

Ekler (Appendix)

Binom ve p İcin Maksimum Olurluk Tahmini [1]

$$L(p; x) = \prod_{i=1}^n f(x_i; p) = \prod_{i=1}^n \binom{n}{x} p^x (1-p)^{1-x}$$

Log alalım

$$\log L(p; x) = \sum_{i=1}^n \log \binom{n}{x} + x \log p + (1-x) \log(1-p)$$

p'ye göre türevi alalım, bu sırada kombinasyon ifadesi  $\binom{n}{x}$  içinde p olmadığı için o yok olacaktır,

$$\frac{\partial \log L(p)}{\partial p} = \frac{x}{p} - \frac{n-x}{1-p}$$

Maksimum değeri bulmak için sifıra eşitleyelim ve p için çözelim,

$$0 = \frac{x}{p} - \frac{n-x}{1-p}$$

$$\frac{x}{p} = \frac{n-x}{1-p}$$

$$p(n-x) = x(1-p)$$

$$pn - px = x - px$$

$$pn = x$$

$$p = \frac{x}{n}$$

Yani p için maksimum olurluk tahmini  $x/n$ .

Bernoulli dağılımı Binom dağılımına çok benzer, sadece onun baş kısmında kombinasyon ifadesi yoktur. Fakat o ifade p'ye göre türevde nasıl olsa yokolacağına göre Bernoulli dağılımı için de tahmin edici aynıdır.

Bayes Usulu Güven Aralığı (Confidence Intervals)

Bayes ile bu hesabi yapmak için bir dağılımı baz almak lazım. Eğer sonuç olarak bir tekil sayı değil, bir dağılım elde edersek bu dağılım üzerinde güvenlik hesaplarını yaparız. Mesela sonuç, sonsal dağılım (posterior) bir Gaussian dağılım ise, bu dağılımın yüzde 95 ağırlığının nerede olduğu, ve nasıl hesaplandığı bellidir.

Bayes Teorisi

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Veri analizi bağlamında diyelim ki deneyler yaparak tahmini olarak hesaplamak (estimate) istediğimiz bir parametre var, bu bir protonun kutlesi ya da bir ameliyat sonrası hayatta kalma oranı olabilir. Bu durumlarda iki ayrı "olaydan" bahsetmemiz gerekir, B olayı spesifik bazı ölçümlerin elde edilmesi "olaydır", mesela ölçüm üç sayıdan oluşuyorsa, biz bir ölçümde spesifik olarak {0.2, 4, 5.4} değerlerini elde etmişiz. İkinci olay bilmediğimiz parametrenin belli bir değere sahip olması olacak. O zaman Bayes Teorisinin şu şekilde tekrar yazabiliriz,

$$P(\text{parametre}|\text{veri}) \propto P(\text{data}|\text{parametre})P(\text{parametre})$$

$\propto$  isareti orantili olmak (proportional to) anlamına geliyor. Boleni attık çünkü o bir sabit (tamamen veriye bağlı, tahmini hesaplamak istediğimiz parametreye bağlı değil). Tabii bu durumda sol ve sağ taraf birbirine eşit olmaz, o yüzden eşitlik yerine orantili olmak isaretini kullandık. Bu çerçevede "belli bir numerik sabit çerçevesinde birbirine eşit (equal within a numeric constant)" gibi cümleler de görülebilir.

Örnek

Diyelim ki bir bozuk para ile 10 kere yazı-tura attık, ve sonuç altta

T H H H H T T H H H

Bu veriye bakarak paranın hileli olup olmadığını anlamaya çalışacağız. Bayes ifadesini bu veriye göre yazalım,

