Simulacro de Combate Convencional (La batalla de Iwo Jima)

Lucila Stancato, *I.T.B.A*, Damian Modernell, *I.T.B.A*, Juan Brasca, *I.T.B.A*, Conrado Negro, *I.T.B.A*

Resumen—Basándonos en la ley cuadrática de Lanchester modelamos la Batalla de Iwo Jima durante la Segunda Guerra Mundial. Mostramos que el modelo enunciado por Lanchester se aproxima a los datos históricos. También usamos el modelo para simular otras posibilidades de ataque por parte de Estados Unidos.

Palabras clave—Simulación, Modelo de Lanchester, Combate convencional.

1 Introducción

Durante la primera guerra mundial, Frederick W. Lanchester se interesó en predecir el resultado de ataques aereos. Para hacerlo describió una serie de ecuaciones diferenciales, que hoy se conocen como *Leyes de Poder de Lanchester*. Estas leyes describen como se atacarían estas fuerzas. Pero las armas modernas cambiaron el modelo que inicialmente era lineal, por el modelo cuadrático, dado que las distancias de ataque y la cantidad de heridos posibles cambian.

En la sección 2 mostramos el modelo cuadrático de Lanchester, que modela la cantidad de tropas en función del tiempo. Aplicamos este modelo para simular la Batalla de Iwo Jima durante la Segunda Guerra Mundial. Usando el mismo modelo, analizamos dos estrategias de ataque alternativas en la sección 3, sin cambiar los parámetros del sistema, pero cambiando el régimen de refuerzos de Estados Unidos. De esta manera determinamos que la política de refuerzos influye en la estrategia de combate de una batalla convencional y también la importancia de la cantidad de tropas por sobre el coeficiente de efectividad de las tropas.

2 Modelo cuadrático de Lanchester

El modelo de simulación que proponemos para un combate convencional esta dado por las ecuaciones diferenciales 1 y 2. α es el coeficiente de efectividad en combate de la fuerza y, y β el de la fuerza x. Las constantes a y b representan las tasas unitarias de pérdidas operativas y $f(t)$ y $g(t)$ representan los refuerzos de ambas fuerzas.

$$\dot{x} = -ax - \alpha y + f(t) \tag{1}$$

$$\dot{y} = -by - \beta x + g(t) \tag{2}$$

Si no tenemos en cuenta las pérdidas operativas ni los refuerzos en ninguno de los ejércitos, obtenemos las ecuaciones 3 y 4, que es el modelo cuadrático propuesto por Lanchester.

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha y \tag{3}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\beta x \tag{4}$$

Partiendo de las ecuaciones 3 y 4 dividimos miembro a miembro para obtener la ecuación 5

$$\frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{-\beta y}{-\alpha x} \tag{5}$$

De 5 deducimos la igualdad de la ecuación 6

$$-\alpha x dx = -\beta y dy \tag{6}$$

Integrando miembro a miembro obtenemos la expresión en 7

$$\alpha x^2 - \beta y^2 = K \tag{7}$$

K representa una *constante de fuerza de batalla* que permanece invariante a lo largo del combate. Por lo tanto, podemos ver que:

1) El resultado del combate esta dado únicamente por la efectividad y la cantidad de tropas de cada bando.
2) La cantidad de tropas es mucho más importante que su efectividad.

En la figura 1 mostramos como 2 ejércitos comienzan el combate con la misma cantidad de unidades. Cambiando el valor de la constante *K* obtenemos las distintas curvas. Observamos que si $K > 0$ el ejército x gana la batalla, en cambio, si $K < 0$, el ejército que gana la batalla es el y. En el caso en que $K = 0$, las fuerzas se destruyen mutuamente, y la batalla resulta en un empate. Cabe aclarar que el modelo no tiene en cuenta otros factores, que pueden llevar a que un ejército se rinda, o a un pacto de no agresión, o a la posibilidad de aliarse con otro ejército.

3 Simulación de combate en la isla de Iwo Jima

La batalla de Iwo Jima tuvo lugar desde el 16 de febrero de 1945 hasta el 26 de marzo del mismo año. Fue la batalla más decisiva de la Guerra del Pacífico en la Segunda Guerra Mundial, entre Estados Unidos y el

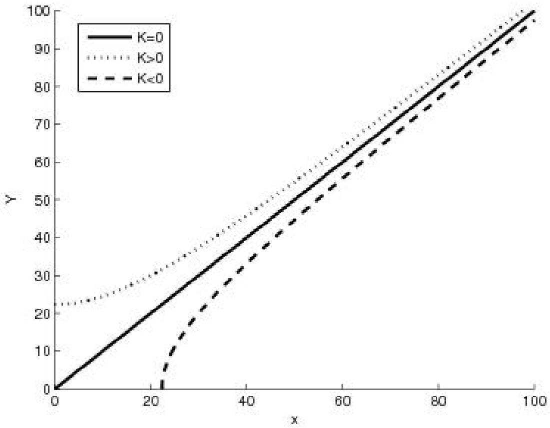

Figura 1. Gráfica cualitativa de combate de dos fuerzas según el valor de K

Imperio del Japón.

