

Modelització del Temps d'Espera en una Atracció de Disneyland París

Nerea de la Torre

Nora Alquézar

Adrián Prego

Laia Sjöberg

July 16, 2025

1 Formulació del Problema

Àmbit d'Estudi

Com a empresa responsable de la gestió de les atraccions a Disneyland Paris, el nostre objectiu és optimitzar la satisfacció del client mentre espera a la cua d'una atracció. L'experiència del client en la cua influeix directament en la seva percepció global del parc i en la seva decisió de tornar en el futur. Per tant, es pretén modelitzar la relació entre el temps d'espera, la percepció subjectiva d'aquest i la satisfacció final del client.

Canvi que es busca

L'objectiu principal del treball és desenvolupar un model matemàtic que permeti quantificar la pèrdua de satisfacció dels usuaris mentre fan cua en una atracció de Disneyland Paris. Aquest model tindrà en compte diversos factors que influeixen en l'experiència del visitant, com ara el temps d'espera percebut, la fatiga acumulada, les condicions meteorològiques i la presència o absència d'elements d'entreteniment durant l'espera.

Per tal de validar aquest model, s'utilitzaran dades empíriques provinents d'enquestes o estudis previs, amb l'objectiu de mesurar com varia la satisfacció dels usuaris en funció dels diferents factors identificats. Es definiran indicadors específics que permetin analitzar quantitativament aquesta variació.

A més del model de satisfacció, es desenvoluparà una simulació centrada en el temps d'espera i una en la satisfacció, que permetran estimar l'evolució de les cues i la satisfacció a les diferents atraccions al llarg del dia.

En aquesta simulació, s'integren restriccions físiques i logístiques del parc, que constitueixen els principals recursos del sistema:

- Nombre acotat de vehicles per atracció, que limita el flux de processament dels visitants.
- Capacitat màxima de places per vehicle, que determina el nombre de persones que poden accedir simultàniament a una atracció.
- Capacitat màxima total de visitants dins del parc, que condiciona la densitat de visitants i l'impacte global en la saturació del sistema.

El model es dissenyarà per ser computacionalment viable i aplicable a diferents atraccions, permetent ajustar-ne els paràmetres segons les dades disponibles. Això facilitarà la proposta de millors concretes, com ara canvis en el disseny de les cues o la incorporació d'elements d'entreteniment per reduir la percepció negativa del temps d'espera.

Aquest estudi pretén aportar una comprensió més profunda de com els temps d'espera i la gestió dels recursos afecten l'experiència global del visitant, i oferir eines útils per optimitzar la satisfacció dels clients. El desenvolupament i la validació del model es duran a terme dins d'un període de temps definit, amb una previsió aproximada d'un any per completar el projecte.

2 Anàlisi del Sistema

Context

El sistema a analitzar és l'experiència global del visitant a Disneyland Paris, centrant-se especialment en com els temps d'espera acumulats i la percepció subjectiva d'aquests afecten la satisfacció final del client al llarg del seu recorregut pel parc.

Acotació

El model incorpora limitacions reals del parc que afecten la dinàmica de les cues i la capacitat de servei.

- L'usuari està influenciat pels factors que es proporcionaran al model.
- **Àmbit físic:** El model és plantejat per ser aplicat en tot el parc de Disneyland Paris, però limitat al recorregut típic d'un visitant que accedeix a un conjunt seleccionat d'atraccions durant el dia.
- **Temporal:** Simulació d'una jornada completa (des de l'obertura (8:00) fins al tancament del parc (20:00), amb l'objectiu de captar l'evolució de la satisfacció del visitant al llarg del dia.
- **Tipologia de visitants:** S'utilitza un perfil mitjà de visitant, tot i que el model es pot adaptar a diferents perfils (famílies, parelles, grups d'amics, etc.).

Precisió d'estudi

Hem escollit una precisió de 0,1 unitats en l'escala de satisfacció percebuda, que és la variable principal del nostre model. Aquesta satisfacció s'expressa en una escala numèrica de 0 a 10, on 0 representa una experiència completament insatisfactòria i 10 una experiència òptima.

Aquesta precisió de 0,1 és suficient per capturar les petites variacions en la satisfacció dels clients sense resultar excessivament detallada. La raó principal és que els clients probablement no notarien una diferència entre, per exemple, 8,1 i 8,2, però sí entre 7 i 8, que ja reflecteix un canvi qualitatiu en la percepció de l'experiència.

Factors i Esdeveniments Mesurables

Es tenen en compte diversos factors que influeixen en la pèrdua de satisfacció de l'usuari:

- T : Temps real d'espera (minuts).
- T_w : Temps d'espera percebut (minuts).
- F : Nivell de fatiga percebut pels clients (escala de 0 a 1, sent 0 sense fatiga i 1 màxim de fatiga).
- E : Nivell d'entreteniment durant la cua (escala de 0 a 1, sent 0 sense entreteniment i 1 màxim d'entreteniment).

- D : Qualitat del disseny de la cua (escala de 0 a 1, sent 0 un mal disseny i 1 un molt bon disseny).
- M : Impacte de la meteorologia en la percepció del temps (escala de 0 a 1, , sent 0 mal temps i 1 bon temps).
- P : Preu de l'atracció en relació amb la seva percepció de valor (escala de 0 a 1, sent 0 el preu més barat i 1 el més car).

Altres factors que podem tenir en compte en el futur:

- I : Intensitat de l'atracció.
- In : Infraestructura associada a la cua (coberta, ombra, ventilació, accés a aigua, seients, etc.).
- Q : Qualitat del servei (basada en atenció del personal, informació disponible, neteja, etc.)

Variables de sortida (outputs)

- $S(T)$: Nivell de satisfacció del client (escala de 0 a 10)

Assumpcions del Model i Relacions entre Variables

- Esperar en una cua no permet l'augment de la satisfacció S , es comença a perdre des del moment en que comencen a esperar.
- La taxa de disminució de la satisfacció és proporcional a la satisfacció restant S i a l'acumulació del temps d'espera percebut T_w .
- La satisfacció del client decreix amb el temps d'espera percebut T_w .
- El temps percebut T_w està directament relacionat amb el temps real T , són els diversos factors els que el disminueixen o l'augmenten.
- L'entreteniment (E) redueix la percepció del temps d'espera.
- La fatiga (F) i la meteorologia adversa (M) augmenten la percepció del temps d'espera.
- Un bon disseny de la cua (D) redueix la percepció del temps.
- El preu de l'experiència (P) modula les expectatives del client i pot afectar la satisfacció.
- Assumim que les persones a qui s'aplica el model tenen una percepció activa i influenciada pels factors externs que hem mencionat. Així, no seria aplicable a individus com nens petits o aquells que no es veuen afectats per aquests factors de manera rellevant.

3 Modelització del canvi

Comencem considerant el temps com a paràmetre fonamental, però no només el temps real, sinó també el temps percebut, que depèn de diversos factors. Un d'ells és el nivell d'entreteniment durant l'espera, que com hem mencionat, si hi ha distraccions, el temps sembla més curt.

Tanmateix, aquest efecte es veu condicionat per la fatiga i la condició física de l'usuari, ja que una persona cansada o amb dificultats notarà més el pas del temps. A això s'hi suma la meteorologia, que pot amplificar el malestar i fer que l'espera es percebi com més llarga.

A més, el disseny de la cua també hi influeix: una cua serpentejant pot donar una sensació de progrés, mentre que una cua recta pot fer que l'espera es percebi com interminable. Finalment, el preu de l'experiència condiciona les expectatives: un usuari que ha pagat per un *fast pass* tindrà menys paciència que qui està en una cua estàndard.

Així, tots aquests factors s'entrellacen i modulen la percepció del temps, afectant directament l'experiència de l'usuari.

Model matemàtic

Com tenim diverses variables que afecten a la satisfacció, un primer model senzill pot ser una regressió:

$$S = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 E + \beta_3 F + \beta_4 M + \beta_5 D + \beta_6 P$$

on P és el preu normalitzat:

$$P = \frac{P_R}{P_0} = \frac{P_R}{120}$$

sent P_0 el preu màxim que pot pagar una persona per una entrada al parc i P_R és el preu pagat. En el cas de Disney Land, l'entrada més cara és de 120€.

Però podem intuir que la relació entre el temps d'espera i la satisfacció no és lineal, ja que la forma en com percebem els estímuls en relació a la intensitat inicial varia amb el temps: als primers minuts d'espera el temps passa ràpid perquè el cervell encara no està centrat en la durada, cosa que afecta positivament a la satisfacció, però a mesura que augmenta el temps, cada minut es percep com més llarg perquè portem una referència acumulada d'espera, i per tant, la satisfacció decreix fins que arribem a un punt d'insatisfacció baixa.

