosotros estudiaremos los detectores en función de la interacción, viendo en cada uno de estos que tipo de formas de observación hay.

#### 1.3.1. Detectores de ionización

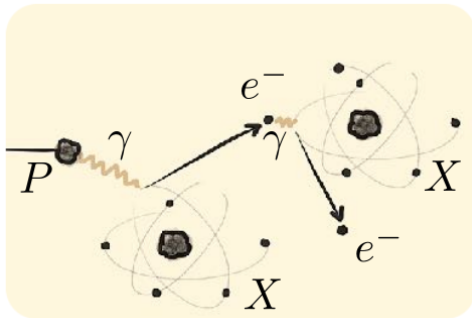
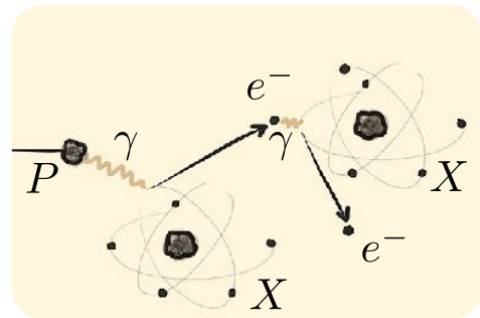
Un detector de ionización es un gas formado por moléculas/átomos X tal que el paso de una partícula P (por ejemplo un núcleo, un electrón o un fotón) provoca que un del núcleo X se libere obteniendo un electrón libre y un ion cargado positivamente:



También es posible que en la interacción P-X la molécula X se excite, y luego esta en la interacción con otra molécula la ionice, tal que:

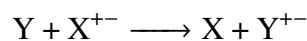


a lo primero lo llamamos **ionización primaria**, y a lo segundo **ionización secundario**. Este proceso podría repetirse para una ionización terciaria, cuaternaria... En la siguiente imagen tratamos de ilustrar mejor el concepto:

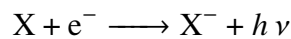
**Figura 1.1:** Radiación ionizante primaria [3].**Figura 1.2:** Radiación ionizante secundaria [3].

El valor de interés aquí será el número de pares creados, pues depende de la energía depositada. Una vez se produce estos pares, y se ioniza el medio, es posible que aparezcan *nuevos mecanismos de ionización*:

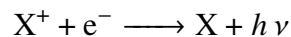
- La *transferencia de carga* tal que:



- El *attachment*, en el que:



- La *recombinación*:



En función del tipo de gas X que tengamos un mecanismo prevalecerá más que otro. tenemos básicamente 3 tipos de gases:

- Los **gases electronegativos**, que atrapan electrones (es decir, favorecen el proceso attachment). No se usan solos en detectores donde necesitas recoger electrones (ej. TPCs), pero sí pueden usarse para controlar descargas. Ejemplos: O<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, CCl<sub>4</sub>, SF<sub>6</sub>.
- Los **gases “quencher”** que atrapan o interaccionan con fotones, en general absorben fotones UV emitidos en procesos de excitación o recombinación. Evitan que esos fotones vuelvan a ionizar el gas, i.e. controlan descargas secundarias. Son en general gases orgánicos CH<sub>4</sub>, C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, CO<sub>2</sub>, CCl<sub>4</sub>, SF<sub>6</sub>.
- Los **gases electropositivos** (“suelta electrones”). Son fáciles de ionizar, liberan electrones con poca energía, muy usados como gases base en detectores. No hacen attachment, por lo que presentan buena recolección de carga y resolución. Son en general *gases nobles*: He, Ne, Ar, Xe, etc.

Para el correcto funcionamiento de los detectores de ionización es necesario un proceso que aumente el número de iones y que se muevan para ser recogidos por otro detector que transfiera la información. Para esto tenemos dos procesos: la creación de avalanchas y multiplicación:

- En las **avalanchas** la energía de los electrones primarios es suficiente para ionizar el gas exponencialmente. Se pierde información acerca del número de electrones primarios.

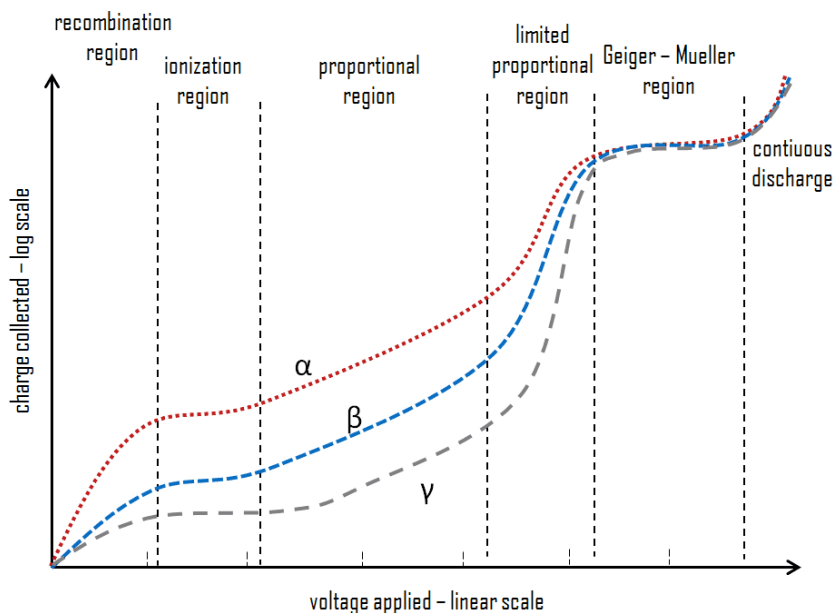
- Cuando el fenómeno es la **multiplicación**, el campo aumenta gradualmente acelerando los electrones y creando multiplicación de las cargas. El número de electrones primarios es proporcional a los recogidos.

