



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ \_\_\_\_\_ ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ \_\_\_\_\_

КАФЕДРА \_\_\_\_\_ ИУ1 – СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ \_\_\_\_\_

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

«ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ»

по курсу:

«ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ»

Студент: ИУ2-61

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

**Аветисян Н. О.**

Преподаватель:

\_\_\_\_\_  
(Подпись, дата)

**Лобачев И.В.**

2024 г.

## Вариант 1

### Задание:

С помощью пакета MatLab построить ЛЧХ каждого типового звена (см. табл.). Определить влияние коэффициентов, входящих в описание каждого звена, на параметры ЛАЧХ и ЛФЧХ, в том числе: – как меняется ширина асимптотических участков ЛАЧХ и ЛФЧХ; – как меняется положение точек пересечения осей ЛАЧХ.

Таблица

Типовые динамические звенья		
1	Название звена	ПФ звена
1	Интегрирующее	$W(s) = \frac{K}{s}$
2	Дифференцирующее	$W(s) = Ks$
3	Усилительное (безынерционное)	$W(s) = K$
4	Апериодическое 1-го порядка (инерционное)	$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$
5	Апериодическое 2-го порядка (все корни вещественные)	$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}; T_1 \geq 2T_2$
6	Колебательное*	$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}; T_1 < 2T_2$
7	Консервативное	$W(s) = \frac{K}{Ts^2 + 1}$
8	Интегрирующее с запаздыванием (реальное интегрирующее)	$W(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$
9	Дифференцирующее с запаздыванием (реальное дифференцирующее)	$W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$
10	Форсирующее	$W(s) = K(Ts + 1)$
11	Изодромное	$W(s) = \frac{K(Ts + 1)}{s}$

- Вариант 1 => K = 1(нельзя, слишком просто) => Пусть K = 5
- K = 5 => T1 = K / 10 = 0.5
- K = 5 => T2 = K / 2 = 2.5
- K\_var = [5, 8];
- T1\_var = [0.5, 0.8];
- T2\_var = [2.5, 4];

## Теоретическая часть

Метод частотных характеристик используется для анализа динамических свойств систем автоматического управления (САУ) путем подачи на вход системы гармонических сигналов различных частот и измерения реакции системы. Исследуя амплитудные и фазовые изменения выходного сигнала, можно получить информацию о поведении системы на разные частотные воздействия.

### Принцип работы метода

- На вход системы подается гармонический сигнал  $x = a \sin(\omega t)$ ,  $a$  – амплитуда,  $\omega$  – частота.
- Выходной сигнал будет иметь амплитуду  $A_1$  и отличаться от входного по фазе на величину  $\psi$  (фазовый сдвиг):  $y = A_1 \sin(\omega t + \psi)$
- Усиление по амплитуде определяется как отношение амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного:  $\frac{A_1}{a}$

### Амплитудная и фазовая частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ)

- **АЧХ** описывает зависимость амплитуды выходного сигнала от частоты входного сигнала.
- **ФЧХ** представляет зависимость фазового сдвига выходного сигнала от частоты входного сигнала.

### Экспериментальное и теоретическое определение частотных характеристик

- Экспериментально частотные характеристики можно получить, используя генератор гармонических колебаний и измерительную аппаратуру для анализа амплитуды и фазы.
- Теоретически АЧХ и ФЧХ могут быть получены из передаточной функции  $W(s)$  системы путем подстановки  $s = j\omega$ .

### Логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ)

- **ЛАЧХ** выражается в децибелах (дБ) и определяется как  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$
- **ЛФЧХ** представляет зависимость фазы в логарифмическом масштабе частот.

### Преимущества метода

- Позволяет экспериментально и теоретически оценить поведение системы при различных частотах воздействия.
- Предоставляет возможность анализа динамических свойств системы без необходимости знать детальные параметры всех ее компонентов.
- ЛЧХ упрощает анализ системы, позволяя использовать асимптотические приближения для типовых динамических звеньев.

