

ЧАСТОТНЫЙ СИНТЕЗ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

1. Методические указания

Пусть задана исходная (располагаемая) динамическая система, описываемая ПФ $W(s)$ (рис. 1, а). Если эта система является неустойчивой или не удовлетворяет заданным показателям качества, то ее поведение можно улучшить при включении последовательного корректирующего устройства с ПФ $K(s)$ (рис. 1, б).

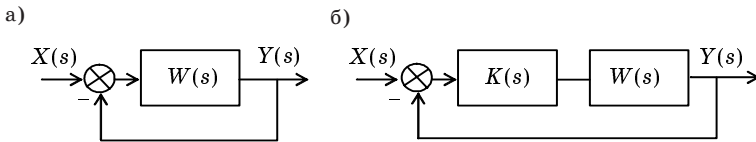


Рис. 1. Исходная и скорректированная система

Частотный метод синтеза основан на построении реальных и желаемых частотных характеристик системы, их сопоставлении и выборе на этой основе структуры и параметров корректирующих устройств.

Важнейшим этапом частотного синтеза является формирование желаемой АЧХ системы. ПФ скорректированной (желаемой) системы можно представить в виде произведения

$$G(s) = W(s)K(s),$$

откуда следует

$$K(s) = \frac{G(s)}{W(s)}. \quad (1)$$

При использовании ЛАЧХ имеем

$$L_K = 20\lg|K(j\omega)|, \quad L_G = 20\lg|G(j\omega)| \quad \text{и} \quad L_W = 20\lg|W(j\omega)|,$$

откуда следует

$$L_K = L_G - L_W.$$

Рассмотрим требования к желаемой ЛАЧХ.

Низкочастотная часть ЛАЧХ формируется в соответствии с требованиями к точности, которую можно оценить по воспроизведению системой гармонического входного сигнала. Пусть на вход подан сигнал

$$g_1(t) = g_{\max} \sin(\omega_g t),$$

где g_{\max} – амплитуда гармонического сигнала.

Известно, что ЛАХ системы в области низких частот должна быть расположена не ниже контрольной точки A_k с координатами

$$\omega_k = \omega_g; \quad L(\omega_k) = 20 \lg \frac{g_{\max}}{x_{\max}}, \quad (2)$$

где x_{\max} – максимальная ошибка следящей системы (рис. 2).

Для нахождения частоты и амплитуды эквивалентного гармонического воздействия можно воспользоваться требуемыми значениями максимальной скорости и ускорения системы

$$\omega_k = \frac{\varepsilon_{\max}}{\Omega_{\max}}; \quad g_{\max} = \frac{\Omega_{\max}^2}{\varepsilon_{\max}}. \quad (3)$$

где Ω_{\max} – максимальная скорость, ε_{\max} – максимальное ускорение.

Среднечастотная часть ЛАХ должна пересекать ось частот с наклоном -20 дБ/дек, причем этот отрезок ЛАХ обычно ограничивается с левой стороны отрезком с наклоном -40 дБ/дек, а с правой -40 или -60 дБ/дек, в зависимости от наклона ЛАХ нескорректированной системы.

Для определения границ среднечастотного участка вводится понятие базовой частоты

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\max}}{x_{\max}}}.$$

По базовой частоте вычисляется частота среза

$$\omega_- = \sqrt{\frac{M}{M-1}} \omega_0.$$

По частоте среза определяются частоты ω_2, ω_3 , соответствующие началу и концу среднечастотного участка:

$$\omega_2 \leq \frac{M-1}{M} \omega_c; \quad \omega_3 \geq \frac{M+1}{M} \omega_c.$$

Типовая структура желаемой ЛАЧХ изображена на рис. 3.

Высокочастотная часть ЛАЧХ (справа от ω_3) не оказывает влияния на точность системы и ее динамические характеристики. Обычно наклоны высокочастотной и низкочастотной частей желаемой ЛАЧХ стремятся сделать такими же, как у исходной динамической системы.

