

# Trabajo Práctico Final

## Simulación de Sistemas

(72.25)

Abramowicz Pablo  
Gomez Vidal Maximiliano  
Sessa Carlos  
Villa Fernandez Santiago

12 de diciembre de 2009

### Item A

#### Tiempo entre arribos

Para modelar el intervalo de tiempos entre arribos se cuenta con mediciones del horario en que los clientes llegan al sistema. La regla de Sturges para la elección de la cantidad de intervalos de clase aconseja utilizar  $1 + \log_2 n$  intervalos, siendo  $n$  la cantidad de datos. De esta manera se obtiene que se requieren 7.644 intervalos, utilizando en este caso 8.

En la figura 1 se observa el histograma con los intervalos de tiempo entre arribos. Se percibe que los datos tienden a estar distribuidos en forma exponencial. Se realiza un test de bondad de ajuste  $\chi^2$  para comprobarlo.

Se estima el valor medio de la muestra obteniéndose  $\lambda = 18.939$  [clientes/hora], con un estadístico chi-cuadrado de valor  $\chi_0^2 = 11.943$ . El valor crítico para 7 grados de libertad con un nivel de significación del 5 % resulta  $\chi_{7,0.05}^2 = 14.067$ . Por lo tanto, no puede refutarse la hipótesis de que los datos provengan de una distribución exponencial.

En la figura 2 se muestra un plot Q-Q. Se visualiza que los cuantiles se encuentran alineados sobre una recta de pendiente unitaria, en especial para valores pequeños. De este análisis se desprende que la distribución de la muestra es muy similar a la exponencial.

Realizando un test de uniformidad Kolmogorov-Smirnov sobre los tiempos de arribos se obtiene un estadístico de  $D = 0.12686$ , considerando nuevamente los datos agrupados en 8 clases. El valor crítico para un nivel de significación del 5 % se obtiene de tabla y resulta  $D_{7,0.05} = 0.4361$ . Puesto que  $D_{7,0.05} > D$  no se puede afirmar que los datos no provengan de una distribución exponencial.

Debido a que los tests resultaron satisfactorios, se supone para las simulaciones que los datos se encuentran distribuidos exponencialmente con media  $\lambda = 18.939$  [clientes/hora].