Podem assumir que la taxa de disminució de la satisfacció és proporcional a la satisfacció restant, però ponderada per l'acumulació del temps d'espera percebut. Això vol dir que la velocitat de pèrdua de satisfacció és major quan la satisfacció inicial és alta, i que com més llarg es percebi el temps d'espera, més ràpid disminueix la satisfacció.

$$\frac{dS}{dT} = -\alpha ST_w \tag{1}$$

on α és un coeficient que determina el grau de sensibilitat de la satisfacció respecte al temps d'espera, el qual determina la velocitat amb què S decreix.

A més, el temps percutut T_w depèn de factors externs, però per simplicitat el modelarem com una proporció del temps real:

$$T_w = kT \quad (2)$$

o equivalentment, assumim que certs factors modifiquen la percepció del temps per mitjà d'una constant k .

Resolem l'equació diferencial:

Substituint T_w en l'equació diferencial:

$$\frac{dS}{S} = -\alpha k T dT \quad (3)$$

Integrant ambdós costats:

$$\int \frac{dS}{S} = -\alpha k \int T dT \quad (4)$$

Obtenim:

$$\ln S = -\alpha k \frac{T^2}{2} + C' \quad (5)$$

Exponenciem per trobar la forma final de $S(T)$:

$$S(T) = S_0 e^{-\alpha k \frac{T^2}{2}} \quad (6)$$

on hem definit $S_0 = e^{C'}$ com la satisfacció inicial.

Considerem que no és adequat mesurar la satisfacció del client únicament a partir de la seva experiència durant el temps d'espera. És fonamental tenir en compte també la satisfacció que el client ja tenia abans de la seva arribada a la cua. La raó d'això és que no és el mateix que un client arribi a l'atracció amb una actitud positiva, amb altes expectatives i satisfacció, que si ho fa amb poc entusiasme o fins i tot amb una percepció negativa de l'atracció. Aquesta predisposició emocional prèvia té un impacte directe en com el client percebrà l'experiència durant l'espera i, per tant, influirà en la seva satisfacció global.

Ara, volem afegir les condicions externes que formin una dependència amb el ritme de pèrdua de satisfacció. Factors com l'entreteniment (E), la fatiga (F), la meteorologia (M), el disseny de la cua (D) i el preu de l'experiència (P) poden afectar aquesta percepció:

$$T_w = Tk = T \cdot (1 - \beta_E E + \beta_F F - \beta_D D - \beta_M M + \beta_P P)$$

on:

- β_E mesura l'impacte de l'entreteniment E en la reducció del temps percutut.
- β_F mesura l'impacte de la fatiga F en l'augment del temps percutut.
- β_D mesura com el disseny de la cua D redueix el temps percutut.
- β_M mesura com la meteorologia de la cua M redueix el temps percutut.

- β_P mesura com el preu de la cua P redueix el temps percebut.

Cada factor té el seu propi efecte independent sobre T_w , llavors, finalment tindríem aquest model:

$$S = S_0 e^{-\alpha \frac{T^2}{2} (1 - \beta_E E + \beta_F F - \beta_D D - \beta_M M + \beta_P P)}$$

Trobem una separació clara de com cada factor afecta a la percepció del temps i, proporcionalment, a la satisfacció.

Llavors, com havíem definit a les assumpcions, aquest model introduceix la percepció del temps dins la funció exponencial, modulant el ritme de pèrdua de satisfacció segons els factors externs:

- Si E o D augmenten, k es redueix, fent que la satisfacció decreixi més lentament.
- Si F o M augmenten, k creix, fent que la satisfacció es redueixi més ràpidament

Per trobar tant el coeficient de pèrdua de satisfacció pel temps d'espera com l'impacte dels factors en la percepció del temps, podem enfocar-ho de dues formes:

- Obtenir dades empíriques i fer un ajustament basat en regressió estadística o optimització numèrica. Però per fer un model acurat necessitem una gran quantitat de dades per estimar amb precisió els valors.
- Fent hipòtesis sobre el comportament dels visitants, basant-nos en estudis previs sobre cues o en límits psicològics.

Actualment, per determinar els pesos dels factors que afecten la percepció del temps d'espera, hem utilitzat una combinació d'assignació heurística inicial i simulacions amb calibratge.

Hem establert valors inicials basats en una estimació qualitativa de com cada factor pot influir en la percepció del temps. Per exemple, hem considerat que l'entreteniment (β_E) té un efecte significatiu en la reducció del temps percebut, mentre que la fatiga (β_F) té un impacte més suau però acumulatiu.

Visualització del model

Per analitzar el comportament de la funció de satisfacció en diferents situacions, hem implementat un codi en Python que simula l'evolució de $S(T)$ en funció del temps d'espera real, tenint en compte diversos factors que afecten la percepció del temps T_w .

A continuació, hem dut a terme simulacions per analitzar el comportament del model sota diferents escenaris i ajustar els pesos perquè els resultats siguin coherents amb el que s'esperaria en situacions reals.

En el futur, millorarem l'assignació d'aquests pesos mitjançant dades empíriques obtingudes a través d'enquestes i anàlisi de dades reals, permetent una calibració més precisa del model.

Es presenten quatre escenaris diferents:

- Dia de mal temps, usuari amb fatiga i poc entreteniment: La meteorologia adversa i la fatiga incrementen el temps percut, accelerant la pèrdua de satisfacció.
- Dia de mal temps, usuari amb fatiga però amb molt entreteniment: L'alt nivell d'entreteniment redueix significativament el temps percut, alentint la pèrdua de satisfacció malgrat la meteorologia i la fatiga.
- Dia amb bon temps sense factors externs negatius: la satisfacció disminueix més lentament.
- Gran nivell d'entreteniment sense factors externs negatius: L'entreteniment elevat fa que la satisfacció es mantingui més alta durant més temps.

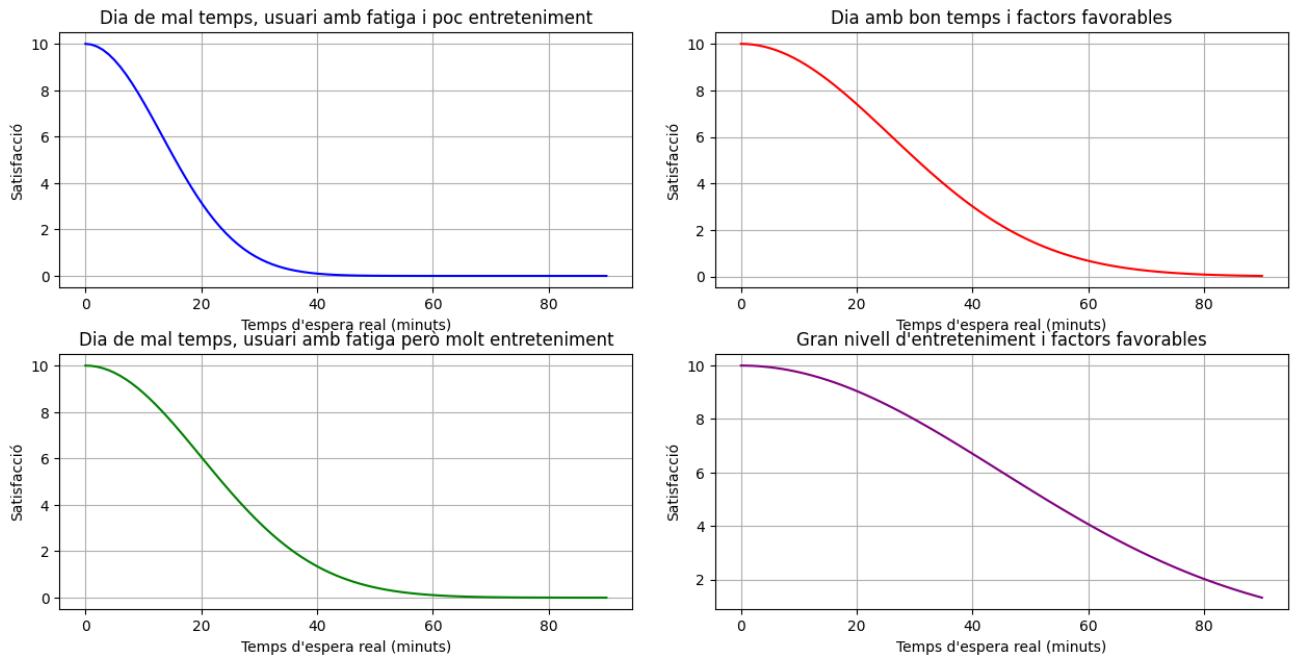


Figure 1: Model en diferents situacions

Els gràfics resultants mostren com la percepció del temps modifica la satisfacció i com diferents condicions poden fer que l'experiència d'espera sigui més suportable o, per contra, més frustrant per als usuaris.