Existen varios tipos de detectores por ionización:

- La **camara de ionización** contiene gases nobles, que producen una señal con carga proporcional a la energía perdida en el gas.
- El **concator proporcional** es un mezclado de gases “quencher” y/o electronegativos. La forma del campo eléctrico acelera los electrones y produce ionización secundaria, siendo la señal proporcional al número de electrones (de ahí el nombre).
- El **Geiger-Müller** es un mezclado de gases “quencher” y nobles, de tal modo que los gases “quencher” extinguen ionizaciones pequeñas. El campo eléctrico altísimo produce avalanchas en cadena, con señales independientes de la energía depositada y del tipo de partícula (se pierde esta información, solo existe detección, con muy alta eficiencia). Esta eficiencia depende de la partícula: para iones es del 100 %, para electrones muy alta y para fotones baja, < 10 %.

Como podemos ver, los diferentes detectores se ubican en regiones diferentes de la siguiente imagen:

**Figura 1.3:** Producción de pares de iones en función del voltaje aplicado.



### 1.3.2. Detectores electrónicos: semiconductores

Los detectores electrónicos basados en semiconductores, aprovechan la estructura de bandas y de valencia (Si, Ge) logicamente dopados, formando uniones PN. El principio es sencillo: cuando

una partícula ioniza el material, crea pares de electrón-hueco, que son llevados en direcciones opuestas y recolectados en los bordes del detector.

La creación de huecos-electrones será más eficiente si ocurre en la zona de vaciamiento de una unión PN, ya que en esta región el alto campo eléctrico que hay (siempre y cuando apliquemos voltaje inverso en los extremo) hará que rápidamente se muevan y no se puedan recombinar. Uno puede deducir que la polarización en la que queremos la unión será inversa: región de vaciamiento más ancha y campo más alto. La señal se forma con la recolección de la carga, por lo que aparecerán dos componentes, una para los huecos y otra para los electrones.

### 1.3.3. Detectores de Centelleo

El principio es sencillo: convierte la energía cinética de las partículas en luz (fotones), cuya intensidad es proporcional a la energía depositada. Esto se produce porque el material absorbe parte de la energía de la partícula incidente (quedando “excitado” durante un tiempo determinado) y la reemite en forma de un corto destello de luz, típicamente en el rango de la luz visible. El medio será transparente a la longitud de onda de su propia emisión, ya que en caso contrario se producirá dispersión de la luz.

En función del tiempo de excitación del material:

- La **fluorescencia** tiene tiempos de exctiación (medios) tal que  $\tau_{1/2} < \text{ps}$ , siendo transiciones atómicas.
- La **fosforescencia** tiene tiempos de exctiación (medios) tal que  $\tau_{1/2}$  de  $\mu\text{s}$  a  $\text{h}$ .

Pueden ser ópticos (espintariscopio, Geiger Marsden) o eléctricos, en los que se usan dispositivos multiplicadores para aumentar la señal. Esto último es lo más usado, ya que proporcionan una mayor sensibilidad a la energía, respuesta rápida (ns) y la posibilidad de análisis de pulsos. Distinguimos dos clases de materiales de los que puede estar hecho el centelleador:

- Los materiales **inorgánicos**, como estructuras cristalinas ( $\text{NaI(Tl)}$ ,  $\text{CsI(Tl,Na)}$ ...), cristales amorfos o gases nobles. Estos presentan mejor respuesta lumínica (correspondencia lineal con la energía) pero son más lentos.
- Los materiales **orgánicos** que pueden ser líquidos o sólidos (cristales o plásticos). Son más rápidos pero emiten menos cantidad de luz.

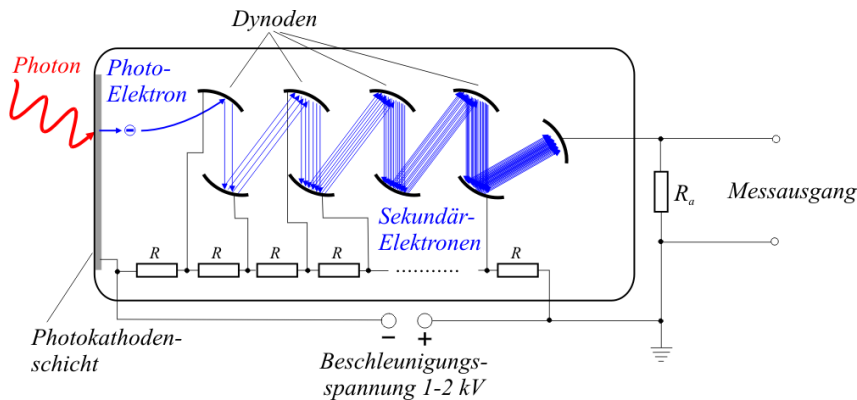
Los tubos fotomultiplicadores están formados por:

- **Fotocátodos:** sería un semiconductor junto con un metal alcalino, capaz de convertir la radiación dentro del rango útil del espectro en electrones.
- **Sistema de entrada electro-óptica:** recolección electrónica eficiente. Es independiente de la posición y posee buena resolución en tiempo.