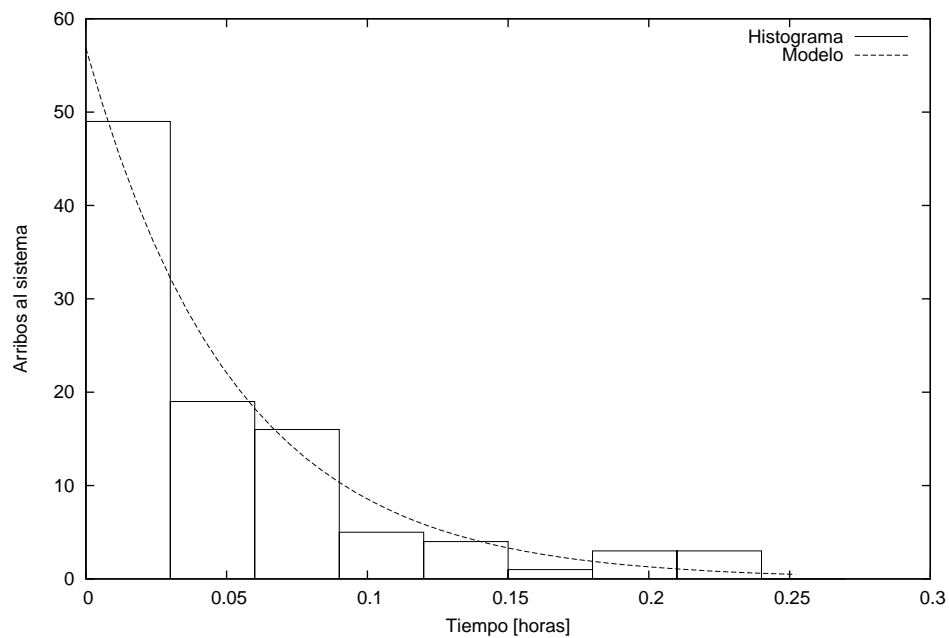


Figura 1: Tiempo entre arribos al sistema

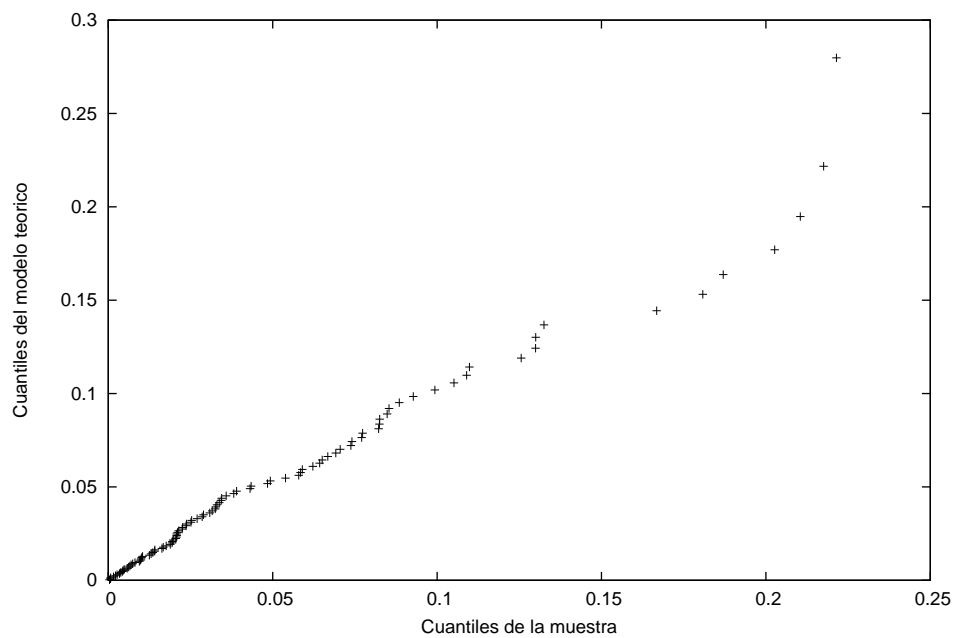


Figura 2: Plot Q-Q del tiempo entre arribos al sistema

## Tiempo de atención de la estación E3

El resultado de aplicar la regla de Sturges indica utilizar 8.644 intervalos de clase. Empleando además la regla de Nuñez se opta por utilizar 8 intervalos de clase.

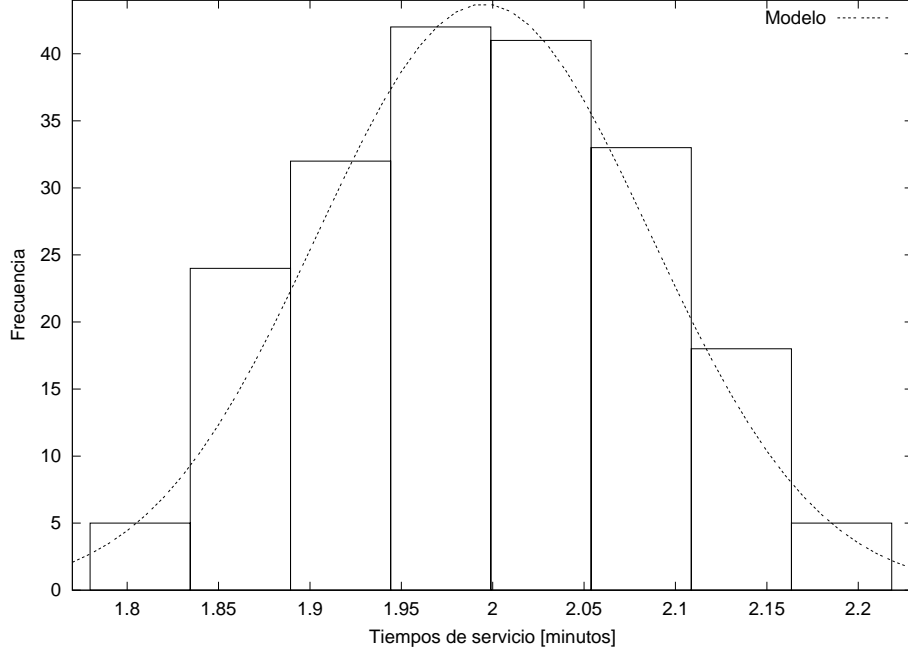


Figura 3: Tiempo de atención de la estación E3

El histograma de tiempo de atención dado en la figura 3 muestra que los datos presentan una distribución aproximadamente normal.

La estimación de la media resulta  $\mu = 1.9952$  y la varianza tiene un valor  $\sigma^2 = 0.00832$ . Se realiza el test de bondad de ajuste  $\chi^2$  para analizar si es razonable suponer que la distribución observada es normal.