$$P(p|\{T H H H H T T H H H\}) \propto P(\{T H H H H T T H H H|p\})P(p)$$

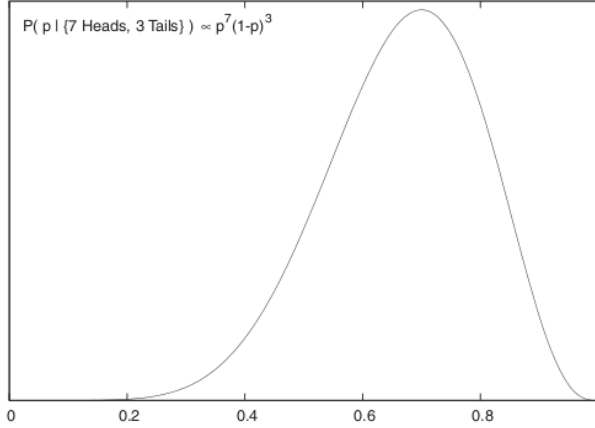
$P(p)$  ifadesi ne anlama gelir? Aslında bu ifadeyi  $P([Dağılım] = p)$  olarak görmek daha iyi, artık  $p$  parametresini bir dağılımdan gelen bir tekil değer olarak gördüğümüze göre, o dağılımın belli bir  $p$ 'ye eşit olduğu zamanı modelliyoruz burada. Her halukarda  $P(p)$  dağılımını, yani onsel (prior) olasılığı bilmiyoruz, hesaptan önce her değer mümkün olduğunu biliyoruz, o zaman bu onsel dağılımı düz (flat) olarak alırız, yani  $P(p) = 1$ .

$P(\{T H H H H T T H H H|p\})$  ifadesi göz korkutucu olabilir, ama buradaki her oğenin bağımsız özdeşce dağılmış (independent identically distributed) olduğunu görürsek,

ama bu ifadeyi ayrı ayrı  $P(\{T|p\})$  ve  $P(\{H|p\})$  carpımları olarak görebiliriz.  $P(\{T|p\}) = p$  ve  $P(\{H|p\}) = 1 - p$  olduğunu biliyoruz. O zaman

$$P(p|\{7 \text{ Tura}, 3 \text{ Yazı}\}) \propto p^7(1-p)^3$$

Grafiklersek,



Boylece  $p$  için bir sonsal dağılım elde ettik. Artık bu dağılımın yüzde 95 ağırlığının nerede olduğunu rahatca görebiliriz / hesaplayabiliriz. Dağılımın tepe noktasının  $p = 0.7$  civarında olduğu görülüyor. Bir dağılımla daha fazlasını yapmak mümkün, mesela bu fonksiyonu  $p$ 'ye bağlı başka bir fonksiyona karşı entegre etmek mümkün, mesela beklentiği bu şekilde hesaplayabiliriz.

Onsel dağılımın her noktaya eşit ağırlık veren bir örnek (uniform) seçilmiş olması, yani problemi çözmeye sıfır bilgidan başlamış olmamız, yöntemin bir zayıflığı olarak görülmemeli. Yöntemin kuvveti elimizdeki bilgiyle başlayıp onu net bir şekilde veri ve olurluk üzerinden sonsal tek dağılıma götürebilmesi. Başlangıç ve sonuç arasındaki bağlantı gayet net. Fazlası da var; ilgilendığımız alanı (domain) öğrendikçe, basta hiç bilmediğimiz onsel dağılımı daha net, bilgili bir şekilde seçebiliriz ve bu sonsal dağılımı da daha olması gereken modele daha yaklaştırabilir.

Cok Boyutlu Gaussian'ı Parcalamak (Partitioning)

Diyelim ki Normal bir vektör  $X$ 'i  $X = (X_1, X_2)$  olarak parçaladık. Bunu Gaussian'a etkileri ne olur? Aynı şekilde  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$  olarak parcalayabiliriz.  $\Sigma$  ise

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$$

olarak parçalanabilir.  $a, b$ 'nin parçalarının boyutları  $p, q$  olsun,  $n = p + q$ .