- **Sección de multiplicación electrónica:** compuesta por varios **dínodos**<sup>1</sup>, el potencial se incrementa con cada dinodo hasta el ánodo. La multiplicación en cada etapa resulta en una ganancia neta.

Luego además existen los **fotomultiplicadores de avalancha**, que aprovechan las características de un semiconductor para crear un campo eléctrico de deriva y multiplicación.

**Figura 1.4:** fotomultiplicador de avalancha, donde se ven los dinodos (*dynoden*).



### 1.3.4. Montaje electrónico

En el montaje, una vez ocurre la detección y se produce la señal, esta debe ser amplificada, tratada, y/o discriminada. Luego, debe codificarse para que sea digital y se muestre de la manera adecuada. Las partes son:

1. **Preamplificación:** sensible a la carga, voltaje o intensidad (básicamente la señal que llega), filtrando la parte del ruido y frecuencias no deseadas.
2. **Amplificación:** segunda amplificación, tratando la señal y modifica su forma en función de sus características.
3. **Discriminador:** envía una señal lógica cuando la señal de entrada supera un cierto umbral.
4. **Codificación en canales** cada medida es una cuenta que se puede acumular en un histograma.

### 1.3.5. Características de los detectores

Las condiciones de funcionamiento dependen de las características del detector: tipo de detector, material, presión, temperatura... Así pues, tenemos varias características que nos pueden

<sup>1</sup>Un dínodo es el nombre que reciben cada uno de los electrodos de un tubo fotomultiplicador. Cada dínodo está cargado más positivamente unos 100 voltios que su predecesor, de tal forma que cuando el fotocátodo del tubo recibe un fotón y consecuentemente emite un electrón, este se dirige al primer dínodo, el cual recibe el impacto del electrón en su superficie, emitiendo en un proceso secundario, a su vez más electrones que se dirigen al siguiente dínodo. Y así sucesivamente hasta llegar al ánodo receptor. De esta forma, son capaces de aumentar hasta un millón de veces la pequeña corriente emitida por el fotocátodo, produciéndose de  $10^5$  a  $10^7$  electrones por cada fotón incidente. [4].

ayudar a discernir (buena resolución, calibración amplia y duradera, buena eficiencia...) un buen detector de un mal detector:

- **Calibración:** puede ser en energía, tiempo o posición. En el caso de la energía se traducen los canales a unidades de energía, haciendo una correspondencia lineal con una fuente que emita a energías bien definidas.
- **Resolución:** en general se refiere a la relación entre el ruido del detector y la electrónica asociada con el valor dado. En particular podemos distinguir: en energía ( $\Delta E/E$ ), asociada a fluctuaciones estadísticas en la formación de portadores de carga/deposición de energía o la colección incompleta de la carga producida; en tiempo ( $\Delta t/t$ ), asociada a la formación del pulso y el proceso de discriminación; o a la posición ( $\Delta x/x$ ) asociado al tamaño y geometría de las celdas.
- **Eficiencia total:** para tener buena eficiencia la partícula debe alcanzar el medio activo del detector, transferir la energía al medio activo o convertir la información en señal útil. La definimos como

$$\varepsilon_{tot} = \frac{\text{nº de sucesos detectados}}{\text{nº de sucesos emitidos}} \quad (1.3.1)$$

Depende de la geometría, probabilidad de interacción y tipo de radiación. Así pues distinguimos:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{intr} \cdot \varepsilon_{geo} \quad (1.3.2)$$

definiendo:

$$\varepsilon_{geo} = \frac{\text{nº de sucesos que llegan al detector}}{\text{nº de sucesos emitidos}} \quad (1.3.3)$$

$$\varepsilon_{intr} = \frac{\text{nº de sucesos detectados}}{\text{nº de sucesos que llegan al detector}} \quad (1.3.4)$$

- **Tiempo muerto:** es el tiempo mínimo entre dos señales discernibles, dependiendo de la respuesta del detector y la cadena electrónica. Es fundamental estudiar que significa que nuestro detector sea paralizante o no paralizante. Sea  $\tau$  el tiempo muerto,  $n$  la tasa real y  $m$  la tasa detectada.

