

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ Інфокомунікацій _____
(повна назва)
Кафедра _____ Інфокомунікаційної інженерії імені В.В. Поповського _____
(повна назва)

ЗВІТ
з практичного заняття №2

з дисципліни
Прогнозування та моделювання в соціальній сфері
Тема: «Методи прогнозування на основі кривих зростання»
Варіант №10

Виконав:
студент 2 курсу, групи _____ КУІБ-19-2

Нестеренко Є.В.
(прізвище, ініціали)

Перевірив: завідувач кафедри ІКІ ім. В.В. Поповського

Лемешко О.В.
(посада, прізвище, ініціали)

2021 р.

МЕТА РОБОТИ

Здобуття практичних навичок з побудови прогнозів за допомогою методу кривих зростання (спадання) на основі лінійної (ЛМ), параболічної (ПМ) та експоненціальної моделей (ЕМ). Оцінка точності побудови прогнозів за множиною показників. Проведення порівняльного аналізу ефективності досліджуваних методів прогнозування за якісними та кількісними критеріями.

ХІД ВИКОНАННЯ

Завдання 1. Отримання індивідуального варіанту завдань, представленого часовим рядом

Варіант завдання, представлений у вигляді часового ряду.

Таблиця 1 – Індивідуальні значення для побудови прогнозу

Період	Завдання 10
	Середня заробітна плата в Україні (екв. дол.)
на 31.12.2009	239,5
на 31.12.2010	289,3
на 31.12.2011	340,7
на 31.12.2012	375,3
на 31.12.2013	393,8
на 31.12.2014	213,8
на 31.12.2015	173,4
на 31.12.2016	221,5
на 31.12.2017	275,3
на 31.12.2018	332,3
на 31.12.2019	430,5
на 31.12.2020	437,6

Завдання 2. Опис моделей

Опис лінійної моделі

В якості інструменту статистичного прогнозування часових рядів служать трендові регресійні моделі, параметри яких оцінюються за наявної статистичної бази, а потім основні тенденції (тренди) екстраполюються на заданий інтервал часу.

Прогнозування на основі часового ряду відноситься до одновимірних методів прогнозування, що базуються на екстраполяції, тобто на продовженні тенденції, що спостерігалася в минулому.

Рівняння прямої, що апроксимує тренд:

$$y = a_0 + a_1 t. \quad (2.1)$$

Оцінки параметрів обчислюються за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y_t}{n}; \quad (2.2)$$

$$a_1 = \frac{\sum(y_t \cdot t)}{\sum t^2}. \quad (2.3)$$

Лінійна модель використовується для опису процесів, що розвиваються у часі рівномірно.

Опис параболічної моделі

Прогноз на основі ПМ подібний до ЛМ і так само базується на екстраполяції, але тут використовується поліном другого ступеню. Ця модель використовується для опису процесів, що розвиваються рівноприскорено.

Рівняння кривої, що апроксимує тренд:

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2. \quad (3.1)$$

Оцінки параметрів обчислюються за формулами:

$$a_0 = \frac{\sum y_t}{n} - \frac{\sum t^2}{n} \cdot a_2; \quad (3.2)$$

$$a_1 = \frac{\sum(y_t \cdot t)}{\sum t^2}; \quad (3.3)$$

$$a_2 = \frac{n \cdot \sum(y_t \cdot t^2) - \sum t^2 \cdot \sum y_t}{n \cdot \sum t^4 - (\sum t^2)^2}. \quad (3.4)$$

Опис експоненціальної моделі

На відміну від використання поліноміальних кривих, використання експоненційних кривих зростання передбачає, що подальший розвиток залежить від досягнутого рівня, наприклад, приріст залежить від значення функції.

Рівняння кривої, що апроксимує тренд:

$$y_t = a \cdot b^t; \quad (4.1)$$

Оцінки параметрів обчислюються за формулами:

$$A = \ln a = \frac{\sum \ln y_t}{n}; \quad (4.2)$$

$$B = \ln b = \frac{\sum (\ln y_t) \cdot t}{\sum t^2}. \quad (4.3)$$

Якщо $b > 1$, то крива зростає разом з ростом t , і падає, якщо $b < 1$. Параметр a характеризує початкові умови розвитку, а параметр b постійний темп зростання.

Завдання 3. Програмна реалізація моделей.