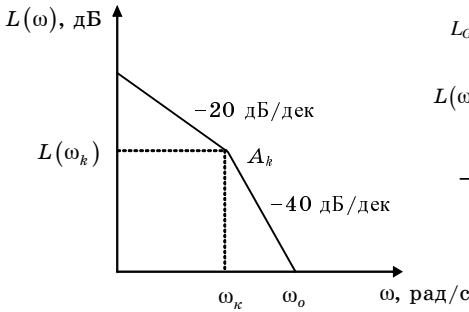


Рис. 2. Запретная область на плоскости ЛАЧХ

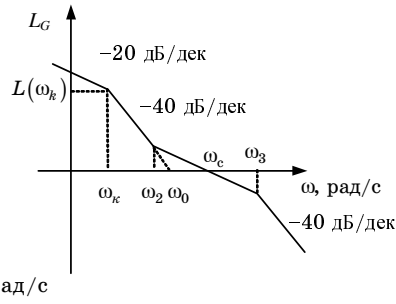


Рис. 3. Построение желаемой ЛАЧХ

Желаемой ПФ на рис. 3 соответствует структура

$$G(s) = \frac{k(\tau_2 s + 1)}{s(T_k s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad (4)$$

где k – коэффициент усиления; T и τ – постоянные времени, соответствующие сопрягающим частотам:

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_2}, \quad T_k = \frac{1}{\omega_k}, \quad T_3 = \frac{1}{\omega_3}.$$

В общем случае структура ПФ, соответствующей желаемой ЛАЧХ, будет иметь вид

$$G(s) = \frac{k \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1 \right)}{s \left(\frac{1}{\omega_k} s + 1 \right) \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1 \right) \left(\frac{1}{\omega_4} s + 1 \right) \left(\frac{1}{\omega_5} s + 1 \right) \dots}, \quad (5)$$

где k – коэффициент передачи желаемой системы:

$$k = 10^{\frac{L_G(\omega=1)}{20}}. \quad (6)$$

В случае когда величина $\omega_k < 1 \text{ с}^{-1}$, величина коэффициента передачи должна быть больше, чем получается по выражению (4) [1].

При построении желаемой ПФ следует помнить, что изменение коэффициента усиления k поднимает или опускает всю ЛАЧХ, полиномы числителя изменяют наклоны асимптот ЛАЧХ на $+20 \text{ дБ/дек}$, а каждый полином знаменателя изменяет наклоны на -20 дБ/дек .

ПФ нескорректированной системы, в общем случае, будет иметь следующий вид:

$$W(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)}{s^r (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) \dots}, \quad (7)$$

где r – порядок астатизма нескорректированной системы, $\tau_1, T_1, T_2, T_3 \dots$ – постоянные времени числителя и знаменателя, соответственно.

Тогда ПФ корректирующего устройства в соответствии с формулой (1) будет определяться выражением

$$W_k(s) = \frac{k \left(\frac{1}{\omega_2} s + 1 \right)}{s \left(\frac{1}{\omega_k} s + 1 \right) \left(\frac{1}{\omega_3} s + 1 \right) \left(\frac{1}{\omega_4} s + 1 \right) \dots} \times \frac{s^r (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) \dots}{(\tau_1 s + 1)}. \quad (8)$$

Пример. Пусть система описывается ПФ вида

$$W(s) = \frac{20}{s(0,1s + 1)(0,05s + 1)}.$$

Необходимо провести частотный синтез корректирующего звена, исходя из следующих требований к системе:

$$\begin{aligned} x_{\max} &= 0,033 \text{ град;} \\ \omega_{\max} &= 30 \text{ град/с;} \\ \varepsilon_{\max} &= 30 \text{ град/с}^2; \\ M &= 1,5. \end{aligned}$$

Определим параметры желаемой ПФ.