La isla de Iwo Jima se encuentra 1200 km al sur de Tokio, y fue de suma importancia para los Estados Unidos la conquista de la misma debido a su ubicación geográfica, ya que les permitió a los bombarderos B-29 despegar desde la isla y tener autonomía de vuelo para poder bombardear Japón. Por otro lado, para los japoneses, la isla significaba una base aérea en el pacífico y radares que les permitían identificar cualquier avión o nave enemiga que quisiera aproximarse a Japón.

En el transcurso de la batalla, las fuerzas norteamericanas tuvieron varias oleadas de refuerzos, llegando a un número total de 73000 tropas, mientras que los japoneses, no tenían manera de reforzarse ya que la mayoría de sus barcos de transporte habian sido hundidos por submarinos aliados.

Como mencionamos en la sección 2, el modelo de sistema que empleamos para simular la batalla corresponde a un modelo de combate convencional donde $x(t)$ e $y(t)$ representan las magnitudes de las fuerzas Norteamericanas y Japonesas respectivamente. α y β corresponden a los coeficientes de efectividad en combate de la fuerza enemiga. $f(t)$ modela la política de refuerzos del ejército de los Estados Unidos. Japón no tiene refuerzos. Se desprecian las pérdidas operativas de ambos.

El modelo lo expresamos en las ecuaciones diferenciales 8 y 9

$$\dot{x} = -\alpha y + f(t) \tag{8}$$

$$\dot{y} = -\beta x \tag{9}$$

Al inicio de la batalla, Japón contaba con una fuerza de aproximadamente 21500 tropas que sabían de antemano que no regresarían con vida a territorio patrio, y cuyas órdenes eran pelear hasta el último hombre. Por este motivo las fuerzas niponas tienen un coeficiente de efectividad mayor al de las fuerzas aliadas, que lo determinamos como $\alpha = 0.0544dia^{-1}$. Estados Unidos desembarcó en la isla con 54000 hombres y tuvo refuerzos que son representados por la función $f(t)$ en

Tabla 1
Fuerzas Norteamericanas

Tiempo (días)	Fuerza USA
7	66000
9	62000
12	58500
19	56200
24	54000

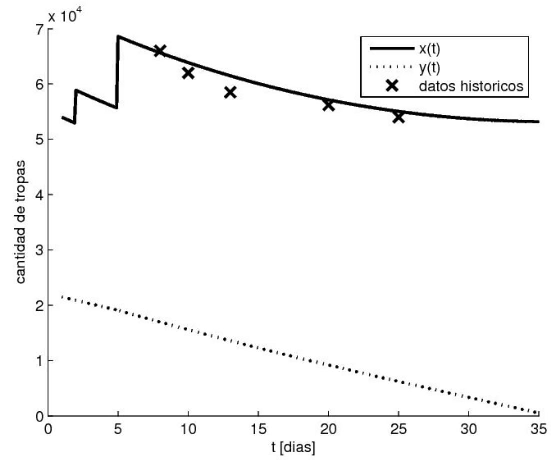

Figura 2. Simulación de la batalla de Iwo Jima

10. Su coeficiente de efectividad lo determinamos en $\beta = 0.0106dia^{-1}$.

$$f(t) = \begin{cases} 54000 & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 2 \\ 6000 & 2 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ 13000 & 5 < t < 6 \\ 0 & t \geq 6 \end{cases} \tag{10}$$

Realizamos la simulación numérica del modelo y obtenemos los resultados que ilustramos en la figura 2. También incluimos en la figura 2 los valores históricos de la magnitud de las fuerzas Norteamericanas para distintos días durante la batalla. Mostramos estos datos en la tabla 1.

4 Políticas de refuerzos

Estados Unidos envió 73000 hombres a la batalla de Iwo Jima. La estrategia de refuerzos que empleó tuvo un saldo de 53193 hombres que regresaron con vida. Usando el modelo cuadrático de Lanchester, simulamos dos políticas de refuerzos distintas. El modelo que usamos es el mismo, lo que cambia es la cantidad y el momento en el que Estados Unidos envía refuerzos a la isla de Iwo Jima.

