SPRAWOZDANIE - LABORATORIUM NR 10

Poszukiwanie minimum wartości funkcji
metodą symulowanego wyżarzania

Tomasz Gajda
14.05.2020

1 Wstęp teoretyczny

Zadanie z którym spotkaliśmy się na laboratorium dotyczyło poszukiwania minimum wartości funkcji metodą symulowanego wyżarzania. Metoda ta jest rodzajem algorytmu heurystycznego przeszukującego przestrzeń alternatywnych rozwiązań problemu w celu wyszukania rozwiązań najlepszych. W tym przypadku poszukujemy minimum wartości funnkcji. Dlatego też w naszym przypadku wielokrotnie przesuwamy wędrowca o losową odległość - jeśli w nowym położeniu f przyjmuje mniejszą wartość niż w poprzednim, to nadpisujemy położenie wędrowca tym nowym. Jeżeli natomiast tak nie jest, nowe położenie możemy zaakceptować jedynie z pewnym prawdopodobieństwem, które zadane jest przez rozkład Boltzmanna. Gdy temepratura jest wysoka, istnieje duża sznsa akceptacji tego gorszego położenia, jeżeli natomiast temperatura jest niska, szanse są niewielki. Zobaczmy jak działa ten algorytm:

1. Na początku ustalamy punkt startowy naszych współrzędnych.

2. Rozpoczynamy pętlę schładzającą i przyjmujemy temperaturę według wybranego przez nas wzoru (istnieje wiele sposobów schładzania, np. liniowe lub kwadratowe).

3. Rozpoczynamy pętlę o ilości kroków które chcemy podjąć w celu odnalezienia najmniejszej wartości funkcji.

4. W naszym przypadku dodajemy również pętlę po wszystkich wędrowcach, których u nas jest 100.

5. Losujemy Δx_i i Δy_i.

6. W tej samej iteracji sprawdzamy czy przypadkiem dodanie wylosowanych Δx_i i Δy_i nie spowoduje wyjścia poza dwuwymiarową tablicę. Jeżeli nie, to przechodzimy dalej. Natomiast jeśli tak, to powtarzamy losowanie, lub nadajemy Δx_i i Δy_i takie wartości, by wędrowiec znalazł się na granicy przedziału.

7. Sprawdzamy warunek czy funkcja dla argumentów powiększonych o Δx_i i Δy_i przyjmuje wartości mniejsze - jeżeli tak to je przypisujemy, jeżeli nie to przychodzimy do drugiego warunku:

$$d\_rand(0,1) < exp\left(-\frac{f(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i) - f(x_i, y_i)}{T} \right) \tag{1}$$

Jeżeli ten warunek jest spełniony to nowe wartości i tak przypisujemy, jeżeli nie to pomijamy tą iterację.

8. Powyższy schemat powtarzamy do końca pętli z punktu 3.

9. Po zakończeniu wyszukujemy wędrowca, dla którego argumentów wartość funkcji f jest najmniejsza. Jego położenie uznajemy za znalezione przez nas **minimum**.

2 Zadanie do wykonania

2.1 Opis problemu

Naszym zadaniem, które mieliśmy zrobić, było odnalezienie minimalnej wartości funkcji:

$$f(x,y) = sin(x)sin(y) - exp\Bigg(-\big(x+\frac{\pi}{2}\big)^2 - \big(y-\frac{\pi}{2}\big)^2\Bigg) \tag{2}$$