- **Detector paralizante:** como indica su palabra, reinicia la detección cada vez que hay una nueva detección. sea  $t_0$  el instante de la detección y sea  $t_1$  es la de la segunda detección. Si  $t_1 < t_0 + \tau$ , entonces el detector paralizante reiniciará la cuenta y solo realizará una detección, siempre y cuando otra detección  $t_3$  verifique que  $t_3 < t_2 + \tau$ , porque en ese caso volverá a reiniciarse. En este caso:

$$m = \frac{n}{1 + n\tau} \quad (1.3.5)$$

- **Detector no paralizante:** como indica su palabra, no reinicia la detección cada vez que hay una nueva detección. Sea  $t_0$  el instante de la detección y sea  $t_1$  es la de la segunda detección. Si  $t_1 < t_0 + \tau$ , entonces el detector no paralizante no detectará la

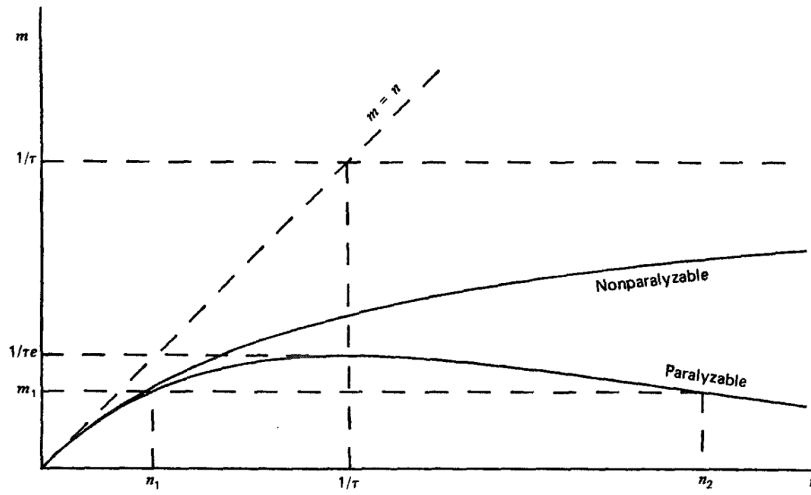


cuenta, y solo realizará una detección, sin embargo en este caso si hay una tercera detección será detectado siempre que  $t_3 < t_1 + \tau$ .

$$m = ne^{-n\tau} \quad (1.3.6)$$

Como podemos ver la tasa detectada del no paralizable es mayor que la del paralizable:

**Figura 1.5:** tasa de detecciones vs evento reales para detectores no paralizables y paralizables [2].





## **Capítulo 2**

### **Solido**

**2.1. Práctica 1:**

**2.2. Práctica 2:**

**2.3. Práctica 3:**

**2.4. Práctica 4:**

**2.5. Práctica 5:**

**2.6. Práctica 6:**

**2.7. Práctica 7:**

**2.8. Práctica 8:**

## Exámenes resueltos

2024

### Difracción de rayos X (Elisa Casal)

#### Preguntas

- Se tiene una muestra policristalina en polvo de un material con estructura bcc de parámetro de red  $4 \text{ \AA}$ . Si se realiza un difractograma de rayos X con una longitud de onda  $\lambda = 1.540 \text{ \AA}$ , ¿a qué ángulos  $\theta$  aparecen los tres primeros picos de difracción?
- Si los ángulos de todos los picos de difracción estuviesen sobreestimados en aprox.  $1^\circ$ , ¿las constantes de red que se obtienen estarán sobreestimadas o subestimadas?

#### Solución

- La ecuación que tenemos que usar es la siguiente:

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (2.8.1)$$

No obstante, es necesario particularizarla según el criterio de selección de (h,k,l) para una FCC que es que h+k+l ha de ser par. Teniendo esto en cuenta para las tres primeras ternas que verifican el criterio de selección tenemos:

- $(1,1,0) \rightarrow \theta_1 = 15.80^\circ$
  - $(2,0,0) \rightarrow \theta_2 = 22.64^\circ$
  - $(2,1,1) \rightarrow \theta_3 = 32.98^\circ$
- Si todos los ángulos medidos están sobreestimados tenemos  $\theta_{\text{medida}} > \theta_{\text{real}}$ . Para los ángulos de arriba ello implica:  $\sin(\theta_{\text{medida}}) < \sin(\theta_{\text{real}})$ . Considerando que  $a \propto 1/\sin(\theta)$  obtendríamos  $a_{\text{medida}} < a_{\text{real}}$ , es decir, obtenemos un valor infraestimado para la constante de red.

### Fotoconductividad

#### Preguntas

- Confirma o refuta la siguiente afirmación: “La conductividad de exceso, que se define como la conductividad por encima de la ambiental, resulta seguir una ley no lineal (en concreto, potencial) con la irradiancia recibida por el fotorreceptor, con un exponente ligeramente mayor que la unidad”.
- ¿Cómo mediste la conductancia intrínseca  $G_0$ ? ¿Es mayor o menor que la que se obtiene con la luz de la bombilla incidiendo sobre la fotocélula?

#### Solución:

- a) Aunque efectivamente la conductividad de exceso se define como la conductividad por encima de la ambiental, es decir:

$$\Delta G(\Phi) = G(\Phi) - G_0$$

siendo  $\Phi$  la irradiancia, la relación no es lineal, es efectivamente potencial (con la raíz cuadrada), tal y como vamos a demostrar aquí. La relación con el número de portadores  $n$  del exceso de conductividad es tal que

$$\Delta G \propto n(\Phi) - n_0$$

y, el número de portadores  $n(\Phi)$ , a su vez, una relación no lineal con la irradiancia

$$\gamma n(\Phi)^2 = \beta \Phi$$

Es decir, la relación de la conductividad de exceso y la irradiancia se relacionan a través de la raíz cuadrada:

$$\Delta G \propto \sqrt{\Phi}$$

en general, al no tener una fuente monocromática, en realidad

$$\Delta G \propto \Phi^{m/2}$$

siendo  $m$  un valor que debería rondar sobre 1. Experimentalmente se obtuvo (Daniel Vázquez Lago) un valor  $m \approx 1.06$ , mientras que en otras prácticas (Raquel Alfonso) se obtuvo  $m \approx 1.3 - 1.6$ .

