

Группа: R3137 К работе допущен : измерения от 02.12.2020

Студент: Нестеров И.А. Работа выполнена :

Преподаватель: Крылов В.А. Отчет принят :

**Рабочий протокол и отчет
по лабораторной работе № 1.04v.
«Изучение равноускоренного вращательного
движения (маятник Обербека)».**

1. Цель работы:

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона
2. Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту
3. Исследование движения тележки при фиксированном угле наклона рельса. Проверка равноускоренности движения тележки
4. Исследование зависимости ускорения тележки от угла наклона рельса к горизонту. Определение ускорения свободного падения

3. Объект исследования - изучение статических закономерностей.

4. Методы экспериментального исследования.

1. Анализ
2. Лабораторный эксперимент

5. Рабочие формулы и исходные данные.

1) $ma = mg - T$ – закон Ньютона для равноускоренного движения груза под воздействием векторной суммой силы тяжести mg и силой натяжения нити T .

2) $a = \frac{2h}{t^2}$ – линейное ускорение груза

3) $\varepsilon = \frac{2a}{d}$ – угловое ускорение крестовины

4) $T = m(g - a)$ – сила натяжения нити

5) $M = \frac{md}{2} \cdot (g - a)$ – момент силы натяжения нити

6) $I_\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$ – основной закон динамики вращения для крестовины

7) $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$ – момент инерции крестовины

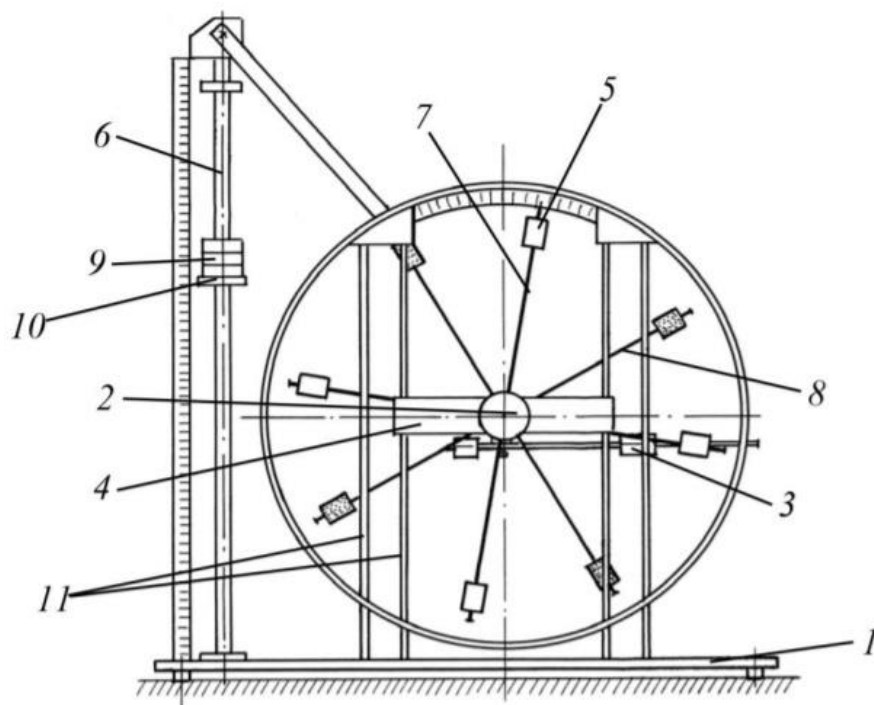
8) $M = M_{\text{тр}} + I_\varepsilon$ – связь между моментом силы натяжения нити и угловым ускорением крестовины

9) $R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b$ – расстояние между осью вращения и центром утяжелителя

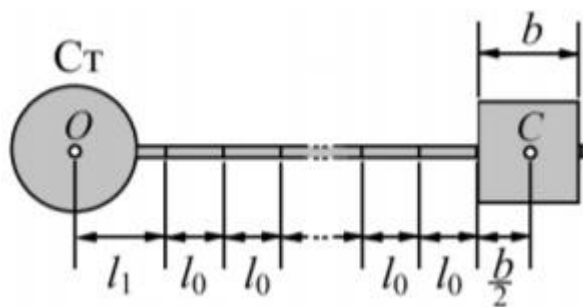
6. Измерительные приборы.