Simdi birlesik Gaussian'ı

$$f(x; \mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{(p+q)/2} \det(\Sigma)^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix} \right\}$$

Birlesik yogunlugu parcalar uzerinden belirtirsek, bu yogunlugu  $X_2$  icin bilezen yogunluga ve  $X_1$  icin bir kosullu yogunluga ayirabiliriz. Yani

$$f(x_1, x_2) = f(x_1|x_2)f(x_2)$$

tanimindaki parcalari elde etmeye calisacagiz. Ama bundan once boluntulenmis matrislere yakindan bakalim.

Bir boluntulenmis (partitioned) matrisin tersini almak icin, o matrisin parcalarinin tersini almak dogru degildir, yani

$$\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}^{-1} \neq \begin{bmatrix} E^{-1} & F^{-1} \\ G^{-1} & H^{-1} \end{bmatrix}$$

Tersini alma islemi icin bazi numaralar lazim. Ana numara boluntulenmis matrisi kosegen bir matris haline getirmek, cunku kosegen matrislerin tersi, kosegendeki elemanlari tersidir, yani ters alma operasyonu bu tur matrislerin “icine isler”, o yuzden bir sekilde bir kosegen matris elde etmeye ugrasacagiz. Bunun icin boluntulenmis matrisimizi sagdan ve soldan bazi matrislerle carpacagiz. Ayrica sunu da bilelim,

$$XYZ = W$$

durumunda  $Y$ 'nin tersini almak istersek, sag ve soldaki  $X, Z$  matrislerinin tersini almak gerekmez, niye?

$$X^{-1}XYZ = X^{-1}W$$

$$YZZ^{-1} = X^{-1}WZ^{-1}$$

$$Y = X^{-1}WZ^{-1}$$

Simdi iki tarafin da tersini alalim,

$$Y^{-1} = ZW^{-1}X$$

Tamam, baslatalim.

$$M = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$

matrisini kosegen yapacagiz. Eger sadece alt sol koseyi sifirlayasaydik, bunu yapacak ozel bir matrisle soldan carpardik,

$$\begin{bmatrix} I & -FH^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ 0 & H \end{bmatrix}$$

Sadece ust sag koseyi sifirlamak isteseydik, sagdan carpardik

$$\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -H^{-1}G & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ G & H \end{bmatrix}$$

Hepsini biraraya koyalım,

$$\begin{bmatrix} I & -FH^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -H^{-1}G & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E - FH^{-1}G & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix} \quad (2)$$

Bu carpimin dogrulugu carpim elle yapilarak kontrol edilebilir.

Ustte gordugumuz gibi

$$XYZ = W$$

ifadesindeki Y'nin tersi

$$Y^{-1} = ZW^{-1}X$$

ile olur.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I & -FH^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}}_X \underbrace{\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}}_Y \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \\ -H^{-1}G & I \end{bmatrix}}_Z = \underbrace{\begin{bmatrix} E - FH^{-1}G & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}}_W$$

O zaman

$$\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -H^{-1}G & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E - FH^{-1}G & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I & -FH^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

Daha kısa olması esitligin sag tarafinda, ortadaki matris icin  $E - FH^{-1}G$  yerine  $M/H$  kullanalım (bu arada  $M/H$  lineer cebirde “M’in H’e gore Schur tamamlayicisi (complement)” olarak bilinir),

$$\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -H^{-1}G & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M/H)^{-1} & 0 \\ 0 & H^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -FH^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3)$$

Esitligin sag tarafindaki carpimi gerceklestirirsek,

$$= \begin{bmatrix} (M/H)^{-1} & -(M/H)^{-1}FH^{-1} \\ -H^{-1}G(M/H)^{-1} & H^{-1} + H^{-1}G(M/H)^{-1}FH^{-1} \end{bmatrix}$$

Bu final ifade boluntulenmis bir matrisin tersini o matrisin icindeki parcalar uzerinden temsil eden bir ifadedir.

