# Final de Simulación de Sistemas

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

**Profesor:** Alejandro Diaz.

**Alúmnos:**

- Lucila Stancato
- Conrado Negro
- Damian Modernell
- Juan Brasca

14 de Diciembre de 2009

**Figura 0.1:** Histograma de intervalos de tiempo entre arribos de clientes al sistema. Se puede observar que parece provenir de una variable aleatoria con distribución exponencial.

## a) Modelar el intervalo de tiempo entre arribos, a partir de los datos medidos del archivo llegadasregistro y modelar el intervalo de tiempo de atención de la estación E3 con los datos del archivo e3registro. Para ello hacer estadística descriptiva, justificando el número de intervalo de clases y realizar los test pertinentes.

### Tiempo entre arribos al sistema

Mediante mediciones del horario de arribo de clientes al sistema, computamos los intervalos de tiempo entre arribos, y los representamos en el histograma de la figura 1. Está dividido en 7 intervalos de clase determinados a partir de la fórmula de Sturgess que observamos en la ecuación 1.1.

$$k = 1 + 3{,}3 * Log(n) \tag{0.1}$$

donde $k$ es el N$^o$ de intervalos y $n$ es el N$^o$ de muestras.

Para determinar si la distribucón de probabilidad del tiempo entre arribos de clientes al sistema es exponencial, realizamos el test de bondad de ajuste $\chi^2$. Las hipótesis del test son:

- $H_0$: $\chi_0^2 < \chi_{n-1,\alpha}$ (Las llegadas de clientes al sistema están exponencialmente distribuidas)

- $H_1$: $\chi_0^2 \geq \chi_{n-1,\alpha}$ (Las llegadas de clientes al sistema NO están exponencialmente distribuidas)

A partir de las mediciones y de los valores esperados para cada intervalo de clase, computamos el estadístico $\chi_0^2 = 10{,}709$. Como el valor crítico con un nivel de significación de 5 % y con 5 grados de libertad resulta $\chi^2_{0{,}05{,}5} = 11{,}07$, rechazamos $H_1$ en favor de $H_0$.
También realizamos el test de Kolmogorov-Smirnov sobre las mediciones de los tiempos de arribos, agrupadas en los intervalos de clase que mencionamos previamente. Obtenemos el estadístico para dichos datos $D = 0,1238$, con un valor crítico para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05\,\%$, que es $D_{7,\alpha} = 0{,}4834$. Luego al ser $D < D_{t,\alpha}$, podemos concluírir que se pasa el test. Finalmente podemos suponer, habiendo pasado ambos tests, que los arribos de clientes al sistema estan distribuidos exponencialmente, con una tasa media de 18.825.

#### Tasa de servicio de la estación $E3$

Analizamos los tiempos de servicio de la estación $E3$ medidos del sistema, y volcamos los datos a un histograma (ver figura 2) de 8 intervalos de clase también computados a partir de la fórmula de Sturgess.
En la figura 2, observamos que los datos parecen provenir de una variable aleatoria con distribución normal. Para poder determinar si esto es cierto, realizamos el test estadístico $\chi^2$ con las siguientes hipótesis:

- $H_0$: $\chi_0^2 < \chi_{n-1,\alpha}$ (El tiempo de servicio de la estación $E3$ es una variable aleatoria con distribución normal)
- $H_1$: $\chi_0^2 \geq \chi_{n-1,\alpha}$ (El tiempo de servicio de la estación $E3$ NO es una variable aleatoria con distribución normal)

Estimamos la media y la varianza de la distribución resultando:

- $\mu = 1{,}995$
- $\sigma^2 = 0{,}008332$

El valor del estadístico resulta $\chi_0^2 = 4,7492$, y como el valor crítico es $\chi^2_{5,0{,}05} = 11{,}07$ se rechaza $H_1$ en favor de $H_0$.

**Figura 0.2:** Histograma de la medición de los tiempos de servicio del servidor $E3$. Observamos que los datos parecen provenir de una variable aleatoria con distribución normal.