Analisi Dimensional

L'analisi dimensional serveix per verificar la coherència de les equacions i entendre com es relacionen les diferents unitats físiques del model. El model final és:

$$S = S_0 e^{-\alpha \frac{T^2}{2} (1 - \beta_E E + \beta_F F - \beta_D D - \beta_M M + \beta_P P)} \quad (7)$$

On:

- S i S_0 són adimensionals (satisfacció).
- T té unitats de [minuts], ja que, per al temps d'espera en una cua, és més representatiu expressar-lo així.

- α té unitats de $[\min]^{-2}$ per cancel·lar T^2 . Llavors, com que α té dimensions de l'invers del quadrat del temps, l'interpretem com un coeficient d'acceleració de la pèrdua de satisfacció.
- E, F, M, D són adimensionals (escala de 0 a 1).
- $\beta_E, \beta_F, \beta_D, \beta_M, \beta_P$ són adimensionals.
- P és el preu normalitzat: $P = \frac{P_R}{P_0}$, on P_0 és el preu màxim que pot pagar una persona per una entrada al parc, i P_R és el preu pagat (més si és FastPass, amb un valor màxim de 1, i menys si és una entrada normal).

Així, hem separat clarament com cada factor afecta la percepció del temps i, proporcionalment, la satisfacció.

Càcul de la Propagació d'Errors

Formulació General

Per calcular la propagació d'errors de forma general, considerem la funció $S(T, \beta_E, \beta_F, \beta_D, \beta_M, \beta_P)$ que depèn dels paràmetres β_i . L'error total en S es pot calcular amb:

$$\sigma_S = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial S}{\partial \beta_i} \sigma_{\beta_i} \right)^2} \quad (8)$$

Les derivades parcials de S respecte a cada paràmetre s'expressen com:

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_i} = S \left(\frac{\alpha T^2}{2} X_i \right), \quad (9)$$

on X_i és el factor corresponent (E, F, D, M, P). Això ens permet calcular l'error en qualsevol condició de temps d'espera.

Aplicació al Cas de $T = 30$ Minuts

Definim els valors del model matemàtic:

- $S_0 = 10$ (*Satisfacció inicial*)
- $\alpha = 0.005$ (*Coeficient de pèrdua de satisfacció*)
- $T = 30$ (*Temps d'espera en minuts*)
- Factors externs: $E = 0.7, F = 0.4, D = 0.8, M = 0.6, P = 0.5$
- Coeficients: $\beta_E = 0.5, \beta_F = 0.1, \beta_D = 0.2, \beta_M = 0.2, \beta_P = 0.1$

Les incerteses en els paràmetres es fixen aleatoriament com:

$$\sigma_{\beta_E} = 0.05, \quad \sigma_{\beta_F} = 0.02, \quad \sigma_{\beta_D} = 0.03, \quad \sigma_{\beta_M} = 0.03, \quad \sigma_{\beta_P} = 0.02 \quad (10)$$

Càcul de la Satisfacció

La satisfacció es modelitza com:

$$S = S_0 e^{-\frac{\alpha T^2}{2} (1 - \beta_E E + \beta_F F - \beta_D D - \beta_M M + \beta_P P)} \quad (11)$$

Substituint els valors, obtenim:

$$S(30) = 3.55 \quad (12)$$

Càcul de la Incertesa per $T = 30$

Substituint les derivades parcials i les incerteses en la propagació d'errors:

$$\sigma_S = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial S}{\partial \beta_i} \sigma_{\beta_i} \right)^2} \quad (13)$$

Realitzant els càlculs, obtenim:

$$\sigma_S = 0.38 \quad (14)$$

Resultat Final

$$S(30) = 3.55 \pm 0.38 \quad (15)$$

Això indica que la satisfacció esperada pel temps d'espera de 30 minuts es troba dins l'interval [3.17, 3.93], tenint en compte les incerteses dels paràmetres.

4 Simulació del sistema

Primerament hem plantejat una simulació basada en la interacció d'usuaris amb les diferents atraccions, centrant-nos especialment en obtenir uns temps d'espera a les cues molt similars a la realitat.

La nostra aproximació consisteix en simular Disney Land Paris com un conjunt d'atraccions amb diferents característiques (capacitat, durada del recorregut, popularitat, etc.) i modelar el comportament dels usuaris, que decideixen a quines atraccions anar en funció de diversos factors com el temps d'espera, la distància o la popularitat de l'atracció.

A través de la simulació, podrem obtenir la distribució dels usuaris entre les diferents atraccions al llarg del temps i els temps d'espera mitjans per cada atracció, validant la simulació comparant els temps d'espera simulats amb dades reals proporcionades pel parc.

Aquest enfocament ens permetrà posteriorment incorporar el model de satisfacció a la simulació i obtenir una estimació més realista de la satisfacció dels clients en les atraccions, ja que es simula l'experiència completa de l'usuari en el parc. El problema que trobem és que no disposem de dades reals completes sobre la satisfacció exacta d'usuaris ni com estan estructurades les cues de les atraccions (entreteniment a la cua, tipus de cua...), el que ens portarà a simplificar el model.

Simulació del temps d'espera

Introducció

La simulació modela l'experiència de diversos clients en un parc d'atraccions, concretament hem escollit simular **12.000 clients** perquè considerem que és una xifra realista i representativa dins del context del nostre model, que inclou només **12 atraccions** del parc. Tot i que l'afluència diària real del parc pot superar els 30.000 visitants, aquests es reparteixen entre més de 30 atraccions, espectacles, restaurants i altres activitats. En el nostre cas, com que la simulació se centra exclusivament en una part del parc (aproximadament un terç de les atraccions), una mostra de 12.000 clients permet reproduir amb fidelitat la càrrega i els temps d'espera reals que aquestes atraccions podrien experimentar en una jornada habitual.

Cada client pot tenir o no un conjunt de preferències sobre les atraccions que vol visitar i un temps de paciència determinat aleatoriament (mitjançant una distribució normal amb mitjana 45 min i desviació estàndard 10 min). La simulació implementada modela el recorregut i el comportament de clients durant una finestra de 12 hores.

Es defineix el conjunt d'atraccions amb els seus paràmetres clau:

- **Dinàmica:** tipus d'operació de la cua (“simultània”: tots els vehicles embarquen i desembarquen en conjunt, “omnimover”: flux constant de persones amb temps d'embarcament continu o “blockchain”: vehicles agrupats amb headway definit).
- **Capacitat:** nombre de persones per vehicle i nombre de vehicles o elements independents (*persones/vehicle*).
- **Temps de viatge:** durada del recorregut un cop pujat (minuts).
- **Temps mitjà d'espera estimat real:** per comparar-ho amb el temps simulat obtingut (minuts).
- **Tipologia i preferències:** etiquetes “infantil”, “nivell mitjà” o “nivell alt”.
- **Posició (x, y)** al mapa, per calcular distàncies entre atraccions.
- **Rating:** valoració real de l'atracció.

Es defineix el conjunt d'usuaris amb els seus paràmetres claus:

- **Preferències:** Cada client selecciona a l'inici entre 6 i 10 atraccions compatibles amb el seu perfil, aplicant una selecció ponderada segons el valor “desitjat” de cada atracció. Si el client no té preferències específiques, es considera que visitarà totes les atraccions del parc.
- **Paciència:** temps de paciència determinat aleatoriament.

Implementació de la Simulació

En cada pas, es calcula el temps d'espera teòric restant (`espera_simultanea`, `espera_omnimover`, `espera_blockchain`) i el desplaçament físic (distància Euclídea/ velocitat fixa). El client triarà sempre l'opció amb **menor temps total esperat** (espera + desplaçament). En cas d'empat, es decanta per l'atracció més propera. Amb això pretenem simular, per una banda, l'accés de l'usuari a serveis que ofereixen informació actualitzada directament desde el parc sobre els temps d'espera (com Queue Times). I d'altra banda, que escullin les atraccions més properes a la seva ubicació.

Quan un client arriba a una atracció, el temps d'espera és un factor clau en la seva decisió. Si el temps d'espera supera el seu nivell de paciència, abandonarà l'atracció i intentarà accedir a una altra. No obstant això, si el client encara té paciència i ja ha pujat a totes les atraccions que ha seleccionat com a preferides i encara té temps, podrà intentar accedir novament a una atracció que va abandonar, però només una vegada més. Aquesta restricció es fonamenta en la lògica que, en general, a mesura que el temps passa i el client torna a intentar una atracció, la seva paciència disminuirà. Així, si en el primer intent un client abandona per manca de paciència, és probable que no aconsegueixi accedir-hi en el segon intent, ja que el temps que haurà passat des del primer abandonament reduirà encara més la seva tolerància.

En cas que accedeixi a una atracció, s'insereix a la cua de SimPy i es mesura el temps d'espera real. Un cop pujat al vehicle, el client passa el temps de duració corresponent i registra la visita.

Un cop el client ha visitat totes les atraccions que coincideixen amb les seves preferències, si encara té temps, podrà tornar a intentar les atraccions que ha valorat millor, basant-se en la seva puntuació personal.

