

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

### 1. Методические указания

Для наглядного представления сложной системы как совокупности элементов и связей между ними используются структурные схемы.

*Структурной схемой* называется схема САУ, изображенная в виде соединения ПФ составляющих ее звеньев.

Структурная схема показывает строение автоматической системы, наличие внешних воздействий и точки их приложения, пути распространения воздействий и выходную величину. Динамическое или статическое звено изображается прямоугольником, в котором указывается ПФ звена или ее математическое выражение. Воздействия на систему и влияние звеньев друг на друга (сигналы) изображаются стрелками. В каждом звене воздействие передается только от входа звена к его выходу.

На динамическое звено может воздействовать лишь одна входная величина, поэтому используются блоки суммирования и сравнения сигналов. Суммироваться и сравниваться могут лишь сигналы одной и той же физической природы.

Структурная схема может быть составлена по уравнению системы в пространстве состояний или по дифференциальным уравнениям системы. При составлении структурной схемы удобно начинать с изображения задающего воздействия и располагать динамические звенья, составляющие прямую цепь системы, слева направо до регулируемой величины. Тогда основная обратная связь и местные обратные связи будут направлены справа налево.

Различные способы преобразования структурных схем облегчают определение ПФ сложных САУ и дают возможность привести многоконтурную систему к эквивалентной ей одноконтурной схеме.

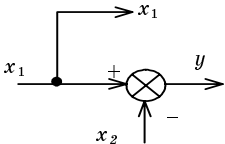
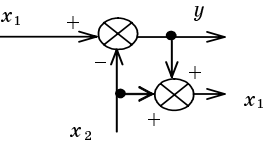
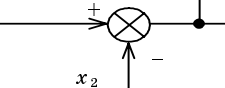
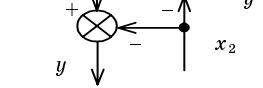
Преобразование структурной схемы должно осуществляться на основании правил. Правила преобразования структурных схем можно найти в справочной литературе [1, 2], основные из них приведены в табл. 1.

При выполнении преобразований следует каждое имеющееся в схеме типовое соединение заменить эквивалентным звеном. Затем можно выполнить перенос точек разветвления и сумматоров, чтобы

Таблица 1

## Основные правила преобразования структурных схем

Преобразование	Структурная схема	
	Исходная	Эквивалентная
Свертывание последовательного соединения		 $W = W_1 W_2 \dots W_n$
Свертывание параллельного соединения		 $W = W_1 + W_2 + \dots + W_n$
Свертывание обратной связи		 $W = \frac{W_1}{1 \pm W_1 W_2}$
Перенос узла через звено вперед		 $W_1 = \frac{1}{W}$
Перенос узла через звено назад		
Перенос сумматора через звено вперед		
Перенос сумматора через звено назад		 $W_1 = \frac{1}{W}$
Перенос прямой связи через звено		

Преобразование	Структурная схема	
	Исходная	Эквивалентная
Перенос узла через сумматор вперед		
Перенос узла через сумматор назад		

в преобразованной схеме образовались новые типовые соединения звеньев. Эти соединения опять заменяются эквивалентными звеньями, затем вновь может потребоваться перенос точек разветвления и сумматоров и т. д.

**Пример.** Пусть необходимо получить эквивалентное представление для структуры, приведенной на рис. 1.

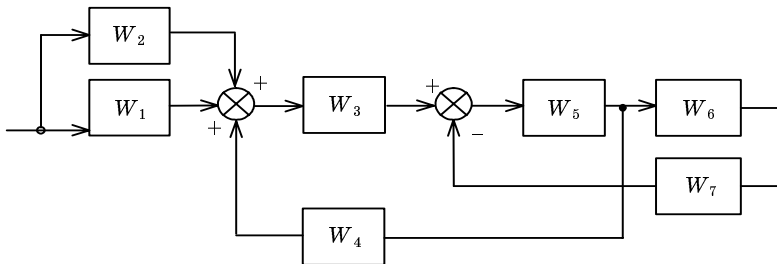


Рис. 1. Исходная структура САУ

Преобразование включает несколько этапов, показанных на рис. 2–5.

