Aplicación de Cadenas de Markov en el Mercado de Divisas

Grupo: Los Analíticos

Nicolás Joel Cáceres (273195)

Isabella Endara Chitiva (288852)

Juan David Lasso (292677)

Nestor Andres Tabares (287880)

Universidad de la Sabana

6080: Procesos Estocásticos

Esteban A. López

20 de diciembre de 2024

Índice

Introducción

Los mercados son un medio en donde inversores y compradores pueden buscar oportunidades para hacer crecer su capital por medio de acciones, divisas, bonos u otros bienes económicos. Un mercado como el de divisas puede dar una noción acerca del estado económico de una sociedad respecto al mundo (Aronsson & Folkesson, 2023).

Una particularidad que es común entre estos mercados es la constante fluctuación de sus precios y su comportamiento impredecible; en otras palabras, son mercados volátiles con bastantes fuentes de incertidumbre. Por esto mismo, surge el interés de intentar predecir el comportamiento de estos mercados, puesto que, si se logra acertar pronósticos de forma confiable, eso podría representar enormes oportunidades de ganancias a partir de inversiones en estos mercados (Aronsson & Folkesson, 2023). Sin embargo, según teorías económicas, los mercados son eficientes son aquellos cuyos precios son impredecibles, y por tanto, la ganancia de un inversor no puede ser constantemente mayor al promedio de ganancia del mercado, porque la acción misma del comprador influye en el mercado (Svoboda & Říhová, 2021). Históricamente se ha buscado implementar análisis técnicos sobre mercados de todo tipo alrededor del mundo, no obstante, los resultados obtenidos hasta la actualidad se han encargado de demostrar la dificultad y poca eficacia de los mismos, dando mayor consenso a las hipótesis de mercados eficientes (Svoboda & Říhová, 2021).

El interés por comprender a fondo los mercados financieros, se presenta tanto desde una perspectiva teórica como empírica. Este estudio se centra en el mercado de divisas, analizando el comportamiento de las tasas de cambio del Yen Japonés, la Libra Esterlina, el Franco Suizo y el Peso Mexicano frente al Peso Colombiano durante los últimos cuatro años. El objetivo principal es explorar la dinámica de este mercado y evaluar si los movimientos de las tasas de cambio siguen un proceso Markoviano; es decir, si el estado futuro de una variable depende únicamente de su estado presente y no de estados pasados. Al identificar las propiedades estadísticas de estos procesos, se busca desarrollar modelos probabilísticos para pronosticar los estados futuros de las divisas extranjeras.

Marco teórico

Para el análisis del mercado de divisas se ha de hacer uso de las cadenas de Markov y procesos Markovianos. Estos modelos funcionan bajo el supuesto de que la historia de una variable aleatoria no influye en el estado siguiente, sino que simplemente depende del estado actual. Esto se puede describir la siguiente manera (Aronsson & Folkesson, 2023):

$$P(X_{t+1} = j|X_t = i) = P(X_{t+1} = j|X_t = i_n, X_{t-1} = i_{n-1}, ..., X_0 = i_0) \tag{1}$$

Esto permite definir el estado de la variable aleatoria X en el estado $t + 1$ a partir únicamente del estado t. Asimismo, existe la propiedad de homogeneidad, la cual sugiere que no importa el periodo en que se comparen los estados, la probabilidades de transición entre estados son iguales. Por ejemplo, es lo mismo la transición del estado t a $t + 1$ que del estado $t + 100$ al $t + 101$. Las probabilidades que se tiene para saltar de un estado a otro van a generar una matriz cuadrada de tamaño (E x E), indicando E la cantidad de estados posibles, que en este ejemplo solo tendrá 6 estados posibles.

$$P_{ExE} = \begin{pmatrix} E1 - E1 & E1 - E2 & E1 - E3 \\ E2 - E1 & E2 - E2 & E2 - E3 \\ E3 - E1 & E3 - E2 & E3 - E3 \end{pmatrix}$$

La matriz de transición P_{ij} muestra los valores de probabilidad de transición entre todos los estados posibles.

Extracción de datos

Los datos que se manejaron para este estudio fueron tomados de la página oficial del Banco de la República de Colombia en la sección de Monedas disponibles (Banrep, 2024). Allí se tiene a disposición una base de datos la cuál se puede filtrar por rango de fecha y por una o varias monedas en simultáneo. Desde allí, se seleccionaron las cuatro divisas, las cuales son: Yen Japonés (JPY), la Libra Esterlina (GBP), el Franco Suizo (CHF) y el Peso

Mexicano (MXN). Estas monedas se escogieron por diversas razones y criterios, entre los cuales se tuvo en cuenta que hubiese al menos una moneda por continente.

Por ejemplo, para elegir al JPY se observó que se considera una moneda de refugio para los inversores. Los factores que influyen en esta percepción general son, la tasa de ahorro, la base industrial sólida y la baja inflación de Japón (FasterCapital, 2024). Para la GBP se investigó que esta divisa es la cuarta moneda más negociada del mundo, luego del Dólar, Euro y Yen; adicionalmente es la tercera más usada para pagos mundiales, al igual que una de las divisas más representativas en la reservas mundiales (MarketScreener, 2024).

En cuanto al peso Mexicano, se tiene en cuenta que es uno de los mercado emergentes con mayor fuerza en el continente, agregando el hecho de que posee una frontera extensa con los Estados Unidos y grandes reservas de petróleo, pues todo lo anterior son elementos que consideran los inversionistas (Imparcial, 2024). Por último, el franco suizo es reconocido como un salvavidas en tiempos de crisis, pues se invierte en esta divisa por su reputación de estabilidad, puesto que las políticas monetarias suelen priorizar la estabilidad monetaria a los intereses de los exportadores, adicionalmente suiza es reconocido como un país neutral ante muchos conflictos y por esto mismo suele tener un entorno menos volátil que otras divisas (Eugster, 2023).

Importación de datos

Al haber seleccionado estas monedas, se exportó de la página del Banco de la República un archivo en formato .csv con toda la información relacionada a esas monedas en el periodo del 1 de Septiembre del 2020 al 1 de Septiembre del 2024. Este archivo fue subido a un repositorio de GitHub con la finalidad de que la base de datos fuera accesible mediante el siguiente enlace. Este archivo contiene un total de 52.632 registros y 8 columnas con las variables que se muestran en la Cuadro 1.

Limpieza de datos

La limpieza de datos es un componente esencial en el modelado de la matriz de transición para cada divisa. En primer lugar, se revisa el tipo de dato de cada columna en

Cuadro 1

información disponible en la base de datos (Banrep, 2024).

Columna	Valores
Fecha (aaaa/mm/dd)	2020-09-01 a 2024-09-01 (díario)
Moneda	Franco suizo, Yen japonés, Libra Esterlina, Peso Mexicano
Continente	Europa, América, Asia del Pacifico
Tipo de Cambio	USD por moneda, Moneda por USD, COP por moneda
Tipo de Tasa	Venta, Media, Compra
Tasa Cambio	'1,1024409', ... , '28,56963'
Id Moneda	CHF, JPY, GBP, MXN

la base de datos y si es necesario, se realiza un cambio de tipo de dato. Paralelamente, se verifica la presencia de datos nulos; en caso de encontrarlos, se aplican técnicas avanzadas de preprocesamiento de datos para completar estos valores faltantes. El Cuadro a continuación presentará la información de la base de datos. Este proceso garantiza la precisión y la eficacia del modelo resultante.

Cuadro 2

Información de la base de datos

columna	Non-null count	Dtype
Fecha	52632 non-null	Object
Año	52632 non-null	Int64
Moneda	52632 non-null	Object
Continente	52632 non-null	Object
Tipo de cambio	52632 non-null	Object
Tipo de tasa	52632 non-null	Object
Id Moneda	52632 non-null	Object

Con lo que se observa en el Cuadro , no existen datos nulos o faltantes en esta base de datos. Además, todos los datos de las columnas son de tipo ‘Object’, a excepción de la columna ‘año’, que es de tipo ‘int64’. En el Cuadro siguiente, se realizará una verificación para confirmar la ausencia de datos nulos en la base de datos. Esta inspección es crucial para garantizar la integridad y la calidad de los datos antes de proceder con cualquier análisis o modelado.

Cuadro 3

Cantidad de datos nulos en cada columna

Columna	Cantidad Datos nulos
Fecha	0
Año	0
Moneda	0
Continente	0
Tipo de cambio	0
Tipo de tasa	0
Id Moneda	0

Como se puede observar en el Cuadro anterior, no existen datos nulos en toda la base de datos, lo que elimina la necesidad de aplicar técnicas de preprocesamiento para tratar con valores faltantes. No obstante, en esta base de datos de divisas, se observa que existen datos correspondientes a todos los días de la semana, incluyendo los días sábados y domingo. Sin embargo, estos datos son repetitivos, ya que el mercado de divisas cierra el día anterior; así que, lo que hace esta base de datos es sostener la tasa de cambio del día viernes. Esto podría generar sesgos debido a estos datos repetidos, por lo tanto, en el siguiente código, se procederá a eliminar todos los datos correspondientes a los sábados y domingo. Esta acción mejora la precisión de los datos y evita cualquier distorsión en el análisis posterior.

```
weekends = df['Fecha'].unique().tolist()[2::7]+df['Fecha'].unique().
    tolist()[3::7]
keep = set(df['Fecha'].unique().tolist())
dates = keep.difference(weekends)
dates =list(dates)
dates.sort()
df = df[df['Fecha'].isin(dates)]
df
```

La lógica de este código de programación consiste en crear una lista de fechas únicas y seleccionar los sábados y domingos (cada séptimo día a partir del segundo y tercer elemento). Luego, crear un conjunto con todas las fechas únicas y eliminar los sábados y domingos de este conjunto. Las fechas restantes se convierten en una lista ordenada y se filtra el *DataFrame* original para mantener solo las filas cuyas fechas están en esta lista.

Al hacer esta limpieza, la base de datos queda en el formato como se muestra en la siguiente Cuadro:

Cuadro 4

Base de datos

Fecha	Nombre_Moneda	Tipo_tasa	TRM
2020-09-01	Franco suizo	Venta	1,102409
2020-09-01	Franco suizo	Venta	0,9076
2020-09-01	Franco suizo	Venta	4128,993489
2020-09-01	Libra esterlina	Venta	1,345
2020-09-01	Libra esterlina	Venta	0,74377

Por razones de espacio y comodidad, se decidió no mostrar las columnas 'año', 'continente', 'tipo de cambio' e 'id de la moneda'. Sin embargo, en este Cuadro se puede observar que la TRM es de tipo 'Object', como se mencionó anteriormente. Además, se utiliza una coma (",") para separar los decimales en lugar de un punto ("."), lo cual podría causar un error ya que se esté trabajando con Python, ya que este lenguaje interpreta los números decimales con un punto. Para el modelado, se trabajará con el tipo de tasa 'media', como se evidencia en el código siguiente. Esta decisión garantiza la coherencia y la precisión de los datos utilizados en el análisis.

```
COP_Med_Data = df.query("Cambio == 'Pesos colombianos por cada moneda'
    and Tipo_tasa == 'Media'")
COP_Med_Data['TRM'] = COP_Med_Data['TRM'].str.replace(',','.').astype(
    float)
COP_Med_Data
```

Debido a la selección de la información considerada relevante, se debe crear una nueva base de datos. Esta base de datos contendrá exclusivamente la TRM (Tasa Representativa del Mercado) para cada moneda y cada fecha. Es importante asegurar que esta información esté en formato 'float' para facilitar los cálculos posteriores. Como se puede observar en el siguiente código, se crea una columna para cada moneda, y cada fila corresponderá a una fecha específica de registro. Este enfoque estructurado y organizado facilita el análisis y el modelado para cada una de las divisas.

```
data_original = pd.DataFrame(columns=df['Id_Moneda'].unique().tolist(),
    index=df['Fecha'].unique())
for i in data_original.index:
    row = list(COP_Med_Data.query("Fecha == @i")['TRM'])
    data_original.loc[i] = row
data_original = data_original.astype(float)
```

Adicionalmente, se ha decidido reajustar los índices de esta nueva base de datos, que están en formato de fecha, para facilitar su manejo en Python. Se ha optado por reiniciar los índices para que comiencen desde 0 y continúen hasta el valor de la última fila. A continuación, se presenta la base de datos después de la limpieza respectiva. Este ajuste en los índices mejora la accesibilidad y la manipulación de los datos durante el análisis y el modelado.

Cuadro 5

TRM

CHF	GBP	MXN	JPY
4127.855840	5036.640089	172.250270	35.335720
4044.671380	4899.867379	168.704350	34.698819
4045.031950	4890.420490	171.520819	34.823599
4045.031950	4890.420490	171.520819	34.823599
4046.358119	4879.497760	171.616219	34.838349

Estructura de datos

Analizar la estructura de los datos es crucial para entender su comportamiento, especialmente cuando se trata de modelar cadenas de Markov y verificar la homogeneidad. Es posible que algunas divisas presenten datos atípicos o sesgos que podrían afectar el modelado. Por lo tanto, es esencial identificar y tratar estos problemas antes de proceder con el modelado.

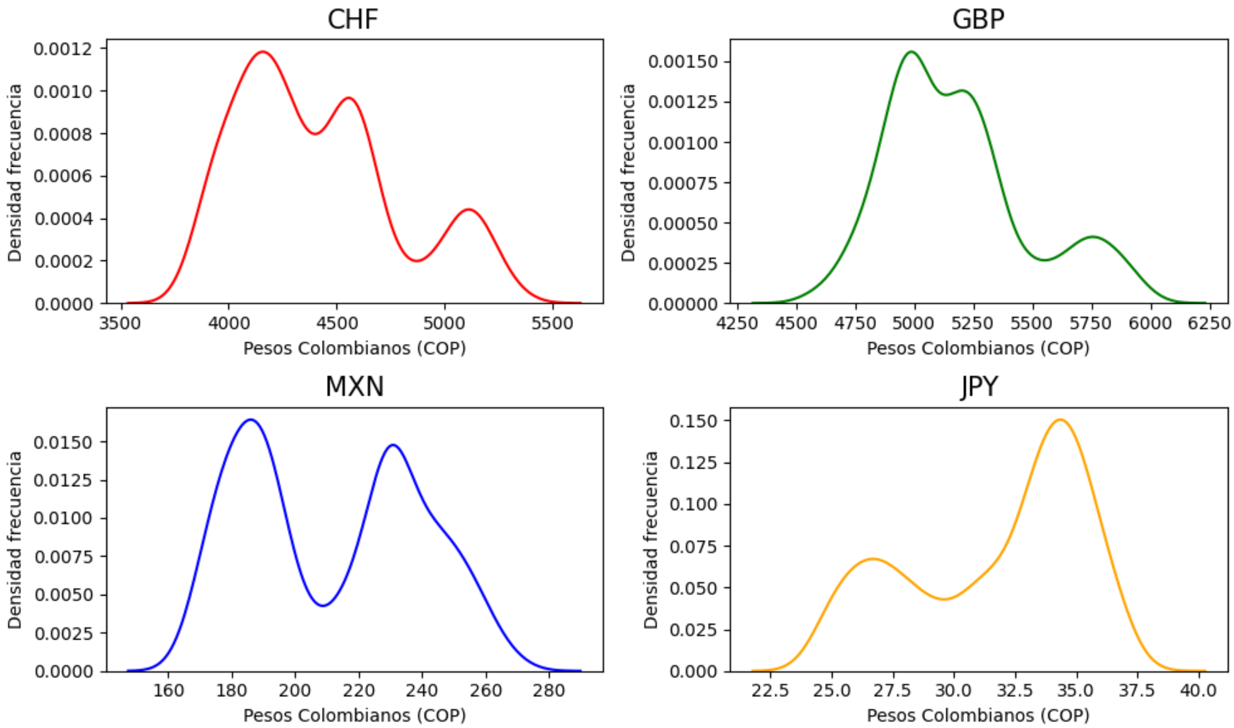
Una forma efectiva de visualizar la distribución de los datos y detectar posibles anomalías es a través de los histogramas. Los histogramas nos permiten ver la frecuencia de diferentes rangos de valores, lo que puede revelar datos atípicos o sesgos en los datos.

