
Группа: R3137 К работе допущен: _____

Студент: Нестеров И.А. Работа выполнена: _____

Преподаватель: Крылов В.А. Отчет принят: _____

**Рабочий протокол и отчет
по лабораторной работе № 1.02.
*«Изучение скольжения тележки по
наклонной плоскости».***

1. Цель работы:

1. Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.
2. Определение величины ускорения свободного падения g .

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона
2. Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту
3. Исследование движения тележки при фиксированном угле наклона рельса. Проверка равноускоренности движения тележки
4. Исследование зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту. Определение ускорения свободного падения

3. Объект исследования - изучение статических закономерностей.

4. Методы экспериментального исследования.

1. Анализ
2. Лабораторный эксперимент

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$$Y = x_2 - x_1 \quad Z = \frac{t_2^2 - \hat{t}_1^2}{2} \quad a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2}; \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - a Z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}} \quad \Delta_a = 2\sigma_a$$

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% \quad \sin \alpha = \frac{(h_0-h)-(h'_0-h')}{x'-x} \quad \langle a \rangle = \frac{2(x_2-x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$$

$$\Delta a = \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{\mathfrak{n}2})^2 + (\Delta x_{\mathfrak{n}1})^2}{(x_2-x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{\left(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2\right)^2}}$$

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2}$$

$$A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right) \quad \sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}$$

$$d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i)$$

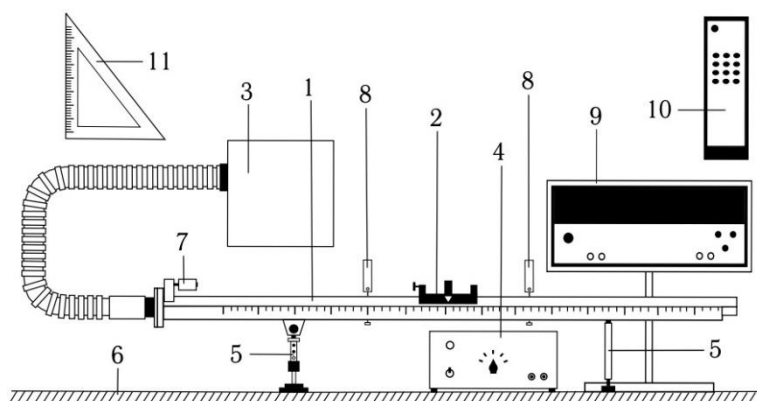
$$\Delta g = 2\sigma_g$$

$$D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2 \quad \varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\%.$$

6. Измерительные приборы.

№, п/п	Наименование	Предел измерений	Цена деления	Погрешность прибора	Δ_n
1	Линейка на угольнике	250 мм	1 мм/дел	—	0,5 мм
2	Линейка на рельсе	1,3 м	1 см/дел	—	5 мм
3	ПКЦ-3 в режиме секундомера	100 с	0,1 с	—	0,1 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка — угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

9. Результаты косвенных измерений и их обработки

Задание 1.

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} = \frac{16.60275}{141.885025} = 0.1170155 = 0,12 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{ускорение, найденное методом наименьших квадратов}$$

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \alpha Z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}} = \sqrt{\frac{0.0109843}{567.5401}} = 0.004398 = 0.004 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{среднеквадратичное отклонение ускорения}$$

$\Delta\alpha = 2\sigma_\alpha = 0.008 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - абсолютная погрешность коэффициента α для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \cdot 100\% = 6,66\% = 7\% - \text{относительная погрешность ускорения.}$$

Доверительный интервал записан в пункт 12 отчета. Необходимые графики построены в приложении. Вывод о том, можно ли считать движение тележки равноускоренным, будет представлен в общем

Задание 2.

$$\sin \alpha = \frac{(h_0 - h) - (h_0' - h')}{x' - x} - \text{синус угла наклона рельса к горизонту для каждой серии измерений}$$

$\sin \alpha_1 = \frac{(166-157)-(164'-164)}{1000 \cdot (1-0.22)} = 0,01$ (умножение на 1000 в знаменателе сделано для того, чтобы все числа в вычислении значения синуса были одной размерности (в мм)). Аналогично рассчитывается значение синуса угла наклона для каждой из 5 серий измерения. Данные вносятся в таблицу 5.