4.1 Todos los soldados juntos

La primer política que simulamos consiste en mandar 73000 soldados norteamericanos el primer día de combate. La simulación se representa en la figura 3 y muestra

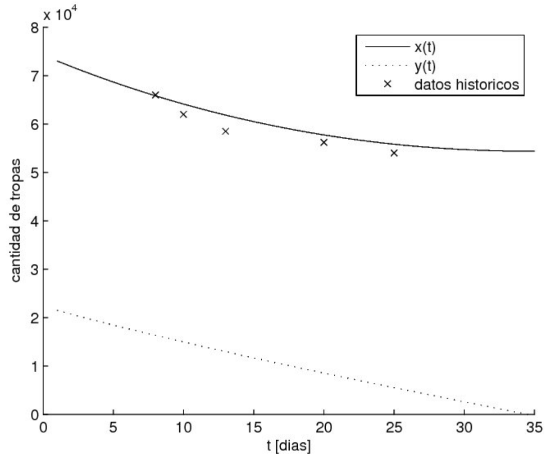

Figura 3. Primer política de refuerzos

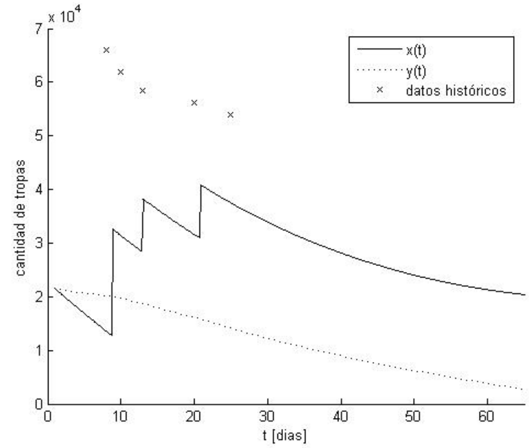

Figura 4. Segunda politica de refuerzos

Tabla 2
Segunda Polítiaca de Refuerzos Norteamericanos

Tiempo [días]	Tropas enviados
1	21500
9	20000
13	10000
21	10000

que la batalla tiene la misma duración que la batalla real. La diferencia se encuentra en que, al final de la batalla, las tropas estadounidenses alcanzan los 54377 hombres, 1184 hombres más que con la estrategia original.

Enviar todas las tropas el mismo día implica tener recursos suficientes (aviones, municiones, etc.). Además, sólo se podría predecir el resultado de un ataque una vez que se conocen los parámetros del sistema α y β. Como esos parámetros pueden estimarse una vez realizada la batalla, enviar 73000 hombres en el primer momento podría parecer excesivo.

4.2 Refuerzos tardíos

La segunda política de refuerzos que simulamos consiste en enviar las tropas en cuatro momentos distintos. En la tabla 2 mostramos la cantidad de hombres enviados a la isla de Iwo Jima con esta estrategia.

En la figura 4 observamos que la duración de la batalla es aproximadamente el doble a la anterior. Además, la cantidad de bajas en este escenario es aproximadamente de 51000 soldados, contra los aproximadamente 20000 que mueren en la simulación original. Esto implica que, no sólo se pierden más vidas, sino que se gasta más, porque se necesitan más municiones, más comida y recursos para abastecer a los soldados durante 65 días en lugar de los 35 que duró el combate.

5 Conclusión

El modelo que usamos para simular la Batalla de Iwo Jima se basa en las leyes de poder de Lanchester. La simulación de la batalla utilizando este modelo se aproxima considerablemente a los datos históricos. Sin embargo, el modelo puede ser mejorado agregando a las ecuaciones factores que pueden influir en la cantidad de bajas de cada ejército, como por ejemplo estimar una tasa de pérdidas operativas que puede depender de la calidad médica, la alimentación, o las deserciones de ambas fuerzas. Comprobamos que aunque el ejército Japonés tuviera un coeficiente de combate mayor al de Estados Unidos, pierde la batalla porque Estados Unidos tiene más tropas.

Al ensayar distintas políticas de refuerzos, podemos ver que si se envían todos los hombres al combate en el mismo momento, la batalla dura menos que cuando los refuerzos tardan en llegar. Esto responde a que la ley de Lanchester es cuadráticamente proporcional a la cantidad de tropas. Es por esto, que la segunda política de refuerzos muestra una batalla más duradera. No solo eso, sino que podemos ver que al inicio de la batalla, el ejercito Japonés supera a los Estados Unidos. Esto es una evidencia de que el coeficiente de combate Japonés es mayor al de los Estados Unidos. Y es por eso, que el ejército Estadounidense necesita enviar más tropas.

Bibliografía

[1] Lanchester, Frederick William. *Aircraft in Warfare: The Dawn of the Fourth Arm.*