A continuación, se mostrarán los gráficos de densidad de frecuencia de las diferentes divisas. Estos gráficos proporcionarán una visión clara de la distribución de los datos y ayudarán a identificar cualquier irregularidad que necesite ser abordada antes del modelado.

- **COP frente al CHF**: El histograma muestra tres picos, lo que indica que ciertos valores son más frecuentes, sugiriendo una distribución no uniforme. Esto podría afectar las cadenas de Markov, ya que no todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Es crucial evaluar si estas frecuencias se mantienen constantes en el tiempo o si hay cambios en la ocurrencia de ciertos tipos de cambio.

Figura 1

Gráficos de densidad de frecuencia por divisa



- **GBP en COP**: El histograma muestra un pico alrededor de los 5000 COP, lo que sugiere que la tasa de cambio ha sido más frecuente en este rango. Esto podría indicar que las tasas futuras podrían depender solo de la tasa actual, un principio clave de las cadenas de Markov de primer orden. Esto permite predecir futuras tasas basándose en la tasa actual.

- **MXM en COP**: El histograma muestra dos picos prominentes, lo que sugiere que hay dos valores comunes en los que la tasa de cambio se estabiliza o fluctúa. Esto indica que podría haber dos estados más prevalentes en el sistema analizado, lo que sugiere que un modelo de cadena de Markov de primer orden podría tener dos estados con mayores probabilidades. Al construir una matriz de transición basada en estos datos, es importante considerar estos dos picos, ya que probablemente representan estados significativos dentro de la matriz.

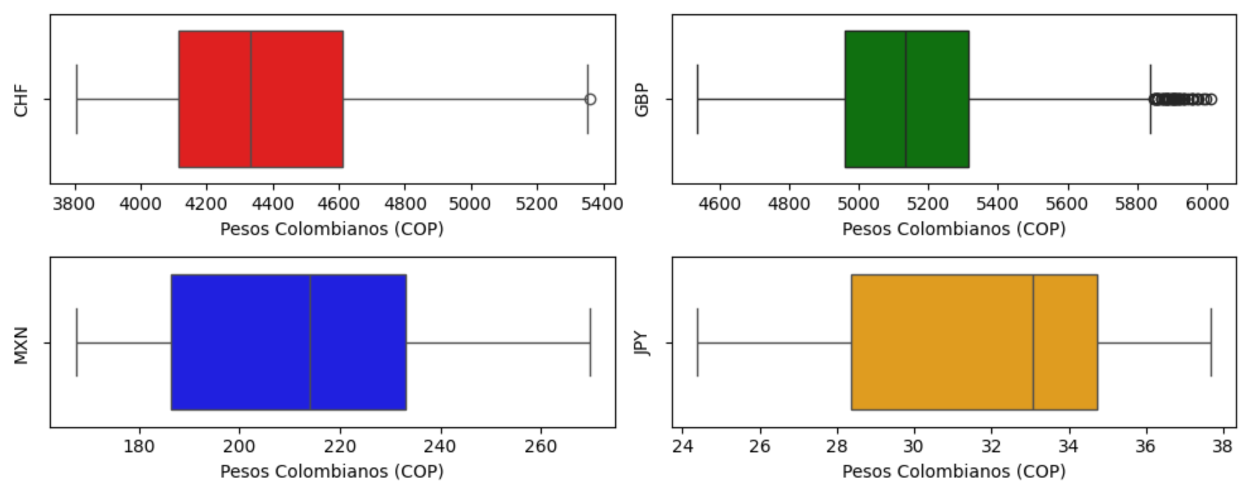
- **JPY en COP**: El histograma muestra una concentración de valores alrededor de un rango específico, lo que indica que la mayoría de las tasas de cambio se encuentran en ese intervalo.

Los histogramas de las tasas de cambio muestran una variedad de distribuciones, lo que puede tener implicaciones significativas para el modelado de las cadenas de Markov. Es importante tener en cuenta estas distribuciones al construir modelos de cadenas de Markov, ya que pueden influir en la probabilidad de transición entre los estados.

Para evidenciar los posibles valores atípicos por medio del criterio intercuartílico, se realizó un *boxplot* para cada divisa, los cuales se presentan en la siguiente figura.

Figura 2

Boxplots de precios para cada divisa



Los gráficos de *boxplot* presentados muestran la variabilidad de la Tasa Representativa del Mercado (TRM) para cuatro monedas diferentes en relación con el peso colombiano (COP). El franco suizo (CHF) muestra un rango de valores que oscila aproximadamente entre 3800 y 5400 COP y contiene un dato atípico. Este amplio rango sugiere una alta variabilidad en las tasas de cambio, lo que podría impactar las pruebas de homogeneidad si se consideran diferentes períodos de tiempo. Además, esta variabilidad podría causar fluctuaciones significativas en las probabilidades de transición en las cadenas de Markov. No obstante, con la finalidad de apegarse a la realidad y evitar omitir más información estos datos se tendrán en cuenta. Vale la pena aclarar que a pesar que sean datos que se alejen un poco de la tendencia normal, no significa que su comportamiento sea errático, pues algún evento puntual potencia el efecto de subida de la moneda pero en vez de sacrificar datos más normalmente distribuidos, estamos ganando información con estas observaciones.

La libra esterlina (GBP) presenta valores que oscilan aproximadamente entre \$4.600 y \$6.000 COP y por arriba del limite superior se evidencia múltiples datos atípicos que podrían darle sesgos al modelo. Al igual que con el CHF, esta variabilidad podría afectar las suposiciones sobre las transiciones de estado en las cadenas de Markov de primer orden. Además, un gran rango en las tasas de cambio podría sugerir no homogeneidad. No obstante, para evitar remover información del modelo se tendrán en cuenta estos valores para todo el proceso.

Por otro lado, tanto el peso mexicano (MXN) como el yen japonés (JPY) muestran rangos más estrechos y no presentan datos atípicos. Esto sugiere una mayor estabilidad en estas tasas de cambio a lo largo del tiempo, lo que podría resultar en un mejor rendimiento en las cadenas de Markov y las pruebas de homogeneidad.

En conclusión, mientras que el CHF y la GBP muestran una considerable volatilidad que podría desafiar las suposiciones de homogeneidad y afectar significativamente las matrices de probabilidad de transición en las cadenas de Markov, el MXN y el JPY parecen ser más estables, ofreciendo potencialmente un mejor rendimiento tanto para las pruebas de homogeneidad como para la modelización de las cadenas de Markov.

Estructuración del modelo

El modelo de Markov que se va a realizar se lleva a cabo teniendo en cuenta supuestos sobre los datos y el comportamiento de los datos. Lo primero que se supone es que los días sábados y domingos no aportan información a la data, y por ende se removieron de la base de datos, asimismo, se considera que los días festivos no afectan los datos y se mantuvieron estos días dentro de la data. Considerando adicionalmente que la frecuencia temporal más útil en contextos reales y en la literatura es la variación diaria, se decidió mantener la frecuencia original de los datos. El alcance de este modelo es generar una matriz de transición que cumpla la propiedad markoviana y de homogeneidad, la cual permite conocer que tan probable es que una divisa, dado su estado actual, se mantenga o cambie a otro estado y que esa probabilidad sea constante a lo largo del tiempo, que en este caso se estudia día a día en las divisas seleccionadas.

Definición de Estados de Mercado

El primer paso es definir los posibles estados del sistema. En el contexto del mercado de divisas, estos estados pueden representar diferentes niveles de precios o tendencias del mercado, como alzas, bajas o estabilidad. Es crucial definir los estados con precisión, ya que deben capturar las dinámicas más importantes del mercado para que la cadena de Markov sea efectiva.

Este informe presenta un enfoque para definir y clasificar los estados de las divisas, utilizando la desviación estándar móvil y cambios porcentuales en las tasas de cambio. El objetivo es demostrar cómo estas herramientas pueden segmentar las condiciones del mercado en diferentes estados, proporcionando una visión más clara y detallada de la dinámica del mercado.

La clasificación de estados se basa en dos principales indicadores: el cambio porcentual diario de la divisa y la desviación estándar móvil calculada sobre un período de tiempo determinado. Esta metodología permite capturar no solo la dirección del cambio en la tasa de cambio, sino también, la magnitud de dicho cambio en relación con la volatilidad reciente.

La desviación estándar móvil es una medida de volatilidad que se recalcula constantemente sobre un número fijo de periodos. Esta métrica es crucial para evaluar la magnitud de los movimientos en la tasa de cambio y compararlos con su comportamiento reciente. Como se discute en el documento de Milan y Pavla, "La desviación estándar móvil es fundamental para identificar períodos de alta volatilidad, permitiendo diferenciar entre movimientos significativos y fluctuaciones normales"(Svoboda & Říhová, 2021).

En este caso, los 6 estados de las divisas son los siguientes, denotando como σ_{tl} la desviación estándar móvil de la moneda y Y_n como la variación en el día n:

- B3: $Y_n < -2\sigma_{tl}$ Representa una caída significativa en el valor de la divisa. Un cambio diario negativo mayor que dos veces la desviación estándar móvil indica una fuerte depreciación de la divisa.

- B2: $-2\sigma_{tl} \leq Y_n < -\sigma_{tl}$ Señala una depreciación moderada de la divisa. La caída está entre una y dos veces la desviación estándar móvil, lo que sugiere una pérdida de valor relevante pero no extrema.

- B1: $-\sigma_{tl} \leq Y_n < 0$ Indica una ligera depreciación de la divisa. El cambio diario es negativo pero menor que una vez la desviación estándar móvil, lo que sugiere una fluctuación menor dentro de un rango de variabilidad normal.

- S1: $0 \leq Y_n < \sigma_{tl}$ Representa una apreciación leve o nula de la divisa. El valor de la moneda se mantiene estable o con un pequeño aumento, dentro del rango de una desviación estándar móvil, lo que refleja una situación de estabilidad.

- S2: $\sigma_{tl} \leq Y_n < 2\sigma_{tl}$ Señala una apreciación moderada. El aumento en el valor de la divisa está entre una y dos veces la desviación estándar móvil, lo que sugiere una ganancia más significativa en comparación con la volatilidad reciente.

- S3: $2\sigma_{tl} \leq Y_n$ Representa una apreciación fuerte y significativa. El cambio diario positivo es mayor que dos veces la desviación estándar móvil, indicando que la moneda se ha fortalecido mucho en comparación con los movimientos recientes.

Estos estados permiten no solo identificar si la tasa de cambio está subiendo o bajando, sino también si estos cambios son lo suficientemente grandes para ser considerados como un cambio significativo en el mercado. El enfoque descrito sugiere que "la combinación de dirección y magnitud en la clasificación de estados del mercado permite una segmentación más precisa de las condiciones del mercado, capturando tanto la tendencia como la intensidad de los movimientos"(Svoboda & Říhová, 2021).

El empleo de la desviación estándar móvil, junto con los cambios porcentuales diarios para definir los estados del mercado, son una herramienta valiosa para el análisis de divisas. Este enfoque avanzado no solo identifica la dirección del cambio en la tasa de cambio, sino que también captura la intensidad de estos cambios, permitiendo una segmentación más precisa y una mejor comprensión de la dinámica del mercado.

Para la construcción de la cadena de Markov de primer orden se necesita esta segmentación de datos y también crear tiempos pasados y futuros; a continuación se presenta un ejemplo con la divisas japonesa.

Cuadro 6

Estados de la divisa japonesa

x_t	x_{t+1}	x_{t+2}
B1	S1	S1
S1	S1	S1
S1	S1	B1
S1	B1	B1
B1	B1	B1
...	...	...

Construcción de la Cadena de Markov

Entre las metodologías más utilizadas se encuentra la cadena de Markov de primer orden, que permite modelar las transiciones entre estados basándose únicamente en el estado actual. Esta simplificación hace que el análisis y la predicción sean más manejables en sistemas complejos, como los mercados financieros (Laipaporn & Tongkumchum, 2021).

Frecuencias Observadas y Esperadas

Para determinar si el proceso sigue una cadena de Markov de primer orden, es necesario comparar las probabilidades observadas con las probabilidades esperadas. Antes de calcular las probabilidades, se deben obtener las frecuencias observadas y esperadas.

- **Frecuencias Observadas** (O_{ij}): Son las frecuencias reales entre estados y el tiempo t, obtenidas directamente de la base de datos de estados de mercado.

- **Frecuencias Esperadas** (E_{ij}): Se calculan bajo la hipótesis nula de que el proceso es markoviano. Estas se obtienen directamente de los estados en la base de datos, considerando únicamente X_{t+1} y X_{t+2}.

Es importante que al menos el 0.25 de las frecuencias esperadas sean mayores a 5. Si este requisito no se cumple, se deben agrupar o concatenar las filas de las frecuencias observadas y esperadas, hasta que se cumpla la condición.

Para la creación de estos tipos de frecuencia se puede utilizar el siguiente código:

```
freq_obs = pd.DataFrame(columns=("Anterior", "Actual"))
for i in Estados:
    for j in Estados:
        freq_obs.loc[len(freq_obs)] = [i,j]
freq_obs = pd.concat([freq_obs,pd.DataFrame(np.zeros((freq_obs.shape[0],
    len(Estados)+1)),columns=Estados+['Total'])], axis=1)
for i in range(len(Data)-2):
    secuencia = Data.loc[i].tolist()
    freq_obs.loc[(freq_obs['Anterior'] == secuencia[0]) & (freq_obs['
    Actual'] == secuencia[1]),secuencia[2]] += 1
freq_obs['Total'] = freq_obs[Estados].sum(axis=1)
freq_obs
```

Para establecer la frecuencia esperada es exactamente la misma lógica de programación, sin embargo, se elimina la columna 'Anterior' y en la base de datos solo se escoge las dos últimas columnas. El resultado que se observa en las frecuencias que se tuvo que concatenar es la siguiente :

Anterior	**Actual**	**B3**	**B2**	**B1**	**S1**	**S2**	**S3**
B1	B3B2B1S1S2S3	5.0	15.0	125.0	210.0	21.0	4.0
B2	B3B2B1S1S2S3	0.0	1.0	19.0	26.0	1.0	1.0
B3	B3B2B1S1S2S3	0.0	0.0	5.0	6.0	0.0	0.0
S1	B3B2B1S1S2S3	5.0	29.0	211.0	235.0	31.0	6.0
S2	B3B2B1S1S2S3	0.0	2.0	14.0	36.0	3.0	0.0
S3	B3B2B1S1S2S3	1.0	1.0	5.0	4.0	0.0	0.0

Cuadro 7

Tabla de datos sin Total

Para la tabla de frecuencia esperada, es exactamente lo mismo sin la columna 'Anterior'.

