## Tercera parte. Solución

Dado:

- $C$: conjunto de archivos, con elementos $c \in C$.
- $H$: familia de subconjuntos $H_i \subseteq C$ que cubren a $C$.

Objetivo: Minimizar el número de subconjuntos $H_i$ seleccionados de $H$ que cubran todos los elementos de $C$.

Sean:

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } H_i \text{ está en la cobertura mínima} \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

Función objetivo:

$$\min \sum_{i=1}^{H} x_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{\{i:c \in H_i\}} x_i \geq 1, \quad \forall c \in C$$

Este modelo minimiza el tamaño de un subconjunto $I \subseteq H$ que cubra todos los archivos en $C$.

## Cuarta parte. Problema

Se tiene un conjunto de archivos, cada uno con un tamaño perteneciente a un conjunto de valores limitado (entre 10 y 20 tamaños posibles). Queremos almacenar estos archivos en discos, de manera que cada disco pueda albergar a lo sumo 7 tamaños diferentes y no supere una capacidad máxima $D$ en MB. El objetivo es minimizar la cantidad de discos necesarios.

## Solución:

- $x_{ij}$: variable binaria. 1 si el archivo $i$ está asignado al disco $j$. 0 en caso contrario.
- $y_j$: variable binaria. 1 si el disco $j$ es utilizado. 0 en caso contrario.
- $z_{tj}$: variable binaria. 1 si el tamaño $t$ está presente en el disco $j$. 0 en caso contrario.

- $T$: conjunto de tamaños únicos presentes en los archivos.

## Constantes:

- $n$: número total de archivos.
- $t_i$: tamaño del archivo $i$ en MB.
- $Z$: capacidad máxima de cada disco en MB.
- $m$: número máximo de discos.
- $M$: número máximo de tamaños diferentes permitidos en cada disco.
- $D$: capacidad máxima en MB del disco.

$$\min \sum_{j=1}^{m} y_j$$

**Sujeto a**:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, \ldots, n\}$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_i \cdot x_{ij} \leq D \cdot y_j, \quad \forall j \in \{1, \ldots, m\}$$

$$\sum_{t \in T} z_{tj} \leq M, \quad \forall j \in \{1, \ldots, m\}$$

$$\sum_{i \in \{1,\ldots,n\}: t_i = t} x_{ij} \geq z_{tj}, \quad \forall j \in \{1,\ldots,m\}, \quad \forall t \in T$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad \forall i \in \{1,\ldots,n\}, \quad \forall j \in \{1,\ldots,m\}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad y_j \in \{0,1\}, \quad z_{tj} \in \{0,1\}$$