Aquesta dinàmica reflecteix com un client interactua amb el parc d'atraccions, combinant les preferències individuals amb les limitacions de temps i paciència.

Visualització de la simulació

Aquesta simulació visualitza el moviment dels clients dins del parc, representant mitjançant estrelles les diferents atraccions del parc i amb fletxes de colors els trajectes individuals de cada usuari. Cada color representa un client diferent. Tots inicien el recorregut des del mateix punt d'entrada, situat a la posició inferior esquerra (0,0), i es desplacen progressivament cap a diverses zones del parc.

Al principi, les fletxes es concentren prop de l'entrada, reflectint una major afluència inicial en atraccions properes. A mesura que avança el temps, els clients es dispersen, creant una xarxa de rutes més complexes i llargues, amb fletxes que connecten àrees més llunyanes.

Al final del dia, s'observa com ja no es generen fletxes noves des de l'entrada, reflectint que no arriben més visitants, mentre les existents mostren moviments entre atraccions internes, coherent amb el comportament real dels parcs.

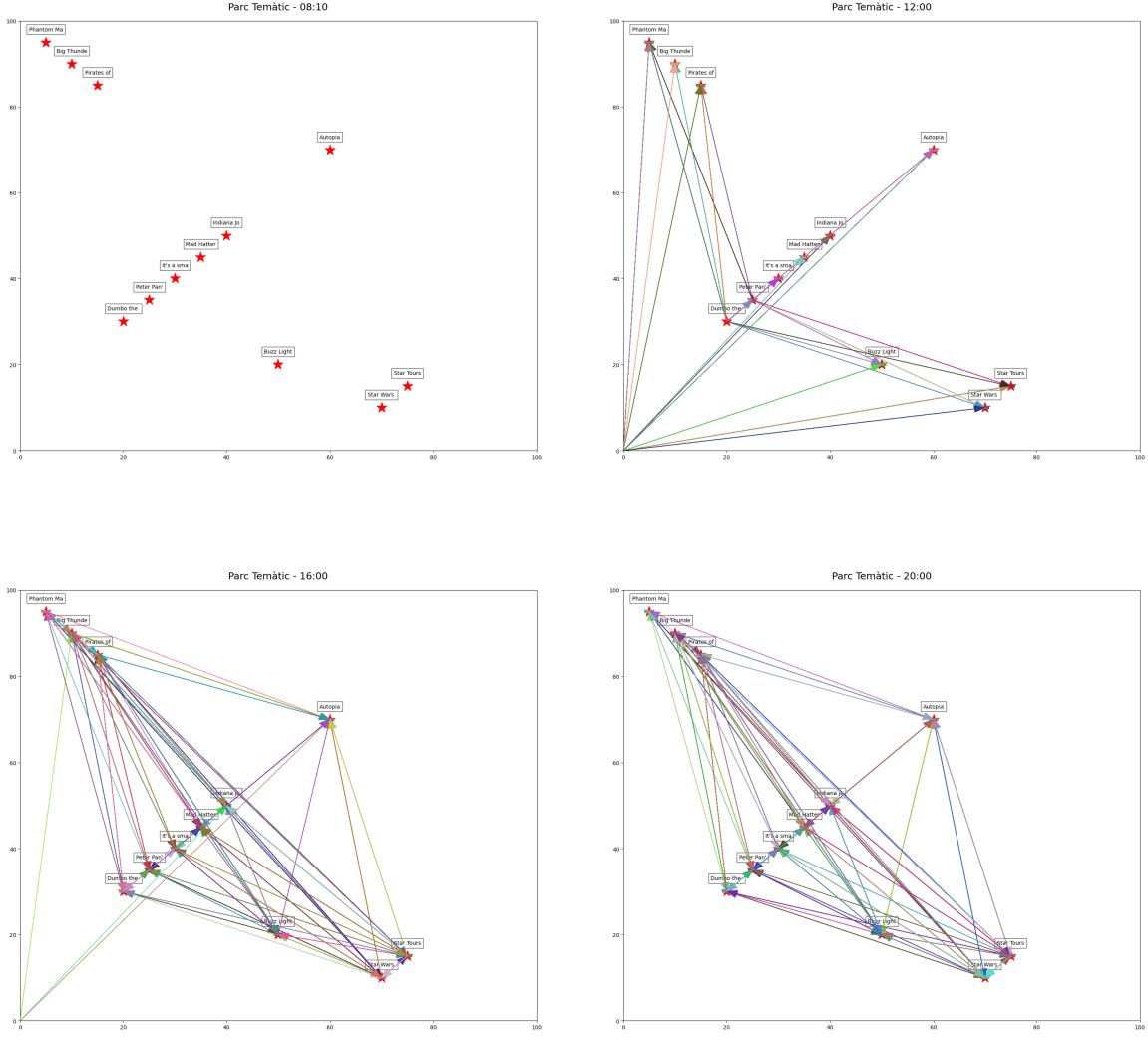


Figure 2: Visualització de la simulació de moviments al parc temàtic.

Simulació de la satisfacció

El següent pas consisteix en incorporar el nostre model de pèrdua de satisfacció en les cues per poder obtenir una estimació més realista de la satisfacció final de cada atracció gràcies a que simulem l'experiència completa de l'usuari en el parc. Sense disposar de factors externs (entreteniment a la cua, tipus de cua), hem decidit simplificar el model inicial, introduint un factor k per cada atracció:

$$T \cdot (1 - \beta_E E + \beta_F F - \beta_D D - \beta_M M + \beta_P P) = T \cdot k$$

La satisfacció inicial de cada client és 10 i es degradarà segons:

$$\Delta = \alpha \cdot \frac{t^2}{2} \cdot k, \quad S_{new} = S_{old} \cdot e^{-\Delta}$$

on t és el temps d'espera real. Aquesta fórmula capture la pèrdua exponencial de satisfacció en funció de l'espera quadràtica.

Calibració del Paràmetre k

Per ajustar k hem emprat una cerca en quadrícula (gridsearch) sobre valors de 0.1 a 1.0. Per cada atracció:

- Es fixa k per a les altres atraccions.
- Es recorre cada valor de k candidat i es corre la simulació.
- Es mesura la satisfacció mitjana obtinguda i s'escull el k que minimitza l'error respecte els valors reals de temps d'espera i rating.

Aquesta calibració s'ha fet mitjançant un set de dades independent al de la simulació. Els valors reals dels temps i del rating són proporcionats externament (anar a la secció Disseny de la campanya de presa de dades i resultats).

La calibració retorna per a cada atracció el k -òptim i l'error associat. A continuació es mostra un resum dels resultats:

```
# Exemple de DataFrame de resultats
# Atraccio          | k_optima | error
# -----
# Big Thunder Mountain | 0.53      | 0.12
# ...
```

Listing 1: Resultats de la calibració de k

Implementació de la Simulació

Per a la implementació de la simulació de satisfacció, hem partit de la base de la simulació de temps d'espera desenvolupada prèviament, reutilitzant les estructures de dades i el procés de simulació de clients. Durant l'execució de cada procés `client`, després de calcular el temps real d'espera a la cua, s'actualitza el nivell de satisfacció multiplicant per l'exponencial de la pèrdua $e^{-\alpha t^2 k/2}$. Així, la degradació de satisfacció es basa únicament en el temps d'espera mesurat i el factor k trobat a la calibració, permetent calibrar el model amb dades empíriques.

5 Disseny de la campanya de presa de dades i resultats

Per tal de dissenyar i implementar una simulació realista dels temps d'espera i del recorregut dels visitants al parc, hem organitzat una campanya de presa de dades rigorosa que minimitza les incerteses i utilitza fonts de dades reals i contrastades. Aquesta campanya ens ha permès obtenir informació essencial sobre els fluxos de visitants, els temps d'espera reals, les capacitats de les atraccions, que posteriorment s'han integrat al model de simulació per representar amb fidelitat el comportament dels visitants al llarg del dia.

Disseny de la presa de dades

Per tal d'obtenir les dades de capacitat i característiques de les atraccions, s'ha realitzat una recollida d'informació utilitzant diverses fonts fiables. Concretament, s'han emprat:

- **Temps d'espera mitjà i màxim:** extrets del portal <https://queue-times.com/parks/4/stats>, que recopila dades reals de temps d'espera en atraccions de Disneyland Paris.
- **Valoració mitjana de les atraccions:** obtinguda de <https://www.thrill-data.com> i de <https://www.disneytouristblog.com>, que presenten valoracions d'usuaris sobre la qualitat percebuda de les atraccions.
- **Capacitat per vehicle, nombre total de vehicles i durada de l'atracció:** s'han recopilat a partir de fonts oficials, fòrums especialitzats de Disney, i webs de fans que documenten les característiques tècniques de cada atracció. S'ha contrastat la informació per assegurar-ne l'exactitud. Com ara la base de dades <https://rcdb.com/957.html> i d'articles informatius com <https://medium.com/@DiscoveryArcade/disneyland-paris-ride-capacity-list-192800281551>

Recull de dades reals

A l'hora de recollir les dades hem utilitzat dues fonts independents tant per als temps d'espera com per a les valoracions dels clients. De forma que ens van permetre, d'una banda, validar que la simulació reproduïa amb fidelitat els temps reals del parc i, de l'altra, calibrar la dependència temporal del model de satisfacció (factor k).

