Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

«Решение задачи коммивояжера метода ветвей и границ»

Вариант 6

Выполнил:

Студент 2 курса 7 группы

Колядко Яна Дмитриевна

Минск 2022

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Условие:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 12 | 27 | INF | 6 |
| **2** | 6 | INF | 21 | 62 | 78 |
| **3** | 8 | 18 | INF | 86 | 55 |
| **4** | 23 | 52 | 24 | INF | 18 |
| **5** | 87 | 72 | 52 | 19 | INF |

**Ход решения:**

1) Приводим матрицу по строкам, ищем наименьший элемент в каждой строке.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **di** |
| **1** | INF | 12 | 27 | INF | 6 | 6 |
| **2** | 6 | INF | 21 | 62 | 78 | 6 |
| **3** | 8 | 18 | INF | 86 | 55 | 8 |
| **4** | 23 | 52 | 24 | INF | 18 | 18 |
| **5** | 87 | 72 | 52 | 19 | INF | 19 |

Вычитаем наименьший из элементов рассматриваемой строки.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 6 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 56 | 72 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 78 | 47 |
| **4** | 5 | 34 | 6 | INF | 0 |
| **5** | 68 | 53 | 33 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 57

2) Приводим матрицу по столбцам

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 6 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 56 | 72 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 78 | 47 |
| **4** | 5 | 34 | 6 | INF | 0 |
| **5** | 68 | 53 | 33 | 0 | INF |
| **dj** | 0 | 6 | 6 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 15 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 9 | 56 | 72 |
| **3** | 0 | 4 | INF | 78 | 47 |
| **4** | 5 | 28 | 0 | INF | 0 |
| **5** | 68 | 47 | 27 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 12

3) Вычисление нижней границы

4) Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **di** |
| **1** |  | 0(4) | 15 |  | 0(0) | 0 |
| **2** | 0(9) |  | 9 | 56 | 72 | 9 |
| **3** | 0(4) | 4 |  | 78 | 47 | 4 |
| **4** | 5 | 28 | 0(9) |  | 0(0) | 0 |
| **5** | 68 | 47 | 27 | 0(83) |  | 27 |
| **dj** | 0 | 4 | 9 | 56 | 0 | 0 |

d(1,2) = 0 + 4 = 4;

d(1,5) = 0 + 0 = 0;

d(2,1) = 9 + 0 = 9;

d(3,1) = 4 + 0 = 4;

d(4,3) = 0 + 9 = 9;

d(4,5) = 0 + 0 = 0;

d(5,4) = 27 + 56 = 83;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (5,4) = 83. Следовательно, множество разбивается на два подмножества (5,4) и (5\*,4\*).

Исключение ребра (5,4) проводим путем замены элемента d54 = 0 на INF, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (5\*,4\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **di** |
| **1** | *INF* | 0 | 15 | *INF* | 0 | 0 |
| **2** | 0 | *INF* | 9 | 56 | 72 | 0 |
| **3** | 0 | 4 | *INF* | 78 | 47 | 0 |
| **4** | 5 | 28 | 0 | *INF* | 0 | 0 |
| **5** | 68 | 47 | 27 | *INF* | INF | 27 |
| **dj** | 0 | 0 | 0 | 56 | 0 | 83 |

Нижняя граница подмножества (5,4) равна

H(5\*,4\*) = 69 + 83 = 152

Включение ребра (5,4) проводится путем исключения всех элементов 5-ой строки и 4-го столбца, в которой элемент d45 заменяем на INF.

В результате получим другую сокращенную матрицу (4 x 4), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | di |
| **1** | *INF* | 0 | 15 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | *INF* | 9 | 72 | 0 |
| **3** | 0 | 4 | *INF* | 47 | 0 |
| **4** | 5 | 28 | 0 | *INF* | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (5,4) равна:

H(5,4) = 69 + 0 = 69 ≤ 152

Поскольку нижняя граница этого подмножества (5,4) меньше, чем подмножества (5\*,4\*), то ребро (5,4) включаем в маршрут с новой границей H = 69

4) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | **di** |
| **1** | *INF* | 0(4) | 15 | 0(47) | 0 |
| **2** | 0(9) | *INF* | 9 | 72 | 9 |
| **3** | 0(4) | 4 | *INF* | 47 | 4 |
| **4** | 5 | 28 | 0(14) | *INF* | 5 |
| **dj** | 0 | 4 | 9 | 47 | 0 |

d(1,2) = 0 + 4 = 4;

d(1,5) = 0 + 47 = 47;

d(2,1) = 9 + 0 = 9;

d(3,1) = 4 + 0 = 4;

d(4,3) = 5 + 9 = 14;

Наибольшая сумма констант приведения равна (0 + 47) = 47 для ребра (1,5), следовательно, множество разбивается на два подмножества (1,5) и (1\*,5\*).