Probabilidades Observadas y Esperadas

- **Probabilidades Observadas** (PO_{ij}): Estas son las probabilidades calculadas a partir de las frecuencias observadas. Reflejan las transiciones reales entre los estados y el tiempo X_t, X_{t+1} y X_{t+2}.
- **Probabilidades Esperadas** (PE_{ij}): Se calculan bajo la hipótesis de que el proceso sigue una cadena de Markov de primer orden, utilizando las frecuencias esperadas.

Para calcular las probabilidades observadas y esperadas, se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \tag{2}$$

donde:

- N_{ij} es la frecuencia observada o esperada del estado i al estado j.
- N_i es el número total de frecuencias desde el estado i.

En la lógica de programación es exactamente igual a la formula dada anteriormente, que se puede aplicar en la probabilidad esperada y en la probabilidad observada como se evidencia a continuación:

```
prob_esp = freq_esp[Estados].div(freq_esp["Total"], axis=0)
print(prob_esp)
```

Y el resultado de esa operación debería parecerse a el siguiente Cuadro:

B3	**B2**	**B1**	**S1**	**S2**	**S3**
0.013158	0.039474	0.328947	0.552632	0.055263	0.010526
0.000000	0.020833	0.395833	0.541667	0.020833	0.020833
0.000000	0.000000	0.454545	0.545455	0.000000	0.000000
0.009671	0.056093	0.408124	0.454545	0.059961	0.011605
0.000000	0.036364	0.254545	0.654545	0.054545	0.000000
0.090909	0.090909	0.454545	0.363636	0.000000	0.000000

Cuadro 8

Distribución de valores para B3, B2, B1, S1, S2, y S3

Prueba de Hipótesis de la Propiedad Markoviana

Las cadenas de Markov de primer orden (MC1) tienen la característica de que las probabilidades de transición de cada observación en la serie temporal dependen sólo del valor del miembro anterior de la serie temporal. Esta característica es conocida como la Propiedad de Markov, que se expresa de la siguiente manera(García, 2021):

$$P_{ij} = Pr(X_{t+1} = j | X_t = I) \tag{3}$$

Para validar si los datos pueden modelarse como una cadena de Markov de primer orden, se realiza una prueba de hipótesis. La hipótesis nula (H_0) sugiere que el proceso puede ser modelado como una cadena de Markov de primer orden, mientras que la hipótesis alternativa (H_1) indica que no es así.

La prueba chi-cuadrado se utiliza para evaluar si las diferencias entre las probabilidades observadas y las esperadas son estadísticamente significativas. Si las frecuencias observadas no difieren significativamente de las esperadas, se concluye que el proceso puede ser modelado como una cadena de Markov de primer orden.

El estadístico chi-cuadrado se calcula para medir la discrepancia entre las frecuencias observadas y las esperadas:

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(PO_{ij} - PE_{ij})^2 \times N_i}{PE_{ij}} \tag{4}$$

Donde:

- PO_{ij} es la probabilidad observada de transiciones del estado i al estado j.
- PE_{ij} es la probabilidad esperada bajo la hipótesis nula.
- N_i es el número total de frecuencias observadas en el estado i.

Finalmente, se compara el estadístico chi-cuadrado calculado con un valor crítico, usando un nivel de significancia α de 0.05 y un grado de libertad adecuado. Si el estadístico chi-cuadrado calculado es mayor que el valor crítico, se rechaza la hipótesis nula, lo que indica que el proceso no sigue una cadena de Markov de primer orden. Si el estadístico chi-cuadrado es menor, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, lo que sugiere que el proceso puede ser modelado como una cadena de Markov de primer orden.

Estimación de las Probabilidades de Transición

El siguiente paso es calcular las probabilidades de transición entre los estados. Este cálculo se basa en las frecuencias observadas de transiciones de un estado a otro en la base de datos. Se construye una matriz de transición, donde cada entrada P_{ij} representa la probabilidad de que el sistema pase del estado i al estado j.

La fórmula para calcular P_{ij} es:

$$P_{ij} = \frac{N_{ij}}{N_i} \tag{5}$$

Prueba de la Homogeneidad

La prueba de homogeneidad en el modelo estocástico se realizó mediante la comparación de distribuciones a lo largo de varios periodos para determinar si estas son iguales en todos los periodos evaluados. La prueba implica lo siguiente:

1. **Hipótesis Nula (Ho):** Se establece que las distribuciones de las poblaciones son iguales en todos los periodos.
2. **Estadístico Chi-cuadrado:** Se calcula un estadístico Chi-cuadrado para comparar las distribuciones observadas con las esperadas.
3. **Nivel de Significancia:** Se determina un valor crítico de Chi-cuadrado para un nivel de significancia del 5 %.
4. **Resultado:** Si el estadístico calculado es menor que el valor crítico, no se rechaza la hipótesis nula, indicando que las distribuciones son homogéneas; de lo contrario, se rechaza.

La verificación de esta prueba se llevó a cabo mediante un código en Python, que se detalla a continuación:

El código comienza extrayendo los estados finales de un proceso estocástico y preparando los datos para el análisis.

```
dh = final_states(currency= "JPY")
dh.insert(0, 'Periodo', None)
dh["Siguiente"] = dh["Estado"].shift(-1)
```

```
dh.columns = ["Periodo", "Actual", "Siguiente"]
dh.index = dates[20:]
```

Aquí, 'dh' es un *DataFrame*, que contiene los estados actuales y los estados siguientes (es decir, el estado en el próximo periodo).

Posteriormente, se asignan los periodos de tiempo a cada observación:

```
anos = list(set([ano[:4] for ano in dh.index.to_list()]))
anos.sort()
periodos = []
for i in anos:
    f = [ano[:4] for ano in dh.index.to_list() if i == ano[:4]]
    f = f[:len(f)-1] +["-"]
    periodos.extend(f)
dh['Periodo'] = periodos
dh.reset_index(drop= True, inplace= True)
```

Luego, se calculan las frecuencias observadas (`freq_obs`) y las esperadas (`freq_esp`) para cada estado en cada periodo:

```
freq_obs = pd.DataFrame(columns=("periodo", "Actual") )
for i in anos:
    for j in Estados:
        freq_obs.loc[len(freq_obs)] = [i,j]
freq_obs = pd.concat([freq_obs,pd.DataFrame(np.zeros((freq_obs.shape[0],
    len(Estados)+1)),columns=Estados+['Total'])], axis=1)
for i in range(len(dh)-1):
    secuencia = dh.loc[i].tolist()
    freq_obs.loc[(freq_obs['periodo'] == secuencia[0]) & (freq_obs['
    Actual'] == secuencia[1]),secuencia[2]] += 1
freq_obs['Total'] = freq_obs[Estados].sum(axis=1)
```

Este bloque cuenta el número de veces que cada estado 'Actual' transita al estado 'Siguiente' dentro de cada periodo.

Posteriormente, se calculan las probabilidades observadas (`prob_obs`) y esperadas (`prob_esp`) dividiendo las frecuencias observadas y esperadas por los totales correspondientes.

El siguiente paso es calcular el estadístico Chi-cuadrado utilizando la fórmula:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \times \text{Total Observado} \tag{6}$$

El valor de χ^2 se compara con el valor crítico de la distribución Chi-cuadrado con los grados de libertad apropiados:

```
resultado = ((prob_obs - prob_esp) ** 2 / prob_esp).sum(axis=1) *
    freq_obs["Total"]
chi_2 = resultado.sum()
deg_free = (prob_esp.shape[1]-1)*(prob_esp.shape[0]-1)
alpha = 0.05
chi2_inv = stats.chi2.ppf(1-alpha, deg_free)
```

Aquí, `'deg_free'` representa los grados de libertad, y `'chi2_inv'` es el valor crítico de la distribución Chi-cuadrado al nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$.

Finalmente, se compara el valor calculado de χ^2 con el valor crítico:

```
if chi_2 < chi2_inv:
    Homogenea = "No se rechaza Ho"
else:
    Homogenea = "Se rechaza Ho"
```

Si χ^2 es menor que el valor crítico, no se rechaza la hipótesis nula (`Ho`), indicando que el modelo es homogéneo.

Además de la decisión sobre la homogeneidad, el código también calcula y presenta la matriz de transición basada en las frecuencias esperadas.

Análisis de la cadena de Markov

Para el análisis de la cadena de Markov se va a calcular las probabilidades de cinco días consecutivos de subida o bajada. Posteriormente, el análisis del estado límite explora las probabilidades estacionarias, que indican las probabilidades a largo plazo de que la tasa de cambio se encuentre en ciertos estados. También se calcula el tiempo de primera pasada, que mide cuánto tiempo en promedio se toma para regresar a un estado específico tras haberlo abandonado.

Probabilidad de 5 días consecutivos de subida

Para calcular la probabilidad de 5 días consecutivos de subida, se utiliza la siguiente fórmula:

$$P(X_5 = [S_i], X_4 = [S_i], X_3 = [S_i], X_2 = [S_i], X_1 = [S_i] \mid X_0 = [\omega]) \tag{7}$$

Donde:

- **i**: Representa todos los estados posibles de la letra en esa matriz de transición.
- **omega**: Representa todos los estados posibles de la matriz de transición.

En resumen, esta probabilidad se puede interpretar como la probabilidad de que, desde el día 1 hasta el día 5, el valor de la divisa aumente sin registrar cambios negativos, partiendo desde cualquier estado inicial.

Existen dos métodos para calcular esta probabilidad:

1. **Árbol de probabilidad**: Consiste en generar todas las combinaciones posibles de 5 días consecutivos en los que se registre una subida, comenzando desde cualquier estado. Luego, se multiplican las probabilidades a lo largo de cada rama del árbol y, finalmente, se suman las probabilidades de todas las ramas, obteniendo así la probabilidad de 5 días consecutivos de subida.

2. **Creación de submatrices de la matriz de transición**: Este método es el que se desarrollará en este documento. Para aplicarlo, es necesario construir dos submatrices:

    - La primera submatriz tiene como filas todos los estados posibles y como columnas solo los estados de subida.

- La segunda submatriz es una matriz cuadrada que incluye solo los estados de subida, tanto en filas como en columnas, como se muestra a continuación en las siguientes tablas:

Cuadro 9

Primera submatriz

	S1	S2	S3
B3	0.909091	0.000000	0.000000
B2	0.708333	0.083333	0.000000
B1	0.481579	0.076316	0.015789
S1	0.479691	0.038685	0.005803
S2	0.660714	0.053571	0.035714
S3	0.545455	0.000000	0.000000

Cuadro 10

Segunda submatriz

	S1	S2	S3
S1	0.479691	0.038685	0.005803
S2	0.660714	0.053571	0.035714
S3	0.545455	0.000000	0.000000

Con estas dos submatrices, el siguiente paso es elevar la segunda submatriz a la potencia 5. Luego, se multiplica la primera submatriz por el resultado de la elevación de la segunda, y finalmente, se suman todos los elementos de la matriz resultante para obtener la probabilidad de que haya 5 días consecutivos de subida. A continuación, se muestra el código correspondiente:

```
mt_inicio = mt.drop(columns=["B3", "B2", "B1", "Total"])
mt_final = mt_inicio.drop(index=["B3", "B2", "B1"])
```

```
p_inicio = mt_inicio.to_numpy()
p_final = mt_final.to_numpy()

resultado = (np.matmul(p_inicio, np.linalg.matrix_power(p_final,
    consecutivos))).sum()
resultado
```

Probabilidad de 5 días consecutivos de bajada

Para calcular la probabilidad de 5 días consecutivos de bajada, se utiliza la siguiente fórmula:

$$P(X_5 = [B_i], X_4 = [B_i], X_3 = [B_i], x_2 = [B_i], X_1 = [B_i] \mid X_0 = [\omega]) \tag{8}$$

Donde:

- **i**: Representa todos los estados posibles de la letra en esa matriz de transición.
- **omega**: Representa todos los estados posibles de la matriz de transición.

En resumen, esta probabilidad se puede interpretar como la probabilidad de que, desde el día 1 hasta el día 5, el valor de la divisa disminuya sin registrar cambios positivos, partiendo desde cualquier estado inicial.

Existen dos métodos para calcular esta probabilidad:

1. **Árbol de probabilidad**: Consiste en generar todas las combinaciones posibles de 5 días consecutivos en los que se registre una bajada, comenzando desde cualquier estado. Luego, se multiplican las probabilidades a lo largo de cada rama del árbol y, finalmente, se suman las probabilidades de todas las ramas, obteniendo así la probabilidad de 5 días consecutivos de bajada.

2. **Creación de submatrices de la matriz de transición**: Este método es el que se desarrollará en este documento. Para aplicarlo, es necesario construir dos submatrices:

   - La primera submatriz tiene como filas todos los estados posibles y como columnas solo los estados de bajada.

- La segunda submatriz es una matriz cuadrada que incluye solo los estados de bajada, tanto en filas como en columnas, como se muestra a continuación en las siguientes tablas:

Cuadro 11

primera submatriz

	B3	B2	B1
B3	0.000000	0.000000	0.090909
B2	0.020833	0.083333	0.104167
B1	0.007895	0.050000	0.368421
S1	0.005803	0.042553	0.427466
S2	0.053571	0.053571	0.142857
S3	0.090909	0.000000	0.363636

Cuadro 12

Tercera submatriz

	B3	B2	B1
B3	0.000000	0.000000	0.090909
B2	0.020833	0.083333	0.104167
B1	0.007895	0.050000	0.368421

Con estas dos submatrices, el siguiente paso es elevar la segunda submatriz a la potencia 5. Luego, se multiplica la primera submatriz por el resultado de la elevación de la segunda, y finalmente, se suman todos los elementos de la matriz resultante para obtener la probabilidad de que haya 5 días consecutivos de bajada. A continuación, se muestra el código correspondiente:

```
 mt_inicio = mt.drop(columns=["S1", "S2", "S3", "Total"])
mt_final = mt_inicio.drop(index=["S1", "S2", "S3"])
```

```
    p_inicio = mt_inicio.to_numpy()
    p_final = mt_final.to_numpy()

    resultado = (np.matmul(p_inicio, np.linalg.matrix_power(p_final,
  consecutivos))).sum()
```

Análisis del estado límite

Las cadenas de Markov modelan sistemas que transitan entre estados, donde el futuro depende solo del estado actual. La distribución estacionaria muestra las probabilidades a largo plazo de estar en cada estado. Los tiempos de primera pasada indican el tiempo promedio para que la cadena vuelva a un estado específico después de haberlo dejado.