Вычисление среднего значения времени t_1 и t_2 их погрешностей:

$$1) \quad \bar{t}_1 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^N t_i = \frac{1+1+1+1+1}{5} \text{ с} = 1 \text{ с}; \quad \bar{t}_2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^N t_i = \frac{4+4+3,9+4+4}{5} \text{ с} = 3,98 \text{ с}$$

$$S_{\bar{t}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t}_1)^2}{n(n-1)}} = 0 \text{ с} \quad S_{\bar{t}_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t}_2)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0,008}{20}} = 0,02 \text{ с}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{t}_1} = 2,57 \cdot 0 = 0 \text{ с} \quad \Delta_{\bar{t}_2} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{t}_2} = 2,57 \cdot 0,02 \text{ с} = 0.0514 \text{ с}$$

$$\Delta_{t_1} = \sqrt{\Delta_{\bar{t}_1}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ин}}\right)^2} = \sqrt{0.0044} = 0,066 = 0,07 \text{ с} \quad \Delta_{t_2} = \sqrt{\Delta_{\bar{t}_2}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ин}}\right)^2} = 0,083 = 0,08$$

с

$$\varepsilon_{t_1} = \frac{\Delta_{x_1}}{\bar{t}_1} \cdot 100\% = \frac{0,07}{1} \cdot 100\% = 7\% \quad \varepsilon_{t_2} = \frac{\Delta_{x_2}}{\bar{t}_2} \cdot 100\% = \frac{0,08}{3,98} \cdot 100\% = 2,0\%$$

(с учетом правил округления погрешностей)

(\bar{t}_1 — среднее значение, $S_{\bar{t}_1}$ — оценка среднеквадратичного отклонения, $\Delta_{\bar{t}_1}$ — доверительный интервал случайной погрешности, Δ_{x_1} — абсолютная погрешность, ε_{x_1} — относительная погрешность)

Аналогично считаются погрешности для других 4 серий измерений:

$$\begin{aligned} 2) \quad \bar{t}_1 &= 0,8 \text{ с} & \bar{t}_2 &= 2,9 \text{ с} \\ S_{\bar{t}_1} &= 0 \text{ с} & S_{\bar{t}_2} &= 0 \text{ с} \\ \Delta_{t_1} &= 0,07 \text{ с} & \Delta_{t_2} &= 0,07 \text{ с} \\ \varepsilon_{t_1} &= 9\% & \varepsilon_{t_2} &= 2,4\% \end{aligned}$$

$$3) \quad \bar{t}_1 = 0,68 \text{ с} \quad \bar{t}_2 = 2,42 \text{ с}$$

$$S_{\bar{t}_1} = 0,02 \text{ с} \quad S_{\bar{t}_2} = 0,02 \text{ с}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = 0,05 \text{ с} \quad \Delta_{\bar{t}_2} = 0,05 \text{ с}$$

$$\Delta_{t_1} = 0,08 \text{ с} \quad \Delta_{t_2} = 0,08 \text{ с}$$

$$\varepsilon_{t_1} = 12\% \quad \varepsilon_{t_2} = 3,3\%$$

$$4) \quad \bar{t}_1 = 0,58 \text{ с} \quad \bar{t}_2 = 2,1 \text{ с}$$

$$S_{\bar{t}_1} = 0,02 \text{ с} \quad S_{\bar{t}_2} = 0 \text{ с}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = 0,05 \text{ с} \quad \Delta_{\bar{t}_2} = 0 \text{ с}$$

$$\Delta_{t_1} = 0,08 \text{ с} \quad \Delta_{t_2} = 0,07 \text{ с}$$

$$\varepsilon_{t_1} = 14\% \quad \varepsilon_{t_2} = 3,3\%$$

$$5) \quad \bar{t}_1 = 0,5 \text{ с} \quad \bar{t}_2 = 1,9 \text{ с}$$

$$S_{\bar{t}_1} = 0 \text{ с} \quad S_{\bar{t}_2} = 0 \text{ с}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = 0 \text{ с} \quad \Delta_{\bar{t}_2} = 0 \text{ с}$$

$$\Delta_{t_1} = 0,07 \text{ с} \quad \Delta_{t_2} = 0,07 \text{ с}$$

$$\varepsilon_{t_1} = 14\% \quad \varepsilon_{t_2} = 3,7\%$$

$\langle \alpha \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2}$ - ускорение и его погрешность для каждой серии измерений

