t t Dagilimi (Student's t) ve Cauchy Dagilimi

X, ν derece bagimsizlikta t dagilimina sahiptir, ki bu $X \sim t_\nu$ diye yazilir eger

$$f(x) = \frac{\Gamma(\nu+1)/2)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma(\nu/2)}\left(1+\frac{x^2}{\nu}\right)^{-(\nu+1)/2}$$

t dagilimi Normal dagilima benzer ama daha kuyrugu daha kalindir. Aslinda Normal dagilimi t dagiliminin $\nu = \infty$ oldugu hale tekabul eder. Cauchy dagilimi da t'nin ozel bir halidir, $\nu = 1$ halidir. Bu durumda yogunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Bu formul hakikaten bir yogunluk mudur? Kontrol icin entegralini alalim,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$$

Cogunlukla entegre edilen yerde "1 arti ya da eksi bir seyin karesi" turunde bir ifade gorulurse, yerine gecirme (subsitution) islemi trigonometrik olarak yapilir.

$$x = \tan\theta, \theta = \arctan x$$

$$1 + x^2 = 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$dx/d\theta = \sec^2\theta$$

O zaman

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2} = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sec^2\theta}\sec^2\theta d\theta = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} 1\ d\theta =$$

$$= \frac{1}{\pi}\theta|_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{\pi}[\arctan(\infty) - \arctan(-\infty)]$$

$$= \frac{1}{\pi}[\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})] = 1$$

χ^2 Dagilimi

X'in p derece serbestlige sahip bir χ^2 dagilima sahip ise $X \sim \chi_p^2$ olarak gosterilir, yogunluk

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(p/2)2^{p/2}} x^{(p/2)-1} e^{-x/2}, \ x > 0$$

Eger $Z_1, .., Z_p$ bagimsiz standart Normal rasgele degiskenler ise, $\sum_{i=1}^{p} Z_p \sim \chi_p^2$ esitligi dogrudur.