Icinde bir kosesi sifir olan boluntulenmis matrislerde determinantlar soyle isler,

$$\det \left( \begin{bmatrix} E & 0 \\ G & H \end{bmatrix} \right) = \det \left( \begin{bmatrix} E & F \\ 0 & H \end{bmatrix} \right) = \det(E) \det(H)$$

Ayrica

$$\det(AB) = \det(A) \det(B)$$

O zaman (2)'nin determinantini alirsak, det yerine || kullandik,

$$|M| = |M/H||H| \quad (4)$$

Bu ifade gayet dogal duruyor (bir raslanti herhalde, ya da Schur tamamlayicisi isareti ozellikle boyle secilmis),

Boluntulenmis bir matrisin devrigini almak için her blogunun ayrı ayrı devrigi alınır, ve tüm blokların yani boluntulenmis tamamının bir daha devrigi alınır, yani

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} A^T & C^T \\ B^T & D^T \end{bmatrix}$$

Simdi çok degiskenli Normal için bileşen ve koşullu yoğunluk hesaplarına gelelim. Gaussian formülünün exp kısmını alırsak,

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix} \right\}$$

(3)'teki acilimi kullanırsak, ve  $E = \Sigma_{11}$ ,  $F = \Sigma_{12}$ , .. olacak şekilde,

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\Sigma/\Sigma_{22}) & 0 \\ 0 & \Sigma_{22}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \mu_1 \\ x_2 - \mu_2 \end{bmatrix} \right\}$$

Acilimi tamamen yaparsak,

$$= \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x_1 - \mu_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(x_2 - \mu_2))^T (\Sigma/\Sigma_{22})^{-1} (x_1 - \mu_1 - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}(x_2 - \mu_2)) \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} (x_2 - \mu_2)^T \Sigma_{22}^{-1} (x_2 - \mu_2) \right\}$$

Not:  $\Sigma_{12}^T = \Sigma_{21}$ . Üstte birinci exp içinde sol bölümde devrigin içindeki ifadelerden, mesela  $x_1^T, \mu_1^T$ 'den ve  $\Sigma_{21}$ 'li ifadeden devrik işlemini çekip, büyük paranteze alınıncaya bu değişim oldu.

Simdi mesela 1. exp'ye dikkat edersek, ortada  $(\Sigma/\Sigma_{22})^{-1}$  var, ve bu ifadenin solunda ve sağında birbirinin devrigi olan aynı terimler duruyor. Ifadenin tamamı bir Normal dağılım. Aynı şey 2. exp için geçerli.

İsin exp tarafını hallettik. Simdi exp oncesindeki kesiri (4) kullanarak parçalayalım,

$$\frac{1}{(2\pi)^{(p+q)/2} \det(\Sigma)^{1/2}} = \frac{1}{(2\pi)^{(p+q)/2} \left( \det(\Sigma/\Sigma_{22}) \det(\Sigma_{22}) \right)^{1/2}} \\ = \left( \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \det(\Sigma/\Sigma_{22})^{1/2}} \right) \left( \frac{1}{(2\pi)^{q/2} \det(\Sigma_{22})^{1/2}} \right)$$

Bu parçaların her birini ayrı bir exp onunde kullanabiliriz, ve ikinci exp ifadesinin

$$\frac{1}{(2\pi)^{q/2} \det(\Sigma_{22})^{1/2}} \exp \left\{ \frac{1}{2} (x_2 - \mu_2)^T \Sigma_{22}^{-1} (x_2 - \mu_2) \right\}$$

olduğunu görüyoruz. Bu ifade  $f(x_2)$  bileşen yoğunludur! O zaman geri kalanlar, yani diğer kesir ve birinci exp hep beraber  $f(x_1|x_2)$  yoğunluğu olmalıdır. Yani,

$$\frac{1}{(2\pi)^{p/2} \det(\Sigma/\Sigma_{22})^{1/2}} \cdot$$

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2}(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}(\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\mu}_2))^T (\boldsymbol{\Sigma}/\boldsymbol{\Sigma}_{22})^{-1}(\mathbf{x}_1 - \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}(\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\mu}_2)) \right\}$$