№, п/п	Наименование	Предел измерений	Цена деления	Погрешность прибора	Δ_n
1	Металлическая линейка	250 мм	1 мм	0,2 мм	0,5 мм
2	Механический секундомер	1800 с	0,2 с	0,1 с	0,1 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.



8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Для проведения прямых измерений были выбраны следующие параметры:

0,5 кг – масса подвешенного груза, 0,1 кг – масса шайбы

$R_1 = 0,07$ м, $R_2 = 0,09$ м, $R_3 = 0,11$ м, $R_4 = 0,13$ м, $R_5 = 0,15$ м, $R_6 = 0,17$ м – расстояния от оси вращения до центра утяжелителя

Таблица 1. Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.

Масса груза, г	Положение утяжелителей					
	1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
600	2,89 с	3,29 с	3,73 с	4,21 с	4,69 с	5,19 с
	2,89 с	3,28 с	3,73 с	4,20 с	4,69 с	5,20 с
	2,89 с	3,29 с	3,73 с	4,22 с	4,68 с	5,19 с
	2,89 с	3,287 с	3,73 с	4,21 с	4,687 с	5,193 с
700	2,66 с	3,04 с	3,44 с	3,87 с	4,33 с	4,78 с
	2,66 с	3,03 с	3,44 с	3,87 с	4,33 с	4,78 с
	2,66 с	3,04 с	3,43 с	3,87 с	4,32 с	4,78 с
	2,66 с	3,047 с	3,437 с	3,87 с	4,327 с	4,78 с
800	2,48 с	2,83 с	3,21 с	3,61 с	4,02 с	4,45 с
	2,48 с	2,82 с	3,20 с	3,60 с	4,03 с	4,46 с
	2,49 с	2,84 с	3,21 с	3,61 с	4,04 с	4,47 с
	2,483 с	2,83 с	3,207 с	3,607 с	4,03 с	4,46 с
900	2,33 с	2,66 с	3,01 с	3,39 с	3,79 с	4,19 с
	2,34 с	2,66 с	3,01 с	3,40 с	3,80 с	4,19 с
	2,33 с	2,66 с	3,02 с	3,39 с	3,80 с	4,19 с
	2,333 с	2,66 с	3,03 с	3,393 с	3,797 с	4,19 с

$t_{cp} = \frac{2,89+2,89+2,89}{3} = 2,89$ с. Аналогичным образом рассчитывается среднее значение для каждой из серий измерения времени. Результаты внесены в таблицу в соответствующие ячейки.

$$S_{\bar{t}_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t}_1)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0}{6}} = 0 \text{ с} - \text{оценка СКО для результата измерения}$$

$$\Delta_{\bar{t}_1} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\bar{t}_1} = 0 \text{ с} - \text{случайная погрешность}$$

$$\Delta_{t_1} = \sqrt{\Delta_{\bar{t}_1}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ин}}\right)^2} = \sqrt{0.0666} = 0,2581 = 0,26 \text{ с} - \text{абсолютная погрешность}$$

$$\varepsilon_{t_1} = \frac{\Delta_{t_1}}{\bar{t}_1} \cdot 100\% = \frac{0,26}{2,89} \cdot 100\% = 9\% - \text{относительная погрешность}$$

$$t = (2,89 \pm 0,26) \text{ с}; \varepsilon_t = 9\% \alpha = 0,95. - \text{доверительный интервал}$$

9. Результаты косвенных измерений и их обработки

С помощью формул 2,3,5 из пункта 5 отчета, а также параметров, указанных в описании виртуального стенда, заполняем следующую таблицу. ($h = 0,7$ м – указанная в методическом пособии высота, $d = (46.0 \pm 0.5)$ мм) $0,46 \text{ мм} = 0,046 \text{ см} = 0,00046$

$$2) \alpha = \frac{2h}{t^2} - \text{линейное ускорение груза } d = (46.0 \pm 0.5) \text{ мм}$$

$$3) \varepsilon = \frac{2a}{d} - \text{угловое ускорение крестовины}$$

$$5) M = \frac{md}{2} \cdot (g - a) - \text{момент силы натяжения нити}$$

Таблица 2. Расчет ускорения α груза, углового ускорения ε крестовины и момент M силы натяжения нити для каждой серии измерений