**Figura 0.3:** Modelo del sistema de renovación del registro

## b) Indicar las variables de estado del sistema y el espacio de estado.

Considerando el gráfico de la figura 3, definimos el espacio de estados

$$
\begin{aligned}
S =\{&(x_R, x_{E_1}, x_{OFT}, x_{PSF}, x_{E_2}, x_{E_3}, x_{C_1}, x_{C_2}, x_{C_3},\\
&y_R, y_{E_1}, y_{OFT}, y_{PSF}, y_{E_2}, y_{E_3}, y_{C_1}, y_{C_2}, y_{C_3})/\\
&x_R, x_{E_1}, x_{OFT}, x_{PSF}, x_{E_2}, x_{E_3}, x_{C_1}, x_{C_2}, x_{C_3} = 1, 2, 3, ...\\
&\wedge\, y_R, y_{E_1}, y_{OFT}, y_{PSF}, y_{E_2}, y_{E_3}, y_{C_1}, y_{C_2}, y_{C_3} = 0, 1\}
\end{aligned}
$$

Donde:
$x_R$, es la longitud de la cola de recepción.
$x_{E_1}$ es la longitud de la cola del servidor E1.
$x_{E_2}$ es la longitud del servidor E2.
$x_{E_3}$ es la longitud del servidor E3.
$x_{OFT}$ es la longitud de la cola de oftalmología.
$x_{PSF}$ es la longitud de la cola del estudio Psico-Físico.
$x_{C_1}$ es la longitud de la cola de la caja C1.
$x_{C_2}$es la longitud de la cola de la caja C2.
$x_{C_3}$,es la longitud de la cola de la caja C3.

$y_R$, Ocupacón de la recepción.
$y_{E_1}$ Ocupación de la estación E1.
$y_{E_2}$ Ocupación de la estación E2.
$y_{E_3}$ Ocupación de la estación E3.
$y_{OFT}$ Ocupación de la oficina de oftalmología
$y_{PSF}$ Ocupación de la oficina Psico-Fisica.
$y_{C_1}$ Ocupación de la caja 1.
$y_{C_2}$ Ocupación de la caja 2.
$y_{C_3}$, Ocupación de la caja 3.

## c) Indicar los tipos de eventos y el espacio de eventos.

El espacio de eventos del sistema lo definimos como:

$$E = \{A, B, r_1, e_3, oft, psf, e_2, e_{1,oft}, e_{1,psf}, c_1, c_2, c_3, e_{c1,e2}, e_{c2,e2}, e_{c3,e2}\}$$

Donde:
A es la entrada de una persona a $R$.
B es la partida de una persona del sistema.
$r_1$ es la partida de una persona desde $R$ hacia $E_1$
$e_3$ es la partida de una parsona de $E_1$ hacia $E_3$
$oft$ es la partida de una persona de $E_3$ hacia $OFT$
$psf$ es la partida de una persona de $OFT$ hacia $PSF$.
$e_2$ es la partida de una persona de $OFT$ hacia $E_2$.
$e_{1,oft}, e_{1,psf}$ son las partidas desde $OFT$ o de $PSF$ hacia $E_1$
$c_1, c_2, c_3$ son las partidas desde $E_2$ hacia las cajas 1, 2 o 3.
$e_{c1,e2}, e_{c2,e2}, e_{c3,e2}$ son las partidas de $C1, C2oC3$ realimentadas en $E_2$.

**d) Realizar una simulación indicando las condiciones iniciales, el tipo de generador usado y la semilla. Mostrar las gáficas de las colas en cada estación.**

**e) Realizar 10 simulaciones independientes. Hallar el tiempo medio por cliente en el sistema, suponiendo que las tres cajas C1, C2 y C3 están operativas mostrar los resultados convenien- temente en una tabla. Computar con estos resulatados el estimador del tiempo medio por cliente y su error.**

**f) Si la probabilidad de que la caja C3 esté operativa es p, computar el tiempo medio por cliente en el sistema en función de p. Graficar.**

**g) Computar la probabilidad de que el tiempo medio de espera en la cola de OFT sea mayor a 5 minutos**

La variable aleatoria $OFT$ tiene distribución exponencial con tiempo medio de 3.5 minutos. Para determinar la probabilidad de que el tiempo medio de espera sea mayor a 5 minutos la obtenemos a través de las ecuaciones XXXXXXXXXXX

$$P(OFT > 5) = 1 - P(OFT \leq 5) \tag{0.2}$$

entonces:

$$P(OFT > 5) = 1 - (1 - e^{-\frac{1}{3,5}5}) \tag{0.3}$$

Finalmente la probabilidad resulta:

$$P(OFT > 5) = 0,2397 \tag{0.4}$$

## Referencias

[1] http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Sturgess