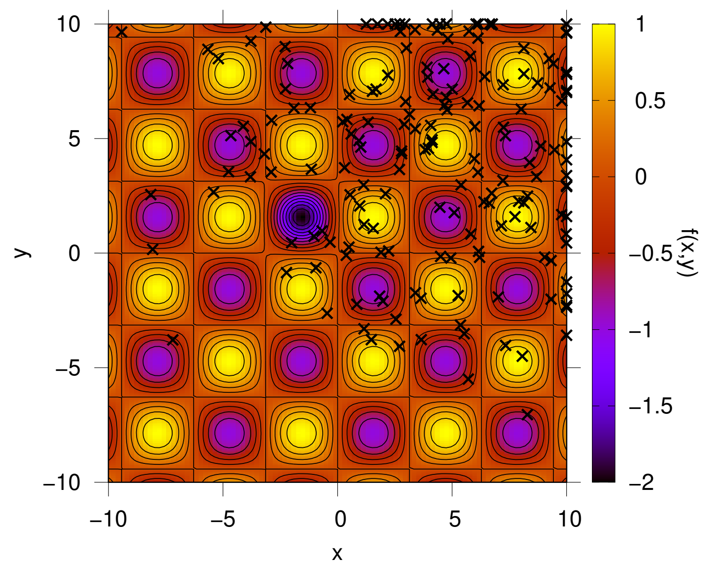
za pomocą przedstawionego powyżej algorytmu. Zadaniem było również przedstawić na wykresie konturowym tej funckji aktualne położenia wędrowców dla trzech przypadków temperatur. Dla pierwszego wędrowcy wypiszemy również i narysujemy wszystkie wartości funkcji $f(x_i, y_i)$.

2.2 Przyjęte założenia

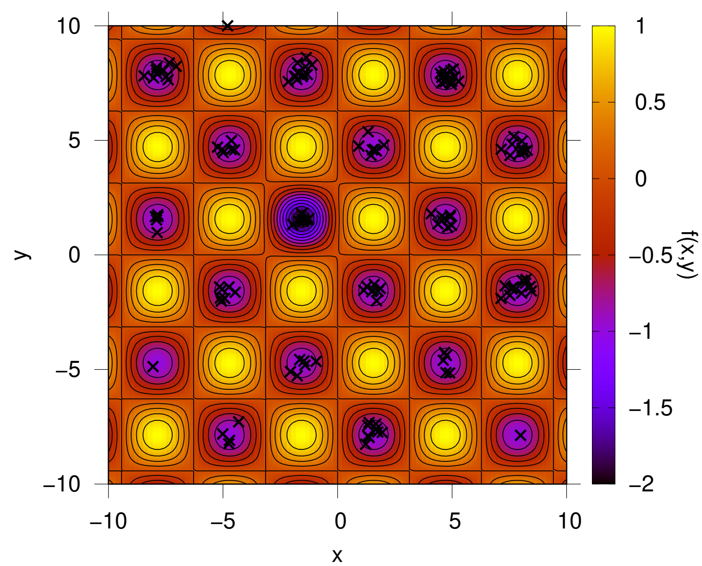
Założenia		
Symbol	Wielkość	Wartość
x_{min}	Początek zakresu x	-10
x_{max}	Koniec zakresu x	10
y_{min}	Początek zakresu y	-10
y_{max}	Koniec zakresu y	10
N	Ilość wędrowców	200
k	Ilość kroków	100

2.3 Wyniki

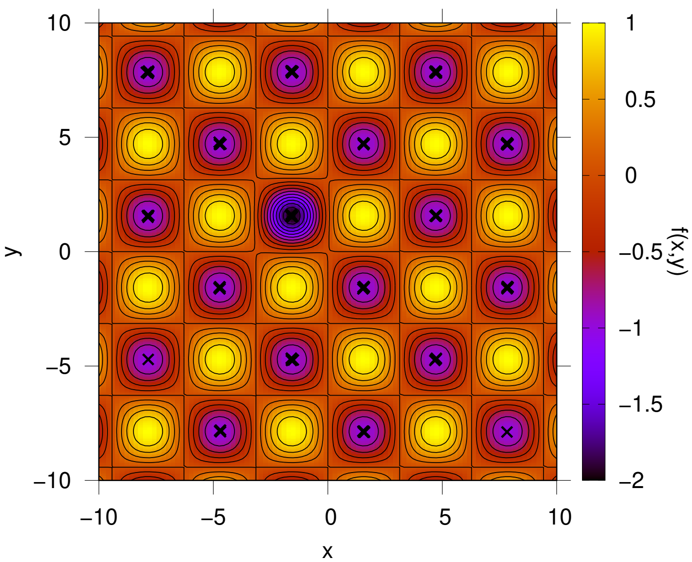
Wyniki programu prezentują się w następujący sposób. Otrzymaliśmy w sumie 4 wykresy - 3 wykresy przedstawiające położenia wędrowców po zakończeniu błądzenia dla trzech podanych wcześniej iteracji oraz 1 wykres przedstawiający dane dotyczące pierwszego wędrowca. Najpierw zobaczmy wykresy dla iteracji:



Rysunek 1: Wykres przedstawiający pozycje wędrowców w początkowej iteracji

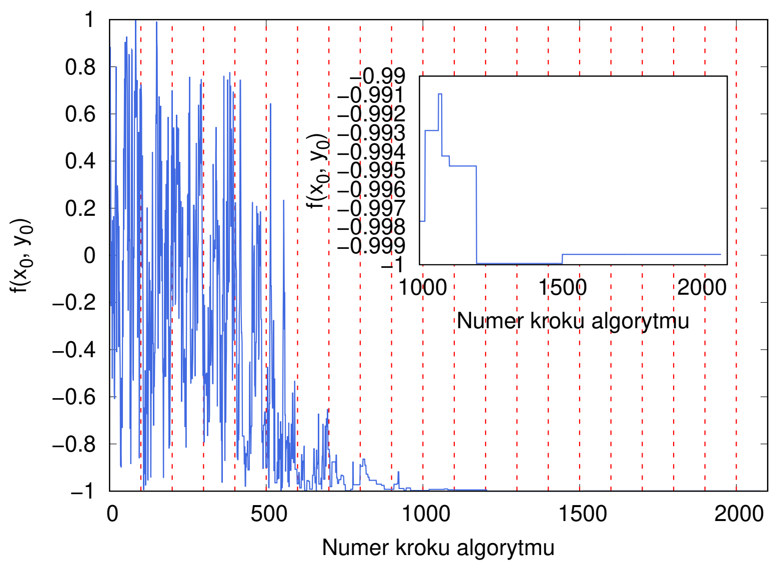


Rysunek 2: Wykres przedstawiający pozycje wędrowców w 7 iteracji



Rysunek 3: Wykres przedstawiający pozycje wędrowców w 20 iteracji

A teraz spójrzmy wartości funkcji dla położeń pierwszego wędrowca:



Rysunek 4: Wykres przedstawiający wartości funkcji zależne od pozycji pierwszego wędrowca

3 Wnioski

Jak możemy zobaczyć na pierwszym wykresie, wędrowcy są rozrzuceni po wykresie, nie ma jeszcze żanego śladu przemieszczeń w stronę docelową. Na drugim wykresie już w siódmej iteracji możemy zobaczyć, że prawie wszyscy wędrowcy trafili już na dobry trop wartości minimalnych funkcji (2). Na trzecim wykresie (20 iteracja) możemy już zobaczyć wędrowców, którzy odnaleźli odpowiadające im wartości potencjalnie minimalne. Na wykresie 4 możemy natomiast zobaczyć, że przez czas działania algorytmu, faktycznie położenie wędrowcy zmienia się w taki sposób, by wartość funkcji zmniejszała się - spadek dobrze widać na wykresie.

Jako wnioski możemy potraktować odpowiedzi na pytania zadane w zadaniu:

- **Czy znalezione minimum jest globalne?**

Znalezione minimum jest lokalne na określonym przez nas obszarze.

- **Jaki wpływ na działanie algorytmu mają: temperatura, liczba wędrowców?**

Zmiana temperatury wpływa na prawdopodobieństwo akceptacji "gorszego" rozwiązania. Zależy od tego więc jak szybko i z jaką dokładnością dojdziemy do minmalnego elementu. Podobnie jest z liczbą wędrowców - im więcej ich jest tym większa szansa na jak najszybsze odnalezienie punktu z wartością minimalną.

- **Czy uruchomienie algorytmu dla jednego wędrowca (N = 1) byłoby skuteczne?**

Owszem. Wtedy jednak zmniejszamy dokładność i szanse na bliższe poznanie wyniki docelowego.

- **Czy obniżanie temperatury jest konieczne?**

Wyłączenie obniżania temperatury w moim programie poskutkowało zmniejszeniem dokładności wartości minimalnej w tym zadaniu. Trudno mi jednak jednoznacznie odpowiedzieć czy tak lub nie.