El valor del estadístico es  $\chi_0^2 = 4.7492$ , resultando menor que el valor crítico obtenido por tablas para 7 grados de libertad con un nivel de significación del 5 %, cuyo valor es  $\chi_{7,0.05}^2 = 14.067$ . En consecuencia, no se refuta la hipótesis de que los datos provengan de una distribución normal. En la figura 4 se observa el plot Q-Q comparando ambas distribuciones.

## Item B

Todas las colas del sistema se modelan con capacidad infinita y un comportamiento FIFO (*first in- first out*), salvo la cola de la facilidad E3, donde se considera que los clientes que no han llenado el formulario son desplazados un lugar hacia atrás.

Las colas involucradas son  $Q = \{R, E1, E3, OFT, PSF, E2, C\}$ .

El estado del sistema puede ser completamente representado por la longitud de cada una de las colas y el estado de las facilidades, ya sea libre u ocupado.

De esta forma, el espacio de estados resulta:

$$S = \{(x_R, x_{E1}, x_{E3}, x_{OFT}, x_{PSF}, x_{E2}, x_C, s_R, s_{E1}, s_{E3}, s_{OFT}, s_{PSF}, s_{E2}, s_{C1}, s_{C2}, s_{C3}) / \\ x_R, x_{E1}, x_{E3}, x_{OFT}, x_{PSF}, x_{E2}, x_C = 0, 1, \dots \wedge \\ s_R, s_{E1}, s_{E3}, s_{OFT}, s_{PSF}, s_{E2}, s_{C1}, s_{C2}, s_{C3} \in \{B, F\}\}$$

siendo  $B$  el estado ocupado y  $F$  el estado libre. Se considera también que hay una única cola para pagar, que cuenta con 3 facilidades.

## Item C

Los eventos involucrados son la llegada y la salida de clientes a cada una de las colas. Además, debe considerarse cuando una facilidad comienza a atender a un cliente y cuando la misma finaliza el servicio.

El conjunto de eventos del sistema resulta entonces:

$$E = \{R_a, R_d, E1_a, E1_d, E3_a, E3_d, OFT_a, OFT_d, PSF_a, PSF_d, E2_a, E2_d, C_a, C_d, \\ r_b, r_f, e1_b, e1_f, e3_b, e3_f, oft_b, oft_f, psf_b, psf_f, e2_b, e2_f, c1_b, c1_f, c2_b, c2_f, c3_b, c3_f\}$$

donde el subíndice  $a$  indica la llegada de un cliente a la cola y el subíndice  $d$  indica la partida de un cliente de la cola.

Los eventos en minúsculas se refieren a los cambios de estado de cada facilidad. En el caso de empezar a atender un cliente se utiliza el subíndice  $b$  y al finalizar de brindar el servicio el subíndice  $f$ .

Se considera que el tiempo de traslado de un cliente que ha sido atendido en alguna facilidad hacia la próxima cola es nulo. Por lo tanto, resulta factible simplificar el conjunto de eventos amalgamando aquellos que son consecutivos sin bifurcación posible. Por ejemplo, un cliente que finaliza de abonar su recibo y se dirige a la estación E2 para retirar su registro renovado.

## Item D

En primer lugar se establecen las probabilidades de transición entre estados. Se supone que 5 % de las personas que se acercan a la recepción solamente desean obtener el instructivo. El resto desea efectuar el trámite del registro.

Se establece que el tiempo que tarda un cliente en llenar el formulario está distribuido de manera uniforme entre 3 y 5 minutos.

El 10 % de los que están haciendo el trámite desean obtener el registro profesional, por lo que deberán presentarse al test psico-físico al igual que las personas mayores de 70 años (alrededor del 8 % de acuerdo al censo del 2000). Se considera que el 2 % desaprueba el test oftalmológico o el test psico-físico.

El horario de atención los días hábiles es de 8.00 a 13.00. Inicialmente todas las colas se encuentran vacías.

Para la simulación se utiliza la función *rand* de *GNU Octave 3.0.5*. La misma implementa el generador de números pseudo-aleatorios conocido como *Twister de Mersenne*. Este generador tiene un período de  $2^{19937} - 1$ . Como semilla se define el número 31337.