Pels temps d'espera, vam extreure la mitjana registrada durant l'any 2022 i, de forma separada, la mitjana de 2023. Pel que fa a les valoracions dels usuaris, vam recollir les puntuacions mitjanes de cada atracció de dues webs independents especialitzades en opinions de visitants. Aquestes puntuacions, corresponents als mateixos períodes 2022–2023, van servir com a valors “reals” de satisfacció sobre els quals ajustar el model simplificat.

A continuació, mostrem la taula final de dades de les atraccions que inclou intensitat, temps d'espera mitjà i màxim, capacitat per vehicle, nombre de vehicles operatius, capacitat per hora, capacitat per cicle, durada del recorregut i valoració d'usuari, utilitzades per la simulació:

| Atracció | Intensitat | Espera Mitja | Espera Màxima |
|-------------------------------------|------------|--------------|---------------|
| Big Thunder Mountain | Alta | 42 | 71 |
| Dumbo the Flying Elephant | Baixa | 30 | 40 |
| Peter Pan's Flight | Mitjana | 46 | 62 |
| Buzz Lightyear Lazer Blast | Baixa | 32 | 54 |
| Autopia | Baixa | 27 | 49 |
| Phantom Manor | Mitjana | 14 | 28 |
| It's a small world | Baixa | 10 | 21 |
| Star Wars Hyperspace Mountain | Alta | 23 | 51 |
| Star Tours the Adventures Continue | Mitjana | 20 | 48 |
| Pirates of the Caribbean | Mitjana | 18 | 35 |
| Indiana Jones et le Temple du Peril | Alta | 19 | 39 |
| Mad Hatter's Tea Cups | Mitjana | 10 | 15 |

Table 1: Intensitat i temps d'espera de les atraccions.

| Atracció | Capacitat per vehicle | Vehicles operatius |
|-------------------------------------|-----------------------|--------------------|
| Big Thunder Mountain | 30 | 5 |
| Dumbo the Flying Elephant | 2 | 16 |
| Peter Pan's Flight | 4 | 16 |
| Buzz Lightyear Lazer Blast | 2 | 50 |
| Autopia | 2 | 80 |
| Phantom Manor | 3 | 131 |
| It's a small world | 20 | 29 |
| Star Wars Hyperspace Mountain | 24 | 5 |
| Star Tours the Adventures Continue | 40 | 4 |
| Pirates of the Caribbean | 23 | 35 |
| Indiana Jones et le Temple du Péril | 12 | 2 |
| Mad Hatter's Tea Cups | 4 | 18 |

Table 2: Capacitat per vehicle i vehicles operatius de les atraccions.

| Atracció | Capacitat per hora | Durada (min) | Rating |
|-------------------------------------|--------------------|--------------|--------|
| Big Thunder Mountain | 2424 | 4 | 8.4 |
| Dumbo the Flying Elephant | 600 | 2 | 6.9 |
| Peter Pan's Flight | 800 | 3 | 7.5 |
| Buzz Lightyear Lazer Blast | 1200 | 4 | 5 |
| Autopia | 1600 | 5 | 5 |
| Phantom Manor | 3368 | 6 | 8 |
| It's a small world | 3168 | 10 | 8 |
| Star Wars Hyperspace Mountain | 1980 | 2 | 8.7 |
| Star Tours the Adventures Continue | 1745 | 4 | 7.4 |
| Pirates of the Caribbean | 4591 | 7 | 9.7 |
| Indiana Jones et le Temple du Péril | 1472 | 1 | 9.5 |
| Mad Hatter's Tea Cups | 1728 | 2 | 5 |

Table 3: Capacitat per hora, durada i valoració de les atraccions.

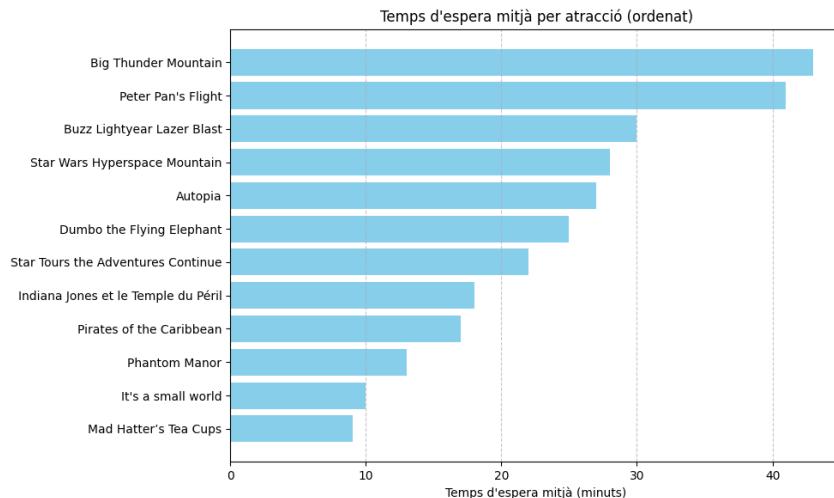


Figure 3: Temps d'espera mitjà per atracció.

6 Verificació del Model

En el nostre cas hem comprovat que els resultats obtinguts corresponen al comportament definit pel model. L'objectiu principal és verificar que la simulació reflecteix correctament la relació entre el temps d'espera i la satisfacció dels usuaris, sense errors de programació ni anomalies computacionals. A més, hem comprovat que els resultats de la mitjana de satisfacció i els temps d'espera són coherents amb el funcionament real d'un parc temàtic. Finalment, validem les dades d'entrada (paràmetres k , , paciències) i de sortida (DataFrame de resultats) amb assertions per assegurar coherència abans i després de cada simulació.

Aquí descrivim les proves i controls efectuats per assegurar que el model està ben implementat i que compleix amb la seva especificació.

- **Verificació de paràmetres i càlculs:** S'han executat simulacions de prova variant exclusivament el valor de k , assegurant que els resultats de satisfacció responen de manera monòtona i esperable (augment de k redueix la satisfacció). També s'ha revisat la fórmula de degradació exponencial per evitar divisions per zero i problemes de precisió en càlcul de $e^{-\Delta}$.
- **Evitar bucles infinitos:** Hem realitzat proves de temps límit, confirmant que tots els processos `client` finalitzen correctament abans de la durada òptima de simulació.

Després de les proves realitzades, es conclou que el model està correctament implementat segons la seva especificació i que no presenta errors lògics o computacionals. Podem afirmar que estem simulant bé el model, ja que tots els components han estat validats individualment i en conjunt.

7 Validació del Model

Validació de la Simulació del Temps d'Espera

Per validar empíricament el nostre model de simulació, s'han comparat els resultats obtinguts en la simulació amb dades reals sobre capacitat, durada i temps d'espera de les atraccions del parc temàtic.