- b) La conductancia intrínseca que es la conductancia que tiene el fotodiodo cuando está aislado (no recibe ningún tipo de irradiancia ambiental o externa). Para medirla estudiamos  $I$  frente a  $V$ , tal que la ley de Ohm y una regresión lineal nos dará el valor de  $G_0$ :

$$V = G_0 I$$

Es menor que la que se obtiene con la luz de la bombilla incidiendo sobre la fotocélula, ya que la luz genera un exceso de portadores al excitar electrones en la banda de valencia del semiconductor.

### Conductividad eléctrica de placa dentada

#### Preguntas

- En la imposición de condiciones de contorno sobre la corriente de entrada, *Agros2D* pide la densidad de corriente. ¿Cómo se obtiene la sección para determinar dicha densidad de corriente a partir de la intensidad?
- Indica y explica brevemente la regla de proporcionalidad que se aplica para la determinación de  $\sigma$  a partir de los resultados de la simulación.

Solución:

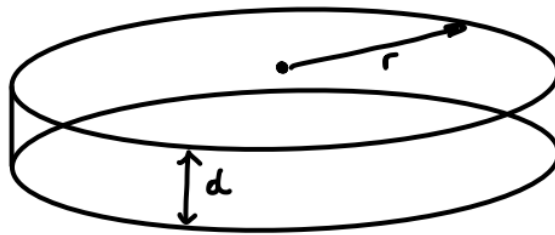
- a) La densidad de corriente de entrada  $J$  y la intensidad que medimos en el laboratorio se relacionan de la siguiente manera:

$$J = \frac{I}{A}$$

siendo este área el área que está alrededor del tornillo, véase

$$A = 2\pi r \cdot d \quad (2.8.2)$$

siendo  $r$  el radio del borne y  $d$  el espesor de la placa.



- b) La relación entre  $\sigma_{\text{exp}}$  y  $\sigma_{\text{sim}}$  básicamente nos dice que:

$$V_{\text{exp}}\sigma_{\text{exp}} = V_{\text{sim}} \cdot \sigma_{\text{sim}}$$

donde  $\sigma$  es la conductividad y  $\rho = 1/\sigma$  sería la resistividad. El funcional de resistencia  $R(\rho)$  depende de la resistividad del metal y de la forma geométrica, que por definición dependerá linealmente de la resistividad  $R(\rho) \propto \rho$  (piensa en las unidades, debe ser necesariamente lineal ya que  $R$  va con  $\Omega$  y  $\rho$  va con  $\Omega \cdot m$ ), y por tanto entre 2 metales con la misma forma:

$$\frac{R_{\text{sim}}}{R_{\text{exp}}} = \frac{\rho_{\text{sim}}}{\rho_{\text{exp}}} \quad (2.8.3)$$

Y si ambos tienen la misma intensidad entonces la ley de Ohm (que en un metal se cumple siempre)

$$V = R(\rho)I \longrightarrow I = \frac{V}{R(\rho)}$$

Finalmente, si  $\rho = 1/\sigma$ , efectivamente:

$$V_{\text{exp}}\sigma_{\text{exp}} = V_{\text{sim}} \cdot \sigma_{\text{sim}}$$

**Resumen:** en el caso de que la geometría de dos objetos sea igual, ambos sean óhmicos y que les atraviese la misma corriente por los bordes, entonces la relación voltaje x conductividad será igual en ambos.

**Conductividad eléctrica de placa perforada (Elisa Casal)****Preguntas**

- a) ¿A qué puntos se les impuso la condición de contorno de voltaje nulo? Discute brevemente por qué.
- b) En la simulación por elementos finitos, ¿de qué modo y dónde entraba el espesor de la placa metálica?

**Solución**

- a) El voltaje nulo se le puso como condición de contorno al terminal de salida.
- b) El espesor entra en juego para establecer la  $J_0$  en la condición de contorno sobre el terminal de entrada.

Nosotros lo que hemos medido previamente a la simulación es  $I_0$ , que es la corriente que establecimos en las medidas experimentales y el  $V_{exp}$  al que da lugar esta corriente. Como para introducir en el *Agros2d* lo que necesitamos es una densidad de corriente habrá que dividir  $I_0$  entre el área transversal que atraviesa. Este es un método que puede introducir mucha incertidumbre. El área transversal que atraviesa la corriente será la longitud,  $L$ , del terminal multiplicada por el espesor,  $d$ , de la placa. Esa longitud, en principio, debería de ser la de los tres lados que forman el terminal. De esta manera la densidad de corriente para introducir como condición de contorno en el terminal de entrada es:

$$J_0 = \frac{I_0}{L \cdot d} \quad (2.8.4)$$

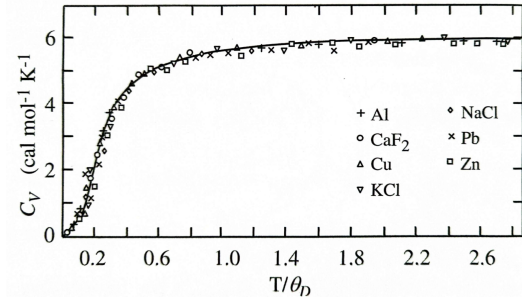
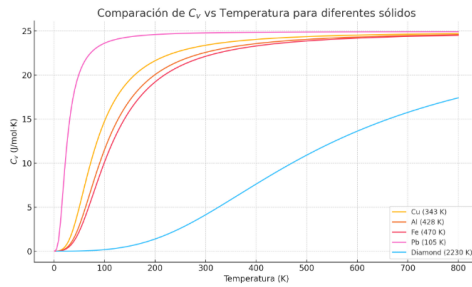
**Temperatura de Debye****Preguntas**

- a) Si tenemos en cuenta el intercambio de calor entre nuestro sistema (vaso con agua más muestra) con el ambiente durante el proceso de enfriamiento que experimenta el agua al introducir la muestra de cobre, ¿la temperatura final del agua es mayor o menor que la medida experimentalmente? ¿Y qué sucede con  $\Theta_D$ ? ¿Aumenta o disminuye?
- b) Teniendo en cuenta el procedimiento experimental que seguimos en la práctica, ¿con qué tipo de material sería más “fácil” (en el sentido de precisa) la determinación de  $\Theta_D$ ? ¿Con uno de  $\Theta_D$  muy baja (digamos  $\Theta_D \approx 50$  K) o con otro de  $\Theta_D$  muy alta (digamos  $\Theta_D \approx 600$  K)? ¿Y con respecto a la masa de la muestra? ¿Es mejor que sea más ligera o más pesada?

**Solución:**

- a) Si consideramos el intercambio de calor entre nuestro sistema (vaso con agua + muestra) y el ambiente, la temperatura final del agua *medida experimentalmente será mayor que la real*. Esto ocurre porque, durante el proceso, el agua gana energía del ambiente al estar mas frío que este. Por tanto, la medida de  $T_f$  será algo mayor que si el sistema estuviese perfectamente aislado, de tal modo que  $\Delta T_{\text{agua}}$  es menor. consecuentemente, el valor  $\Delta U_{\text{exp}}$  será menor también que en el caso aislado.

Ahora, veamos que la siguiente gráfica en la que representamos  $C_V$  frenet  $T$  y  $T/\theta_D$  respectivamente.



Dado que  $\Delta U$  entre entre dos valores de  $T/\Theta_D$  es la integral debajo de la curva de  $C_V$ :

$$\Delta U_{\text{teo}} = \int_{T_i}^{T_f} C_V(T)_{\text{cobre}} dT$$

Y por tanto tenemos que efectivamente cuando mas alto  $T/\theta_D$  aumenta el valor de  $\Delta U$ . Si aumentamos  $T_f \uparrow$  (recordamos que  $T_i = 73$  K es fijo, el valor del nitrógen líquido), tenemos que  $\Delta U_{\text{teo}} \uparrow$ , sin embargo tenemos experimentalmente que  $\Delta U_{\text{exp}} \downarrow$ . Así pues, la única forma de obtener un  $\Delta U_{\text{teo}} \downarrow$  cuando  $T_f \uparrow$  es aumentar  $\theta_D \uparrow$ . Es decir,  $\theta_D$  experimental aumentará respecto al valor aislado. De hecho es lo que ocurre experimentalmente, ya que  $\theta_D = 343$  K (cobre) y experimentalmente en el laboratorio de mide  $\theta_D \approx 360$  K (Elisa Casal).

- b) Si tenemos un material  $\theta_D \approx 600$  K estaremos en el límite cuántico ( $T < \Theta_D$ ), mientras que  $\theta_D \approx 50$  K estaremos en el límite clásico. Si le echamos un vistazo a la imagen .

Como podemos ver, en el límite clásico, una variación de temperatura pequeña puede alterar bastante el valor de la energía interna, mientras que en el límite cuántico necesitaremos mayor temperatura para obtener la misma  $\Delta U$ . Necesitar menos temperatura, o que con la misma diferencia de temperatura inicial y final pueden mejorar bastante los resultados: mas diferencia habrá entre la temperatura inicial y final del agua, y por tanto mayor sensibilidad. Hablamos de temperatura de la muestra. Es decir, *preferimos una temperatura de Debye baja*.

Sin embargo es posible que alguien quiera barajar la idea de que para  $\Theta_D$  baja  $C_V$  no depende realmente de  $\Theta_D$ , y por tanto variar  $\Theta_D$  cuando calculamos el valor  $\Delta U_{\text{exp}}$  para que se verifique  $\Delta U_{\text{exp}} \approx \Delta U_{\text{teo}}$ . El autor no es particularmente seguidor de esta idea, ya que aunque esto es verdad uno va a seguir usando las ecauciones de  $D_3(T)$  igual (por lo que el error debido a usar la aproximación será .el mismo”), además de ser una explicación bastante más compleja y que habría que ver si realmente sucede numéricamente. En cualquier caso habría que considerarla como un argumento en contra de  $\Theta_D$  baja. Si a alguien se le ocurre otra idea que contacte conmigo.