Искомые величины	Масса груза, г	Положение утяжелителей					
		1.риска	2.риска	3.риска	4.риска	5.риска	6.риска
$\alpha \cdot 10^2, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	600	17,2	12,9	10,1	7,9	6,4	5,2
$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$		7,39	5,65	4,35	3,48	2,61	2,17
$M \cdot 10^3, \text{Н} \cdot \text{м}$		133,2	133,7	134,1	134,4	134,7	134,8
$\alpha \cdot 10^2, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	700	19,8	15,1	11,6	9,3	7,5	6,1
$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$		8,70	6,52	5,22	3,91	3,04	2,61
$M \cdot 10^3, \text{Н} \cdot \text{м}$		154,9	155,7	156,2	156,7	157,0	157,1
$\alpha \cdot 10^2, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	800	22,7	17,5	13,6	10,8	8,6	7,0
$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$		10,00	7,39	6,09	4,78	3,91	3,04
$M \cdot 10^3, \text{Н} \cdot \text{м}$		176,5	177,6	178,1	178,7	179,0	179,4

Н·м							
$\alpha \cdot 10^2, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	900	25,7	19,8	0,15	13,2	10,8	8,6
$\varepsilon, \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$		11,30	8,70	6,52	5,22	4,35	3,48
$M \cdot 10^3, \text{Н} \cdot \text{м}$		197,9	199,1	200,2	200,8	201,2	201,6

Расчет погрешностей для первых значений α , ε , M :

Так как это косвенные измерения, воспользуемся следующими формулами:

$$\varepsilon_z = \sqrt{\left(\alpha \frac{1}{a} \Delta_a\right)^2 + \left(\beta \frac{1}{b} \Delta_b\right)^2 + \left(\gamma \frac{1}{c} \Delta_c\right)^2 + \dots} \cdot 100\% =$$

$$= \sqrt{(\alpha \varepsilon_a)^2 + (\beta \varepsilon_b)^2 + (\gamma \varepsilon_c)^2 + \dots} \cdot 100\%.$$

Затем по формуле (4.6) вычисляем абсолютную погрешность

$$\Delta_z = \frac{\bar{z} \cdot \varepsilon_z}{100}.$$

Абсолютная погрешность прямых однократных измерений = 2/3 инструментальной погрешности, значит, $\Delta_h = 0,13 \text{ м}$, $\Delta_m = 0,4 \text{ кг}$

Абсолютная погрешность $\Delta_{t_1} = \sqrt{\Delta_{t_1}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{инх}}\right)^2} = \sqrt{0.0666} = 0,2581 = 0,26 \text{ с}$ была найдена ранее.

$$\varepsilon_\alpha = \sqrt{\left(\frac{0,13}{0,7}\right)^2 + \left(\frac{-0,52}{2,89}\right)^2} \cdot 100\% = 0,2585 \cdot 100\% = 26\%$$

$$\Delta_\alpha = \frac{0,17 \cdot 26}{100} = 0,0442 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$\alpha = (0,17 \pm 0,04) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $\varepsilon_\alpha = 25\%$ $\alpha = 0,95$. – доверительный интервал

Аналогичными вычислениями, получим

$$\varepsilon_\varepsilon = 0,1087 \cdot 100\% = 11\%$$

$$\Delta_\varepsilon = 0,8129 = 0,82 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$\varepsilon = (7,39 \pm 0,11) \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$; $\varepsilon_\varepsilon = 11\%$ $\alpha = 0,95$. – доверительный интервал

$$\varepsilon_M = 0,108931 = 11\%$$

$$\Delta_M = 0,66 = 0,07 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$M = (0,1332 \pm 0,1089) \text{ Н} \cdot \text{м}$; $\varepsilon_M = 11\%$ $\alpha = 0,95$. – доверительный интервал