Buradan genel bir kural cikartabiliriz,

1)  $X_2$ 'nin bileşen yoğunluğu  $X_2 \sim N(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_{22})$

2)  $X_2 = \mathbf{x}_2$  olmak üzere  $X_1$ 'in koşullu dağılımı

$$X_1|X_2 = \mathbf{x}_2 \sim N\left(\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}(\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\mu}_2), \boldsymbol{\Sigma}/\boldsymbol{\Sigma}_{22}\right)$$

$\boldsymbol{\Sigma}/\boldsymbol{\Sigma}_{22}$  nedir? Hatırlarsak,  $M/H = E - FH^{-1}G$ , ve  $E = \boldsymbol{\Sigma}_{11}, F = \boldsymbol{\Sigma}_{12}, \dots$  o zaman

$$\boldsymbol{\Sigma}/\boldsymbol{\Sigma}_{22} = \boldsymbol{\Sigma}_{11} - \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{21}$$

Yani

$$X_1|X_2 = \mathbf{x}_2 \sim N\left(\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}(\mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\mu}_2), \boldsymbol{\Sigma}_{11} - \boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{21}\right)$$

Moment

Olasılık matematiğinde "moment üreten işlevler" olarak adlandırılan, başlangıçta pek yararlı gibi gözükmesede bir takım matematiksel özellikleri olduğu için, ispatlarda oldukça işe yarayan bir kavram vardır.

Her rasgele değişkenin bir dağılımı olduğunu biliyoruz. Her rasgele değişkenin de ayrıca bir moment üreten fonksiyonu da vardır. Ayrıca, moment üreten fonksiyon ile rasgele değişken arasında bire-bir olarak bir ilişki mevcuttur. "Bu neye yarar?" diye sorulabilir; Cevap olarak, mesela cebirsel olarak türete türete bir moment'e geldiğimiz düşünelim, ve tekrar başka bir taraftan, başka bir formülden gene türete türete tekrar aynı moment işlevine geliyorsak, bu demektir ki, iki taraftan gelen rasgele değişkenler (ve tekabül eden dağılımları) birbirine eşittir. Bazı şartlarda moment üreten işlevler ile cebir yapmak, dağılım fonksiyonlarından daha rahat olmaktadır.

Her rasgele değişken için, moment üreten işlev şöyle bulunur.

$X$  rasgele değişkeninin moment üreten operasyonu

$$M(t) = E(e^{tX}) \text{ olarak gösterilir}$$

Ayriksal operasyonlar için

$$M(t) = \sum_x e^{tx} p(x)$$

Süreklilik için

$$M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx$$

Kuram

Gelelim yazımızın esas konusu olan kuramımıza.

Eğer  $X_1, X_2, \dots, X_n$  bağımsız rasgele değişken ise, ve her değişkenin  $M_i(t)$   $i = 1, 2, 3, \dots, n$  olarak, öz olarak aynı olan birer moment üreten işlevi var ise, o zaman,

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i X_i$$

acilimi

$$M_y(t) = \prod_{i=1}^n M(a_i t)$$

olacaktır.

Ispat

$$M_y(t) = E(e^{tY}) = E(e^{t(a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n)})$$

$$= E[\exp(t a_1 X_1 + t a_2 X_2 + \dots + t a_n X_n)]$$

$$= E[\exp(t a_1 X_1) + \exp(t a_2 X_2) + \dots + \exp(t a_n X_n)]$$

$$= E[\exp(t a_1 X_1)] + E[\exp(t a_2 X_2)] + \dots + E[\exp(t a_n X_n)]$$

Daha önce belirttiğimiz gibi

$$M_i(t) = E[\exp(t X_i)]$$

olduğuna göre ve  $t$  yerine  $t a_i$  koyulduğunu düşünelim

$$M_y(t) = \prod_{i=1}^n M_y(a_i t)$$

olacaktır.