Número de simulación	Tiempo medio [minutos]	Varianza	Intervalo de confianza
1	276.62	3991.30	$\pm 3.92$
2	275.69	3946.31	$\pm 3.89$
3	275.68	3910.77	$\pm 3.88$
4	275.48	3863.30	$\pm 3.85$
5	275.31	3928.56	$\pm 3.88$
6	275.76	3937.04	$\pm 3.89$
7	275.88	3954.88	$\pm 3.90$
8	275.82	3940.23	$\pm 3.89$
9	276.09	3943.13	$\pm 3.89$
10	276.22	3924.34	$\pm 3.88$

Cuadro 1: Tiempo medio de un cliente en el sistema para 10 simulaciones independientes.

De la figura 5 a 11 se observan las longitudes de cada cola en función del tiempo. Como la velocidad de atención en las facilidades R, E1 y C resulta bastante mayor que el ritmo al que llegan clientes, las mismas permanecen ociosas la mayor parte de la jornada. Se observan cuellos de botella en E2 y el test oftalmológico.

## Item E

Se realizan 10 simulaciones independientes, utilizando para cada una el método de Montecarlo con aproximadamente 1000 iteraciones cada una. En el cuadro 1 se presenta la estimación de los tiempos medios junto con sus varianzas e intervalos de confianza ( $\alpha = 0.01$ ).

## Item F

En la figura 12 se muestra el tiempo medio de un cliente en el sistema de acuerdo a la probabilidad de que la caja C3 se encuentre operativa. Se observa que no se presentan grandes cambios en el tiempo medio. Esto se debe a que la caja C3 está libre la mayor parte del tiempo, puesto que la tasa de llegada de clientes resulta inferior a la velocidad de atención de las 3 cajas. En la figura 13 se muestra este fenómeno.

## Item G

Se desea computar la probabilidad  $p$  de que el tiempo medio de espera en la cola OFT sea mayor a 5 minutos. La estación OFT tarda 3.5 minutos en promedio para atender a un cliente.

Realizando 50 iteraciones con el método de Montecarlo y fijando como criterio de detención una variación menor a 0.000001 entre dos iteraciones sucesivas se obtiene  $p = 0.7226 \pm 0.0599$  con un nivel de significación del 5 %.