$\langle \alpha_1 \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2} = \frac{2 \cdot 0,25}{4,41 - 0,81} = 0,1419 = 0,14 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - ускорение в первой серии измерений. Аналогичным образом считается ускорение в оставшихся четырех:

$$\langle \alpha_2 \rangle = 0,26 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\langle \alpha_3 \rangle = 0,49 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\langle \alpha_4 \rangle = 0,46 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\langle \alpha_5 \rangle = 0,57 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\Delta a = \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_2)^2 + (\Delta x_1)^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}}$$

По данной формуле рассчитывается погрешность ускорения для каждой серии измерений.

$$\Delta \alpha_1 = 0,14 \cdot \sqrt{\frac{0,0033^2 + 0,0033^2}{0,0625} + 4 \cdot \frac{(0,9 \cdot 0,07)^2 + (0,08 \cdot 2,1)^2}{3,6^2}} = 0,014191 = 0,014 = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Аналогично рассчитывается погрешность ускорения для остальных 4 серий измерений:

$$\Delta_{\alpha_2} = 0,02 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\Delta_{\alpha_3} = 0,05 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\Delta_{\alpha_4} = 0,07 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\Delta_{\alpha_5} = 0,08 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Результаты заносятся в Таблицу 5 (приложение)

Теоретическая зависимость a от $\sin \alpha$ в соответствии с формулой (7) из методического пособия имеет линейный характер: $a = A + B \sin \alpha$, где $A = -\mu g$, $B = g$, т.е. коэффициент B равен ускорению свободного падения. Находим коэффициенты A , B по следующим формулам:

Рассчитайте СКО для ускорение свободного падения (коэффициента B) по формулам:

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2} \quad A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

$$B = \frac{0.0108}{0.001} = 10,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$A = 0.2 \cdot ((0.14 + 0.24 + 0.33 + 0.46 + 0.57) - 10.08 \cdot (0.01 + 0.02 + 0.03 + 0.04 + 0.05)) = 0.0456 \text{ (коэффициент)}$$

Рассчитываем СКО для ускорение свободного падения (коэффициента B) по формулам:

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}} \quad d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i) \quad D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2$$

$$d_1 = 0.14 \cdot (0.0456 + 10.08 \cdot 0.01) = -0.0064 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \text{ Аналогично,}$$

$$d_2 = -0.0072 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$d_3 = -0.0180 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$d_4 = 0.0112 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$d_5 = 0.0204 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$D = 0,0055 - 0,0046 = 0,0009$$

$$\sigma_g = \sqrt{\frac{0.0009584}{0.0009 \cdot 3}} = 0.5957 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Определяю абсолютную погрешность коэффициента для доверительной вероятности $\alpha = 0,90$ по формуле:

$$\Delta g = 2\sigma_g = 1.2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Рассчитываю относительную погрешность g :

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\% = 12\%$$

$$\text{Абсолютное отклонение } g = g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}} = 10,8 - 9,80665 = 0,99335 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\text{Относительное отклонение } g = \frac{g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}}{g_{\text{табл}}} \cdot 100 \% = 10\%$$

Абсолютная погрешность Δg отличается от $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}|$ на $0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитаны по ходу выполнения лабораторной работы.

11. Графики (см. приложение)

12. Окончательные результаты:

$$\alpha = (0,120 \pm 0,008) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \varepsilon_{\alpha} = 7 \%; \alpha = 0,90$$

$$g = (10,8 \pm 1,2) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; \varepsilon_g = 12,14\%; \alpha = 0,90$$

$$\text{Абсолютное отклонение } g = g_{\text{эксп}} - g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}} = 10,8 - 9,80665 = 0,99335 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Абсолютная и относительная погрешности: $\Delta_{\alpha} = 1.1914$; $\varepsilon_g = 12\%$

$$\text{Относительное отклонение } g = \frac{g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}}{g_{\text{табл}}} \cdot 100 \% = 10\%$$

13. Выводы и анализ результата работы.