Bunu  $M_y(t) = (M_i(a_i t))^n$  şeklinde de gösterebiliriz.



## Veri Madenciligi

Internet zamaninin nokta-kom patlamasindan sonra, bildigimiz gibi bircok sirket Internet üzerinde kendini temsilen bir site yapmaya giristi. Eski ekonomi sirketleri denilen ve gercek magazasi olanlardan tutun, sadece sanal ortamda vucut bulan sirketler bile bu yeni ortamda para kazanmaya basladilar.

Bir sure sonra, bu sanal magazalar musterilerine daha iyi hizmet verebilmek icin sitelerine giren musterinin her hareketini kaydeder oldular. Musterilerinin ragbet ettigi sayfaları ve malları böylece anlayacaklar, ve buna göre site tasariini duzeltme sanslari olacakti.

Bu amac icin, sayfa ve sayfa üzerinde gosterilen mallarin kayitlarini iceren, kulanicinin hareketlerine göre yazilan bir günlük kütüğü yarattilar. Her musterî hareketi bir sekilde kutuge gecti. 123 sayfasina 4 kere bakan Ali, bu kutukte 4 kayit yaratmis olacakti.

Bu sayede hangi sayfaların ragbet gordugu anlasildi, fakat esas onemli olan musterî istihbarati denen onemli ve stratejik bilgi sayfalardan alinamadi. Ziyaret verisinin kisiselleştirilmesi gerekiyordu, bu da ziyaret verisini zaten kayitli olan musterî bilgisi ile birlestirmek ile basarildi.

Veri ambarlari bu seviyede devreye girdi, ve ziyaret kutugu musterî kutugu ile birlestirilerek, raporların 'musterî bazinda' cikartilmasi basarildi.

Bu gibi bir uygulama, tahmin edilecegi gibi muazzam miktarda veri ile oynamaya mecbur kaldi. Buyukce bir sirketin mesela 1 milyon sayfa ziyareti ve 2 milyon kayitli musterisi oldugunu farzetsek, bu veri icinden degerli istihbarat cikarmanın zorluklarini gozumuzun onune getirebiliriz. Sonuc olarak sirketler, istihbarat bulmak icin iki turlu yolu secmislerdir.

### Bilinen Hipotezi Dogrulama

Bir hipotez ortaya atariz. Mesela "Bahse girerim ki yaşı 30 üzeri olan müşteriler arasında X malına bakıp satın almamış müşteriler onemli bir gurup olacaktır (şirketimiz icin). Bu musterileri rapordan cikartip, onlara hedefli kampanya baslatmaliz.

Cok guzel. Hipotez kurulduktan sonra SQL (veya paket programin icinde olan herhangi bir yontem) kullanarak bir sorgulama baslatiriz. Gelen sonuca bakildiktan sonra, mesela 100,000 kisi var, onemli bir sayi oldugunu gorursek, kampanya yapilmasi karar veririz ve baslariz.

Bu yol icin, once ne istedigimizi bilmemiz lazim.

Fakat, daha ilginci şöyle olmazmıydı?

"Ne istedigimi bilmiyorum, sen bilgisayar, ilginç gordugun veri guruplamalarını bana bul ve geri getir"

Iste bu yonteme, veri madenciligi diyoruz.

Veri madenciligi, büyük miktarda veriden anlamlı bilgi çıkarma sanatıdır. Bildiğimiz üzere, 'veri' ile 'bilgi' aynı şey değil. Bilgi, ya da istihbarat, üzerinde irdelenebilir ve eylem planı oluşturabilen bir ileti, gözlem, ve sayısal/görsel raporlar toplamıdır.

Pazarlama müdürü olarak, her gün bilgisayarınızın sizi şöyle karşılamasını istemezmiydiniz?