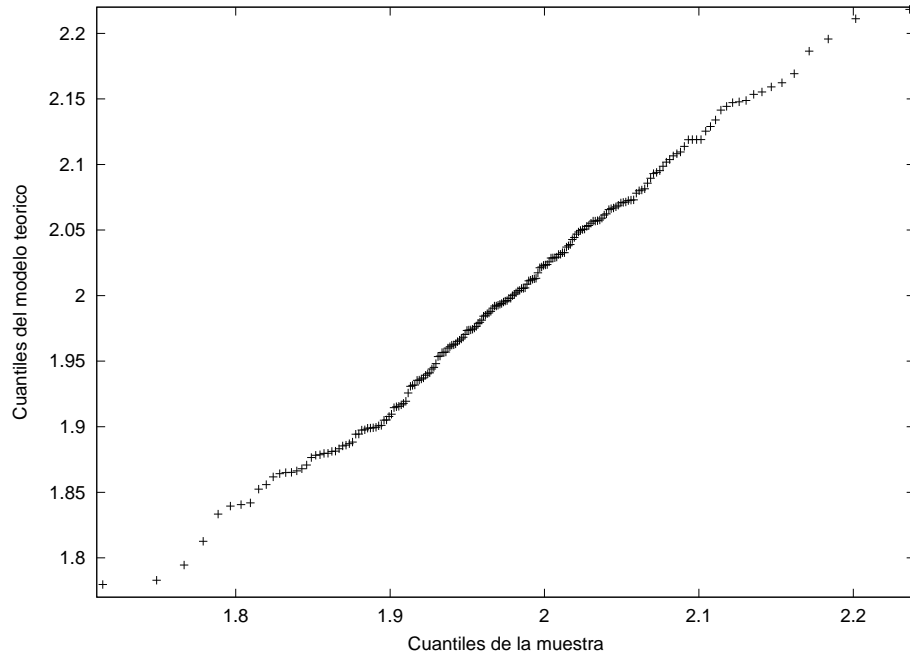


Figura 4: Plot Q-Q del tiempo de atención en la facilidad E3

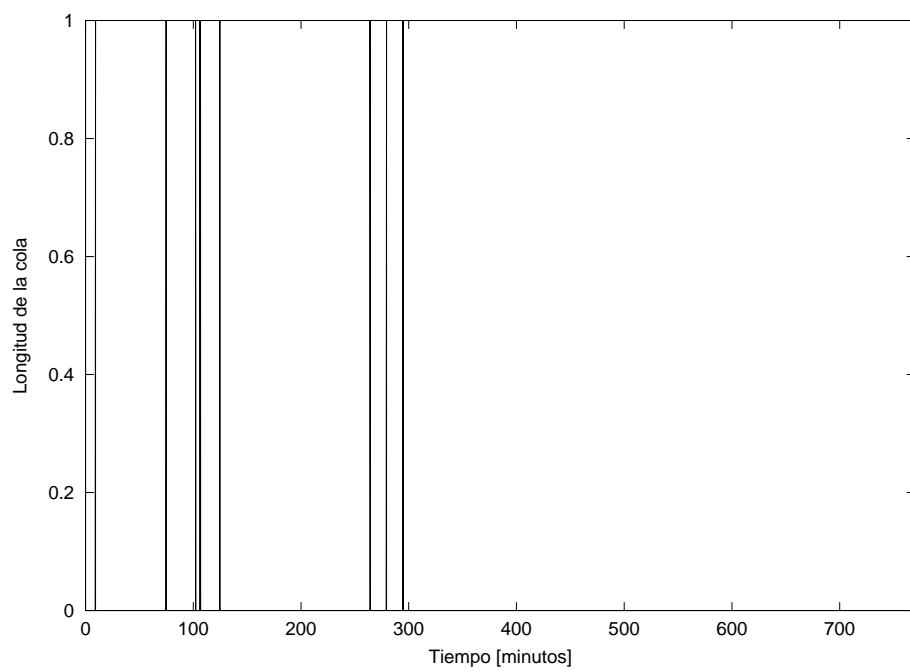


Figura 5: Longitud de la cola R

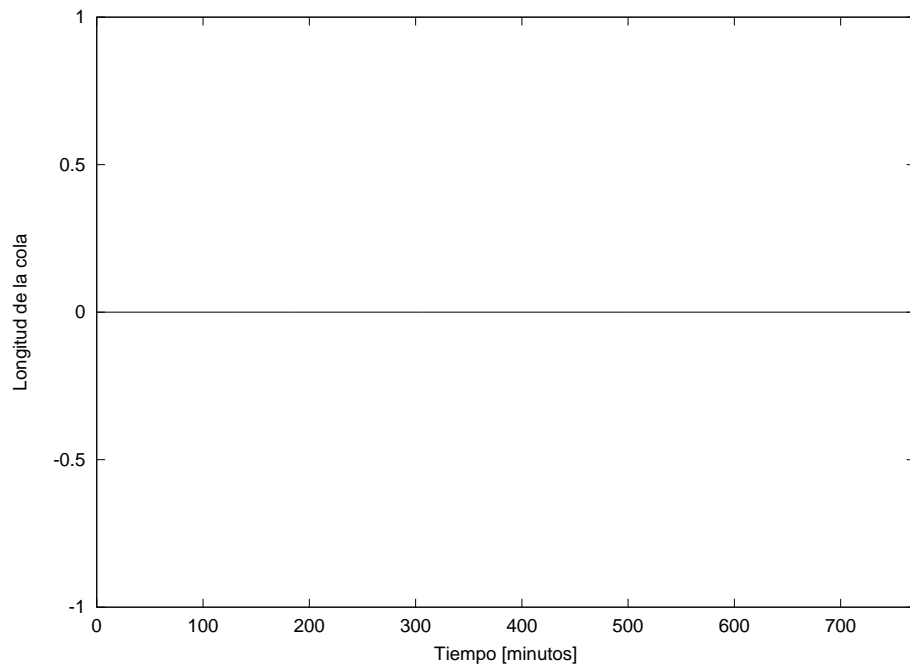


