Institut Supérieur Des Arts Multimédias **I.Damergi Faïz**
Université De La Manouba

Serie 1
Optimisation

Classe : 2 Ing, 1MR

Exercice 1. *:*
Soit f la fonction définie pour tout couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ par :

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 + 2xy - x - y$$

1- Calculer les dérivées partielles premières de f

2- Déterminer les points critiques de f

3- Montrer que f présente un minimum local en un point A à préciser et donner la valeur m de ce minimum

4- Peut-on déduire que m est un minimum global de f sur $\mathbb{R}$

5- On considère la fonction g définie pour tout couple $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ par :

$$g(x, y) = 2e^{2x} + 2e^{2y} + 2e^{x+y} - e^x - e^y$$

Trouver le minimum de g sur $\mathbb{R}^2$ et préciser la valeur de ce minimum

Exercice 2. *:*
Soit la fonction de Rosenbrock

$$f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$$

1- Calculer le gradient ∇f et le hessien $\nabla^2 f$ de la fonction f

2- Montrer que $x = (1, 1)^t$ est l'unique minimum local de cette fonction

Exercice 3. *:*
Soit Soit la fonction paramétrée ($m \in \mathbb{R}$)

$$f_m(x) = mx_1^3 + \frac{3}{2}x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1$$

1- Déterminer les points stationnaires de f

2- Etudier la nature de ces points

Exercice 4. *:*
Soit $f(x, y) = (x - y)\sqrt{x - y} - (x - y)$

1- Déterminer le domaine de f

2- Déterminer l'ensemble des points critiques de f

3- Etudier la convexité de f sur son domaine de définition

4- En déduire la nature des points critiques de f

5- a- Etudier les variations de

$$\phi(u) = u\sqrt{u} - u \qquad u \geq 0$$

b- En déduire que les points de la droite $y = x$ sont aussi des extrémums de f