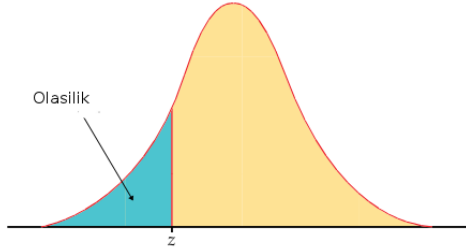
"Müdür Bey, son 1 yılın satış ve stok trendlerine göre ilginç bir gruplama keşfettim... Öğleden sonra alışverişlerde 20-30 yaş grubunda büyük düşüş yaşanıyor."

Seslendirmesi biraz abartılı olsa da, teknik olarak veri madenciligi kullanarak bu tip sonuçları bilgisayarınız 'keşfedebilir'.

Veri madenciligi, matematiksel olarak istatistik, lineer cebirsel, optimizasyon, vs gibi teknikler içeren yöntemler kullanabilir. Sonuçta yapmaya çalıştığımız, veri tabanındaki her tablo kolonları arasındaki ilişkılara bakarak, "ilginç gruplamalar" bulmaktır. Bu gruplamalardan biri istihbarat değeri taşımaya bile, 2.'si 3.'sü veya 4.sü taşıyacaktır.

## z-Tablosu

Nasil okunur? Z-degeri -0.8994 icin z kolonundan asagi inilir, ve -0.8 bulunur, x.x9xx yani 9 icin .09 kolonuna gidilir ve bu kesismedeki deger okunur, .1867, yuvarlanarak .19 da kabul edilebilir.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559

-1.4 .0808 .0793 .0778 .0764 .0749 .0735 .0721 .0708 .0694 .0681  
-1.3 .0968 .0951 .0934 .0918 .0901 .0885 .0869 .0853 .0838 .0823  
-1.2 .1151 .1131 .1112 .1093 .1075 .1056 .1038 .1020 .1003 .0985  
-1.1 .1357 .1335 .1314 .1292 .1271 .1251 .1230 .1210 .1190 .1170  
-1.0 .1587 .1562 .1539 .1515 .1492 .1469 .1446 .1423 .1401 .1379  
-0.9 .1841 .1814 .1788 .1762 .1736 .1711 .1685 .1660 .1635 .1611  
-0.8 .2119 .2090 .2061 .2033 .2005 .1977 .1949 .1922 .1894 .1867  
-0.7 .2420 .2389 .2358 .2327 .2296 .2266 .2236 .2206 .2177 .2148  
-0.6 .2743 .2709 .2676 .2643 .2611 .2578 .2546 .2514 .2483 .2451  
-0.5 .3085 .3050 .3015 .2981 .2946 .2912 .2877 .2843 .2810 .2776  
-0.4 .3446 .3409 .3372 .3336 .3300 .3264 .3228 .3192 .3156 .3121  
-0.3 .3821 .3783 .3745 .3707 .3669 .3632 .3594 .3557 .3520 .3483  
-0.2 .4207 .4168 .4129 .4090 .4052 .4013 .3974 .3936 .3897 .3859  
-0.1 .4602 .4562 .4522 .4483 .4443 .4404 .4364 .4325 .4286 .4247  
0.0 .5000 .4960 .4920 .4880 .4840 .4801 .4761 .4721 .4681 .4641

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981

2.9 .9981 .9982 .9982 .9983 .9984 .9984 .9985 .9985 .9986 .9986

3.0 .9987 .9987 .9987 .9988 .9988 .9989 .9989 .9989 .9990 .9990

3.1 .9990 .9991 .9991 .9991 .9992 .9992 .9992 .9992 .9993 .9993

3.2 .9993 .9993 .9994 .9994 .9994 .9994 .9994 .9995 .9995 .9995

3.3 .9995 .9995 .9995 .9996 .9996 .9996 .9996 .9996 .9996 .9997

3.4 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9997 .9998

#### Kaynaklar

[1] [http://pages.uoregon.edu/aarong/teaching/G4075\\_Outline/node13.html](http://pages.uoregon.edu/aarong/teaching/G4075_Outline/node13.html)