Figura 6: Longitud de la cola E1

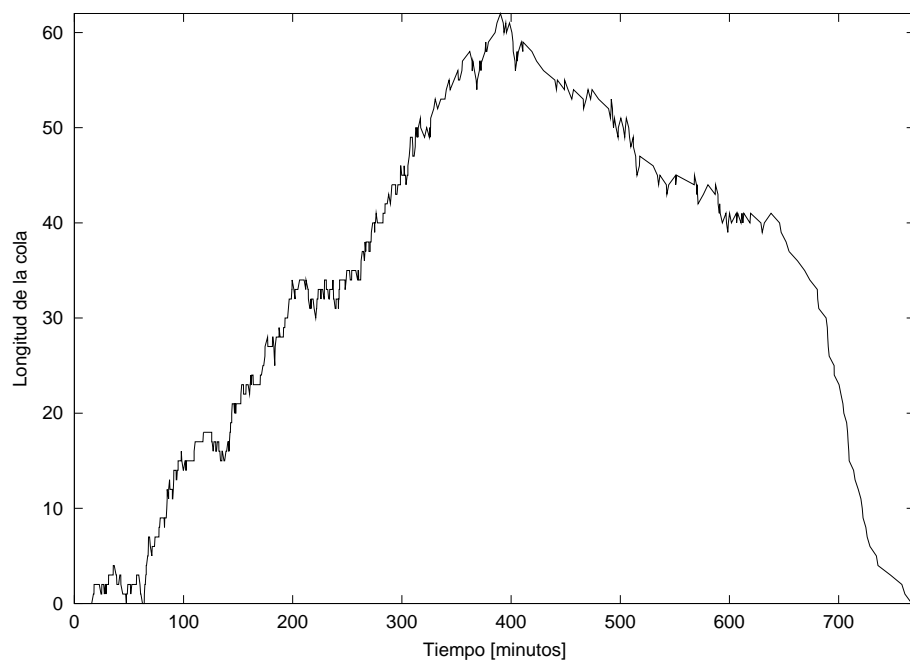


Figura 7: Longitud de la cola E2

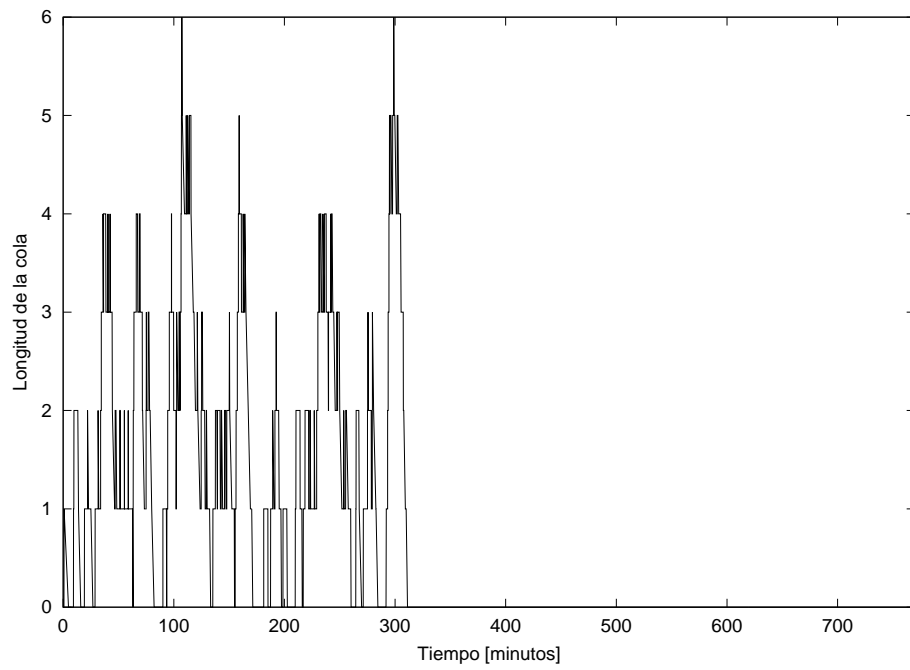


Figura 8: Longitud de la cola E3

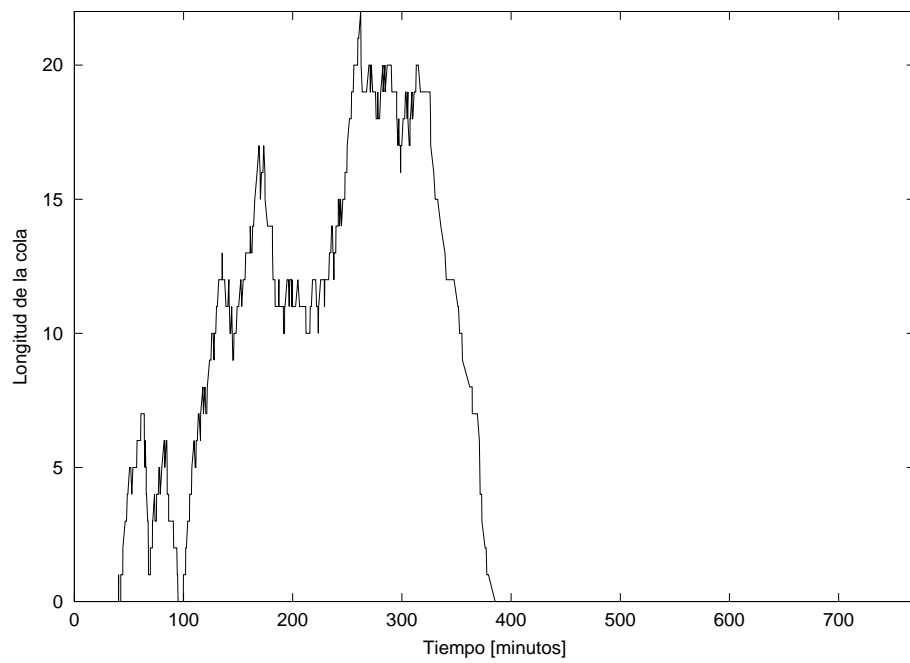