Distribución estacionaria

En el análisis de cadenas de Markov, la **distribución estacionaria** es un vector de probabilidades que describe el comportamiento a largo plazo de la cadena. Si π es la distribución estacionaria y P es la matriz de transición, entonces π satisface la ecuación:

$$\pi P = \pi \tag{9}$$

Esto significa que π es invariante bajo la matriz de transición P. La distribución estacionaria se puede interpretar como las probabilidades a largo plazo de que la cadena se encuentre en cada uno de los estados posibles.

Para calcular la distribución estacionaria, se plantea un sistema de ecuaciones lineales que se puede resolver mediante álgebra matricial. Los pasos para realizar este cálculo son los siguientes:

Los pasos para calcular la distribución estacionaria son los siguientes:

1. Se crea una matriz identidad del mismo tamaño que la matriz de transición P.

2. Se resta la matriz de transición de la matriz identidad, resultando en una nueva matriz.

3. Para resolver el sistema de ecuaciones, se añade una fila con valores 1 a esta nueva matriz, lo que permitirá determinar los valores del sistema.

4. Se añade un vector columna con ceros, excepto en la última posición, que toma el valor 1.

5. Finalmente, se calcula la inversa de la matriz modificada y se multiplica por el vector columna para obtener la distribución estacionaria.

El siguiente código en Python muestra este proceso paso a paso:

```python
total = [0, 0, 0, 0, 0, 1]
m_identidad = np.eye(6)
mt_n = ((mt.drop(columns="Total")).T).to_numpy()
resultado = np.subtract(m_identidad, mt_n)
resultado = pd.DataFrame(resultado)
resultado = resultado.drop(index=0)
resultado.loc[6] = [1, 1, 1, 1, 1, 1]
resultado = resultado.to_numpy()
resultado_in = np.linalg.inv(resultado)
dis_est = np.matmul(resultado_in, total)
dis_est = (pd.DataFrame(dis_est)).T
dis_est.columns = Estados
```

Este código utiliza la librería `numpy` para las operaciones matriciales y `pandas` para la manipulación de datos. Al final, se obtiene un vector que corresponde a la distribución estacionaria de la cadena de Markov.

Tiempos de primera pasada

En el contexto de las cadenas de Markov, los **tiempos de primera pasada** son una medida clave para comprender el comportamiento dinámico del sistema. El tiempo de primera pasada, denotado como μ_{ij}, representa el número esperado de pasos que toma una cadena para llegar al estado j por primera vez, partiendo del estado i (Grinstead & Snell, s.f.). Matemáticamente, este valor puede expresarse como:

$$\mu_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik}\mu_{kj} \tag{10}$$

donde p_{ik} es el elemento correspondiente de la matriz de transición, y μ_{kj} es una matriz de ceros del mismo tamaño que la matriz de transición, con la condición de que $i \neq j$. Estos tiempos son útiles para analizar la recurrencia y la transitoriedad de los estados dentro de la cadena de Markov.

Para calcular la matriz de tiempos de primera pasada, se puede utilizar la fórmula mencionada o emplear el siguiente código en Python, que implementa el cálculo de forma computacional:

```python
mt_p = (mt.drop(columns="Total")).to_numpy()
n = len(mt_p)
m = np.zeros((n, n))
for j in range(n):
    for i in range(n):
        if i != j:
            suma = 0
            for k in range(n):
                if k != j:
                    suma += mt_p[i][k] * m[k][j]
            m[i][j] = 1 + suma
prim_vi = pd.DataFrame(m, columns=Estados, index=Estados)
prim_vi
```

Este código toma la matriz de transición sin la columna "Total", luego calcula los tiempos de primera pasada para cada par de estados (i, j) y almacena los resultados en un `DataFrame` de `pandas`.

Ganancia esperada

La ganancia esperada puede entenderse como un análogo de la esperanza matemática, que representa el valor promedio al que tiende una variable aleatoria cuando se repite un evento probabilístico muchas veces. En este contexto, la ganancia esperada se refiere a la variación esperada en el valor de una moneda. Para calcular la esperanza de una variable aleatoria, se multiplica cada uno de sus posibles valores por la probabilidad de que ocurran, y luego se suman los resultados.

Dado que en este caso cada estado de la cadena de Markov representa un rango de valores y no un número específico, fue necesario asignar una variación representativa a cada estado. Esto se realizó ajustando una distribución normal a los datos clasificados dentro de cada estado, y asignando como variación esperada la media de la distribución ajustada. En otras palabras, se calculó la esperanza matemática de la variación porcentual de cada estado utilizando un ajuste de distribución normal para obtener los parámetros de la distribución (μ, σ), donde la media μ representa la variación esperada. El cálculo de esta esperanza está dado por la ecuación 11, aplicada en código de Python, que realiza el ajuste de normalidad y retorna los parámetros de la distribución con mejor ajuste.

$$E[X] = \int -\infty^{\infty} x \cdot f(x), dx \tag{11}$$

Dado que las variaciones se han ajustado a una distribución normal, podemos simplificar que $E[x] = \mu$. Por lo tanto, la media de la distribución normal de cada estado representa la variación esperada en dicho estado.

La ganancia esperada total de la moneda se calcula utilizando las probabilidades de transición de la matriz de Markov. Sin embargo, dado que cada estado ahora tiene una variación asignada, es posible estimar la variación esperada para cada fila de la matriz de transición. Esta variación esperada refleja el cambio esperado considerando que el sistema se encuentra en un estado particular. Para realizar este cálculo en el caso de estados finitos y discretos, se utiliza la ecuación 12, que calcula la esperanza como la suma de las multiplicaciones entre la variación de cada estado y su probabilidad de transición.

$$E[X] = \sum ix_i \cdot p_i \tag{12}$$

Así, se obtiene una matriz que muestra la variación esperada en la transición desde un estado actual hacia cualquier otro estado. La suma de los valores en cada fila de esta matriz representa la variación esperada para el estado actual en un solo paso. Como las cadenas de Markov en este análisis son ergódicas, se puede estudiar el comportamiento en el límite. Para ello, se calcula la distribución estacionaria mediante la ecuación 16, obteniendo un vector de probabilidades estacionarias. Este vector puede utilizarse para ponderar las variaciones esperadas en un solo paso, lo que permite calcular la ganancia total esperada en el límite. De esta forma, se tienen en cuenta las posibilidades de alzas y bajas partiendo desde cualquier estado, proporcionando una visión más completa de la ganancia total, considerando las variaciones esperadas en todos los estados posibles. En cuanto a resultados se obtendrían entonces, una matriz de variación esperada en un paso, otra matriz de variación esperada en el límite, y una variación esperada total en el límite. En este contexto, se asume que la variación representa la ganancia debido a que la variación esta calculada en términos porcentuales del precio, por lo tanto una variación positiva o negativa representan ganancias y perdidas en el precio de la moneda.

Algoritmo de predicción

De manera similar a la ganancia esperada, se podría definir que una aproximación decente al precio futuro se daría por $Y_n * (1 + Var[Y_n])$. Esto indicaría que la estimación del valor futuro se realiza sobre una base probabilística de la variación esperada, a partir de un valor presente y estado actual dado. Ahora bien, también sería factible realizar una estimación para periodos más largos de tiempo, para lo cuál se utilizaría la distribución estacionaría y la variación asignada a cada estado. Para este algoritmo en especial lo que se busca es utilizar la matriz de transición y la variación esperada para cada estado para realizar un recorrido aleatorio de n días. Este algoritmo crearía una trayectoria de la cadena y el valor final de esta sería el valor estimado después de n días.

Para efectos de verificación del algoritmo, se realizaron las siguientes pruebas tomando como referencia los precios del día 1 de septiembre de 2020 como valores actuales, y se buscó determinar los precios futuros para el día 1 de septiembre de 2024. Como estado inicial se decidió dejar el estado $S1$ por defecto, debido a que es el único estado al que pertenece la posibilidad de invariación de la tasa de cambio. Con los resultados del algoritmo se puede realizar la comparación con la última fecha de registro y observar el error de la estimación.

Cuadro 13

Resultados Algoritmo de predicción

	JPY	MXN	CHF	GBP
Valor Estimado	28.78	234.23	4,650.50	5,648.02
Valor Real	28.57	211.78	4,903.42	5,467.69
Error	0.74 %	10.60 %	-5.16 %	3.30 %

Análisis y recomendaciones

Al aplicar las metodologías mencionadas anteriormente, sobre la construcción de la cadena de Markov de primer orden, las pruebas de hipótesis, probabilidad de que suba 5 días consecutivos o baje, la distribución estacionaria, el tiempo de primera pasada y ganancias esperadas, se obtuvo para las diferentes divisas los siguientes resultados:

JPY

Propiedad markoviana y homogeneidad

En el caso de la divisa japonesa, se concluyó que tanto en la prueba de hipótesis Markoviana de primer orden como en la de homogeneidad, no se rechazan las hipótesis nulas. Esto implica, que no existe suficiente evidencia para afirmar, que el modelo de primer orden no es adecuado para describir el proceso en estudio, ni tampoco, que las distribuciones de las diferentes muestras son distintas.

Por lo tanto, se podría interpretar que para el Yen, en la matriz de transición, solo se necesita el estado actual para predecir la probabilidad del día siguiente o incluso del año siguiente, lo cual cumple con la regla Markoviana de primer orden. Además, el hecho de que no se rechace la hipótesis de homogeneidad podría inferir que, independientemente del año en que se encuentre la matriz de transición, sus distribuciones de probabilidades son similares.

A continuación se mostrará la matriz de transición.

Cuadro 14

Matriz de transición para JPY

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	0.000000	0.090909	0.909091	0.000000	0.000000
B2	0.020833	0.083333	0.104167	0.708333	0.083333	0.000000
B1	0.007895	0.050000	0.368421	0.481579	0.076316	0.015789
S1	0.005803	0.042553	0.427466	0.479691	0.038685	0.005803
S2	0.053571	0.053571	0.142857	0.660714	0.053571	0.035714
S3	0.090909	0.000000	0.363636	0.545455	0.000000	0.000000

En la matriz de transición del yen presentada, se observa que los estados con mayor probabilidad de permanecer en su propio estado son B1 y S1, con probabilidades de 0.37 y 0.48, respectivamente. Esto sugiere que la tasa de cambio del yen frente al peso colombiano tiende a mantenerse en un rango de estabilidad moderada, lo que está alineado con el análisis inicial del boxplot, que indicaba estabilidad y ausencia de valores atípicos significativos en comparación con otras divisas.

Además, es notable que desde el estado B1, la mayor probabilidad es transitar a S1 (0.48), lo que indica que, tras una ligera depreciación, es probable que el yen se aprecie levemente. De manera similar, el estado S2 tiende a moverse hacia S1 con una probabilidad de 0.66, lo que sugiere que las apreciaciones más notables tienden a suavizarse rápidamente.

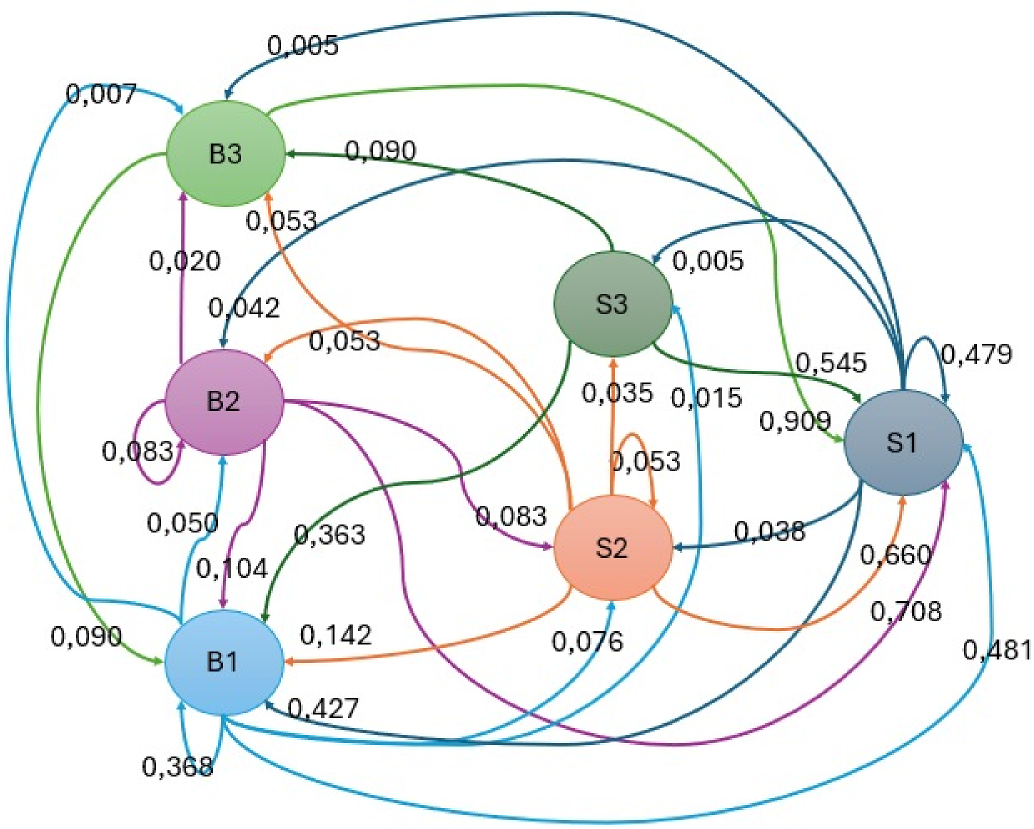


Figura 3

Diagrama de Markov JPY

En conjunto, esta matriz de transición refuerza la idea de que el yen presenta una dinámica relativamente estable con fluctuaciones controladas, lo que coincide con su reputación como una moneda refugio.

Análisis de la cadena de Markov

- **Probabilidad de Subida y Bajada:** La probabilidad de tener 5 días consecutivos de subida es de 18.86 %, mientras que la probabilidad de tener 5 días consecutivos de bajada es mucho menor, de 1.60 %. Esto indica que, aunque es posible que el yen experimente varios días de apreciación continua, es mucho menos probable que presente caídas consecutivas, lo que sugiere una tendencia a la apreciación o estabilidad más que a una depreciación prolongada.

- **Distribución Estacionaria:** La distribución estacionaria muestra que los estados más probables a largo plazo son S1 (50.6 %) y B1 (37.1 %), lo que refuerza la idea de estabilidad en el yen. Estos estados representan pequeñas fluctuaciones, tanto de apreciación (S1) como de depreciación (B1), lo que coincide con el comportamiento más estable y menos volátil que se espera del yen como una moneda refugio. Los estados extremos, como B3 y S3, tienen una baja probabilidad de ocurrir, con solo un 1 % cada uno, lo que refleja que los movimientos extremos son inusuales para esta divisa, esta información se muestra en la tabla siguiente.