## 1) Интегрирующее звено

$$W(s) = \frac{K}{s}$$

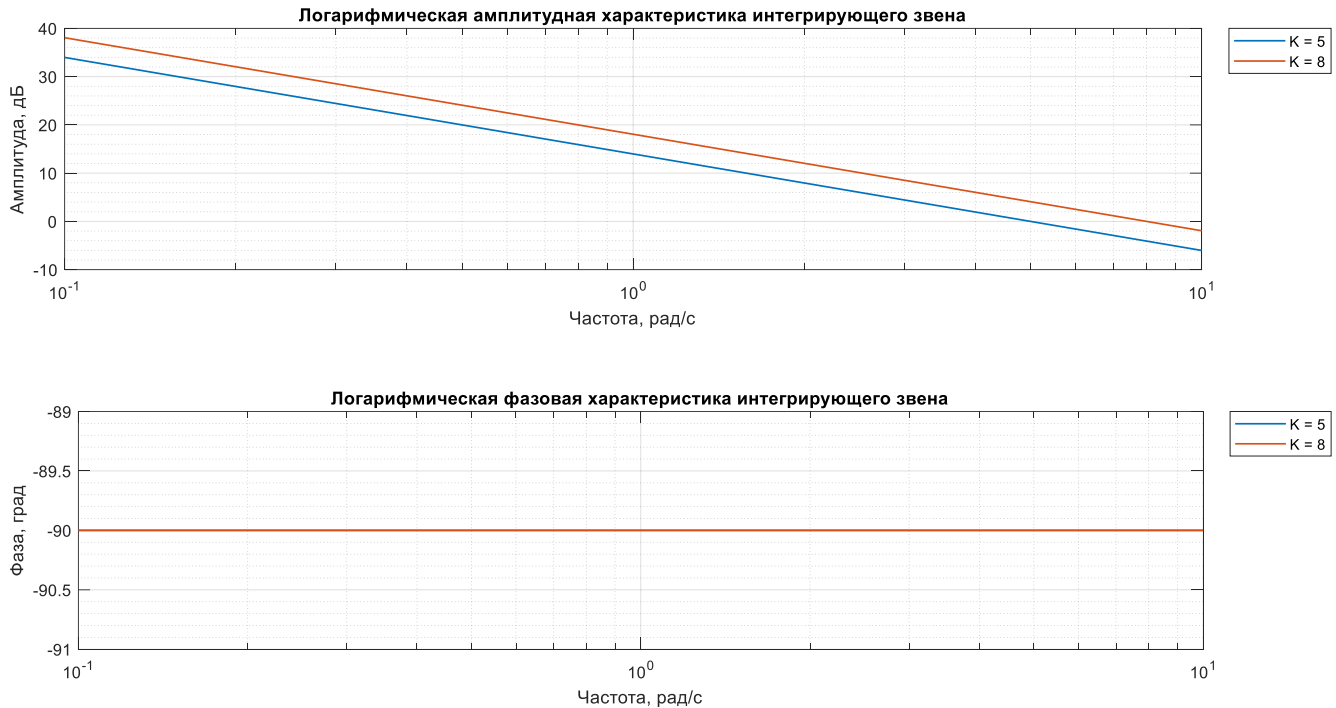


Рис. 1 ЛАФЧХ интегрирующего звена

### ■ ЛАЧХ:

- Амплитуда уменьшается с увеличением частоты, следуя правилу -20 дБ/декаду, что указывает на постепенное ослабление высоких частот.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.

### ■ ЛФЧХ:

- Фазовый сдвиг строго  $-90^\circ$  на всех частотах, что иллюстрирует чисто интегрирующий характер звена, приводящий к задержке сигнала по фазе.
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется и также равен  $-90^\circ$ .

## 2) Дифференцирующее звено

$$W(s) = Ks$$

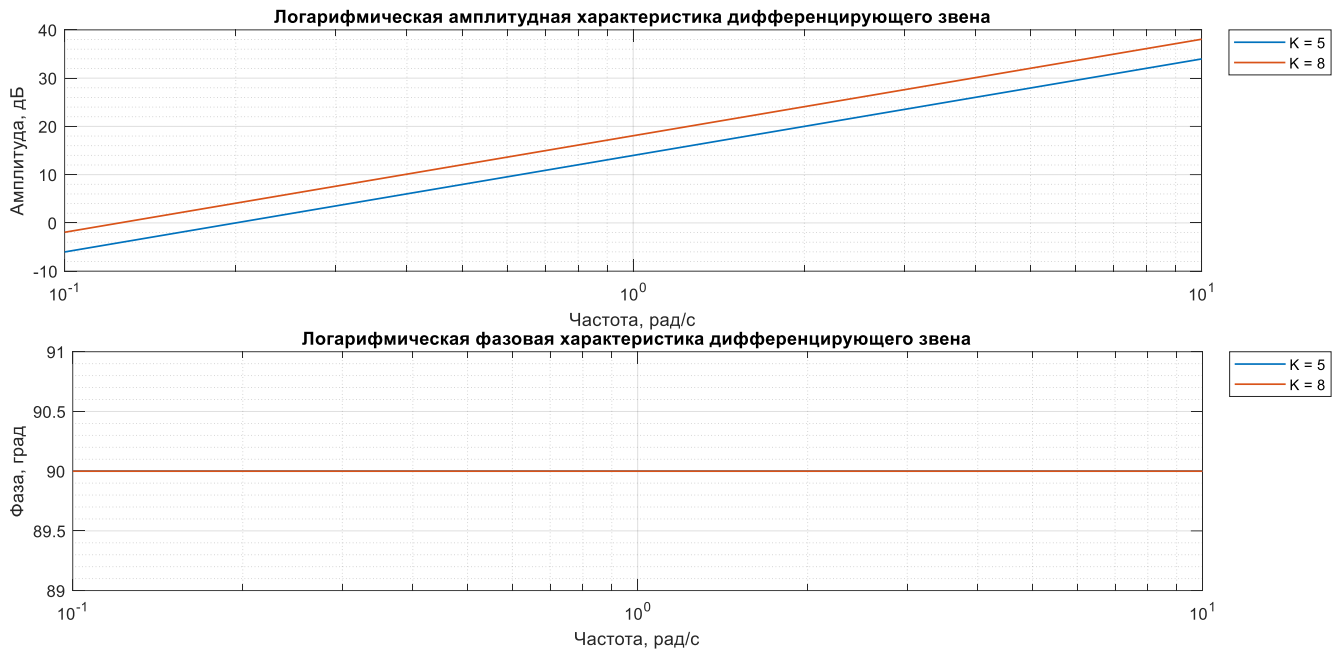


Рис. 2 ЛАФЧХ дифференцирующего звена

- ЛАЧХ:
  - Амплитуда возрастает с ростом частоты, показывая +20 дБ/декаду, что означает усиление высокочастотных сигналов.
  - При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- ЛФЧХ:
  - Фазовый сдвиг стабильно  $+90^\circ$ , что демонстрирует предварение фазы сигнала, типичное для дифференцирующих операций.
  - При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется и также равен  $+90^\circ$ .