$$I = I_0 + 4 m_{ym} R^2 \quad \bar{I} = \frac{1}{n} \sum I_i = 46 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$\bar{R}^2 = \frac{1}{n} R_i^2 = \frac{1}{6} 123,5 \cdot 10^{-3} = 20,58 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$4 m_{ym} = \frac{\sum (R_i^2 - \bar{R}^2) (I_i - \bar{I})}{\sum (R_i^2 - \bar{R}^2)} = \frac{1,5783}{864,495} \cdot 10^3 = 0,001826 \cdot 10^3 \text{ кл}$$

$$m_{ym} = 0,0004566 \cdot 10^3 = 0,4556 \text{ кл} \quad I_0 = \bar{I} - m_{ym} \bar{R}^2 = 46 \cdot 10^{-3} - 20,58 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 46 \cdot 10^{-3} - 20,58 \cdot 10^{-3} = 0,4556 = 7,189 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$D = \sum (R_i - \bar{R})^2 = 864,495 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$d_i = I_i - (I_0 + 4 m_{ym} R_i^2)$$

$$d_1 = -0,965 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$d_2 = 1,816 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$d_3 = -0,594 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$d_4 = 0,001 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$d_5 = -0,706 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$d_6 = -1,379 \cdot 10^{-3} \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$S_{ym} = \frac{1}{n} \frac{\sum d_i^2}{n-2} = -\frac{1 \cdot 10^6}{5,495} \cdot \frac{15,31}{4 \cdot 10^6} = 0,030105 \text{ кл}$$

$$S_{I_0}^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{R}^2}{D} \right) \frac{\sum d_i^2}{n-2} = \frac{1}{6} + \frac{451,5625}{864,495} \cdot \frac{5,72}{4} =$$

$$= 0,1437 \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$D m_{ym} = 2 S_{ym}^2 = 2 \cdot 0,030105 = 0,06021 \text{ кл}$$

$$\approx 0,06 \text{ кл}$$

$$D I_0 = 2 S_{I_0}^2 = 2 \cdot 0,1437 = 0,2874 \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

$$\approx 0,29 \text{ кл} \cdot \text{м}^2$$

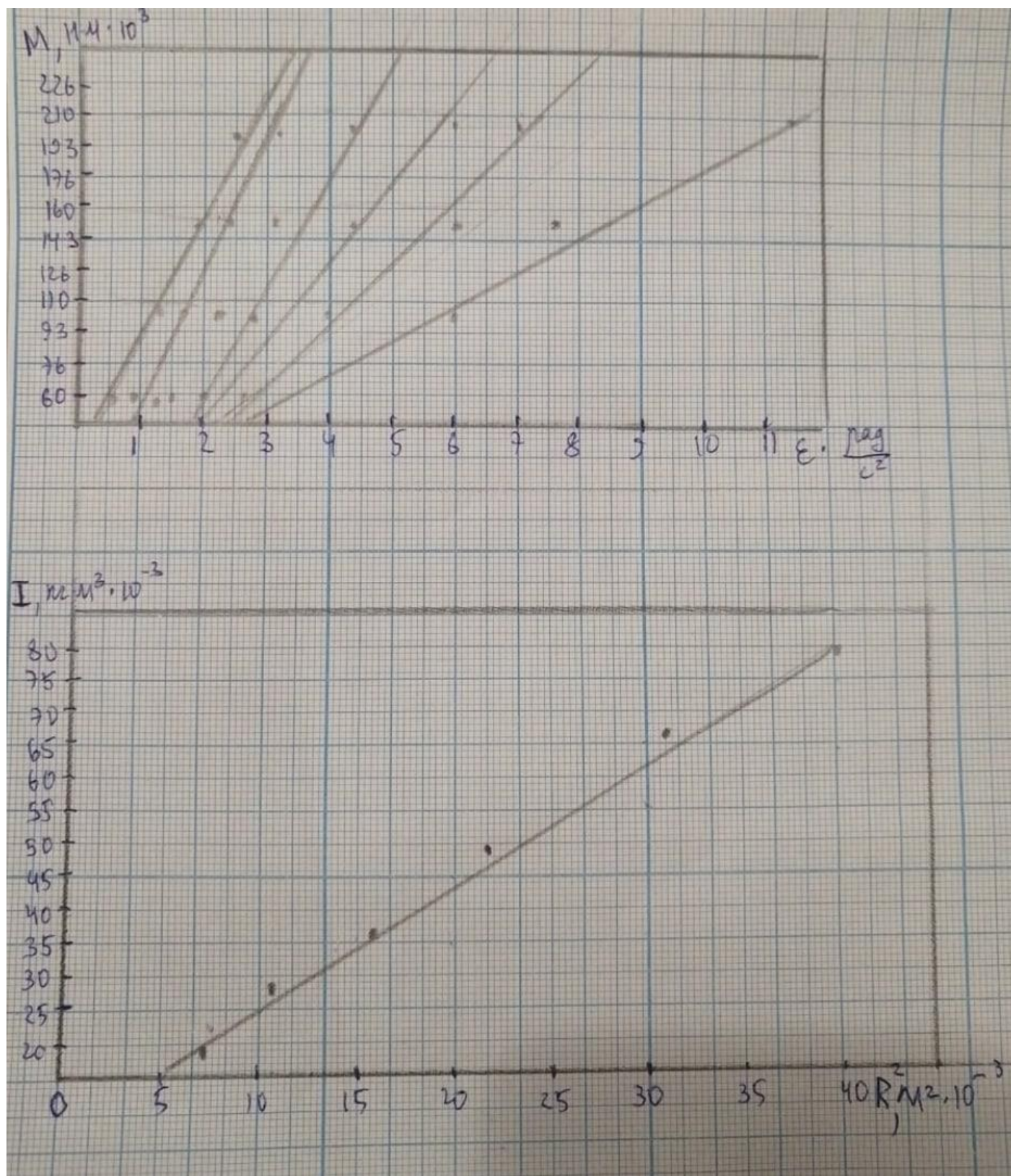
$$\sum m_{ym} = \frac{0,06}{0,456} \cdot 100\% = 13\%$$