Respecto a la masa de la muestra, una muestra más pesada intercambia más calor con el agua (mayor  $\Delta U$ ), ya que es capaz de “almacenar más energía en su interior”. Es decir, para el mismo material cobre, más masa implica más moles, y más moles de cobre implican que  $\Delta U$  será mas grande para el mismo  $\Delta T$ , y por tanto mayor sensibilidad.

### Efecto Hall en semiconductores

#### Preguntas

- a) Supón que, debido por ejemplo a un efecto termoeléctrico, en toda la experiencia las lecturas de caída de voltaje entre los terminales transversales del semiconductor tienen una contribución extra de  $-0.1$  V, y que no la corregimos. ¿Cómo afectaría ello al valor obtenido para el coeficiente Hall  $R_H$ ?
  - b) En un montaje experimental dado, con polaridades fijas de las conexiones entre la muestra, fuentes y demás equipamiento, cuando se consideran casos de conductores por electrones o por huecos, ¿las fuerzas de Lorentz tienen igual signo o signos opuestos en un caso frente al otro?
- a) No, no nos afecta, ya que lo que nosotros usamos para calcular el efecto Hall es usar la pendiente de la curva, la cual no se ve afectada al aumentar  $I$  uniformemente. Aumentar  $I$  uniformemente solo modifica el término independiente.
  - b) Las fuerzas de Lorentz actúan en el mismo sentido. Ingenuamente uno podría pensar que cambian ya que

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

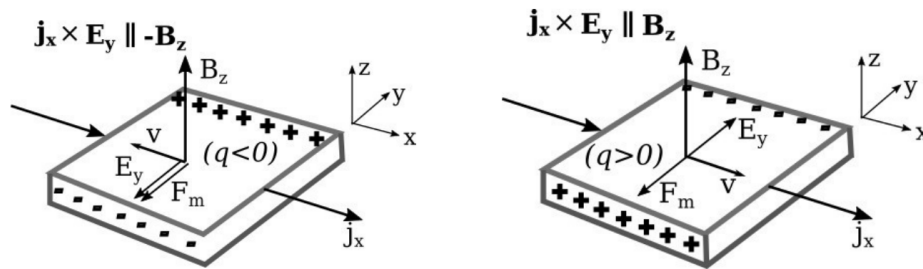
tal que para huecos  $q > 0$  y para electrones  $q < 0$ . Sin embargo, no estamos teniendo en cuenta que la intensidad se relaciona con la velocidad de la siguiente forma:

$$\mathbf{J} = q\rho\langle\mathbf{v}\rangle$$

donde  $\mathbf{J}$  es la densidad de carga y  $\rho$  la densidad de portadores. Es decir, tenemos que

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\rho}(\mathbf{J} \times \mathbf{B})$$

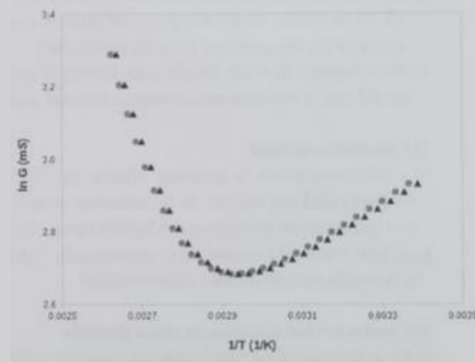
viendo que efectivamente es independiente de la carga, y como nos dicen que las polarizaciones son iguales (mismo sentido de campo magnético y mismo sentido de intensidad) tenemos que  $\mathbf{F}$  no depende del signo de la carga. En la imagen siguiente viene representado:



### Gap de energía en Ge

#### Preguntas

- Describe el montaje utilizado para la realización de la práctica.
- ¿Por qué se utiliza una resistencia de carga (resistencia tampón) en el montaje de la práctica?
- Sistemáticamente, se observa una pequeña diferencia entre las curvas conductividad-temperatura a la subida y a la bajada de temperatura. En la gráfica adjunta, ¿qué símbolos corresponden a la bajada y cuáles a la subida?



#### Solución:

- El montaje experimental consiste en una placa de Ge-n dopada ( $20 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$ ), colocada sobre una baquelita portamuestras con calefactor y termómetro incorporados. La corriente que atraviesa el Ge se regula desde el conversor digital-analógico DAC1 del LabJack U6-PRO, y se mantiene en torno a 5 mA mediante una resistencia tampón de  $332 \Omega$  colocada en serie.

El sistema mide tres voltajes clave:

- $V_{Rt}$ : caída de tensión en la resistencia tampón, que permite calcular la corriente  $I_{Ge}$
- $V_{Ge}$ : caída de tensión en el propio germanio
- $V_{Pt}$ : voltaje del termómetro de resistencia Pt-100, proporcional a la temperatura de la muestra

La temperatura se regula aplicando corriente al calefactor (resistencia  $R_{cal} \approx 3.5 \Omega$ ), controlado manualmente. El software registra los datos automáticamente y permite observar en tiempo real la gráfica  $G(T)$ , donde  $G = I_{Ge}/V_{Ge}$ .