### 3) Усилительное звено

$$W(s) = K$$

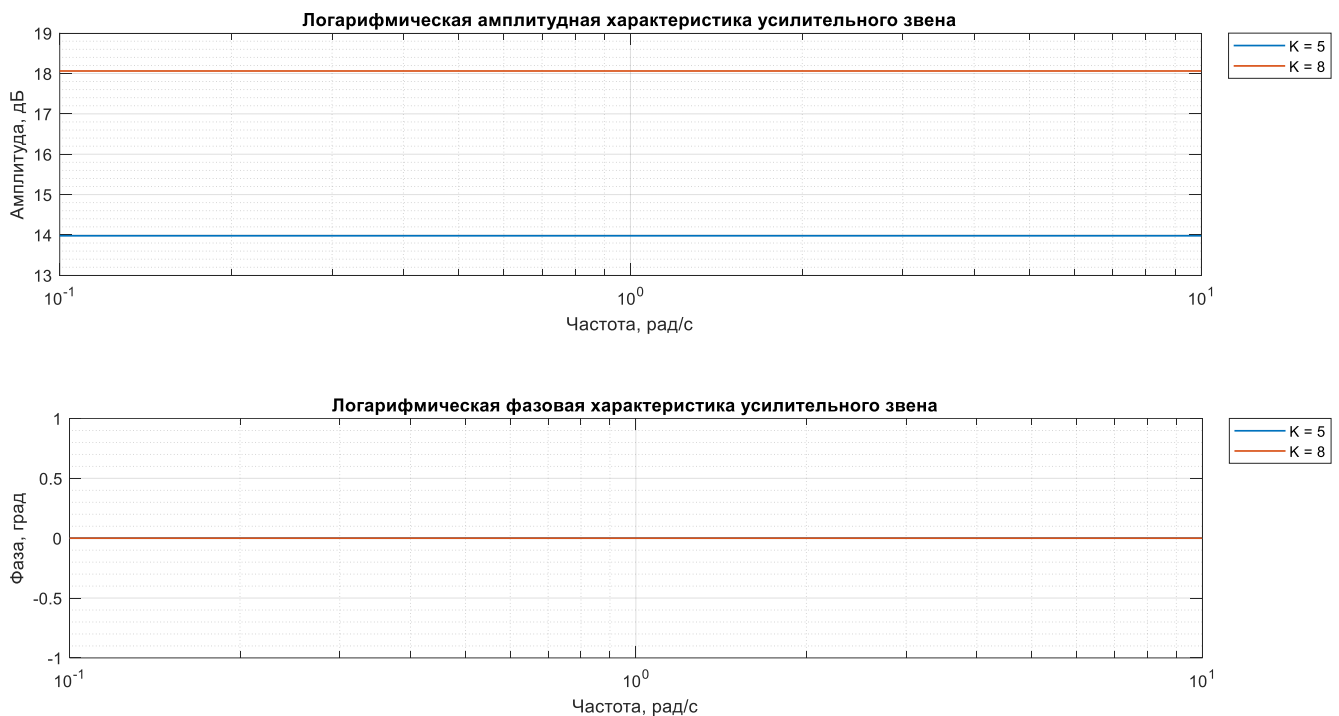


Рис. 3 ЛАФЧХ усилительного звена

- ЛАЧХ:
  - Амплитудная характеристика остается неизменной на всех частотах, отражая линейное усиление без частотной зависимости.
  - При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- ЛФЧХ:
  - Фаза не испытывает изменений ( $0^\circ$ ), обеспечивая передачу сигнала без временного сдвига.
  - При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется и также равен  $0^\circ$ .