Cuadro 15

Distribución estacionaria para JPY

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
	0.010748	0.046914	0.370547	0.506342	0.054706	0.010743

- **Tiempo de Primera Pasada:** Los tiempos de primera pasada muestran que desde el estado B3 (una depreciación fuerte), El tiempo que se demora en estar en cualquier otro estado es de 1 paso,lo que significa que este estado es insostenible a largo plazo. Del mismo modo, el tiempo de permanencia en B1 y S1 es más largo, lo que sugiere que, si la tasa de cambio se encuentra en estos estados de fluctuaciones leves, es probable que se mantenga allí por más tiempo antes de pasar a otro estado. En contraste, estados como S3 (apreciación fuerte) son más transitorios y tienden a cambiar rápidamente.

Ganancia esperada

- **Ganancia esperada en un paso entre estados:** La ganancia esperada en un paso para la divisa JPY muestra fluctuaciones importantes entre los estados. El estado que presenta una mayor ganancia esperada es S2 (apreciación moderada), con un valor de 0.1113 %, seguido de B3 (depreciación fuerte) con 0.2378 %. Esto sugiere que, en un

Cuadro 16

Tiempo de Primera Pasada para la Divisa JPY

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B2	1.000000	0.000000	1.020833	1.020833	1.020833	1.020833
B1	1.050000	1.007895	0.000000	1.058936	1.058936	1.058936
S1	1.491393	1.436644	1.049242	0.000000	1.501902	1.501902
S2	2.188956	2.146767	1.801508	1.259536	0.000000	2.251864
S3	2.195305	2.241040	1.663223	1.475977	2.295196	0.000000

solo paso, el yen tiene una mayor tendencia a moverse hacia estados de apreciación moderada o fuerte, lo que podría estar relacionado con correcciones rápidas tras caídas abruptas. Por otro lado, el estado S3 (apreciación fuerte) muestra una ganancia esperada negativa, lo que indica que, en este estado, la moneda podría experimentar una caída en los próximos periodos.

Cuadro 17

Ganancia esperada (%) en un paso entre estados para el yen japonés (JPY)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.0	-0.0534	0.2912	0.0	0.0	0.2378
B2	-0.0563	-0.1404	-0.0612	0.2269	0.171	0.0	0.1399
B1	-0.0214	-0.0842	-0.2163	0.1542	0.1566	0.0481	0.037
S1	-0.0157	-0.0717	-0.251	0.1536	0.0794	0.0177	-0.0877
S2	-0.1449	-0.0902	-0.0839	0.2116	0.1099	0.1088	0.1113
S3	-0.2459	-0.0	-0.2135	0.1747	0.0	0.0	-0.2847

- **Ganancia esperada en el límite entre estados:** En el largo plazo, la ganancia esperada se estabiliza y disminuye de manera significativa en comparación con las fluctuaciones a corto plazo. El estado S1 (apreciación leve) presenta la mayor ganancia esperada en el límite con un valor de 0.0778 %, mientras que el estado B1 (depreciación leve) tiene una pérdida de -0.0802 %. La ganancia total esperada en el límite es de -0.0186 %, lo que sugiere que, a largo plazo, el yen japonés tendería a experimentar una leve depreciación, aunque la fluctuación esperada entre apreciaciones y depreciaciones no es muy significativa.

Cuadro 18

Ganancia esperada (%) en el límite entre estados para el yen japonés (JPY)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.0	-0.0006	0.0031	0.0	0.0	0.0026
B2	-0.0026	-0.0066	-0.0029	0.0106	0.008	0.0	0.0066
B1	-0.0079	-0.0312	-0.0802	0.0572	0.058	0.0178	0.0137
S1	-0.0079	-0.0363	-0.1271	0.0778	0.0402	0.0089	-0.0444
S2	-0.0079	-0.0049	-0.0046	0.0116	0.006	0.006	0.0061
S3	-0.0026	-0.0	-0.0023	0.0019	0.0	0.0	-0.0031

En conclusión, el yen japonés muestra una tendencia general a la estabilidad, con fluctuaciones controladas entre apreciaciones y depreciaciones leves, lo que lo posiciona como una moneda refugio. La mayor parte del tiempo, se mantiene en los estados S1 (apreciación leve) y B1 (depreciación leve), lo que refuerza su comportamiento estable a largo plazo. La ganancia esperada a corto plazo es más volátil, pero a largo plazo tiende a una depreciación moderada, con una ganancia total esperada de -0.0186 %. Se recomienda monitorear los movimientos hacia los estados S2 y S3, ya que indican apreciaciones más notables, y aprovechar estas oportunidades de mercado a corto plazo. Sin embargo, para inversiones a largo plazo, es importante considerar la leve depreciación esperada y diversificar en otras monedas más volátiles.

MXN

Propiedad markoviana y prueba de homogeneidad

Al igual que la divisa de japón, la divisa mexicana no rechaza la prueba de hipótesis Markoviana ni la de homogeneidad, por lo cual se interpreta que para el peso mexicano, en la matriz de transición, solo se necesita el estado actual para predecir la probabilidad del día siguiente o incluso del año siguiente, lo cual cumple con la regla Markoviana de primer orden. Además, el hecho de que no se rechace la hipótesis de homogeneidad podría significar que, independientemente del año en que se encuentre la matriz de transición, sus distribuciones de probabilidades son similares.

A continuación se mostrará la matriz de transición para la divisa mexicana.

Cuadro 19

Matriz de Transición para MXN

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	0.133333	0.200000	0.666667	0.000000	0.000000
B2	0.025974	0.025974	0.103896	0.571429	0.168831	0.103896
B1	0.013514	0.077703	0.239865	0.564189	0.077703	0.027027
S1	0.009124	0.074818	0.359489	0.509124	0.040146	0.007299
S2	0.015385	0.123077	0.200000	0.553846	0.076923	0.030769
S3	0.136364	0.045455	0.181818	0.545455	0.090909	0.000000

En la matriz de transición del peso mexicano, se observa que el estado con la mayor probabilidad de mantenerse constante es B1 (depreciación leve), con un valor de 0.2399. Esto indica que el peso mexicano tiende a permanecer en un estado de depreciación leve con mayor frecuencia en comparación con otros estados, lo que refleja una tendencia de fluctuación ligera en lugar de movimientos más extremos.

Si el estado actual es B3 (depreciación fuerte), la mayor probabilidad de transición es hacia S1 (apreciación leve), con un valor de 0.6667, lo que sugiere que las depreciaciones

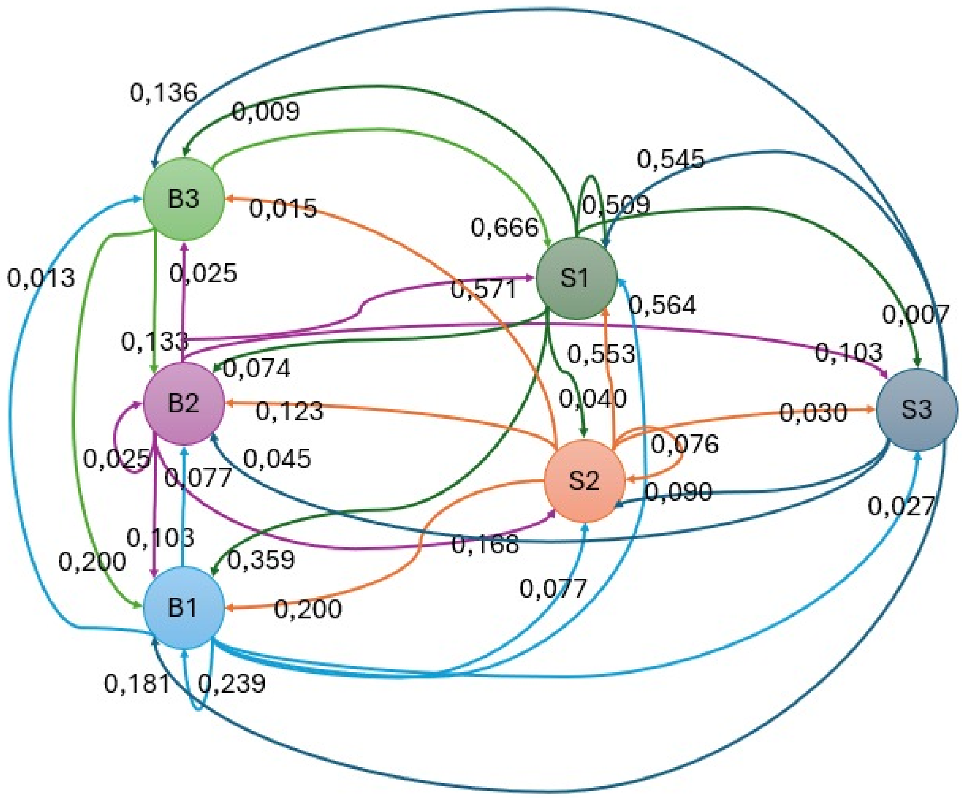


Figura 4

Diagrama de Markov MXN

fuertes suelen corregirse rápidamente hacia una apreciación leve. Este comportamiento indica que los episodios de depreciación extrema no suelen ser prolongados, y el peso tiende a recuperarse relativamente rápido.

De manera similar, si el estado actual es B2 (depreciación moderada), el siguiente estado más probable también es S1 (apreciación leve), con una probabilidad de 0.5714. Esto reafirma que, después de una depreciación moderada, el peso mexicano tiende a apreciarse levemente.

Por otro lado, para los estados de apreciación, si el estado actual es S1 (apreciación leve), la mayor probabilidad es que permanezca en este mismo estado, con un valor de 0.5091, lo que resalta la estabilidad del peso mexicano en niveles de apreciación moderada. Sin embargo, si el estado es S3 (apreciación fuerte), la mayor probabilidad de transición es hacia S1, con un valor de 0.5455, lo que indica que las apreciaciones fuertes tienden a revertirse hacia niveles más moderados de apreciación.

Análisis de la cadena de Markov

- **Probabilidad de Subida y Bajada:** La probabilidad de tener 5 días consecutivos de subida es de 23.69 %, mientras que la probabilidad de tener 5 días consecutivos de bajada es significativamente menor, de 0.40 %. Esto sugiere que es más probable que el peso mexicano experimente varios días consecutivos de apreciación, mientras que las caídas prolongadas son poco frecuentes, lo que indica una tendencia a la apreciación o estabilidad en lugar de una depreciación continua.

- **Distribución Estacionaria:** La distribución estacionaria revela que los estados más probables a largo plazo son S1 (53.6 %) y B1 (28.9 %), lo que sugiere que el peso mexicano tiende a fluctuar en rangos de apreciación leve (S1) o depreciación leve (B1). Los estados extremos, como B3 (1.5 %) y S3 (2.2 %), tienen una baja probabilidad de ocurrencia, lo que indica que movimientos extremos son raros para esta divisa. Esta información se muestra en la siguiente tabla.

Cuadro 20

Distribución Estacionaria para la Divisa MXN

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
	0.014663	0.075269	0.289345	0.535679	0.063539	0.021505

- **Tiempo de Primera Pasada:** Los tiempos de primera pasada muestran que desde el estado B3 (una depreciación fuerte), el tiempo que se demora, lo que indica que este estado es insostenible a largo plazo. Similarmente, el tiempo de primera pasada para los estados B1 y S1 es más largo, lo que implica que una vez que el peso mexicano se encuentra en estos estados de fluctuaciones leves, tiende a permanecer en ellos por más tiempo antes de transitar a otros estados. En contraste, el estado S3 (apreciación fuerte) es más transitorio y cambia rápidamente, lo que refleja una menor estabilidad en movimientos extremos.

Cuadro 21

Tiempo de Primera Pasada para la Divisa MXN

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B2	1.000000	0.000000	1.025974	1.025974	1.025974	1.025974
B1	1.077703	1.013514	0.000000	1.093234	1.093234	1.093234
S1	1.462240	1.373471	1.085885	0.000000	1.478891	1.478891
S2	2.148473	1.978779	1.743072	1.360305	0.000000	2.179383
S3	2.234302	2.249694	1.933761	1.505433	2.188436	0.000000

Ganancia esperada

- **Ganancia esperada en un paso entre estados:** La ganancia esperada en un paso para el peso mexicano (MXN) presenta algunas fluctuaciones importantes entre los estados. El estado B2 (depreciación moderada) muestra la mayor ganancia esperada, con un valor positivo de 0.6386 %, lo que sugiere que en un paso, este estado tiene la mayor probabilidad de generar una apreciación positiva para el peso mexicano. De manera similar, los estados B1 (depreciación leve) y S2 (apreciación moderada) también muestran ganancias positivas, con valores de 0.1052 % y 0.0546 %, respectivamente. Sin embargo, los estados B3 (depreciación fuerte), S1 (apreciación leve) y S3 (apreciación fuerte) tienen ganancias esperadas negativas, lo que indica que la moneda podría experimentar pérdidas si se encuentra en estos estados.

- **Ganancia esperada en el límite entre estados:** A largo plazo, la ganancia esperada se estabiliza y disminuye considerablemente en comparación con las fluctuaciones a corto plazo. El estado B2 (depreciación moderada) sigue mostrando la

Cuadro 22

Ganancia esperada (%) en un paso entre estados para el peso mexicano (MXN)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.225	-0.120	0.228	0.0	0.0	-0.117
B2	-0.058	-0.044	-0.062	0.195	0.296	0.312	0.639
B1	-0.030	-0.131	-0.144	0.193	0.136	0.081	0.105
S1	-0.021	-0.126	-0.215	0.174	0.070	0.022	-0.096
S2	-0.035	-0.208	-0.120	0.189	0.135	0.092	0.055
S3	-0.306	-0.077	-0.109	0.187	0.159	0.0	-0.146

mayor ganancia esperada en el límite con un valor de 0.0481 %. El estado B1 (depreciación leve) también muestra una ganancia positiva de 0.0304 %, mientras que los demás estados, como B3, S1 y S3, muestran pérdidas esperadas a largo plazo. En general, la ganancia total esperada en el límite es de 0.0260 %, lo que sugiere que a largo plazo, el peso mexicano tendería a experimentar una ligera apreciación.