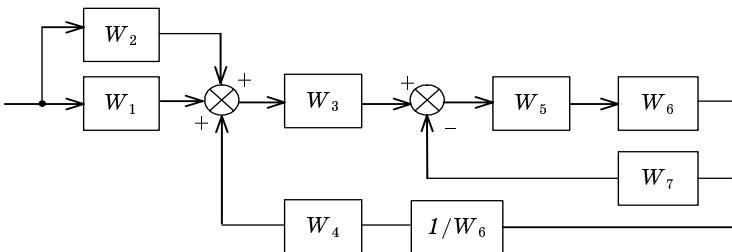


Рис. 2. Перенос узла через сумматор

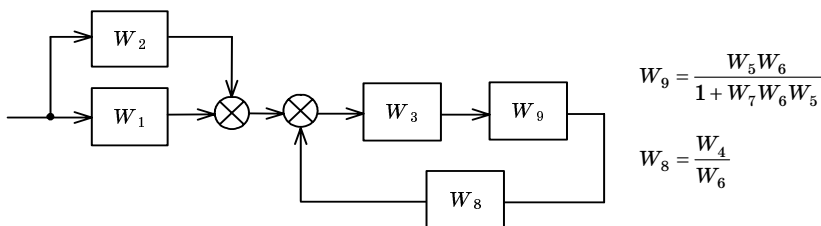


Рис. 3. Свертывание обратной связи и последовательного соединения

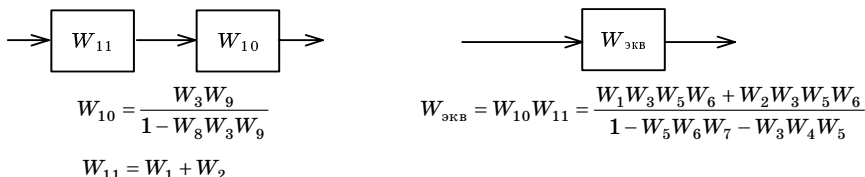


Рис. 4. Свертывание обратной связи и параллельного соединения

Рис. 5. Свертывание последовательного соединения

Таким образом, первый способ преобразования структурных схем заключается в непосредственном использовании правил, приведенных в табл. 1. Неудобство использования этого подхода заключается в том, что порядок применения формул здесь достаточно произволен, возможны ошибочные шаги, усложняющие поиск решения.

Второй способ для получения ПФ многоконтурной системы заключается в использовании модели системы в виде сигнального графа.

Сигнальный граф позволяет графически описать линейные связи между переменными, он состоит из *узлов* (вершин) и соединяющих их направленных *ветвей*.

Ветвь соответствует блоку структурной схемы, она отражает зависимость между входной и выходной переменными. Сумма всех сигналов, входящих в узел, образует соответствующую этому узлу переменную.

Последовательность ветвей между двумя узлами называется *путем*.

*Контуром* называется замкнутый путь, который начинается и заканчивается в одном и том же узле, причем ни один узел не встречается на этом пути дважды. *Коэффициент передачи контура* – это произведение всех входящих в него дуг.

Контуры называются некасающимися, если они не имеют общих узлов.

Сигнальный граф однозначно соответствует структурной схеме.

Пусть  $X(s)$  и  $Y(s)$  – входная и выходная переменные системы. Тогда для вычисления ПФ системы управления по ее графу можно воспользоваться формулой Мейсона:

$$\frac{X(s)}{Y(s)} = W(s) = \frac{\sum_{i=1}^N P_i \Delta_i}{\Delta},$$

где  $P_i$  –  $i$ -й путь от входа к выходу;  $N$  – количество путей;  $\Delta$  – определитель графа;  $\Delta_i$  – дополнительный множитель для пути.

Определитель графа получается по формуле:

$$\Delta = 1 - \sum_{k=1}^K L_k + \sum_{m=1, q=1}^{M, Q} L_m L_q - \sum_{r=1, s=1, l=1}^{R, S, L} L_r L_s L_l + \dots,$$

где  $\sum_{k=1}^K L_k$  – сумма коэффициентов передачи всех отдельных контуров;

ров;  $\sum_{m=1, q=1}^{M, Q} L_m L_q$  – сумма произведений всех возможных комбинаций

из двух некасающихся контуров;  $\sum_{r=1, s=1, l=1}^{R, S, L} L_r L_s L_l$  – сумма произведе-

ний всех возможных комбинаций из трех некасающихся контуров.

Дополнительный множитель для  $i$ -го пути равен определителю графа, в котором приравнены нулю коэффициенты передачи контуров, касающихся этого пути.

Рассмотрим пример получения ПФ многоконтурной системы с использованием формулы Мейсона для структуры рис. 1, которой соответствует граф, показанный на рис. 6.