#### 4) Аperiodическое звено 1-го порядка

$$W(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

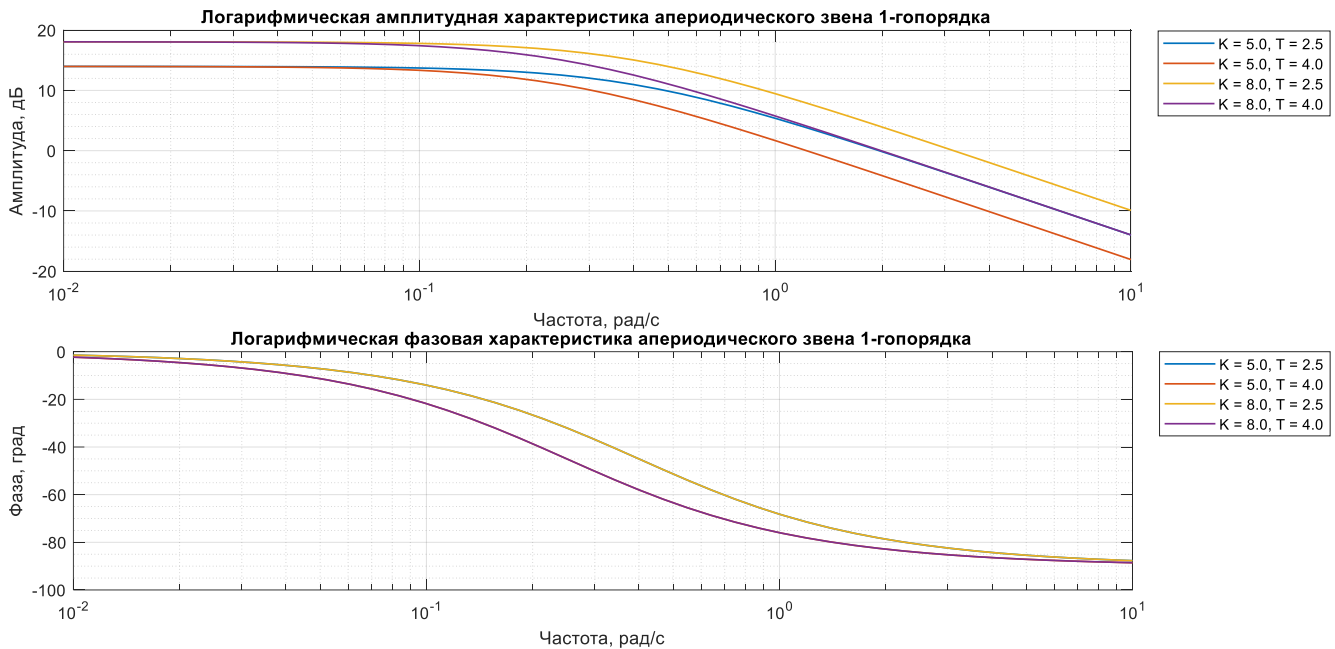


Рис. 4 ЛАФЧХ аperiodического звена 1-го порядка

##### ■ ЛАЧХ:

- Амплитуда уменьшается после частоты среза с наклоном -20 дБ/дек, указывая на умеренное ослабление высоких частот.
- При увеличении K характеристика параллельно сдвигается вверх.
- При увеличении T характеристика уменьшается частота среза.

##### ■ ЛФЧХ:

- Фаза плавно переходит от 0° до -90°, что свидетельствует о наличии временного сдвига, увеличивающегося с частотой.
- При увеличении K фазовый сдвиг не меняется.
- При увеличении T переход становится более пологим.

## 5) Аperiodическое звено 2-го порядка

$$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + 2T_1 s + 1}, T_1 \geq 2T_2$$

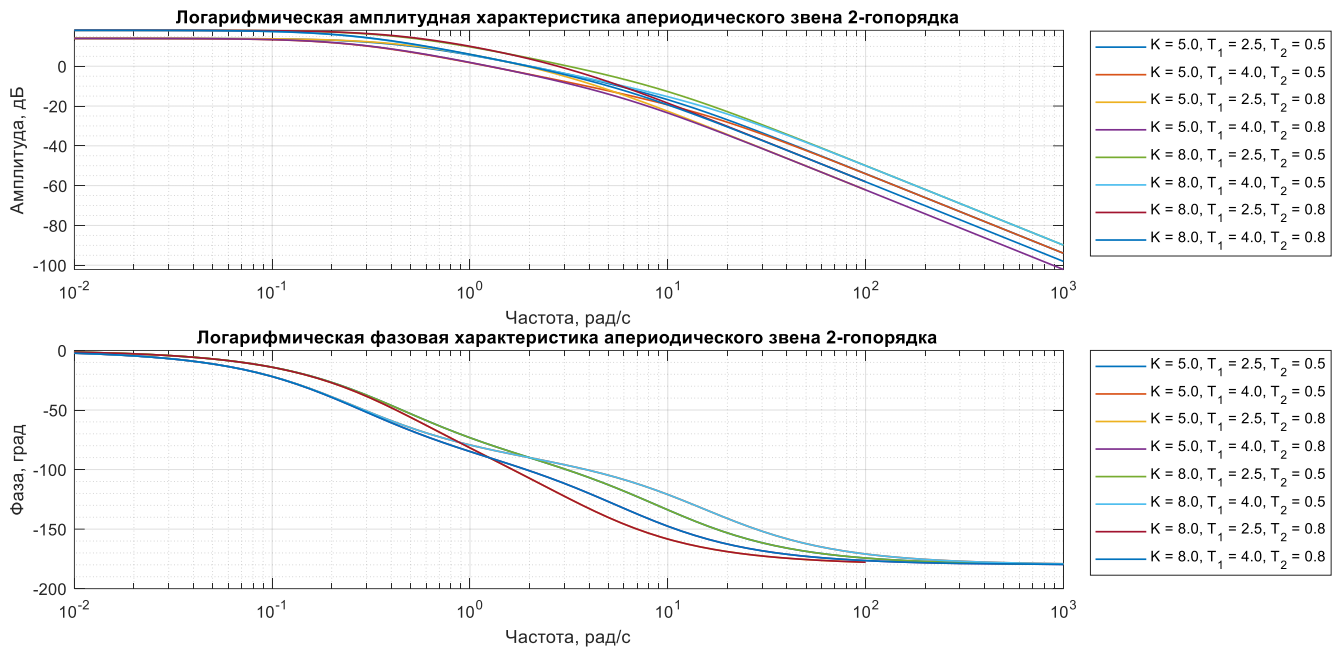


Рис. 5 ЛАФЧХ аperiodического звена 2-го порядка

### ■ ЛАЧХ:

- Наблюдается более крутой спад амплитуды после частоты среза (около -40дБ/дек), показывая сильное подавление высоких частот.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T_1$  и  $T_2$  влияют на частоту среза.