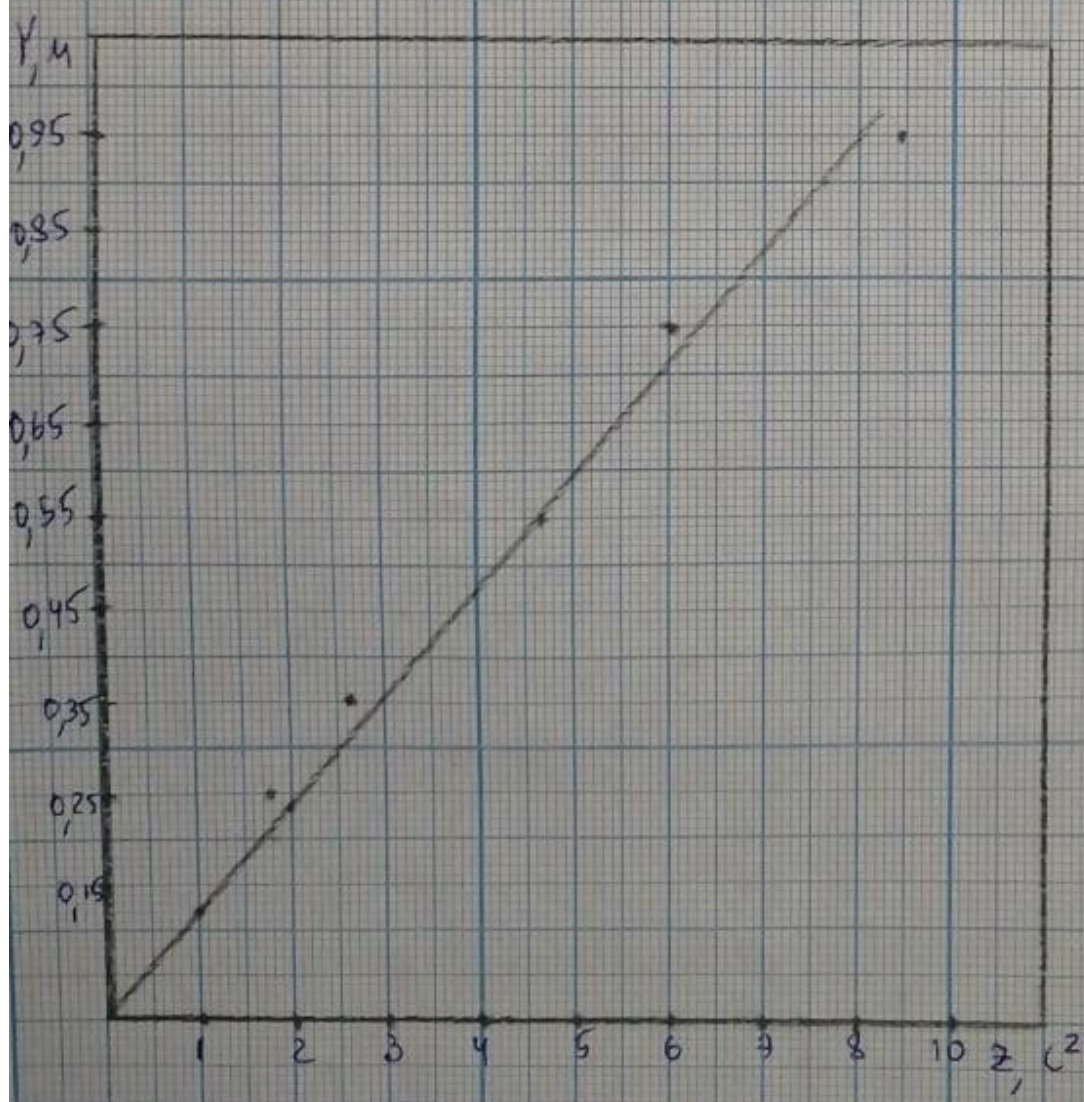
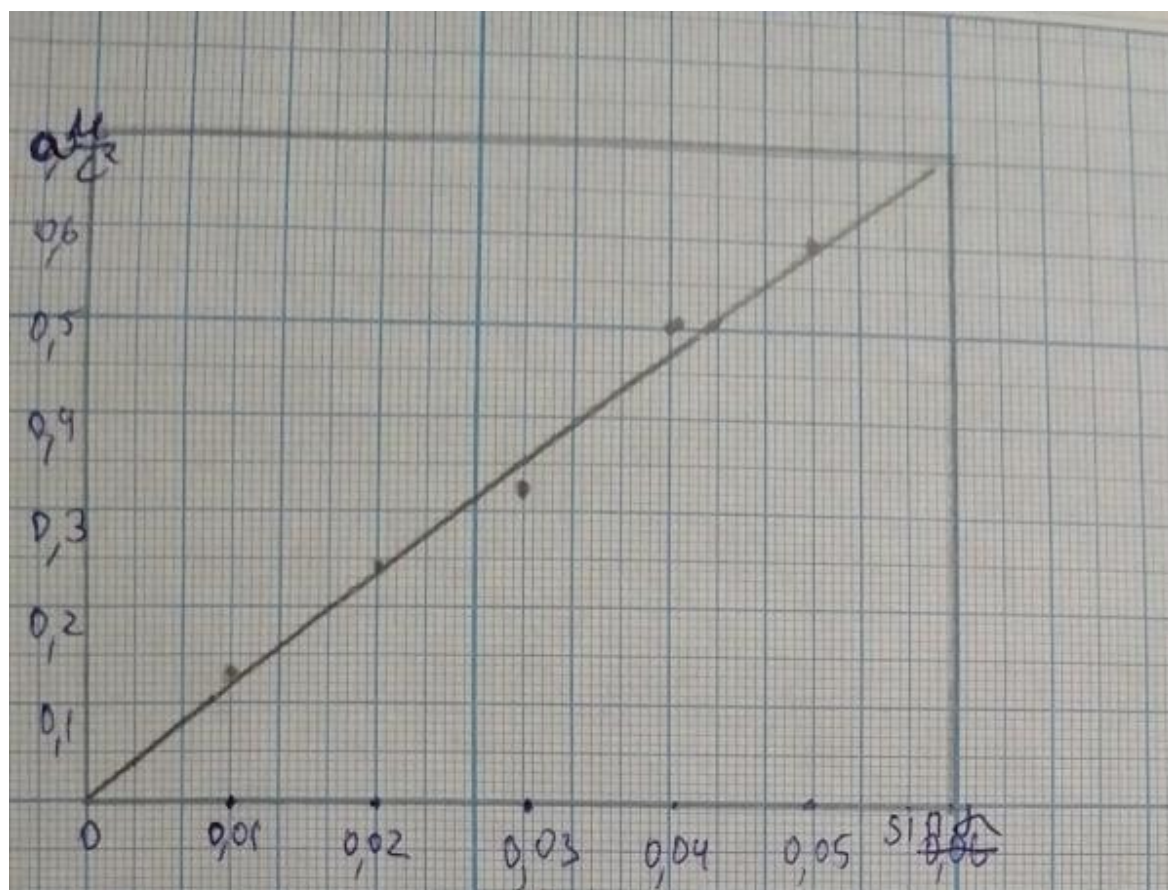
Движение тележки по наклонной плоскости можно считать равноускоренным, так как была экспериментально получена существующая линейная зависимость, изображенная на графиках из приложения. Кроме того, экспериментально полученное значение ускорения свободного падения лишь на $0,99335 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ отличается от табличного, что так же подтверждает вывод о том, что движение тележки является равноускоренным.

14. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).

Приложение

Таблица 5

$N_{\text{пл}}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_i, c$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, c$	$\langle \alpha \rangle \pm \Delta \alpha, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0,01	$1,00 \pm 0,07$	$3,98 \pm 0,08$	$0,14 \pm 0,01$
2	0,02	$0,80 \pm 0,07$	$2,90 \pm 0,07$	$0,24 \pm 0,02$
3	0,03	$0,68 \pm 0,08$	$2,42 \pm 0,08$	$0,33 \pm 0,05$
4	0,04	$0,58 \pm 0,08$	$2,10 \pm 0,07$	$0,46 \pm 0,07$
5	0,05	$0,50 \pm 0,07$	$1,90 \pm 0,07$	$0,57 \pm 0,08$



Приложение

Таблица 3: Результаты прямых измерений (Задание 1)

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1, м$	$x_2, м$	$t_1, с$	$t_2, с$	$x_2 - x_1, м$	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}, с^2$
1	0,15	0,40	0,9	2,1	$0,2500 \pm 0,0033$	$1,90 \pm 0,07$
2	0,15	0,50	1,0	2,5	$0,3500 \pm 0,0033$	$2,625 \pm 0,070$
3	0,15	0,70	1,0	3,2	$0,5500 \pm 0,0033$	$4,62 \pm 0,07$
4	0,15	0,9	1,0	3,6	$0,7500 \pm 0,0033$	$5,98 \pm 0,07$
5	0,15	1,1	1,1	4,3	$0,9500 \pm 0,0033$	$8,64 \pm 0,07$

1

2

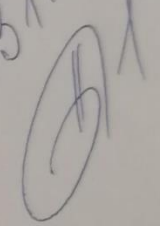
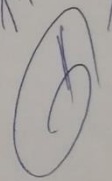
031120


Таблица 4: Результаты прямых измерений (Задание 2)

$N_{\text{пл}}$	h , мм	h' , мм	N_2	t_1 , с	t_2 , с
1	157	164	1	1,0	4,0
			2	1,0	4,0
			3	1,0	3,9
			4	1,0	4,0
			5	1,0	4,0
2	148	164	1	0,8	2,9
			2	0,8	2,9
			3	0,8	2,9
			4	0,8	2,9
			5	0,8	2,9
3	139	163	1	0,7	2,4
			2	0,7	2,4
			3	0,7	2,5
			4	0,6	2,4
			5	0,7	2,4
4	130	163	1	0,6	2,1
			2	0,5	2,1
			3	0,6	2,1
			4	0,6	2,1
			5	0,6	2,1
5	120	162	1	0,5	1,9
			2	0,5	1,9
			3	0,5	1,9
			4	0,5	1,9
			5	0,5	1,9

$N_{\text{пл}}$ - количество пластин
 h - высота на координате $x = 0,22$ м
 h' - высота на координате $x' = 1,00$ м

03.11.20


Порядок выполнения работы

Задание 1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона

1. Установить направляющий рельс горизонтально. Для этого:
 - подключить вилку насоса к блоку питания, соблюдая полярность (положительный контакт насоса помечен белым), выставить рабочее напряжение 6 В, включить источник;
 - поместить тележку на рельс около точки с координатой 0,6 м (приблизительно в середине рельса);
 - вращая винт правой (одиночной) опоры, добиться неподвижности тележки;
 - выключить насос.
2. Установив угольник вертикально на опорной плоскости, измерить с его помощью вертикальные координаты h_0 и h'_0 верхнего края линейки на рельсе, соответственно, в точках $x = 0,22$ м и $x' = 1,0$ м. Координаты x и x' , а также измеренные величины h_0 и h'_0 запишите в Табл. 2 с указанием приборных погрешностей их измерения $\Delta x = \Delta x' = 5$ мм, $\Delta h_0 = \Delta h'_0 = 0,5$ мм.
3. Под обе ножки левой опоры подложите одну стандартную пластину толщиной $d \approx 1$ см.
4. Включить прибор ПКЦ-3 тумблером на правой боковой панели.
5. На дистанционном пульте управления нажать последовательно три кнопки: «режим работы: 0», «механика: сброс», «индикация: время t_1, t_2 ».

Таблица 2

$x, \text{ м}$	$x', \text{ м}$	$h_0, \text{ мм}$	$h'_0, \text{ мм}$
0,22	1,00	166	164