Реалізація лінійної моделі

На рис. 3.1, наведена ілюстрація програмної реалізації ЛМ, де Y – вхідні дані.

```

%лин.
a0_LM=sum_Y/n
a1_LM=sum_Y_t/sum_t2
yLM_p=a0_LM+a1_LM*(n)

e_LM=Y(n+1)-yLM_p
delta_LM=abs(Y(n+1)-yLM_p)
eps_LM=abs(Y(n+1)-yLM_p)/Y(n+1)

```

Рисунок 3.1 — Графічна ілюстрація програмної реалізації ЛМ.

Реалізація параболічної моделі

На рис. 3.2, наведена ілюстрація програмної реалізації ПМ.

```

%параб.
a2_PM=(n*sum_Y_t2-sum_t2*sum_Y)/(n*sum_t4-sum_t2^2)
a1_PM=sum_Y_t/sum_t2
a0_PM=sum_Y/n-a2_PM*sum_t2/n
yPM_p=a0_PM+a1_PM*(n)+a2_PM*(n).^2

e_PM=Y(n+1)-yPM_p
delta_PM=abs(Y(n+1)-yPM_p)
eps_PM=abs(Y(n+1)-yPM_p)/Y(n+1)

```

Рисунок 3.2 – Програмна реалізація ПМ

Реалізація експоненціальної моделі

На рис. 3.3, наведена ілюстрація програмної реалізації ЕМ.

```

%ЭКСП.
A=sum(log(Y(1:n))/n);
B=sum(log(Y(1:n)).*t/sum_t2);
a=exp(A)
b=exp(B)
yEM_p=a*b.^n

e_EM=Y(n+1)-yEM_p
delta_EM=abs(Y(n+1)-yEM_p)
eps_EM=abs(Y(n+1)-yEM_p)/Y(n+1)

i=0;

for t=-nn:2:(nn+N)
    i=i+1;
    yLM(i)=a0_LM+a1_LM*t;
    yPM(i)=a0_PM+a1_PM*t+a2_PM*t^2;
    yEM(i)=a*b^t;
end
t=1:1:N;

```

Рисунок 3.3 – Програмна реалізація ЕМ

Завдання 4. Отримання результатів досліджень

Результати досліджень наведені на рис. 4.1.