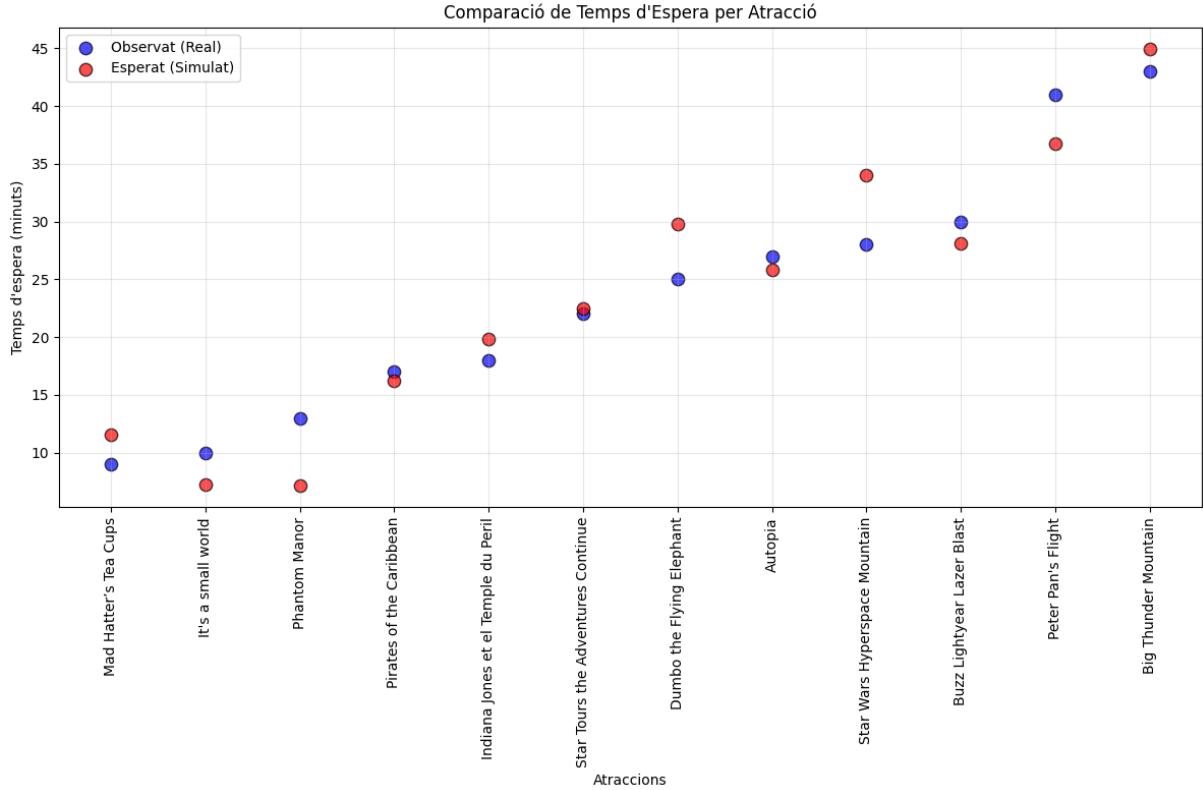


Figure 4: Comparació del temps d'espera simulat amb el real

Com es pot observar a la Figura 4, els temps d'espera simulats mostren una alta concordança amb els valors observats realment per a la majoria d'atraccions. Tot i això, s'identifiquen certes diferències puntuals: en alguns casos, la simulació tendeix a sobreestimar lleugerament el temps d'espera (com a Star Wars Hyperspace Mountain), mentre que en d'altres es produeix una subestimació (com a Phantom Manor). Aquestes variacions poden deure's a factors externs o factors no modelats (anar a secció Millores)) però, en general, la similitud entre les dues sèries valida que el model reproduceix amb fidelitat la dinàmica de les cues al parc.

Anàlisi de convergència i sensibilitat

Per comprovar si la simulació és estable a variacions, hem fet un estudi de Monte Carlo amb 30 rèpliques variades en paràmetres clau.

Per generar les variacions de paràmetres hem procedit de la manera següent:

1. Selecció de paràmetres a variar

Hem identificat com a més rellevants pel comportament global del sistema:

- Nombre total de clients.
- Paciència mitjana i desviació estàndard.
- Velocitat de moviment dels clients.
- Durada de la simulació (en minuts).
- Paràmetres d'atraccions: nombre de vehicles i temps de durada de cada recorregut.

2. Distribucions de mostreig

Per a cada paràmetre definim una distribució aleatòria al voltant del seu valor base:

- **Nombre de clients:** $\mathcal{N}(10\,000, 1\,000)$
- **Paciència mitjana:** $\mathcal{N}(45, 5)$ (en minuts)
- **Paciència desviació estàndard:** $\mathcal{N}(45, 10)$ (en minuts)
- **Velocitat de moviment:** $\mathcal{N}(5, 0.5)$ (unitats per dt)
- **Durada de la simulació:** $\mathcal{N}(720, 60)$ (en minuts)

3. Pertorbació de paràmetres d'atracció

Dins de cada rèplica, per a cada atracció varíem:

- **Temps de durada:** multiplicat per un factor aleatori $\mathcal{N}(1.0, 0.1)$ (variació de fins a $\pm 10\%$).
- **Nombre de vehicles:** si $n > 1$, s'hi afegeix aleatoriament $-1, 0$ o $+1$, mantenint sempre un mínim d'un vehicle.

4. Execució de N simulacions

Vam fer 30 simulacions independents (Monte Carlo), cadascuna amb un conjunt únic de paràmetres mostrejats. Això ens permet mesurar la variabilitat del model i calcular mitjanes i desviacions estàndard de les mètriques clau, com el temps d'espera.

5. Anàlisi d'efectes

Finalment, agreguem els resultats de totes les rèpliques per obtenir:

- **Mitjana \pm desviació estàndard** de cada mètrica.
- **Barres d'error** i distribucions (histogrames) que mostren la sensibilitat del sistema a petits canvis en els paràmetres.

Aquesta estratègia de variacions sistemàtiques ens garanteix que la simulació no dependrà d'un únic conjunt "ideal" de valors i que les nostres conclusions són robustes davant l'aleatorietat i possibles desviacions reals.

A continuació mostrem la **mitjana i desviació estàndard** dels temps d'espera per atracció. Les barres d'error obtingudes confirmen que la simulació és estable:

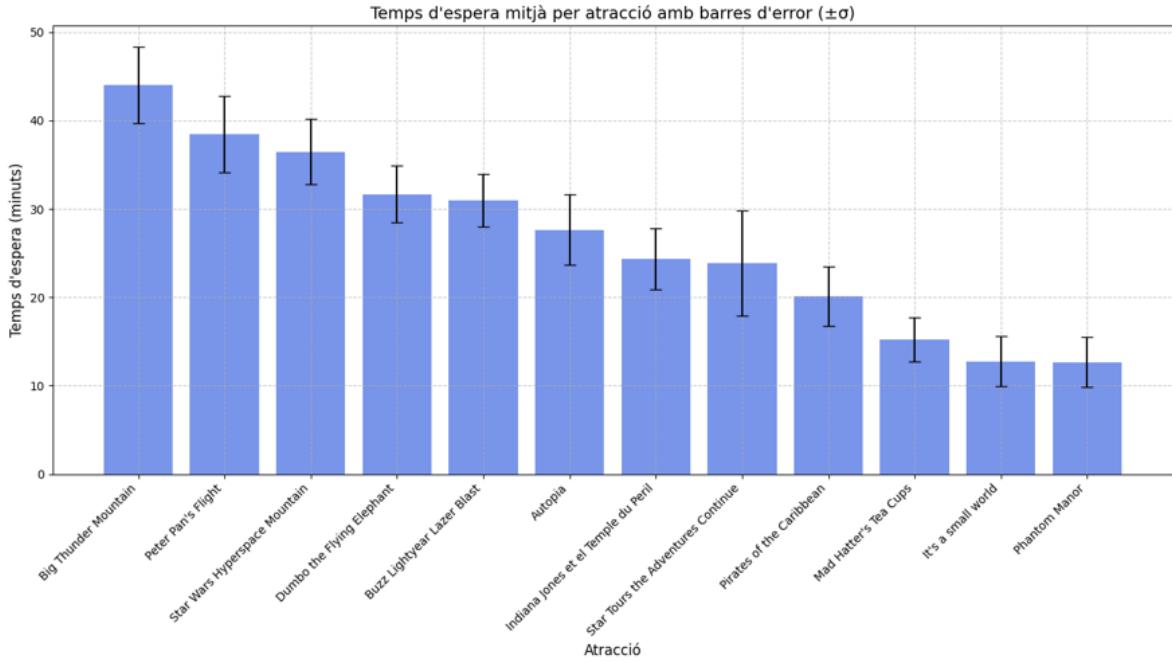


Figure 5: Temps d'espera simulació amb barres d'error

Destaquem aquí el *Top 3* d'atraccions amb major temps d'espera mitjà (mitjana \pm desviació estàndard), obtingut a partir de l'anàlisi:

- Big Thunder Mountain: 45.00 ± 4.19 minuts
- Peter Pan's Flight: 39.11 ± 3.94 minuts
- Star Wars Hyperspace Mountain: 37.18 ± 3.83 minuts

Les desviacions estàndard (4 min per mitjanes de 37–45 min) representen només un 9–11 % de variabilitat. Això indica que, malgrat l'aleatorietat de la simulació (arribades, preferències, paràmetres lleugerament variats), els temps d'espera es mantenen ben concentrats. Amb 30 rèpliques Monte Carlo, la mitjana convergeix i la dispersió és moderada, cosa que demostra que el model és estable, repetible i capaç de reproduir de manera fiable la dinàmica real de les cues.

Amb l'anàlisi també hem pogut mesurar:

- **El nombre mitjà de visites d'atraccions per client:** La distribució original d'atraccions per client revela que els visitants accedeixen a una mitjana de 17,93 atraccions per jornada, amb una desviació de $\pm 1,71$, cosa que indica una experiència relativament homogènia pel que fa a la quantitat d'atraccions visitades.
- **Distribucions dels temps d'espera segons el tipus i la dinàmica de l'atracció:** Els resultats en la Figura 6 mostren una diferència en els temps d'espera segons el tipus de dinàmica de les atraccions:
 - **Blockchain:** Veiem que genera cues llargues, augmentant el temps d'espera, ja que aquestes atraccions solen tenir un cicle llarg i baixa capacitat per hora.