Исключение ребра (1,5) проводим путем замены элемента d15 = 0 на INF, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (1\*,5\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Город | **1** | **2** | **3** | **5** | di |
| **1** | *INF* | 0 | 15 | *INF* | 0 |
| **2** | 0 | *INF* | 9 | 72 | 0 |
| **3** | 0 | 4 | *INF* | 47 | 0 |
| **4** | 5 | 28 | 0 | *INF* | 0 |
| dj | 0 | 0 | 0 | 47 | 47 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(1\*,5\*) = 69 + 47 = 116

Включение ребра (1,5) проводится путем исключения всех элементов 1-ой строки и 5-го столбца, в которой элемент d51 заменяем на INF, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (3 x 3), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **di** |
| **2** | 0 | *INF* | 9 | 0 |
| **3** | 0 | 4 | *INF* | 0 |
| **4** | 5 | 28 | 0 | 0 |
| **aj** | 0 | 4 | 0 | 4 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 4

Нижняя граница подмножества (1,5) равна:

H(1,5) = 69 + 4 = 73 ≤ 116

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (4,1),

Поскольку нижняя граница этого подмножества (1,5) меньше, чем подмножества (1\*,5\*), то ребро (1,5) включаем в маршрут с новой границей H = 73

5) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **di** |
| **2** | 0(9) | *INF* | 9 | 9 |
| **3** | 0(0) | 0(24) | *INF* | 0 |
| **4** | *INF* | 24 | 0(33) | 24 |
| **dj** | 0 | 24 | 9 | 0 |

d(2,1) = 9 + 0 = 9;

d(3,1) = 0 + 0 = 0;

d(3,2) = 0 + 24 = 24;

d(4,3) = 24 + 9 = 33;

Наибольшая сумма констант приведения равна (24 + 9) = 33 для ребра (4,3), следовательно, множество разбивается на два подмножества (4,3) и (4\*,3\*).

Исключение ребра (4,3) проводим путем замены элемента d43 = 0 на INF, после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (4\*,3\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **di** |
| **2** | 0 | *INF* |  | 0 |
| **3** | 0 | 0 | *INF* | 0 |
| **4** | *INF* | 24 | *INF* | 24 |
| **dj** | 0 | 0 | 9 | 33 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(4\*,3\*) = 73 + 33 = 106.

Включение ребра (4,3) проводится путем исключения всех элементов 4-ой строки и 3-го столбца, в которой элемент d34 заменяем на INF, для исключения образования негамильтонова цикла.

В результате получим другую сокращенную матрицу (2 x 2), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **di** |
| **2** | 0 | *INF* | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 0 |
| **dj** | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы:

∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (4,3) равна:

H(4,3) = 73 + 0 = 73 ≤ 106

Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,3) меньше, чем подмножества (4\*,3\*), то ребро (4,3) включаем в маршрут с новой границей H = 73

В соответствии с этой матрицей включаем в гамильтонов маршрут ребра (2,1) и (3,2).

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(5,4), (4,3), (3,2), (2,1), (1,5),

Длина маршрута равна = 73

Граф решения данной задачи представлен ниже:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |  |  |  |  | R |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  |  |  | | | | | | | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| (5\*,4\*) H=152 | | | |  | | | | | | | | | | | (5,4)  H = 69 | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | (1\*,5\*) H=116 | | | | | |  | | | | | | | | | | | (1,5)  H = 73 | | | | | |  | | | | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | |  | |  | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | | | | | |  | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | (4\*,3\*) H=106 | | | | | |  | | | | | | | | | | | | (4,3)  H = 73 | | | | | | |  | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  |  |  |  | |  | |  |  |  |  |  |  |  | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |  |  | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | (2,1)  H = 73 | | | | | |  | | | | | | | (2\*,1\*) H=73 | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  |  | | | | | |  |  | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | (3,2)  H = 73 | | | | | |  | (3\*,2\*), H=73 | | | | | | | |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Решение:**

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(5,4), (4,3), (3,2), (2,1), (1,5),

Длина маршрута равна H = 73

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

**Вывод:** в данной лабораторной работе были освоены общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решена задача о коммивояжере данным методом.