Лабораторная работа №1

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

1. Методические указания

Рассмотрим систему автоматического управления (САУ), описываемую линейным дифференциальным уравнением вида:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) =$$

$$= b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \ldots b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \qquad (1)$$

где $u(t)$ – входной процесс; $y(t)$ – выходной процесс; a_i, b_j, – постоянные коэффициенты; n, m $(n >= m)$ – постоянные числа.

Если ввести обозначение p для оператора дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$, то можно записать (1) в операторной форме:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) y(t) =$$

$$= (b^m p^m + b^{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0) u(t), \qquad (2)$$

откуда получается:

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{B(p)}{A(p)} = W(p),$$

где $A(p)$ и $B(p)$ – полиномы из формулы (2).

Выражение (2) по виду совпадает с определением передаточной функции (ПФ) как отношения преобразования по Лапласу выходной переменной к преобразованию по Лапласу входной переменной при нулевых начальных условиях:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = W(s), \qquad (3)$$

где s – комплексная переменная.

Комплексные числа, являющиеся корнями многочлена $B(s)$, называются *нулями* передаточной функции, а корни многочлена $A(s)$ – *полюсами*.

Описание типовых динамических звеньев приведено в таблице.

Таблица

Типовые динамические звенья

1	Название звена	ПФ звена
1	Интегрирующее	$W(s)=\dfrac{K}{s}$
2	Дифференцирующее	$W(s)=Ks$
3	Усилительное (безынерционное)	$W(s)=K$
4	Апериодическое 1-го порядка (инерционное)	$W(s)=\dfrac{K}{Ts+1}$
5	Апериодическое 2-го порядка (все корни вещественные)	$W(s)=\dfrac{K}{T_2^2s^2+T_1s+1};\ T_1\geq 2T_2$
6	Колебательное*	$W(s)=\dfrac{K}{T_2^2s^2+T_1s+1};\ T_1<2T_2$
7	Консервативное	$W(s)=\dfrac{K}{Ts^2+1}$
8	Интегрирующее с запаздыванием (реальное интегрирующее)	$W(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$
9	Дифференцирующее с запаздыванием (реальное дифференцирующее)	$W(s)=\dfrac{Ks}{Ts+1}$
10	Форсирующее	$W(s)=K(Ts+1)$
11	Изодромное	$W(s)=\dfrac{K(Ts+1)}{s}$

* ×àñòî èñïîëüçóåòñÿ ïîèñàíèå êîëåáàòåëüíîãî çâåíà â âèäå:

$$W(s)=\frac{K}{T^2s^2+2\xi Ts+1};\qquad T=T_2,\qquad \xi=\frac{T_1}{2T_2}.$$

Временные характеристики динамического звена представляют собой зависимость выходного сигнала системы от времени при подаче на ее вход некоторого типового воздействия. Обычно выполняется анализ выхода системы на единичный скачок (функция Хевисайда) и импульсную функцию (функция Дирака или δ-функция).

Единичный скачок $1(t)$ определяется условиями:

$$1(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } t \le 0, \\ 1 \text{ при } t > 0. \end{cases}$$

Реакция САУ на единичный скачок называется *переходной функцией* системы и обозначается $h(t)$. При неединичном ступенчатом воздействии $g(t)=N1(t)$, где $N = \text{const}$, в соответствии с принципом суперпозиции выходная реакция системы будет

$$y(t) = Nh(t)\ .$$

Импульсная функция $\delta(t)$ определяется условиями:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty \text{ при } t = 0, \\ 0 \text{ при } t \ne 0. \end{cases}$$

Очевидно:

$$\delta(t) = 1'(t).$$

Реакция САУ на импульсную функцию называется *импульсной переходной функцией системы* (функцией веса) и обозначается $w(t)$.

Импульсная и переходная функции системы связаны соотношением

$$h(t) = \int_0^t w(\tau)\ d\tau.$$

2. Использование пакета MatLab

В пакете MatLab имеется два основных варианта для исследования передаточных функций и моделирования САУ:

– использование команд пакета расширения Control System Toolbox;

– использование пакета Simulink.

Control System Toolbox [8, 9] предназначен для работы с LTI-моделями (Linear Time Invariant Models – линейные модели с постоянными параметрами) систем управления.

Команда, создающая LTI-систему с одним входом и одним выходом в виде передаточной функции, имеет следующий синтаксис:

$$\text{TF}([b_m, ..., b_1, b_0], [a_n, ..., a_1, a_0]),$$

где $b_m, ..., b_1, b_0$ и $a_n, ..., a_1, a_0$ – значения коэффициентов полиномов B и A в (3).

Например, если требуется описать ПФ вида

$$W = \frac{s+1}{2s^2 + 8s + 5}$$

и узнать значения ее нулей и полюсов, то нужно ввести в окне команд MatLab следующие команды:

```
>> w=tf([1 1],[2 8 5])
>> zero(w)
>> pole(w)
```

Исследовать реакцию LTI-модели на типовые входные воздействия можно с помощью команд

```
>> step(w)
>> impulse(w)
```

Можно получить на одном графике реакцию сразу нескольких динамических звеньев, если использовать команды вида:

```
>> step(w,w1,w2)
>> impulse(w, w1,w2)
```

В приведенных примерах время моделирования выбирается автоматически. При необходимости его можно явно указать в команде

```
>> step(w, w1, w2, t),
```

где t – время моделирования в секундах.

На рис. 1 показан пример моделирования динамики колебательного звена при различных параметрах:

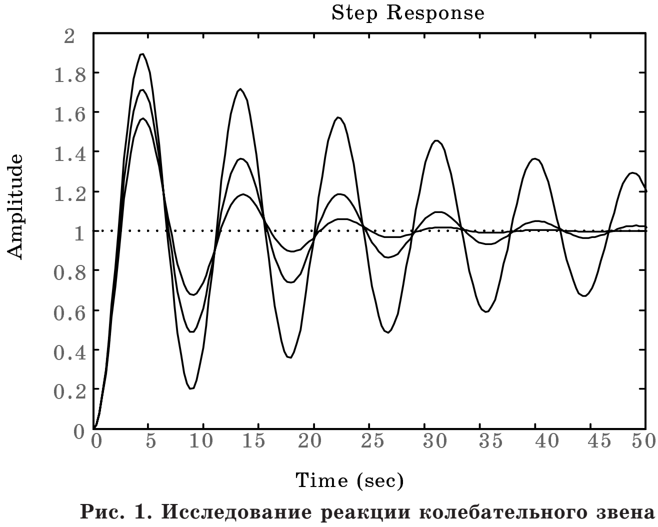

Рис. 1. Исследование реакции колебательного звена

```
>> w=tf([1],[2 0.3 1]);
>> w1=tf([1],[2 0.5 1]);
>> w2=tf([1],[2 0.1 1]);
>> step(w,w1,w2,50).
```

В Simulink MatLab ПФ можно описать с помощью блока Transfer fcn в разделе библиотеки Continuous. Для подачи типовых воздействий надо использовать блок Step из раздела Sources. Импульсную переходную характеристику звена можно получить, подавая на вход импульс маленькой длительности и большой амплитуды (приближение δ-функции) при нулевых начальных условиях.

3. Задание на лабораторную работу

С помощью пакета MatLab построить реакцию каждого типового звена (см. таблицу) на ступенчатое и импульсное входное воздействие. Определить влияние коэффициентов, входящих в описание каждого звена на параметры переходного процесса.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

– передаточные функции и схемы моделирования исследуемых звеньев;

– экспериментально полученные характеристики при вариации параметров каждого звена;

– выводы, обобщающие проделанные эксперименты по каждому звену.