Figura 9: Longitud de la cola OFT



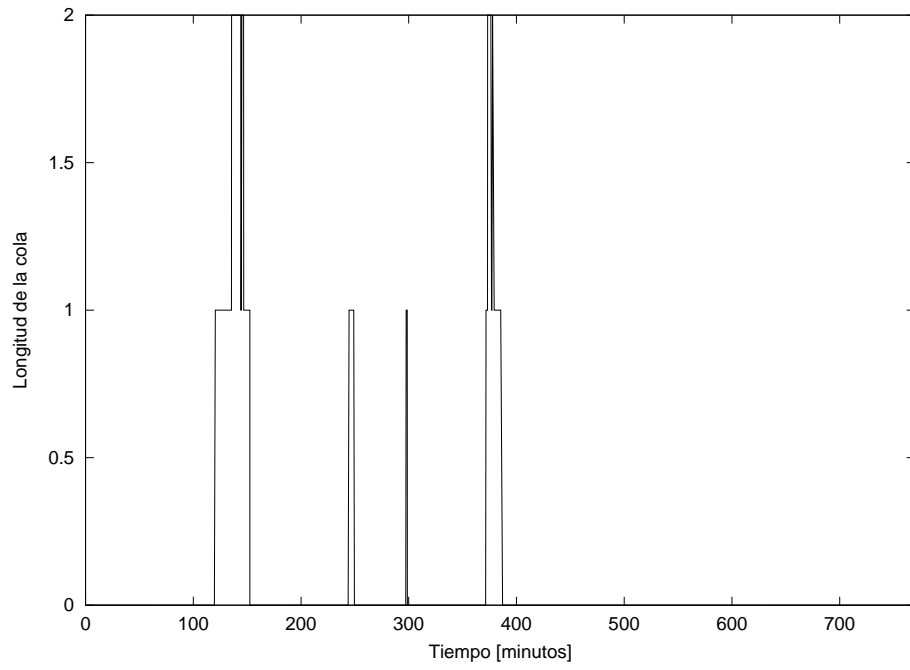


Figura 10: Longitud de la cola PSF

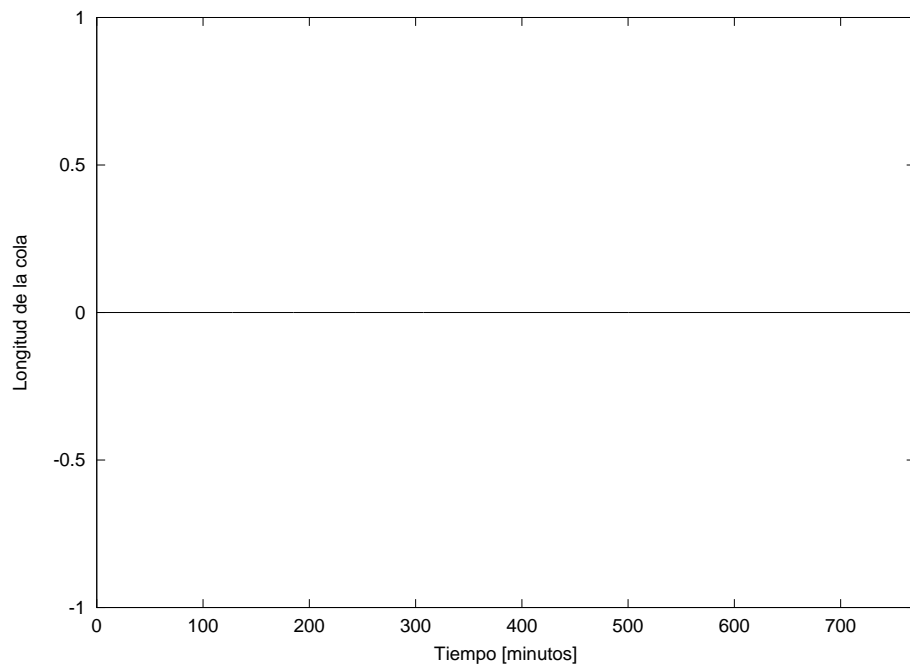


Figura 11: Longitud de la cola C

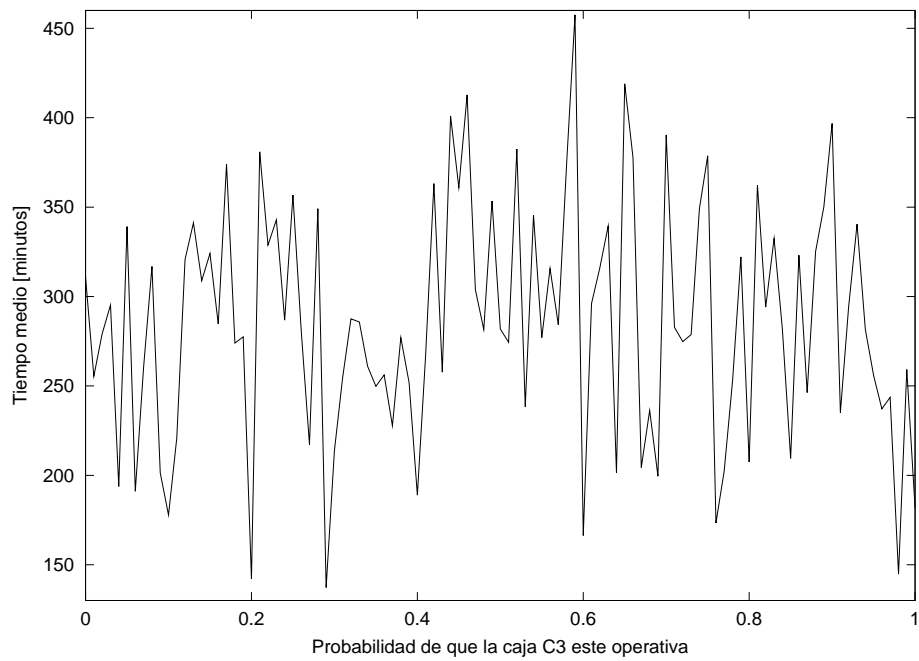


