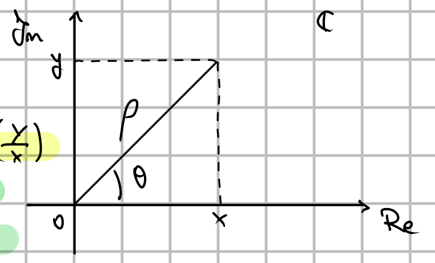
z in forma cartesiana:

$Z = x + jy$ è un numero complesso. $j = \sqrt{-1}$ unità immaginaria

x, y sono numeri reali, ma x compone la parte reale mentre y compone la parte immaginaria

i numeri in $\mathbb{C}$ si rappresentano sul piano complesso

i reali x e y sono componenti di un vettore con modulo ρ e angolo θ



z in forma polare: $z = \rho \angle \theta°$. Valgono: $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

$x = \rho\cos\theta$ $y = \rho\,\mathrm{sen}\,\theta$

$x + jy = \rho\cos\theta + j\rho\,\mathrm{sen}\,\theta$

ATTENZIONE! CALCOLO DELL'ANGOLO θ

Se la parte reale del numero complesso è negativa, bisogna aggiungere 180° per ottenere l'angolo corretto.

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) + 180° \iff x < 0$$

Inoltre, se la parte reale è zero, l'angolo è $\pm 90°$ a seconda che y abbia un valore positivo o negativo.

$$\theta = \pm 90° \iff x = 0$$

FORMULA DI EULERO

$e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\mathrm{sen}\,\theta$ da cui: $z = x + jy = \rho\cos\theta + \rho j\,\mathrm{sen}\,\theta = \rho e^{j\theta} \Rightarrow z = \rho e^{j\theta}$

PROPRIETÀ DEL CONIUGATO

- $z + z^* = 2x = 2\,\mathrm{Re}[z]$
- $z - z^* = 2jy = j2\,\mathrm{Im}[z]$
- $z \cdot z^* = x^2 + y^2 = \rho^2$

$$\boxed{\frac{1}{j} = -j}$$

PROPRIETÀ DELL'ESPONENZIALE

$$(\rho_1 e^{j\theta_1})(\rho_2 e^{j\theta_2}) = \rho_1\rho_2 e^{j(\theta_1+\theta_2)}$$

$$\frac{\rho_1 e^{j\theta_1}}{\rho_2 e^{j\theta_2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{j(\theta_1-\theta_2)} \qquad \frac{1}{\rho e^{j\theta}} = \frac{1}{\rho} e^{-j\theta}$$

$x = B = 0 \rightarrow$ bipolo resistivo, $R = 0 \rightarrow$ bipolo reattivo. bipolo capacitivo $\Rightarrow I$ in ritardo di $\frac{\pi}{2}$

$x > 0$ $B < 0 \rightarrow$ bipolo induttivo $x < 0$ $b > 0$ capacitivo. bipolo induttivo $\Rightarrow I$ in anticipo di $\frac{\pi}{2}$

$\varphi_z = \mathrm{arctg}\left(\frac{X}{R}\right)$

$\sin(90^0 - \alpha) = \cos(\alpha)$	$\sin(180^0 - \alpha) = \sin(\alpha)$
$\cos(90^0 - \alpha) = \sin(\alpha)$	$\cos(180^0 - \alpha) = -\cos(\alpha)$
$\sin(90^0 + \alpha) = \cos(\alpha)$	$\sin(180^0 + \alpha) = -\sin(\alpha)$
$\cos(90^0 + \alpha) = -\sin(\alpha)$	$\cos(180^0 + \alpha) = -\cos(\alpha)$

$x(t) = A\cos(\omega t) \Rightarrow X = Ae^{j0} = A$

$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t) = A\cos(\omega t - 90°) \Rightarrow X = Ae^{-j90°} = -jA$

$x(t) = -A\,\mathrm{sen}(\omega t) = A\cos(\omega t + 90°) \Rightarrow X = Ae^{j90} = jA$

$x(t) = -A\cos(\omega t) = A\cos(\omega t + 180°) \Rightarrow X = Ae^{j180°} = -A$

Antitrasformata fasoriale $v(t) = \mathrm{Re}[\bar{V} e^{j\omega t}]$ oppure $v(t) = \dfrac{\bar{V} e^{j\omega t} + \bar{V}^* e^{-j\omega t}}{2}$

$\bar{V}^* = V_R - jV_I$