### ■ ЛФЧХ:

- Фаза изменяется от  $0^\circ$  до  $-180^\circ$ , где более высокие порядки увеличивают интенсивность и скорость фазового перехода.
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется.
- $T_1$  и  $T_2$  влияют на полгость перехода и на частоту пика ( $-90^\circ$ ).



## 6) Колебательное звено

$$W(s) = \frac{K}{T_2^2 s^2 + 2T_1 s + 1}, T_1 < 2T_2$$

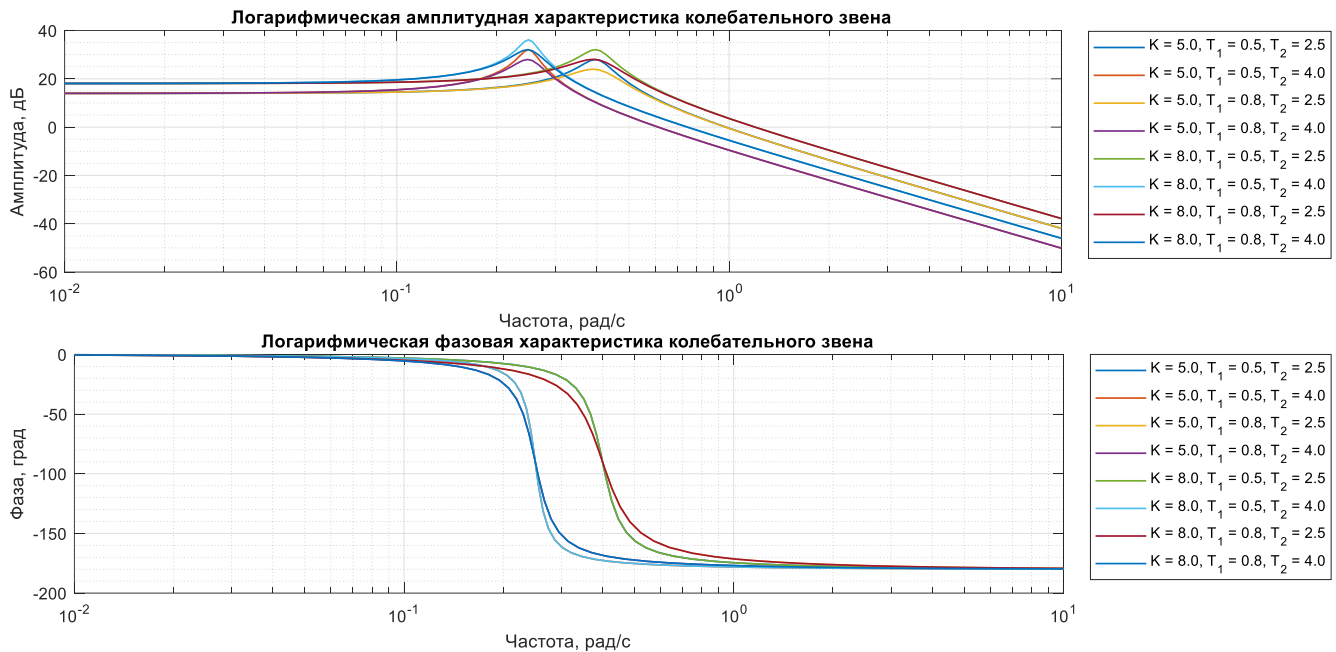


Рис. 6 ЛАФЧХ колебательного звена

### ■ ЛАЧХ:

- Характеризуется резонансным пиком на определенной частоте, после которого следует резкий спад, что указывает на возможность усиления сигнала в узком диапазоне частот.
- При увеличении K характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T_1$  и  $T_2$  влияют на частоту среза и частоту пика.

### ■ ЛФЧХ:

- Фаза проходит через  $-90^\circ$  на резонансной частоте, изменяясь от  $0^\circ$  до  $-180^\circ$ , что свидетельствует о значительных фазовых искажениях при резонансе.
- При увеличении K фазовый сдвиг не меняется.
- $T_1$  и  $T_2$  влияют на резкость перехода и на частоту пика ( $-90^\circ$ ).