Амплитуда и частота гармонического воздействия определяется по выражению (3):

$$\omega_k = \frac{30}{30} = 1 \text{ с}^{-1}; \quad g_{\max} = \frac{30^2}{30} = 30 \text{ град}.$$

Координата контрольной точки A_{κ} определяется по выражению (2)

$$L(\omega_k) = 20 \lg \frac{30}{0,033} = 59,08 \text{ дБ}.$$

Границы среднечастотной области:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{30}{0,033}} = 30 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_c = \sqrt{\frac{1,5}{1,5-1}} 30 = 51,96 \text{ с}^{-1}.$$

$$\omega_2 \leq \frac{1,5-1}{1,5} 51,96 = 17,32 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_3 \geq \frac{1,5+1}{1,5} 51,96 = 86,6 \text{ с}^{-1}.$$

В высокочастотной области желаемая ЛАХ должна повторять наклон ЛАХ нескорректированной системы, а именно -60дБ/дек. , поэтому выбираем

$$\omega_4 = 1000 \text{ с}^{-1} > \omega_3.$$

Желаемый коэффициент усиления

$$k = 10^{[59,08/20]} = 900.$$

Желаемая ПФ будет иметь следующий вид:

$$G(s) = \frac{900(0,058s+1)}{s(s+1)(0,01s+1)(0,001s+1)}.$$

ПФ корректирующего устройства

$$\begin{aligned} W_k(s) &= \frac{900(0,058s+1)}{s(s+1)(0,01s+1)(0,001s+1)} \times \frac{s(0,1s+1)(0,05s+1)}{20} = \\ &= 45 \frac{(0,1s+1)(0,05s+1)(0,058s+1)}{(s+1)(0,01s+1)(0,001s+1)}. \end{aligned}$$

2. Использование MatLab

Для создания модели данных систем сделаем следующие действия:

1. Откроем окно новой модели Simulink, нажав кнопку Create a new model.

2. Расположим это окно рядом с окном браузера библиотек.

3. Из раздела библиотеки Math и Continuous перенесем в окно модели блоки для описания ПФ $W(s)$, $G(s)$, $W_k(s)$.

4. Щелкнув дважды по блокам Transfer Fcn, в появившемся окне параметров зададим вектор числителя Numerator и знаменателя Denominator коэффициентов соответствующих ПФ.

5. Выполним соединение между блоками.

6. В меню Tools выбрать команду Linear analysis.

7. Из появившегося окна Model Inputs and Outputs извлечем начальную и конечную точки анализируемых моделей и установим их на входы и на выходы (рис. 4).

8. В окне LTI Viewer в меню Edit командой Plot Configurations выберем вид отображаемого результата и установим функцию bode.

9. Для запуска анализа необходимо в окне LTI Viewer в меню Simulink выбрать команду Get Linearized model.

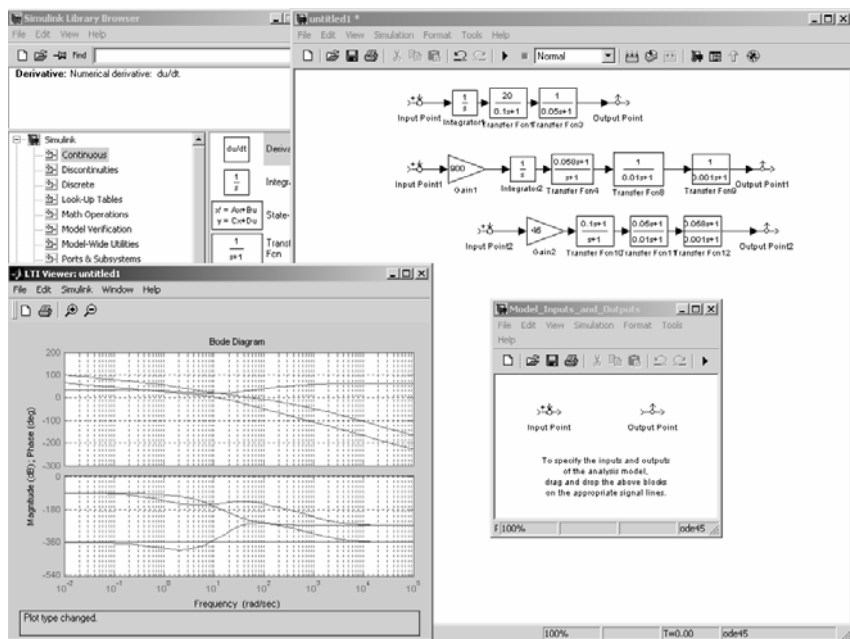


Рис. 4. Логарифмические характеристики в среде Simulink MatLab

10. В появившемся окне с результатами можно с помощью одного нажатия правой кнопки мыши установить характерные точки (Characteristics), сетку (Grid), а также выбрать увеличение (Zoom).