Figura 12: Tiempo medio de un cliente en el sistema en función de la probabilidad de que la caja C3 esté operativa

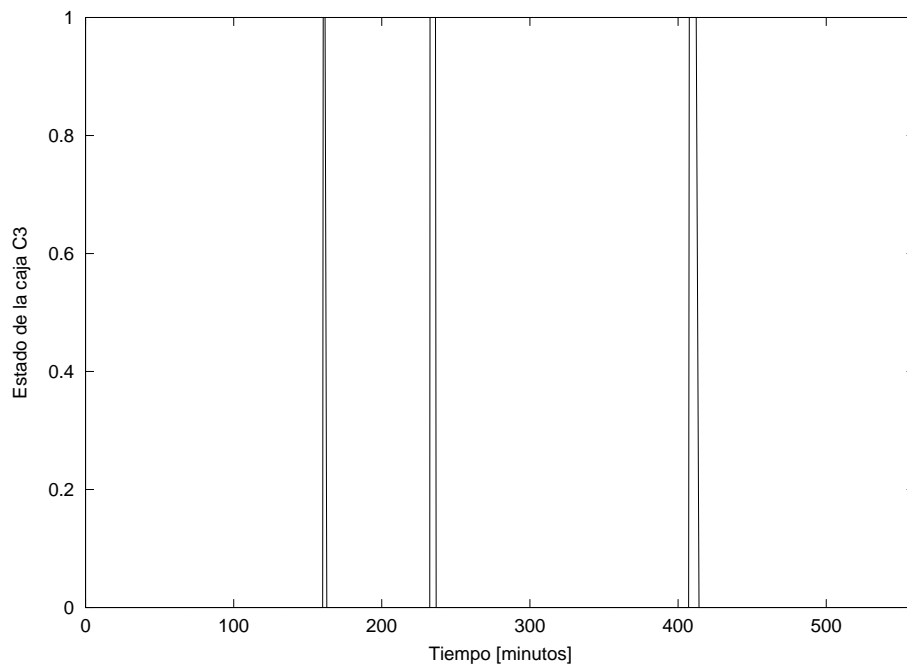


Figura 13: Estado de la caja C3 cuando se encuentra operativa durante toda la jornada