## 7) Консервативное звено

$$W(s) = \frac{K}{Ts^2 + 1}$$

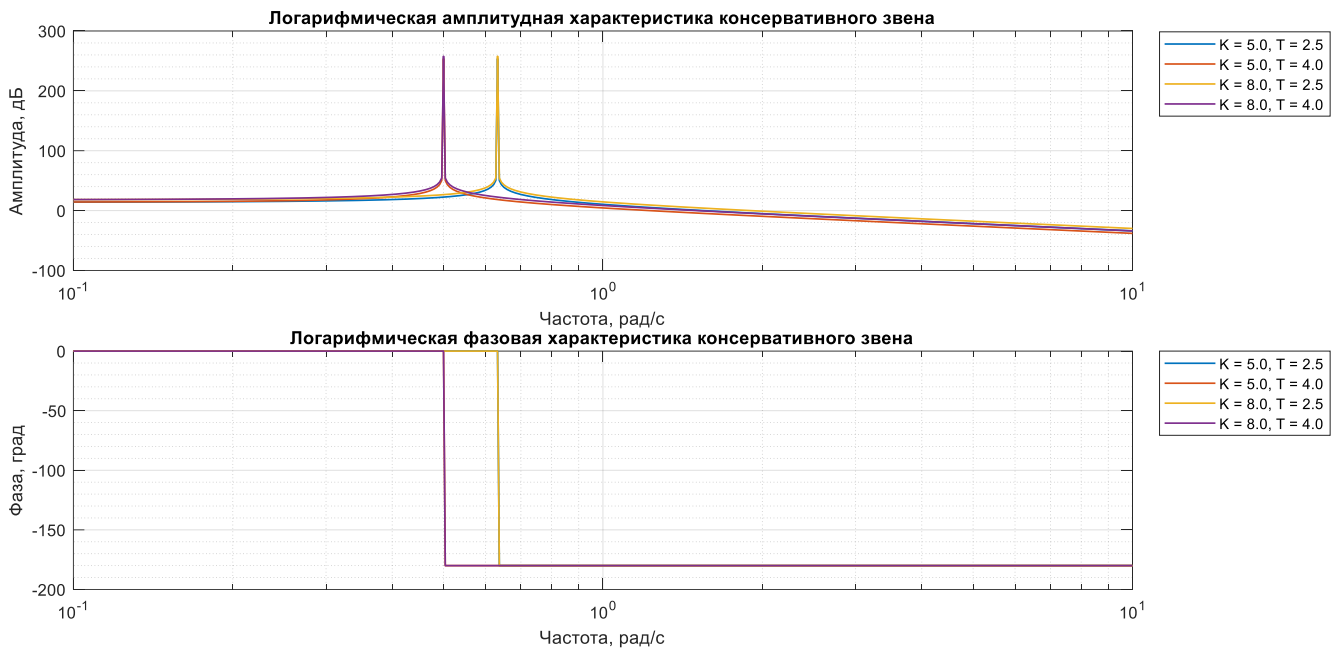


Рис. 7 ЛАФЧХ консервативного звена

### ■ ЛАЧХ:

- Присутствует выраженный резонансный пик без затухания после него, что может приводить к сильному усилению на резонансной частоте.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T$  влияет на частоту среза и частоту пика.

### ■ ЛФЧХ:

- Резкое изменение фазы от  $0^\circ$  до  $-180^\circ$  около резонанса указывает на потенциальные проблемы с устойчивостью системы
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется.
- $T$  влияет на частоту резкого перехода.

## 8) Интегрирующее с запаздыванием звено (реальное интегрирующее)

$$W(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

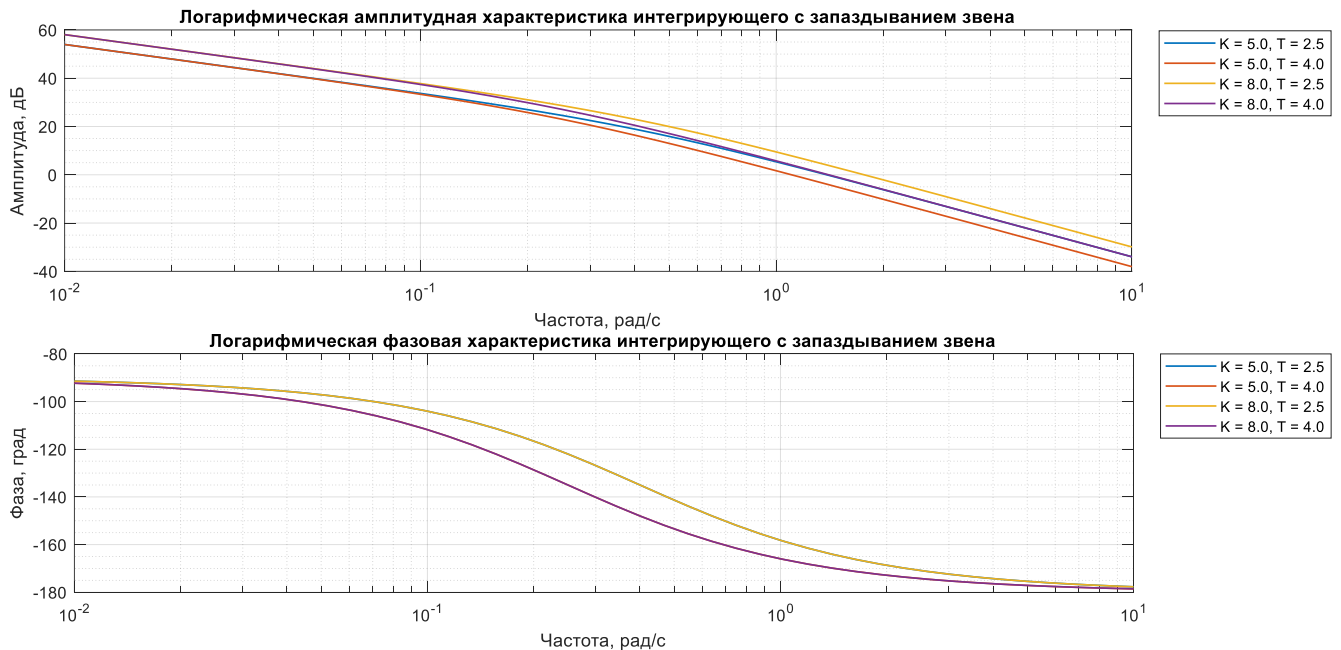


Рис. 8 ЛАФЧХ интегрирующего с запаздыванием звена

### ■ ЛАЧХ:

- Подобно обычному интегрирующему звену, но с дополнительным спадом из-за запаздывания, амплитуда уменьшается с увеличением частоты.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T$  тоже влияет на наклон.