Cuadro 23

Ganancia esperada (%) en el límite entre estados para el peso mexicano (MXN)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.003	-0.002	0.003	0.0	0.0	-0.002
B2	-0.004	-0.003	-0.005	0.015	0.022	0.024	0.048
B1	-0.009	-0.038	-0.042	0.056	0.039	0.024	0.030
S1	-0.011	-0.068	-0.115	0.093	0.038	0.012	-0.051
S2	-0.002	-0.013	-0.008	0.012	0.009	0.006	0.004
S3	-0.007	-0.002	-0.002	0.004	0.003	0.0	-0.003

El análisis del comportamiento de la divisa mexicana (MXN) sugiere que, en el corto plazo, el peso tiende a fluctuar entre apreciaciones y depreciaciones leves, con una alta probabilidad de estabilidad en los estados de apreciación leve (S1) y depreciación leve (B1). A largo plazo, la distribución estacionaria y la ganancia esperada indican que el peso es más propenso a apreciarse ligeramente. Los movimientos extremos, tanto de fuerte apreciación como de fuerte depreciación, son raros y suelen corregirse rápidamente hacia niveles más moderados. Por tanto, se recomienda adoptar una estrategia conservadora, aprovechando las oportunidades de apreciación moderada (S1 y S2) y evitando movimientos especulativos en episodios de depreciación fuerte (B3), que tienden a ser transitorios.

CHF

Propiedad markoviana y prueba de homogeneidad

Al igual que las anteriores divisas, el franco suizo no rechaza la prueba de hipótesis Markoviana ni la de homogeneidad, por lo cual se podría interpretar que para el franco suizo, en la matriz de transición, solo se necesita el estado actual para predecir la probabilidad del día siguiente o incluso del año siguiente, lo cual cumple con la regla Markoviana de primer orden. Además, el hecho de que no se rechace la hipótesis de homogeneidad podría señalar que, independientemente del año en que se encuentre la matriz de transición, sus distribuciones de probabilidades son similares. A continuación se mostrará la matriz de transición para el franco suizo.

Cuadro 24

Matriz de Transición Para el CHF

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	0.000000	0.000000	0.090909	0.909091	0.000000	0.000000	1.0
B2	0.000000	0.078125	0.093750	0.703125	0.062500	0.062500	1.0
B1	0.012308	0.049231	0.320000	0.526154	0.080000	0.012308	1.0
S1	0.009058	0.068841	0.365942	0.505435	0.038043	0.012681	1.0
S2	0.037037	0.074074	0.185185	0.648148	0.055556	0.000000	1.0
S3	0.000000	0.058824	0.117647	0.705882	0.000000	0.117647	1.0

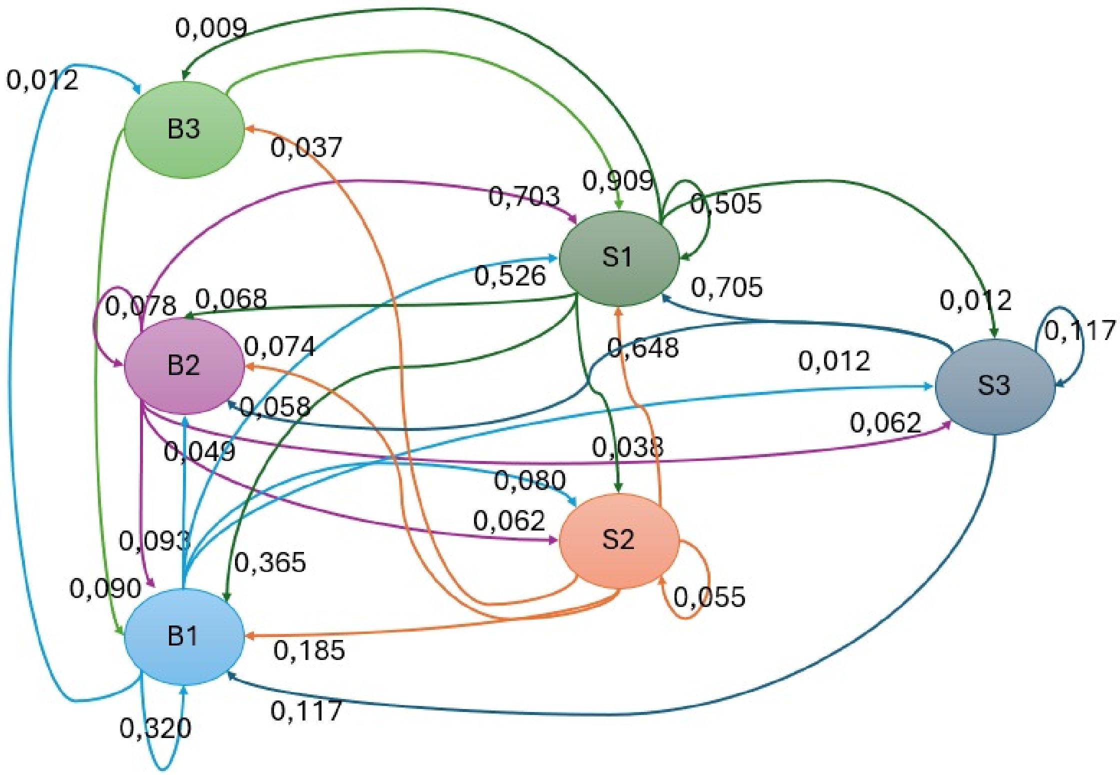


Figura 5

Diagrama de Markov CHF

En la matriz de transición de la moneda suiza (CHF), se destaca que el estado con la mayor probabilidad de mantenerse constante es S1 (apreciación leve), con un valor de 0.51. Esto indica que el franco suizo tiende a mantenerse en un estado de apreciación moderada, reflejando una notable estabilidad en lugar de fluctuaciones extremas.

Si el estado actual es B3 (depreciación fuerte), es muy probable que el siguiente estado sea S1 (apreciación leve), con una probabilidad de 0.91, lo que sugiere que los movimientos extremos de depreciación tienden a corregirse rápidamente. De manera similar, si el estado actual es B2, el siguiente estado más probable es S1, con una probabilidad de 0.70, lo que reafirma la tendencia del franco suizo a apreciarse después de episodios de depreciación moderada.

En el caso de los estados de apreciación, si el estado actual es S1, hay una alta probabilidad de que permanezca en ese estado (0.51), lo que subraya la estabilidad de este nivel. Si el estado es S3 (apreciación fuerte), es más probable que el siguiente estado sea S1 (0.71), lo que sugiere que las apreciaciones fuertes tienden a revertirse a niveles más moderados.

Análisis de la cadena de markov

- **Probabilidad de Subida y Bajada:** La probabilidad de tener 5 días consecutivos de subida es de 27.58 %, mientras que la probabilidad de tener 5 días consecutivos de bajada es mucho menor, de 0.68 %. Esto indica que el franco suizo (CHF) tiene una mayor tendencia a experimentar varios días consecutivos de apreciación, mientras que los periodos de depreciación prolongada son raros, sugiriendo una tendencia general a la estabilidad o apreciación.

- **Distribución Estacionaria:** La distribución estacionaria revela que los estados más probables a largo plazo son S1 (53.96 %) y B1 (31.77 %), lo que sugiere que el franco suizo tiende a fluctuar principalmente en rangos de apreciación leve (S1) o depreciación leve (B1). Los estados extremos como B3 (1.1 %) y S3 (1.7 %) tienen una baja probabilidad de ocurrencia, lo que indica que los movimientos extremos son inusuales para esta divisa. Esta información se puede observar en la siguiente tabla.

Cuadro 25

Distribución Estacionaria para la Divisa CHF

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
	0.010753	0.062561	0.317693	0.539589	0.052786	0.016618

- **Tiempo de Primera Pasada:** Los tiempos de primera pasada muestran que desde el estado B3 (una depreciación fuerte), el tiempo para llegar a cualquier es más largo, lo que indica que este estado es insostenible a largo plazo. De manera similar, el tiempo de primera pasada para los estados B1 y S1 es más prolongado, lo que sugiere que si el franco suizo se encuentra en estos estados de fluctuaciones leves, es más probable que se mantenga en ellos durante un periodo prolongado antes de transitar a otros estados. En contraste, el estado S3 (apreciación fuerte) es más transitorio y tiende a cambiar rápidamente, lo que refleja una menor estabilidad en movimientos extremos.

Cuadro 26

Tiempo de Primera Pasada para la Divisa CHF

	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B2	1.000000	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B1	1.049231	1.012308	0.000000	1.061538	1.061538	1.061538
S1	1.452798	1.379504	1.077899	0.000000	1.466360	1.466360
S2	2.210005	2.118624	1.809749	1.307692	0.000000	2.258111
S3	2.207767	2.092862	1.819693	1.183710	2.218788	0.000000

Ganancia esperada

- **Ganancia esperada en un paso entre estados:** La ganancia esperada en un paso para el franco suizo (CHF) presenta fluctuaciones significativas entre los diferentes estados. El estado S3 (apreciación fuerte) tiene la mayor ganancia esperada con un valor positivo de 0.3353 %, lo que sugiere que este estado tiene una alta probabilidad de generar apreciación en el CHF. El estado B2 (depreciación moderada) también muestra una ganancia considerable con un valor de 0.3061 %. Sin embargo, los estados B1 (depreciación leve) y S1 (apreciación leve) tienen ganancias negativas, con pérdidas esperadas de -0.0769 % y -0.0592 %, respectivamente, lo que indica que en estos estados, el CHF podría experimentar pérdidas.

- **Ganancia esperada en el límite entre estados:** A largo plazo, la ganancia esperada disminuye y se estabiliza, mostrando menores fluctuaciones en comparación

Cuadro 27

Ganancia esperada (%) en un paso entre estados para el franco suizo (CHF)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.0	-0.0453	0.2716	0.0	0.0	0.2263
B2	-0.0	-0.129	-0.0467	0.2101	0.1229	0.1488	0.3061
B1	-0.0263	-0.0813	-0.1594	0.1572	0.1573	0.0293	0.0769
S1	-0.0193	-0.1137	-0.1823	0.151	0.0748	0.0302	-0.0592
S2	-0.079	-0.1223	-0.0922	0.1936	0.1092	0.0	0.0093
S3	-0.0	-0.0971	-0.0586	0.2109	0.0	0.2802	0.3353

con los resultados de corto plazo. El estado B2 (depreciación moderada) presenta la mayor ganancia esperada en el límite con un valor de 0.0191 %. Por su parte, el estado B1 (depreciación leve) también muestra una ganancia positiva de 0.0244 %. No obstante, otros estados, como S1 (apreciación leve), continúan mostrando pérdidas en el largo plazo. En general, la ganancia total esperada en el límite es de 0.0201 %, lo que sugiere una leve apreciación del franco suizo a largo plazo.

Cuadro 28

Ganancia esperada (%) en el límite entre estados para el franco suizo (CHF)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.0	-0.0005	0.0029	0.0	0.0	0.0024
B2	-0.0	-0.0081	-0.0029	0.0131	0.0077	0.0093	0.0191
B1	-0.0083	-0.0258	-0.0506	0.0499	0.05	0.0093	0.0244
S1	-0.0104	-0.0613	-0.0983	0.0815	0.0404	0.0163	-0.032
S2	-0.0042	-0.0065	-0.0049	0.0102	0.0058	0.0	0.0005
S3	-0.0	-0.0016	-0.001	0.0035	0.0	0.0047	0.0056

El análisis del franco suizo (CHF) revela que esta divisa presenta una notable estabilidad, especialmente en el estado de apreciación leve (S1), el cual es el más probable tanto a corto como a largo plazo. La prueba markoviana y de homogeneidad refuerzan la idea de que el comportamiento futuro del CHF depende mayormente de su estado actual, lo que sugiere un patrón predecible. Apreciaciones fuertes y depreciaciones extremas son raras y tienden a corregirse rápidamente, lo que refuerza la percepción de estabilidad en esta moneda. A largo plazo, se espera una leve ganancia del CHF, aunque las apreciaciones moderadas pueden ser seguidas por correcciones. Se recomienda aprovechar el comportamiento predecible del CHF para estrategias de inversión a largo plazo, evitando especulaciones basadas en cambios abruptos, ya que el franco suizo muestra una tendencia general hacia la estabilidad y moderación en su fluctuación.

GBP

Propiedad markoviana y prueba de homogeneidad

Por último, la libra esterlina al igual que las anteriores divisas, no rechaza las pruebas de hipótesis de Markov y homogeneidad, por lo cual se podría interpretar que para la libra esterlina, en la matriz de transición, solo se necesita el estado actual para predecir la probabilidad del día siguiente o incluso del año siguiente, lo cual cumple con la regla Markoviana de primer orden. Además, el hecho de que no se rechace la hipótesis de homogeneidad podría apuntar que, independientemente del año en que se encuentre la matriz de transición, sus distribuciones de probabilidades son similares.

En la matriz de transición de la moneda británica (GBP), se observa que el estado con la mayor probabilidad de mantenerse constante es S1 (apreciación leve), con un valor de 0.50. Esto indica que la libra esterlina tiende a estabilizarse en un estado de apreciación leve, lo que refleja cierta estabilidad, aunque las fluctuaciones aún pueden presentarse.

Si el estado actual es B3 (depreciación fuerte), la probabilidad más alta es que el siguiente estado sea S1 (apreciación leve), con una probabilidad de 0.64. Esto sugiere que los movimientos de depreciación fuerte tienden a corregirse rápidamente hacia una apreciación leve. De manera similar, si el estado actual es B2 (depreciación moderada), el

Cuadro 29

Matriz de Transición para GBP

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	0.00	0.09	0.18	0.64	0.00	0.09	1.0
B2	0.00	0.05	0.11	0.75	0.07	0.02	1.0
B1	0.01	0.04	0.31	0.51	0.10	0.02	1.0
S1	0.01	0.05	0.39	0.50	0.04	0.01	1.0
S2	0.05	0.11	0.18	0.61	0.05	0.00	1.0
S3	0.00	0.07	0.13	0.73	0.07	0.00	1.0

siguiente estado más probable es S1, con una probabilidad de 0.75, lo que confirma una tendencia de la libra esterlina a revertirse hacia una apreciación tras episodios de depreciación.

En el caso de las apreciaciones, si el estado actual es S1, es probable que permanezca en ese estado (0.50), lo que subraya la estabilidad de este nivel. Si el estado es S3 (apreciación fuerte), el siguiente estado más probable es S1 (0.73), lo que sugiere que las apreciaciones fuertes tienden a revertirse hacia niveles más moderados.

Análisis de la cadena de Markov

- **Probabilidad de Subida y Bajada:** La probabilidad de tener 5 días consecutivos de subida es del 23.58 %, mientras que la probabilidad de experimentar 5 días consecutivos de bajada es mucho menor, solo un 0.72 %. Esto sugiere que la libra esterlina tiene una mayor propensión a experimentar varios días consecutivos de apreciación, mientras que los periodos prolongados de depreciación son raros, indicando una tendencia hacia la apreciación o estabilidad.