11. Для изображения полученных характеристик на одном графике необходимо один раз нажать правую кнопку мыши и в пункте I/O Grouping выбрать All.

Результаты приведены на рис. 4.

Синтез методом ЛЧХ завершается анализом качества переходной характеристики на выходе разомкнутой и замкнутой желаемой системы, которая также может быть построена в Simulink (см. лаб. раб. № 1)

3. Задание на лабораторную работу

1. Выбрать из таблицы вариант задания. Построить переходную характеристику располагаемой системы, оценить устойчивость системы, время переходного процесса и колебательность.

2. Рассчитать параметры для построения ЖЛАХ, получить ПФ желаемой системы.

3. Получить ПФ корректирующего устройства.

4. С помощью пакета MatLab построить располагаемую ЛАХ, ЛФХ, желаемую ЛАХ, ЛФХ и ЛАХ корректирующего устройства.

5. С помощью пакета MatLab построить переходную характеристику скорректированной системы и оценить устойчивость системы, время переходного процесса и колебательность.

Отчет должен содержать:

- краткие теоретические сведения;
- ЛЧХ исходной (нескорректированной) системы;
- переходную характеристику исходной системы;
- ЛЧХ желаемой системы с обоснованием ее параметров;
- переходную характеристику желаемой системы;
- ЛЧХ корректирующего устройства;
- переходную характеристику скорректированной системы;
- выводы по всем полученным результатам.

Таблица

Варианты заданий для последовательной коррекции

№ п/п	Передаточная функция	$T_{\text{ин}},$ с	M	$\sigma,$ %	$e_n,$ град	$\Omega_m,$ рад/с	$\varepsilon_m,$ рад/с ²
1	$W(s) = \frac{200}{s(0,1s+1)(0,02s+1)(0,01s+1)}$	0,8	1,35	30	12	25	2
2	$W(s) = \frac{32}{(0,05s+1)(0,1s+1)(0,2s+1)}$	0,6	1,19	20	0,6	0,2	0,6
3	$W(s) = \frac{100}{s^2(0,04s+1)(0,01s+1)(0,002s+1)}$	0,45	1,4	30	6	2	8
4	$W(s) = \frac{282}{s(0,1s+1)}$	–	1,5	37	0,1	20	5
5	$W(s) = \frac{363}{s(0,1s+1)(0,02s+1)}$	–	1,5	37	1	5	2
6	$W(s) = \frac{900}{s(0,08s+1)(0,02s+1)}$	–	1,5	37	0,5	10	2
7	$W(s) = \frac{1500}{s(0,05s+1)(0,02s+1)}$	–	1,5	37	0,1	150	750
8	$W(s) = \frac{20}{s(0,1s+1)(0,05s+1)}$	–	1,5	37	120	30	30
9	$W(s) = \frac{100}{s(0,5s+1)}$	0,2	1,2	20	5	2	2
10	$W(s) = \frac{40}{s(0,04s^2+1,2s+1)}$	0,1	1,4	30	0,6	0,8	0,8

Окончание табл.

¹ п/п	Передаточная функция	$T_{\text{пп}},$ с	M	$\sigma,$ %	$e_d,$ град	$\Omega_m,$ рад/с	$\varepsilon_m,$ рад/с ²
11	$W(s) = \frac{100}{s(0,1s+1)(0,02s+1)(0,01s+1)}$	0,8	1,3	25	10	25	2
12	$W(s) = \frac{50}{p(0,2s+1)(0,1s+1)(0,04s+1)}$	0,5	1,2	20	0,06	0,2	0,5
13	$W(s) = \frac{100}{s(0,05s+1)(0,02s+1)(0,002s+1)}$	0,4	1,4	25	0,6	2	6
14	$W(s) = \frac{200}{s(0,2s+1)}$	—	1,5	37	0,1	20	5
15	$W(s) = \frac{300}{s(0,2s+1)(0,01s+1)}$	—	1,3	27	1	5	2