### ■ ЛФЧХ:

- Фазовый сдвиг включает в себя как стандартные  $-90^\circ$ , так и дополнительное снижение, вызванное задержкой
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется.
- $T$  влияет на пологость перехода.

## 9) Дифференцирующее с запаздыванием звено (реальное дифференцирующее)

$$W(s) = \frac{Ks}{Ts + 1}$$

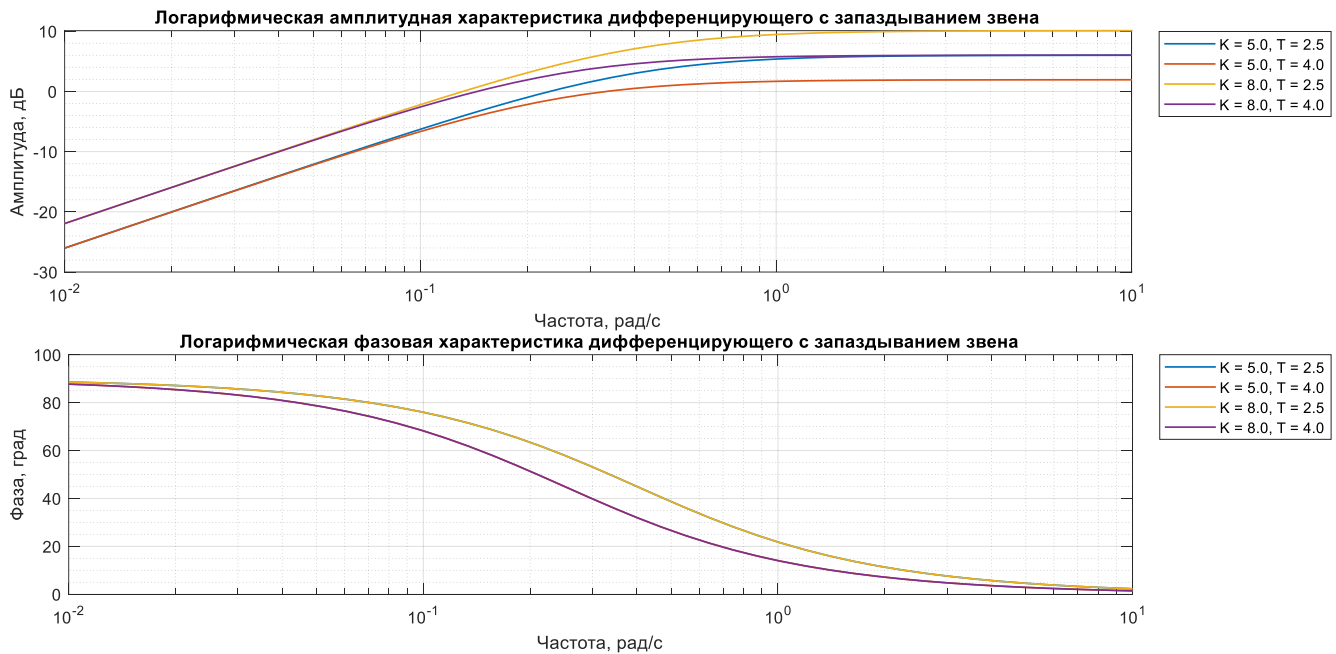
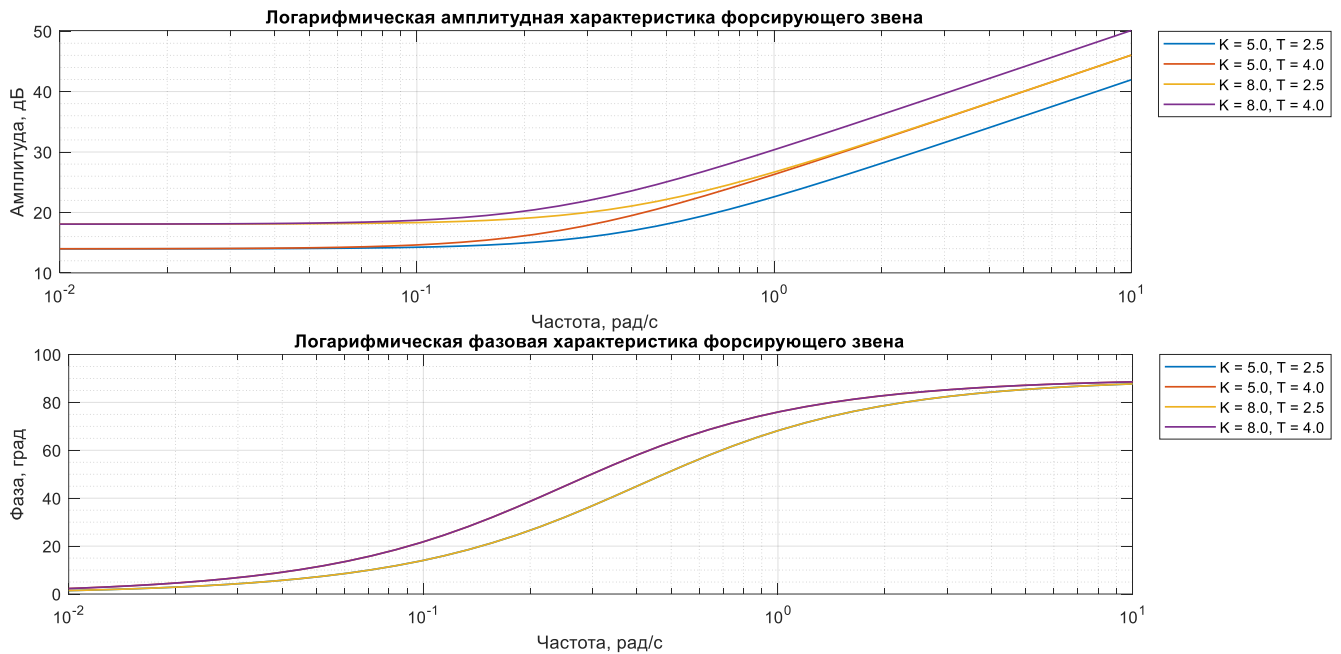