- **Distribución Estacionaria:** En cuanto a la distribución estacionaria, los estados más probables a largo plazo son S1 (apreciación leve) con una probabilidad del 52.98 % y B1 (depreciación leve) con un 33.05 %. Esto indica que la libra esterlina

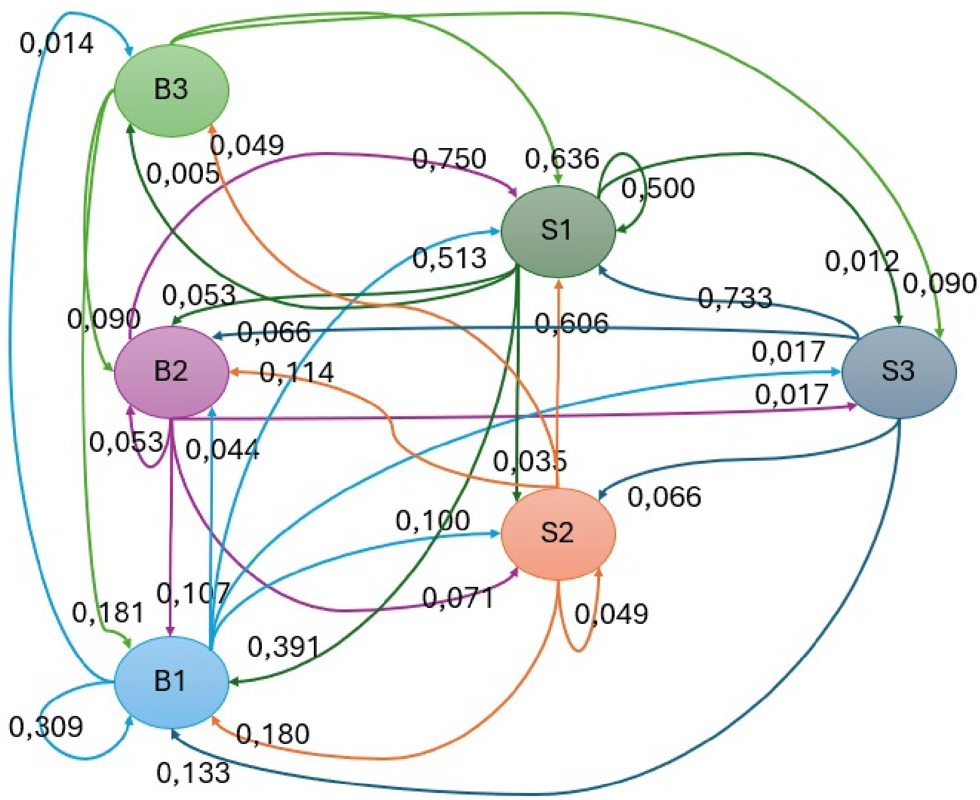


Figura 6

Diagrama de Markov para GBP

tiende a fluctuar principalmente entre estos dos estados de leves apreciaciones y depreciaciones. Los estados extremos como B3 (depreciación fuerte) y S3 (apreciación fuerte) son menos comunes, con probabilidades de 1.07 % y 1.47 %, respectivamente, lo que refleja que las fluctuaciones extremas son poco frecuentes.

Cuadro 30

Distribución Estacionaria para GBP

Estado	B3	B2	B1	S1	S2	S3
	0.010742	0.054745	0.330488	0.529796	0.059570	0.014659

- **Tiempo de Primera Pasada:** Los tiempos de primera pasada muestran que, desde el estado B3 (depreciación fuerte), el tiempo necesario para llegar a cualquier otro estado es de 1 unidad de tiempo, lo que indica que las fuertes depreciaciones son rápidamente corregidas. De manera similar, los tiempos para pasar desde B1 (depreciación leve) y S1 (apreciación leve) a otros estados son relativamente prolongados, lo que sugiere que estos estados de fluctuaciones leves tienden a ser más persistentes antes de que se produzca una transición a otro estado. En contraste, los estados de apreciación y depreciación extremas, como S3 y B3, son menos estables y tienden a cambiar más rápido.

Cuadro 31

Tiempo de Primera Pasada para la divisa GBP

Estado Inicial	B3	B2	B1	S1	S2	S3
B3	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B2	1.000000	0.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
B1	1.044248	1.014749	0.000000	1.058997	1.058997	1.058997
S1	1.462811	1.403192	1.059150	0.000000	1.474136	1.474136
S2	2.190340	2.083284	1.806370	1.354901	0.000000	2.249049
S3	2.424650	2.303193	1.963801	1.298193	2.288899	0.000000

Ganacia esperada

- **Ganancia esperada en un paso entre estados:** La ganancia esperada en un paso para la libra esterlina (GBP) muestra fluctuaciones notables entre los distintos estados. El estado B2 (depreciación moderada) presenta la mayor ganancia esperada con un valor positivo de 0.2696 %, lo que indica que existe una probabilidad alta de generar ganancias en este estado. El estado B3 (depreciación fuerte) también muestra una ganancia positiva de 0.2011 %, lo que sugiere que, a pesar de una depreciación severa, aún hay oportunidades para una ganancia en este escenario. Por otro lado, el estado S1 (apreciación leve) refleja una pérdida esperada con un valor de -0.0589 %, lo que sugiere que el GBP podría experimentar pérdidas menores en este estado.

Cuadro 32

Ganancia esperada (%) en un paso entre estados para la libra esterlina (GBP)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.1534	-0.0997	0.2123	0.0	0.2418	0.2011
B2	-0.0	-0.0904	-0.0587	0.2503	0.121	0.0475	0.2696
B1	-0.039	-0.0747	-0.1698	0.1713	0.1698	0.0471	0.1047
S1	-0.0147	-0.0905	-0.2148	0.1671	0.0595	0.0344	-0.0589
S2	-0.1301	-0.1937	-0.0988	0.2024	0.0833	0.0	-0.137
S3	-0.0	-0.1125	-0.0731	0.2447	0.1129	0.0	0.172

- **Ganancia esperada en el límite entre estados:** A largo plazo, la ganancia esperada para el GBP se estabiliza y presenta menores fluctuaciones. El estado B2 (depreciación moderada) mantiene la mayor ganancia esperada con un valor de 0.0148 %, lo que sugiere que, a largo plazo, es un estado favorable. El estado B1 (depreciación leve) también muestra una ganancia positiva de 0.0346 %, mientras que el estado S1 (apreciación leve) indica una pérdida esperada de -0.0312 %. En general, la ganancia total esperada en el límite es de 0.0147 %, lo que sugiere una leve apreciación del GBP a largo plazo.

La libra esterlina muestra una notable tendencia hacia la estabilidad, con una alta probabilidad de permanecer en estados de apreciación leve (S1), lo que sugiere una baja volatilidad. A pesar de los episodios de depreciación moderada (B2) y fuerte (B3), el análisis de la cadena de Markov indica que estos se corrigen rápidamente hacia estados de apreciación, lo que refleja una tendencia favorable para la moneda. La distribución estacionaria y los tiempos de primera pasada muestran que las fluctuaciones extremas son poco comunes, y las fluctuaciones leves son más persistentes. Las ganancias esperadas a

Cuadro 33

Ganancia esperada (%) en el límite entre estados para la libra esterlina (GBP)

	B3	B2	B1	S1	S2	S3	Total
B3	-0.0	-0.0016	-0.0011	0.0023	0.0	0.0026	0.0022
B2	-0.0	-0.005	-0.0032	0.0137	0.0066	0.0026	0.0148
B1	-0.0129	-0.0247	-0.0561	0.0566	0.0561	0.0156	0.0346
S1	-0.0078	-0.0479	-0.1138	0.0886	0.0315	0.0182	-0.0312
S2	-0.0078	-0.0115	-0.0059	0.0121	0.005	0.0	-0.0082
S3	-0.0	-0.0016	-0.0011	0.0036	0.0017	0.0	0.0025

corto y largo plazo refuerzan esta tendencia, con el estado B2 siendo el más favorable a largo plazo. Se recomienda aprovechar las oportunidades de ganancia en estados de depreciación moderada (B2) y mantenerse atento a las fluctuaciones leves, ya que tienden a ser más duraderas antes de cambiar. Sin embargo, las apreciaciones fuertes tienden a revertirse, por lo que es prudente no sobreestimar las ganancias en esos escenarios.

Cadenas de orden superior

Propiedad Markoviana

En este apartado, se abordarán las cadenas de Markov de orden dos, que siguen la siguiente fórmula:

$$P(X_{t+2} = i \mid X_{t+1} = j, X_t = k) \tag{13}$$

Para la creación de la prueba de hipótesis de orden dos, es necesario introducir un estado adicional, X_{t+3}, para comprobar si la cadena de orden dos explica adecuadamente la matriz de transición o si es necesario considerar un orden superior.

Para construir la prueba de hipótesis, es necesario calcular las frecuencias observadas y esperadas. Las frecuencias observadas contienen todas las combinaciones posibles entre los tiempos X_t, X_{t+1}, X_{t+2} y X_{t+3}. Al tener todas las combinaciones de todos los estados en los diferentes tiempos, se revisa en la base de datos para determinar si estos datos coinciden exactamente con las frecuencias observadas.

Simultáneamente, se debe calcular la frecuencia esperada, que es similar a la tabla de frecuencias observadas, pero eliminando la columna X_t, y luego se verifica en la base de datos cuáles combinaciones coinciden.

En este proceso, el 25 % de los datos debe tener frecuencias mayores a 5. Si no se cumple este requisito, es necesario combinar filas de las tablas de frecuencias observadas y esperadas hasta que se cumpla el criterio.

Una vez calculadas las frecuencias observadas y esperadas con sus respectivos totales por filas, se calculan las probabilidades observadas y esperadas. Esta fórmula ya se mencionó anteriormente en el documento.

Una vez obtenidas las probabilidades, se comparan utilizando una prueba de chi-cuadrado para determinar si son significativamente diferentes o no. Si se rechaza la hipótesis nula, significa que la cadena de Markov no es de orden dos; si no se rechaza, significa que no hay suficiente evidencia para asegurar que la cadena de Markov es de orden dos.

Para la creación de la matriz de transición, se utilizan duplas, en las cuales se deben tener en cuenta los dos estados anteriores para calcular el siguiente. En este caso, para las divisas, la matriz de transición resultante fue de alrededor de 36×36, lo cual es un tamaño considerablemente grande para incluir en este documento. Sin embargo, se pudo concluir que todas las divisas no rechazaron la prueba de hipótesis excepto la divisa japonesa, lo que sugiere que todas ellas excepto la divisa japonesa siguen una cadena de Markov de orden 2.

Pruebas de homogeneidad

La prueba de homogeneidad para cadenas de Markov de segundo orden se utiliza para determinar si las probabilidades de transición son constantes a lo largo del tiempo o si cambian entre diferentes periodos o grupos. En una cadena de Markov homogénea, las probabilidades de transición no dependen del tiempo, mientras que en una no homogénea, sí lo hacen.

Para una cadena de Markov de segundo orden, las probabilidades de transición dependen de los dos estados anteriores. En este contexto, la prueba de homogeneidad permite verificar si estas probabilidades de transición son las mismas en diferentes conjuntos de datos o momentos de observación.

Hipótesis

- **Hipótesis nula (H0):** Las probabilidades de transición no dependen del tiempo, es decir, el proceso es homogéneo.

- **Hipótesis alternativa (H1):** Las probabilidades de transición varían a lo largo del tiempo, es decir, el proceso no es homogéneo.

El procedimiento se basa en comparar las frecuencias de transición observadas en diferentes periodos (o grupos) con las frecuencias esperadas bajo la hipótesis de homogeneidad.

El estadístico chi-cuadrado se calcula de la siguiente manera:

$$\chi^2 = \sum_{g} \sum_{i,j} (\frac{(PO_{ij}(g) - PE_{ij})^2}{PE_{ij}}) * N_i \tag{14}$$

Donde:

- $PO_{ij}(g)$ es la probabilidad observada de transición de $i \to j$ en el grupo g

- PE_{ij} es la probabilidad esperada bajo la hipótesis de homogeneidad para la transición de $i \to j$, calculada combinando los datos de todos los grupos.

- La suma g recorre los diferentes periodos o grupos que se están comparando.

- N_i Es el numero total de la frecuencia observada en cada fila

El estadístico chi-cuadrado calculado se compara con un valor crítico de la distribución chi-cuadrado con los grados de libertad calculados y un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$.

- Si el valor del estadístico chi-cuadrado es mayor que el valor crítico, se rechaza la hipótesis nula, lo que indica que las probabilidades de transición no son homogéneas.

- Si el valor del estadístico chi-cuadrado es menor o igual al valor crítico, no hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, lo que sugiere que las probabilidades de transición son homogéneas.

Resultados de la homogeneidad

Para este caso todas las divisas no rechazan la hipótesis nulo, lo que significa que o hay evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, lo que sugiere que las probabilidades de transición son homogéneas. Que sin importar el grupo o periodo la matriz de transición son las mismas.

Análisis de la cadena de Markov de orden superior

Probabilidad de que baje 5 días consecutivos

Para calcular la probabilidad de 5 días consecutivos de bajada, se utiliza la siguiente fórmula:

$$P(X_5 = [B_i, B_{i]}, X_4 = [B_i, B_i], X_3 = [B_i, B_i], x_2 = [B_i, B_i], X_1 = [\omega, B_i] \mid X_0 = [\omega, \omega]) \quad (15)$$

Donde:

- **i**: Representa todos los estados posibles de la letra en esa matriz de transición.

- **omega**: Representa todos los estados posibles de la matriz de transición.

En resumen, esta probabilidad se puede interpretar como la probabilidad de que, desde el día 1 hasta el día 5, el valor de la divisa disminuya sin registrar cambios positivos, partiendo desde cualquier estado inicial.

Existen dos métodos para calcular esta probabilidad:

1. **Árbol de probabilidad**: Consiste en generar todas las combinaciones posibles de 5 días consecutivos en los que se registre una bajada, comenzando desde cualquier

estado. Luego, se multiplican las probabilidades a lo largo de cada rama del árbol y, finalmente, se suman las probabilidades de todas las ramas, obteniendo así la probabilidad de 5 días consecutivos de bajada.

2. **Creación de submatrices de la matriz de transición**: Este método es el que se desarrollará en este documento. Para aplicarlo, es necesario construir 3 submatrices:

   - La primera submatriz tiene como filas todos los estados de l markov de orden 2 posibles y en las columnas la parte de **Actual** odos los estados y la parte **Sigueinte** solo los estados de bajada.
   - La segunda submatriz es una matriz en las filas van hacer de los mismo estados que las columnas de la submatriz 2 y las columnas tanto **Actual** como **Sigueinte** van a contener solo los estaods de bajada.
   - La tercera submatriz va hacer una matriz cuadrada la cual contenga en las filas y columnas los mismos estados que la columna de la submatriz 2.