$$\sum I_0 = \frac{0,2874}{4,118} \cdot 100\% \approx 4\%$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитаны по ходу выполнения лабораторной работы.

11. Графики




12. Окончательные результаты:

$$m_{\text{ут}} = (46 \pm 6) \cdot 10^{-2} \text{ кг}, \quad \varepsilon_{m_{\text{ут}}} = 13\%, \quad \alpha = 0,95$$

$$I_0 = (7,19 \pm 0,23) \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad \varepsilon_{I_0} = 4\%, \quad \alpha = 0,95$$

Дополнительное задание:

Дополнительное задание.



$m_{\text{ут}} = \rho V = \rho k S = \rho k \frac{\pi d^2}{4}$
 $\rho_{\text{пластм}} = 8500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $\rho_{\text{стали}} = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $h = 0,04 \text{ м}$
 $d = 0,04 \text{ м}$
 R - расстояние между осью вращения и центром тяжести утяжелителя, $d_{\text{ст}} = 0,008 \text{ м}$
 $l = 0,214 \text{ м}$

$$I_{\text{системы}} = 4 m_{\text{ут}} R^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} m_{\text{ст}} l^2 + 4 \cdot \frac{1}{12} m \left(3(r_2^2 + r_1^2) + h^2 \right) =$$

$$= \rho_{\text{пласт}} \cdot 4 k \cdot d^2 R^2 + \frac{1}{3} \rho_{\text{стали}} \frac{\pi}{4} d_{\text{ст}}^2 \cdot l^2 + \frac{\rho_{\text{стали}} \cdot h \cdot \pi d^2}{12} \left(3(r_2^2 + r_1^2) + h^2 \right) =$$

$$= 0,0261 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

13. Выводы и анализ результата работы.

Зависимость $M(\varepsilon)$ и $I(R^2)$ в маятнике Обербека является линейной. Исходя из графиков, зависимость $M(\varepsilon)$ наблюдаем, что чем дальше утяжелитель от оси вращения маятника, тем быстрее возрастает момент силы натяжения нити M . Это следствие увеличения момента инерции маятника при удалении утяжелителей от осей (зависимость $I(R^2)$). Значит, момент силы натяжения нити также должен увеличиваться. Результат работы можно считать достаточно четным, так как вес утяжелителей $m = (408,0 \pm 0,3) \text{ г}$ попадает в найденный нами промежуток $m_{\text{ут}} \pm \Delta m_{\text{ут}}$.

14. Замечания преподавателя (исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт).

Приложение