Рис. 9 ЛАФЧХ дифференцирующего с запаздыванием звена

- ЛАЧХ:
  - Возрастание амплитуды с частотой с модификацией за счет влияния запаздывания, что усугубляет высокочастотные изменения.
  - При увеличении K характеристика параллельно сдвигается вверх.
  - T тоже влияет на наклон и амплитуду.
- ЛФЧХ:
  - Включает +90° стандартного дифференцирования плюс дополнительное снижение фазы, пропорциональное задержке
  - При увеличении K фазовый сдвиг не меняется.
  - T влияет на пологость перехода.

## 10) Форсирующее звено

$$W(s) = K(Ts + 1)$$



### ■ ЛАЧХ:

- Появление наклона +20 дБ/декаду на определённой частоте.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T$  тоже влияет на частоту появления наклона и на уровень наклона.

### ■ ЛФЧХ:

- С запаздыванием (зависит от  $T$ ) поднимается от 0 до +90°.
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется.
- $T$  влияет частоту при котором фаза достигает +45°.

## 11) Изодромное звено

$$W(s) = \frac{K(Ts + 1)}{s}$$

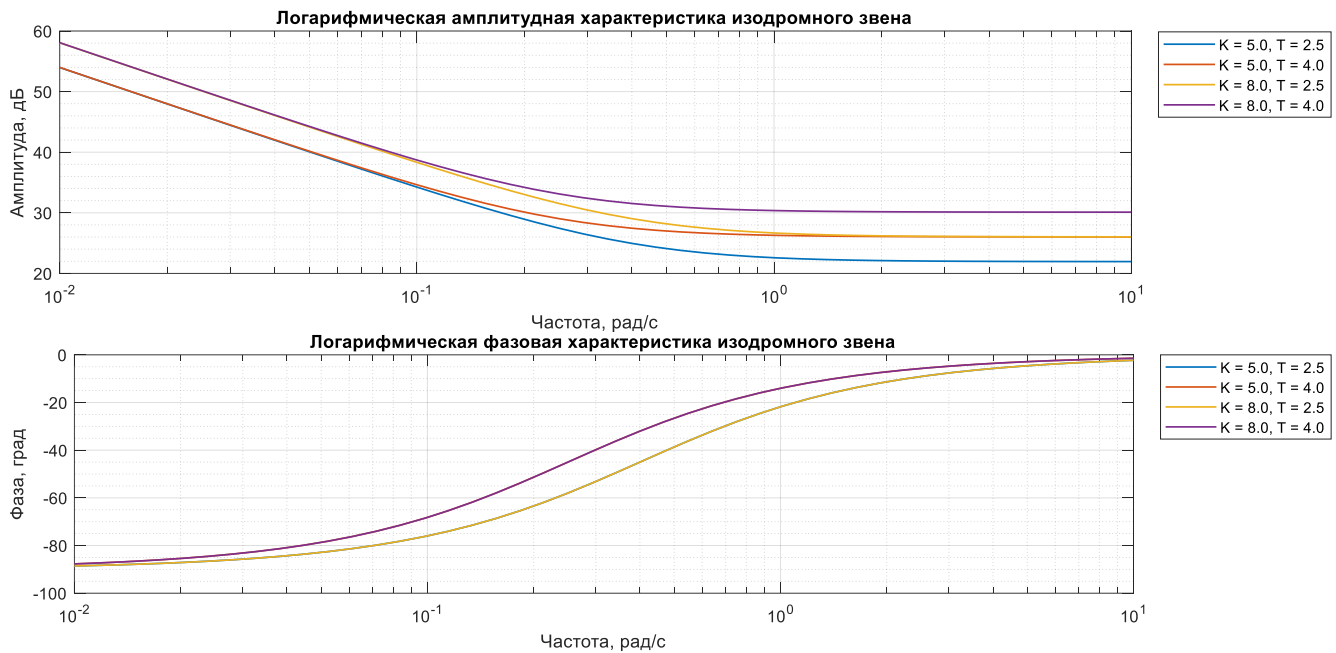


Рис. 11 ЛАФЧХ изодромного звена

### ■ ЛАЧХ:

- Изначально имеет наклон -20 дБ/декаду из-за интегратора, но с повышением частоты наклон увеличивается, стремясь достичь 0 дБ/декаду.
- При увеличении  $K$  характеристика параллельно сдвигается вверх.
- $T$  влияет на частоту при котором начинается увеличение наклона.

### ■ ЛФЧХ:

- С запаздыванием (зависит от  $T$ ) поднимается от -90 до 0 °.
- При увеличении  $K$  фазовый сдвиг не меняется.
- $T$  влияет частоту при котором фаза достигает -45°.