Con estas tres submatrices, el siguiente paso es elevar la tercera submatriz a la potencia 4. Luego, se multiplica la segunda submatriz por el resultado de la elevación de la tercera, y finalmente se multiplica la primera submatriz por la matriz resultante, luego se suman todos los elementos de la matriz resultante para obtener la probabilidad de que haya 5 días consecutivos de bajada. A continuación, se muestra el código correspondiente:

```
def proba_b_2(D = m_2_jpy):

    filtro_inicio = [col for col in D.columns if 'B' in col[2:]]
    subtabla_inicio = D[['Estados'] + filtro_inicio]

    filtro_inter = [col for col in D.columns if 'B' in col[:2] and 'B'
  in col[2:]]
    filtro_filas_inter = D[D['Estados'].str[2] == 'B']
    subtabla_inter = filtro_filas_inter[['Estados'] + filtro_inter]
```

```

filtro_final = [col for col in D.columns if col[0] == 'B' and col[2]
 == 'B']
filtro_filas_final = D[(D['Estados'].str[0] == 'B') & (D['Estados'].
str[2] == 'B')]
subtabla_final = filtro_filas_final[['Estados'] + filtro_final]

subtabla_inicio = subtabla_inicio.drop(columns="Estados")
subtabla_inter = subtabla_inter.drop(columns="Estados")
subtabla_final = subtabla_final.drop(columns="Estados")

p_inicio_2 = subtabla_inicio.to_numpy()
p_inter_2 = subtabla_inter.to_numpy()
p_final_2 = subtabla_final.to_numpy()

resultado_2 = (p_inicio_2 @ p_inter_2 @ np.linalg.matrix_power(
p_final_2, 4)).sum()
```

Resultados

- **Divisa japonesa:** La probabilidad de que la divisa baje 5 veces consecutivas empezando en cualquier estado es de 4.457954573780568 %

- **Divisa mexicana:** La probabilidad de que la divisa baje 5 veces consecutivas empezando en cualquier estado es de 0.5557558629544059 %

- **Franco suizo:** La probabilidad de que la divisa baje 5 veces consecutivas empezando en cualquier estado es de 0.6492655661498065

- **Libra esterlina:** La probabilidad de que la divisa baje 5 veces consecutivas empezando en cualquier estado es de 1.059931179225426

Distribución estacionaria

En el análisis de cadenas de Markov, la **distribución estacionaria** es un vector de probabilidades que describe el comportamiento a largo plazo de la cadena. Si π es la distribución estacionaria y P es la matriz de transición, entonces π satisface la ecuación:

$$\pi P = \pi \tag{16}$$

Esto significa que π es invariante bajo la matriz de transición P. La distribución estacionaria se puede interpretar como las probabilidades a largo plazo de que la cadena se encuentre en cada uno de los estados posibles.

Para calcular la distribución estacionaria, se plantea un sistema de ecuaciones lineales que se puede resolver mediante álgebra matricial. Los pasos para realizar este cálculo son los siguientes:

1. Se crea una matriz identidad del mismo tamaño que la matriz de transición P.

2. Se resta la matriz de transición de la matriz identidad, resultando en una nueva matriz.

3. Para resolver el sistema de ecuaciones, se añade una fila con valores 1 a esta nueva matriz, lo que permitirá determinar los valores del sistema.

4. Se añade un vector columna con ceros, excepto en la última posición, que toma el valor 1.

5. Finalmente, se calcula la inversa de la matriz modificada y se multiplica por el vector columna para obtener la distribución estacionaria.

El siguiente código en Python muestra este proceso paso a paso:

```
def dp_2(D =m_2_jpy):
es2 = D["Estados"].tolist()
tam = len(es2)
```

```
    m_identidad = np.eye(tam)
    mt_n = ((D.drop(columns = ["Estados","Total"])).T).to_numpy()
    resultado_2 = np.subtract(m_identidad, mt_n)
    resultado_2 = pd.DataFrame(resultado_2)
    resultado_2 = resultado_2.drop(index=0)
    resultado_2.loc[tam] =[1]*tam
    total_0 = [0]*(tam-1)
    total = total_0 + [1]
    resultado_2 = resultado_2.apply(pd.to_numeric, errors='coerce')
    resultado_2 = resultado_2.fillna(0)
    resultado_in = np.linalg.inv(resultado_2)
    dis_est = np.matmul(resultado_in,total)
    dis_est = (pd.DataFrame(dis_est)).T
    dis_est.columns = es2
```

Resultados

Por temas de comodidad solo se va a presentar una parte de la distribución estacionaria, los resultados se encuentran en el ipynb

B3B1	B3S1	B2B3	B2B2	B2B1	B2S1	B2S2
0.000978	0.009774	0.000977	0.00391	0.004888	0.033241	0.00391

Cuadro 34

Distribución estacionaria para la divisa japonesa

B3B2	B3B1	B3S1	B2B3	B2B2	B2B1	B2S1
0.001955	0.002934	0.009743	0.00196	0.00196	0.007842	0.043021

Cuadro 35

Distribución estacionaria para la divisa Mexicana

B3B1	B3S1	B2B2	B2B1	B2S1	B2S2	B2S3
0.000977	0.009778	0.00489	0.005864	0.04399	0.003911	0.003907

Cuadro 36

Distribución estacionaria para el franco suizo

B3B2	B3B1	B3S1	B3S3	B2B2	B2B1	B2S1
0.000979	0.001955	0.006848	0.000976	0.002935	0.005863	0.041058

Cuadro 37

Distribución estacionaria para la libra esterlina

Tiempo de primera pasada

En el contexto de las cadenas de Markov, los **tiempos de primera pasada** son una medida clave para comprender el comportamiento dinámico del sistema. El tiempo de primera pasada, denotado como μ_{ij}, representa el número esperado de pasos que toma una cadena para llegar al estado j por primera vez, partiendo del estado i. Matemáticamente, este valor puede expresarse como:

$$\mu_{ij} = 1 + \sum_{k \neq j} p_{ik}\mu_{kj} \tag{17}$$

donde p_{ik} es el elemento correspondiente de la matriz de transición, y μ_{kj} es una matriz de ceros del mismo tamaño que la matriz de transición, con la condición de que $i \neq j$. Estos tiempos son útiles para analizar la recurrencia y la transitoriedad de los estados dentro de la cadena de Markov.

Para calcular la matriz de tiempos de primera pasada, se puede utilizar la fórmula mencionada o emplear el siguiente código en Python, que implementa el cálculo de forma computacional:

```
    mt_p = (D.drop(columns=["Estados","Total"])).to_numpy()

    n = len(mt_p)
```

```python
    m = np.zeros((n, n))

    for j in range(n):
        for i in range(n):
            if i != j:
                suma = 0
                for k in range(n):
                    if k != j:
                        suma += mt_p[i][k] * m[k][j]
                m[i][j] = 1 + suma

    prim_vi = pd.DataFrame(m, columns=es2, index=es2)
```

Resultados

Por temas de comodidad solo se va a presentar una parte de la distribución estacionaria, los resultados se encuentran en el ipynb

	B3B1	B3S1	B2B3	B2B2	B2B1	B2S1	B2S2
B3B1	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3S1	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2B3	2.00	1.00	0.00	2.00	2.00	2.00	2.00
B2B2	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00
B2B1	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
B2S1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
B2S2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
B1B3	1.67	1.33	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
B1B2	2.00	2.00	2.00	1.89	1.89	1.32	1.89
B1B1	1.06	1.06	1.06	1.05	1.05	1.04	1.05
B1S1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Cuadro 38

Tiempo de primera pasada para la divisa japonesa

	B3B2	B3B1	B3S1	B2B3	B2B2	B2B1	B2S1
B3B2	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3B1	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3S1	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2B3	2.00	2.00	1.00	0.00	2.00	2.00	2.00
B2B2	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
B2B1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
B2S1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
B2S2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2S3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B1B3	1.75	1.75	1.50	2.00	2.00	2.00	2.00
B1B2	2.09	2.09	2.00	1.91	2.04	2.09	1.39

Cuadro 39

Tiempo de primera pasada para la divisa mexicana

	B3B1	B3S1	B2B2	B2B1	B2S1	B2S2	B2S3
B3B1	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3S1	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2B2	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2B1	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00
B2S1	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
B2S2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
B2S3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
B1B3	2.00	1.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
B1B2	2.00	2.00	1.94	1.94	1.19	1.94	2.00
B1B1	1.15	1.14	1.15	1.15	1.10	1.15	1.15
B1S1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

Cuadro 40

Tiempo de primera pasada para el franco suizo

	B3B2	B3B1	B3S1	B3S3	B2B2	B2B1	B2S1
B3B2	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3B1	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3S1	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B3S3	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00	1.00
B2B2	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00	1.00
B2B1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	1.00
B2S1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
B2S2	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B2S3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
B1B3	2.00	1.80	1.20	2.00	2.00	2.00	2.00
B1B2	2.00	2.00	2.00	2.00	1.80	1.93	1.27

Cuadro 41

Tiempo de primera pasada para la libra esterlina

Comparación entre cadenas de primer orden y orden superior

La cadena de primer orden es más eficiente en términos de simplicidad, ya que solo considera el estado presente para predecir el futuro. Sin embargo, esta simplicidad puede ser una desventaja en sistemas donde los estados previos tienen un impacto significativo en el comportamiento futuro. En este caso, el uso de una cadena de segundo orden (o de orden superior) aporta una mayor precisión al incorporar información de los estados anteriores.

En los resultados obtenidos, la cadena de primer orden predice transiciones con una probabilidad cercana al 70 % en ciertos estados clave, como el paso de $B2$ a $S1$. Esto sugiere que el modelo puede capturar adecuadamente las tendencias a corto plazo del mercado. Sin embargo, para transiciones más complejas, como la evolución de $S1$ a $B1$, su capacidad predictiva disminuye. Esto refleja que el modelo de primer orden puede ser insuficiente cuando la dinámica del sistema depende de más de un estado pasado.

Por otro lado, la cadena de orden superior mejora la captura de transiciones más complejas. En particular, la probabilidad de transición de $B2 \to S1 \to S2$ en la cadena de segundo orden es similar a la del modelo de primer orden, pero con tiempos de primera pasada más cortos. Este resultado indica que la cadena de orden superior puede prever los cambios de manera más precisa, reduciendo la incertidumbre sobre el estado futuro en menos pasos, lo que es ventajoso para análisis a corto plazo.

Implicaciones del uso de la cadena superior de Markov

El uso de modelos de cadenas de Markov de orden superior en la predicción de tasas de cambio tiene importantes implicaciones tanto en la precisión de las predicciones como en la complejidad computacional.

Precisión y Captura de Dinámicas Complejas

Las cadenas de Markov de orden superior permiten incorporar información de varios estados pasados para predecir el futuro. Esto es especialmente útil en mercados financieros volátiles, donde los cambios en las tasas de cambio no dependen únicamente del estado presente, sino también de las fluctuaciones recientes. Un modelo de segundo o tercer orden puede capturar patrones más complejos que reflejen mejor las dinámicas a corto plazo, especialmente en presencia de cambios bruscos o tendencias repetitivas.

Por ejemplo, si una divisa ha estado cayendo de manera sostenida durante varios días, un modelo de primer orden podría no captar la inercia de la tendencia, mientras que una cadena de orden superior sí lo haría. Esto es crucial para la toma de decisiones de inversión, donde se busca predecir si las tendencias de apreciación o depreciación continuarán.

Casos en los que es Recomendable su Uso

El uso de modelos de orden superior es recomendable en situaciones donde:

Existen fuertes tendencias a corto plazo en las tasas de cambio que dependen de la historia reciente de la divisa. Se observan patrones cíclicos o repetitivos en la evolución de las divisas. Se requiere mayor precisión en la predicción, especialmente cuando las decisiones financieras dependen de cambios abruptos en el mercado. Un modelo de segundo o tercer orden es adecuado para estos casos, ya que ofrece una mayor capacidad para capturar la continuidad de las tendencias. Es particularmente útil en análisis de alta frecuencia o en mercados con alta volatilidad, donde los movimientos no siguen un patrón predecible únicamente desde el estado actual.

Situaciones donde un Modelo de Primer Orden es Suficiente

A pesar de que los modelos de orden superior ofrecen mayor precisión, no siempre son necesarios. Un modelo de primer orden puede ser suficiente cuando:

Las tasas de cambio son relativamente estables y las fluctuaciones dependen principalmente del estado presente. Los cambios en el mercado siguen una estructura simple y el comportamiento futuro es independiente de más de un estado pasado. Se necesita una implementación rápida y computacionalmente eficiente para generar predicciones a gran escala. En estos contextos, el modelo de primer orden es adecuado y más eficiente en términos de procesamiento, al evitar la complejidad adicional de calcular transiciones considerando múltiples estados pasados.

Referencias

Aronsson, M., & Folkesson, A. (2023). Stock market analysis with a Markovian approach: Properties and prediction of OMXS30. https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1823899/FULLTEXT01.pdf

Banrep. (2024). Billetes y Monedas - Monedas Disponibles. https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/monedas-disponibles

Barbu1, V. S., D'Amico, G., & Blasis, R. D. (2017). Novel advancements in the Markov chain stock model: analysis and inference. *Springer Nature*, *13*, 125-152. https://doi.org/10.1007/s10436-017-0297-9

Eugster, D. (2023). Esplendor y azote: la firmeza del franco suizo. https://www.swissinfo.ch/spa/cultura/esplendor-y-azote-la-firmeza-del-franco-suizo/48517310

FasterCapital. (2024). Yen Explorando el papel del yen en la unidad monetaria asiatica. https://fastercapital.com/es/contenido/Yen--Explorando-el-papel-del-yen-en-la-unidad-monetaria-asiatica.html

García, K. G. (2021). *Análisis probabilístico de sequía meteorológica mediante cadenas de markov y redes bayesianas; cuenca del río tempisque, guanacaste* [Tesis de maestría, Universidad de costa rica sistema de estudios de posgrado].

Grinstead, C., & Snell, J. L. (s.f.). INTRODUCTORY PROBABILITY. https://LibreTexts.org

Imparcial. (2024). ¿Por qué el peso mexicano es tan importante en el mercado de divisas. https://imparcialoaxaca.mx/economia/519963/por-que-el-peso-mexicano-es-tan-importante-en-el-mercado-de-divisas/

Laipaporn, J., & Tongkumchum, P. (2021). Estimating the Natural Cubic Spline Volatilities of the ASEAN-5 Exchange Rates. *Journal of Asian Finance, Economics and Business*, *8*(3), 0001-0010. https://doi.org/https://doi.org/10.13106/jafeb.2021.vol8.no3.0001

MarketScreener. (2024). La importancia de la libra esterlina en los mercados mundiales de divisas. https://es.marketscreener.com/noticias/ultimas/La-importancia-de-la-libra-esterlina-en-los-mercados-mundiales-de-divisas-47219639/#:~:text=No%20s%C3%B3lo%20los%20mercados%20financieros%20utilizan%20la%20libra,del%20d%C3%B3lar%20y%20casi%20el%2023%25%20del%20euro

Rodríguez-González, A., García-Crespo, Á., Colomo-Palacios, R., Guldrís Iglesias, F., & Gómez-Berbís, J. M. (2011). CAST: Using neural networks to improve trading systems based on technical analysis by means of the RSI financial indicator. *Expert Systems with Applications*, *38*(9), 11489-11500. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.03.023

Svoboda, M., & Říhová, P. (2021). Stock price prediction using markov chains analysis with varying state space on data from the czech republic. *E+M Ekonomie a Management*, *24*, 142-155. https://doi.org/10.15240/tul/001/2021-4-009