- **Simultània:** En aquest cas, diversos grups poden entrar alhora, cosa que agilitza lleugerament el flux, però encara així hi ha limitacions depenent de la capacitat de l'atracció i la durada de l'experiència.
- **Omnimover:** Aquest sistema està dissenyat per fluxos continus i eficients. De manera que pot absorbir un gran volum de visitants amb temps d'espera relativament curts.

En general, aquests resultats tenen sentit i són coherents amb el funcionament real d'un parc temàtic. Les atraccions amb dinàmiques de càrrega més lentes o per blocs (com les blockchain) presenten temps d'espera més alts, mentre que les que permeten un flux constant de visitants (com les omnimover) són més eficients i generen menys cues.

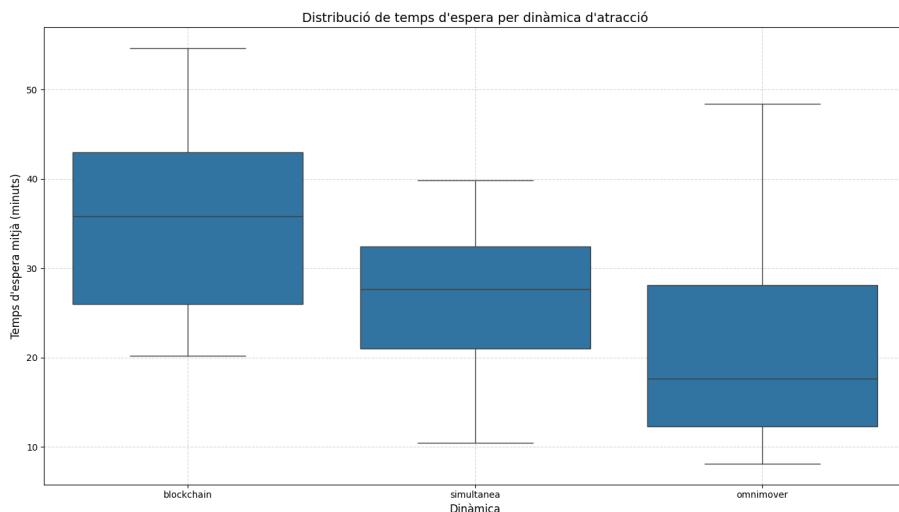


Figure 6: Distribució del temps d'espera segons la dinàmica de l'atracció

Per últim, amb aquest anàlisi hem dut a terme un **anàlisi de sensibilitat**, per veure quins paràmetres tenen més influència sobre el temps d'espera mitjà a les atraccions simulades:

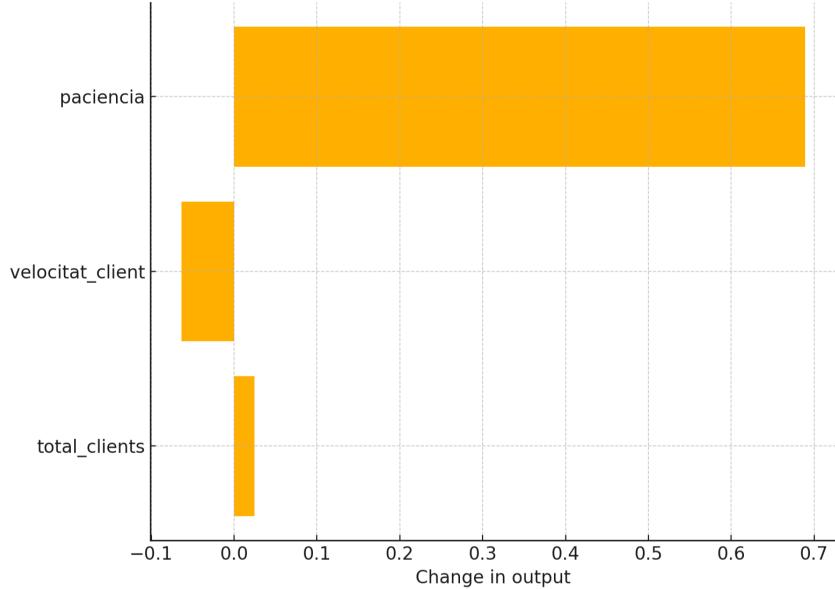


Figure 7: Sensibilitat dels paràmetres a la simulació

Com podem veure a la Figura 7, mostra que la *paciència* és el paràmetre amb més impacte en el temps d'espera (+0,7 unitats). Un augment en la tolerància al temps d'espera provoca un increment notable en el temps d'espera global.

La velocitat de desplaçament té un impacte moderadament negatiu: a mesura que els usuaris es mouen més ràpidament pel parc, redueixen lleugerament el temps d'espera mitjà, ja que poden distribuir-se més eficientment.

El nombre total d'usuaris té un efecte menor del que s'esperava, la qual cosa pot indicar que la capacitat del sistema (atraccions, distribució, temps de servei) és prou robusta per absorbir variacions moderades en la càrrega.

Anàlisi dels Resultats de la Simulació de la Satisfacció

Per tal de completar la validació del nostre model i fer un anàlisi crític dels resultats, hem calculat i representat la satisfacció mitjana obtinguda per cada atracció de la següent manera:

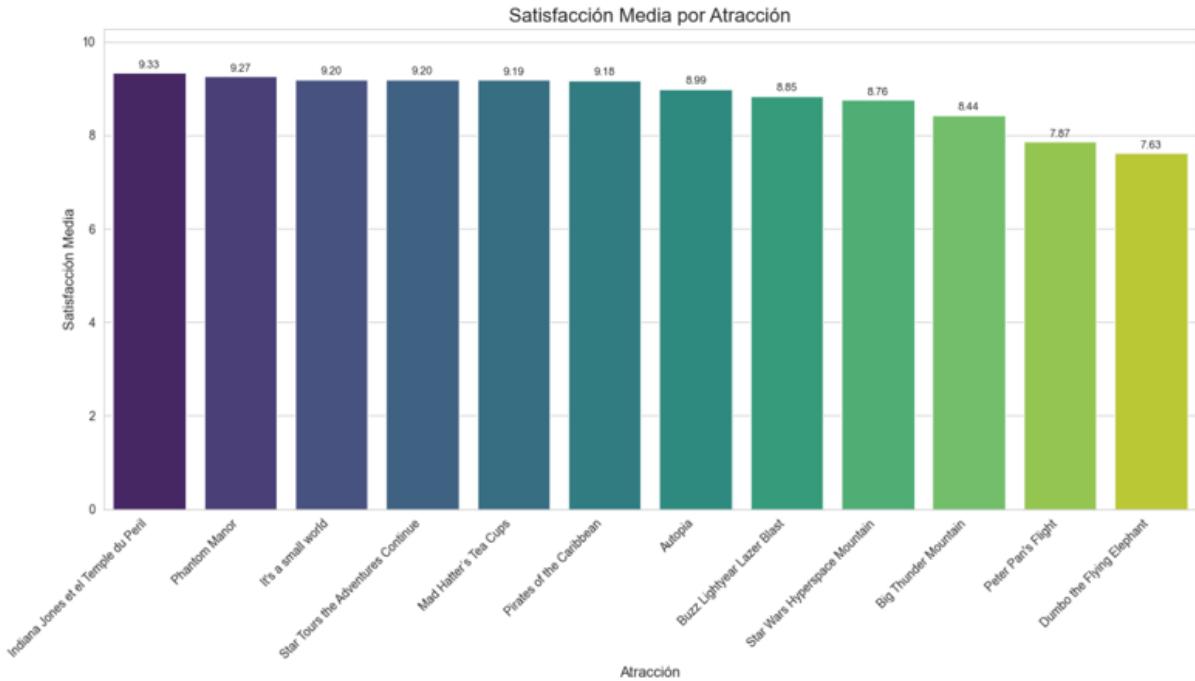


Figure 8: Satisfacció mitjana final per atracció

Aquest gràfic ens permet identificar quines atraccions generen més o menys satisfacció als visitants. Veiem una clara correlació temps-satisfacció: Com mostrava la Figura 5 que les tres atraccions amb més temps d'espera (*Big Thunder Mountain*, *Peter Pan's Flight*, *Star Wars Hyperspace Mountain*) són també de les de menor satisfacció mitjana.

Si analitzem les dades de satisfacció segons el tipus d'atracció, veiem diferències significatives:

- **Tipus d'atracció i satisfacció:** A la Figura 9 veiem que les atraccions de nivell alt (muntanyes russes i experiències temàtiques intenses) mostren una mediana de satisfacció elevada amb una distribució poc dispersa, tot i que presenten alguns valors atípics per sota de 5. Les atraccions de nivell mitjà també mantenen medianes altes amb una dispersió similar. En canvi, les atraccions infantils, com *Dumbo*, presenten la major variabilitat en satisfacció, coincidint amb temps d'espera elevats (31,35 minuts segons Figura 5) i expectatives baixes (6.9 de rating).