От входа к выходу ведут два пути:

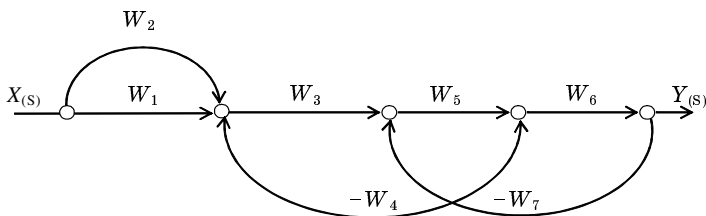


Рис. 6. Описание системы управления сигнальным графом

$$\begin{aligned} P_1 &= W_1 W_3 W_5 W_6 \\ P_2 &= W_2 W_3 W_5 W_6 \end{aligned}$$

В графе есть два контура:

$$\begin{aligned} L_1 &= -W_3 W_5 W_4 \\ L_2 &= -W_5 W_6 W_7 \end{aligned}$$

Контур  $L_1$  касается контура  $L_2$ , поэтому определитель графа вычисляется по формуле:

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2) .$$

Контуры в этом примере касаются всех путей, поэтому дополнительные множители путей

$$\Delta_1 = \Delta_2 = 1.$$

Окончательно можно записать:

$$W(s) = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{W_1 W_3 W_5 W_6 + W_2 W_3 W_5 W_6}{1 - W_3 W_5 W_4 + W_5 W_6 W_7} .$$

Таким образом, использование сигнальных графов и применение формулы Мейсона позволяет алгоритмизировать процесс упрощения структурной схемы.

## 2. Использование пакета MatLab

В пакете MatLab имеется ряд функций, с помощью которых можно выполнять структурные преобразования:

- `series(w1,w2)` – последовательное соединение динамических звеньев;
- `parallel(w1,w2)` – параллельное соединение динамических звеньев;
- `feedback(w1,w2)` – включение звена `w2` в контур отрицательной обратной связи к `w1`;
- `feedback(w1,w2)` – включение звена `w2` в контур отрицательной обратной связи звена `w1`;
- `feedback(w1,w2,sign)` – включение звена `w2` в контур обратной связи звена `w1` с указанием знака `+` или `-` (очевидно, `feedback(w1,w2)=feedback(w1,w2,-1)`);

**Пример:**

```
>> w=tf([1 2],[1 2 2])
```

Transfer function:

```
s + 2
```

```

-----
s^2 + 2 s + 2
>> w1=tf([1 2 3],[1 2 2])
Transfer function:
s^2 + 2 s + 3
-----

s^2 + 2 s + 2
>> w2=series(w,w1)
Transfer function:
s^3 + 4 s^2 + 7 s + 6
-----

s^4 + 4 s^3 + 8 s^2 + 8 s + 4
>> w3=parallel(w,w1)
Transfer function:
s^4 + 5 s^3 + 13 s^2 + 16 s + 10
-----

s^4 + 4 s^3 + 8 s^2 + 8 s + 4
>> w4=feedback(w,w1)
Transfer function:
s^3 + 4 s^2 + 6 s + 4
-----

s^4 + 5 s^3 + 12 s^2 + 15 s + 10

```

Для проверки правильности проведенных преобразований необходимо собрать схему исходной САУ и соответствующую ей эквивалентную схему в MatLabSimulink. Задача считается решенной, если при подаче на вход обоих схем одинаковых тестовых воздействий наблюдаются одинаковые выходные сигналы.

### 3. Задание на лабораторную работу

Выполнить преобразование заданного варианта структурной схемы САУ в эквивалентную ПФ двумя способами:

- непосредственно используя правила табл. 1;
- используя представление в виде сигнального графа и формулу Мейсона.

Варианты заданий приведены в табл. 2.

В качестве звеньев  $W_1 - W_3$  использовать типовые динамические звенья с параметрами, выбранными в лабораторной работе № 1.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- описание всех этапов преобразования исходной схемы и получающихся промежуточных результатов, включающее моделирование реакции схемы на типовое воздействие (скачок) до и после преобразования;

## Варианты структур САУ

№ п/п	Исходная схема
1	
2	
3	
4	
5	

– сигнальный граф системы, описание путей, контуров и расчет ПФ по формуле Мейсона;

– схемы экспериментов в Simulink MatLab и протокол команд MatLab.

– графики переходных процессов при подаче на вход исходной и эквивалентной схемы типовых тестирующих воздействий (импульс, скачок, синусоида).