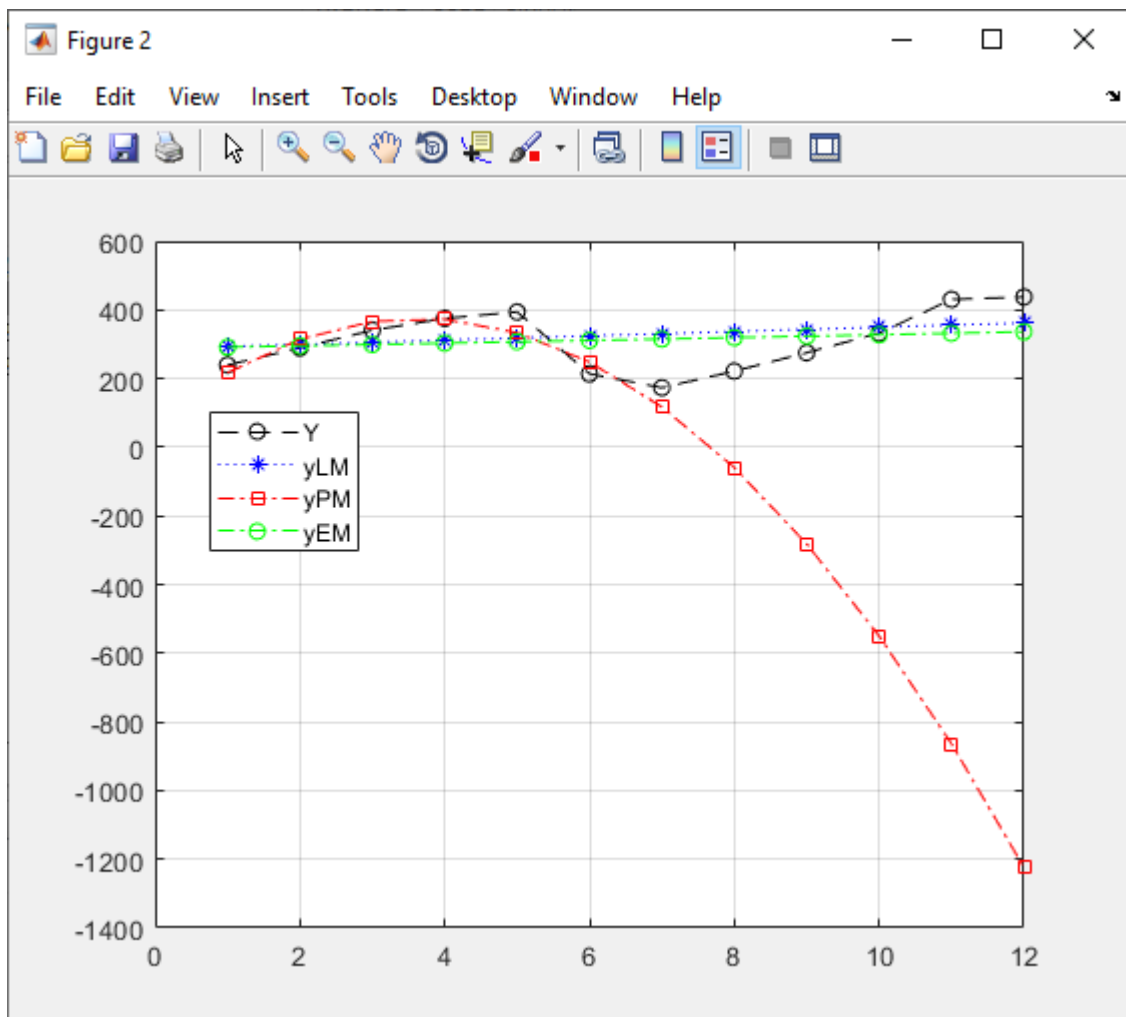


Рисунок 4.1 – Графічна ілюстрація заданого часового ряду та прогнозування, створеного на основі ЛМ, ПМ та ЕМ

Завдання 5. Оцінка точності побудованого прогнозу за множиною показників. Занесення отриманих результатів розрахунку в порівняльну таблицю.

Оцінка точності прогнозів проводиться за такими ознаками:

1. Помилка прогнозу:

$$e_j = y_j - \hat{y}_j. \quad (5.1)$$

2. Абсолютна помилка прогнозу:

$$\Delta_j = |y_j - \hat{y}_j|. \quad (5.2)$$

3. Середня абсолютна помилка прогнозу:

$$MAE = \left(\frac{\sum_{j=1}^N |y_j - \hat{y}_j|}{N} \right). \quad (5.3)$$

4. Відносна похибка прогнозу:

$$\varepsilon_j = \left(\frac{|y_j - \hat{y}_j|}{y_j} \right) \cdot 100. \quad (5.4)$$

5. Середня абсолютна відсоткова помилка:

$$MAPE = \frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{j=1}^N \frac{|y_j - \hat{y}_j|}{y_j} \right) \cdot 100\%. \quad (5.5)$$

6. Середня відсоткова помилка:

$$MPE = \frac{1}{N} \cdot \left(\sum_{j=1}^N \frac{(y_j - \hat{y}_j)}{y_j} \right) \cdot 100\%. \quad (5.6)$$

7. Коефіцієнт детермінації:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (e_t^2)}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y}_t)^2}. \quad (5.7)$$

Отримані результати занесені до таблиці 2.

Таблиця 2 – Отримані у результаті розрахунків дані

Метод прогнозу /показник точності прогнозу	Прогноз (на один часовий інтервал вперед)	Помилка прогнозу	Абсол. помилка прогнозу	Відн. помилка прогнозу	Сер. абс. помилка прогнозу	Сер. абс. відсоткова помилка прогнозу	Сер. відсотк. помилка прогнозу	Коеф. детерм.
Метод крайніх точок	208,6600	-35,26	35,26	0,2033	127,71	35,4561	28,678	0,22
Метод середніх точок	310,5028	-137,1028	137,1028	0,7907	87,6083	32,4343	-11,7763	0,0133
ЛМ	327,5562	-154,1562	154,1562	0,8890	84,6940	34,5528	34,5528	0,0631
ПМ	188,4434	-15,0434	15,0434	0,0868	788,6305	217,8830	217,8830	- 64,347
ЕМ	313,1069	-139,7069	139,7069	0,8057	82,0277	31,8018	31,8018	0,0844

ВИСНОВКИ

Після порівняння заданих моделей, можна зробити висновок, що дані методи для заданого часового ряду мають гарну точність, адже середня абсолютна відсоткова помилка дорівнює 34,5528% для лінійної моделі, 17,8830% для параболічної моделі, та 31,8018% для експоненціальної моделі. Проте якщо все ж таки потрібно використати один з наведених прогнозів, то для заданого часового ряду доцільнішою буде ПМ. На це вказує середня відсоткова помилка (17,8830%). Метод кривих зростання на основі параболічної моделі серед всіх описаних методів є найбільш точним.