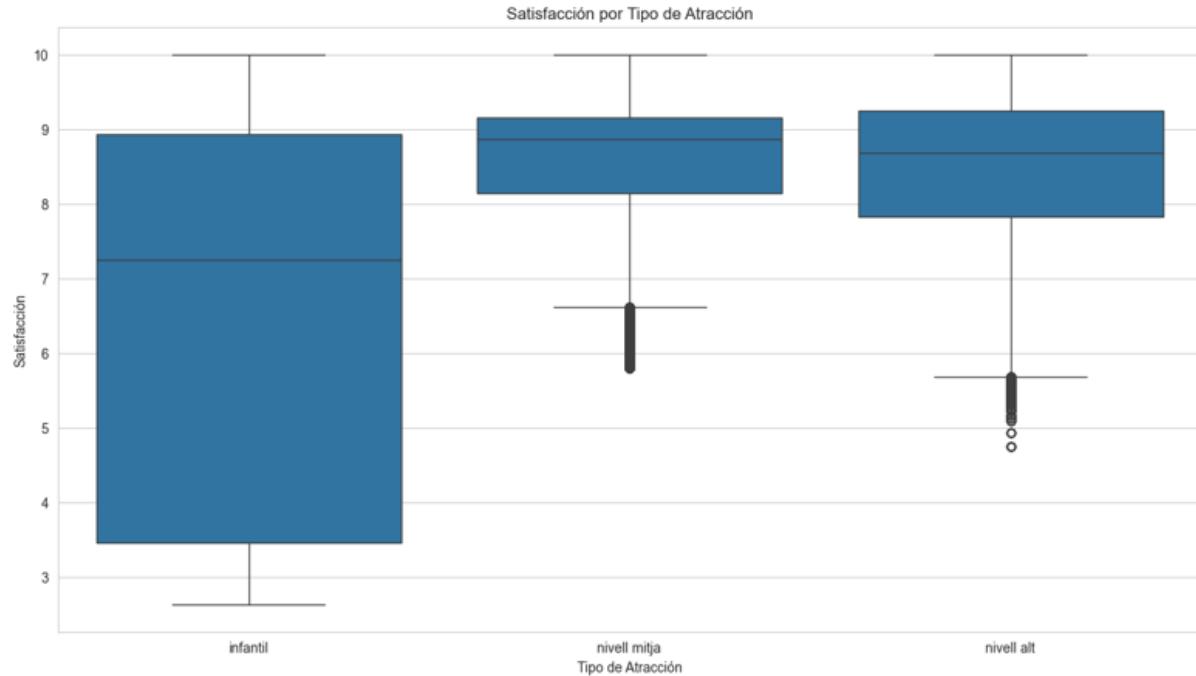
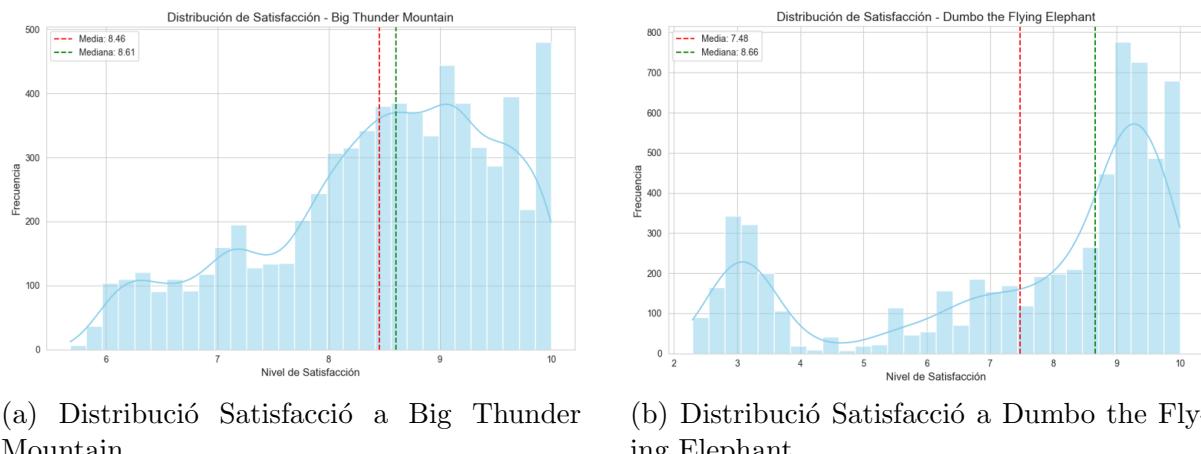


Figure 9: Satisfacció per tipus de atracció

- **Distribucions de satisfacció:** Hem gràficat les distribucions d'atraccions específiques per analitzar les diferències. Veiem que *Big Thunder Mountain* presenta una distribució àmplia (mitjana 8,46) amb valors entre 6 i 10, mentre que *Dumbo the Flying Elephant* mostra una distribució bimodal (mitjana 7,48), amb grups de visitants molt insatisfets (valors 2–4) i altres amb alta satisfacció (8–10).



(a) Distribució Satisfacció a Big Thunder Mountain

(b) Distribució Satisfacció a Dumbo the Flying Elephant

Figure 10: Distribucions en diverses atraccions

- **Correlació entre espera i satisfacció:** Com mostra l'anàlisi original, existeix una forta correlació negativa (-0,5255) entre el temps d'espera i la satisfacció, confirmant que les atraccions amb menor espera obtenen puntuacions més altes.

8 Millores a implementar en la simulació

Hem identificat possibles millores per enriquir la simulació i acostar-la més a la realitat operativa de Disneyland Paris:

1. **Simulació detallada dels cicles de vehicles** Fins ara, per a cada atracció, es crea un `simpy.Resource` amb capacitat simultània igual al nombre de persones que pot atendre alhora. Es podria incorporar la dinàmica interna de càrrega i descàrrega dels vehicles:
 - Simultànies: Modelar el temps de sincronització entre embarcament i desembarcament de tots els vehicles. Caldria definir finestres d'embarcament: un cop iniciat el període (per exemple, cada quatre minuts), tots els clients que han arribat a la cua hi pujarien fins a omplir la capacitat o fins que s'escotgi el temps límit, i cap altre usuari podria pujar fins que no finalitzi el cicle de l'atracció.
 - Omnimover: Simular el flux continu i la capacitat de moviment en cadena, amb transicions suaus entre vehicles. Caldria parametrar un “interval d’arribada” basat en la distància entre vehicles i la velocitat de la plataforma.
 - Blockchain: Introduir l’espaiat exacte (headway) i la variabilitat en l’arribada dels grups de vehicles. Seria convenient que cada vehicle, un cop iniciat el seu recorregut, quedí bloquejat fins al final del viatge i no accepti noves reserves enmig del trajecte.
2. **Interacció més realista** Afegir activitats alternatives al recorregut com restaurants i punts de restauració amb temps de consum variables. Descansos i zones d’ombreig amb efectes sobre la paciència dels clients.
3. **Agrupaments de clients (famílies i grups)** Modelar grups amb preferències compartides i temps de moviment conjunt:
 - Sincronització de selecció d’atraccions dins del grup.
 - Efecte de decisions col·lectives i abandonaments conjunturals.
4. **Disciplines de cua alternatives** Simular mecanismes de prioritat i filtratge com el Fast Pass o sistemes de reserva amb franges horàries.

9 Presentació de conclusions

El model de simulació ens permet analitzar les satisfaccions dels usuaris en les diverses atraccions d'un parc temàtic, com és en aquest cas, Disneyland Paris, des del punt de vista del flux de visitants, la gestió de cues i el rating. Com a primera conclusió, gràcies a l’ànàlisi dels resultats obtinguts, veiem que la satisfacció dels usuaris **no depèn només del temps d’espera**, sinó també del tipus d’atracció i de les expectatives prèvies. Això pot ajudar a redefinir estratègies de gestió del parc, per exemple, ajustant les cues o millorant la informació sobre les atraccions infantils amb cues llargues. A més a més, la introducció del factor de calibratge k ha permès ajustar amb major precisió el model de satisfacció.

Tanmateix, cal reconèixer les limitacions del model, com la simplificació de comportaments humans (elecció d'atraccions, abandonament de cues, pauses per menjar, etc.) i l'absència de factors com el clima, esdeveniments especials o incidències tècniques. A més, el model assumeix que tots els usuaris tenen un comportament homogeni i completament racional, cosa que no reflecteix fidelment la realitat.

En conclusió, malgrat aquestes limitacions, el model ofereix una base sòlida per entendre les dinàmiques internes del parc i pot ser una eina útil per prendre decisions sobre la distribució de recursos, la modificació d'horaris o la prioritització de reformes. Amb algunes millores futures, aquest tipus de simulacions podrien tenir un impacte directe en la millora de l'experiència dels visitants i en l'eficiència operativa del parc.