- La resistencia de carga (o resistencia tampón) de  $332 \Omega$  se coloca en serie con la muestra de germanio por dos razones fundamentales:

- **Proteger el germanio:** limita la corriente máxima que puede circular, evitando que se supere el valor recomendado ( $I_{\max} \approx 10 \text{ mA}$ ) y previniendo daños térmicos por sobrecorriente.
- **Medir la corriente indirectamente:** la caída de tensión  $V_{Rt}$  sobre esta resistencia permite calcular fácilmente la corriente usando la ley de Ohm:

$$I_{Ge} = \frac{V_{Rt}}{R_t}$$

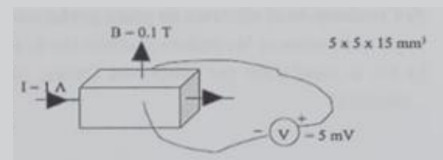
Esto permite obtener la conductancia del germanio sin necesidad de insertar un amperímetro, manteniendo el circuito simple y preciso.

- c) En el guión se nos indica, que debemos graficar  $\ln G$  vs  $1/T$ , subiendo y bajando para verificar si hay error asociado a la inercia térmica o al sensor, como podemos ver. La “inercia térmica” básicamente es el proceso por el cual durante la subida de temperatura, el sensor va retrasado respecto la muestra (es decir, se calienta más rápido de lo que el sensor muestra), y durante la bajada, se enfría más lento de lo que el sensor lo indica. Consecuentemente la bajada respecto la curva real está desplazada hacia la derecha y la subida está desplazada hacia la izquierda del valor real: gris círculo subida, negro triángulo bajada.

## Efecto Hall en metales

### Preguntas

- a) Supongamos que la placa del metal no estuviese a escuadra con el sistema de bobinas, sino que el campo  $\vec{H}$  formase un ángulo de  $5^\circ$  con la normal a la placa. ¿Induciría esto que se obtuviese un valor absoluto del coeficiente Hall  $R_H$  mayor o menor que el real?
- b) Una muestra se somete a un campo magnético de  $0.1 \text{ T}$  y una corriente eléctrica de  $1 \text{ A}$  como se indica en la figura. A partir del voltaje resultante, determina el signo de los portadores. Suponer que los contactos de voltaje están perfectamente alineados.



Solución:

- a) Como sabemos el coeficiente Hall es el la relación que hay entre el voltaje transversal que se produce por el efecto del campo magnético sobre una corriente, tal que:

$$\frac{1}{R_H} \mathcal{E} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

tal que, si efectivamente  $\mathbf{J} = J_x \hat{x}$  y  $\mathbf{B} = B_z \hat{z}$ , siempre y cuando midamos tenemos que:

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z}$$

podemos usar el voltaje que aparece entre las terminales  $E_y = -V_H d$  donde  $d$  es el tamaño de la placa en la dirección. Como podemos ver, esto es deducible a partir de las ecuaciones de Lorentz, en las cuales:

$$R_H = \frac{1}{qn}$$

Como podemos ver no depende del ángulo de  $J_x$  o  $B_z$ , es una propiedad intrínseca del metal. Si cambiáramos el ángulo tal que  $\mathbf{J} = J(\cos(\theta)\hat{\mathbf{x}} + \sin(\theta)\hat{\mathbf{y}})$  tendríamos que simplemente mediríamos un  $\mathcal{E}$  más pequeño, es decir, tendríamos un voltaje más pequeño, no un  $R_H$  más pequeño.

b) Como en el apartado anterior, definimos

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z}$$

donde  $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{z}}$ . Usando las ecuaciones anteriores, tenemos que  $E_y = -\Delta V d$ , siendo  $\Delta V = V_H(d) - V_H(0)$  la diferencia de voltaje entre la placa en 0 y en  $d$ . Como podemos ver, en este caso  $V_H(0) = 0$  y  $V_H(d) = -5$  mV, es decir,  $R_H$  es positivo y por tanto, por definición esto implica que el signo de los portadores es positivos.

**Mayo 2015****Difracción de rayos X**

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

1. La ecuación que tenemos que usar es la siguiente:

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (2.8.5)$$

No obstante, es necesario particularizarla según el criterio de selección de (h,k,l) para una FCC que es que (h,k,l) deben tener la misma paridad. Teniendo esto en cuenta para las tres primeras ternas que verifican el criterio de selección tenemos:

- (1,1,1)  $\longrightarrow 2\theta_1=30.94^\circ$
- (2,0,0)  $\longrightarrow 2\theta_2=35.88^\circ$
- (2,2,0)  $\longrightarrow 2\theta_3=51.64^\circ$

2. La no monocromaticidad da lugar a la dispersión de los datos en torno ángulo dado por la  $\lambda$  "que más peso tiene".



# Bibliografía

- [1] Carlota Carrillo. “Resumen de Seminarios”. En: (2024).
- [2] Glenn F Knoll. *Radiation detection and measurement; 4th ed.* New York, NY: Wiley, 2010. URL: <https://cds.cern.ch/record/1300754>.
- [3] Francesc Yassid Ayyad Limonge Manuel Caamaño. “Detectores Técnicas IV”. En: (2024).
- [4] Wikipedia contributors. *Dinodo*. Consultado el 11 de mayo de 2025. 2024. URL: <https://es.wikipedia.org/wiki/D%C3%ADnodo>.