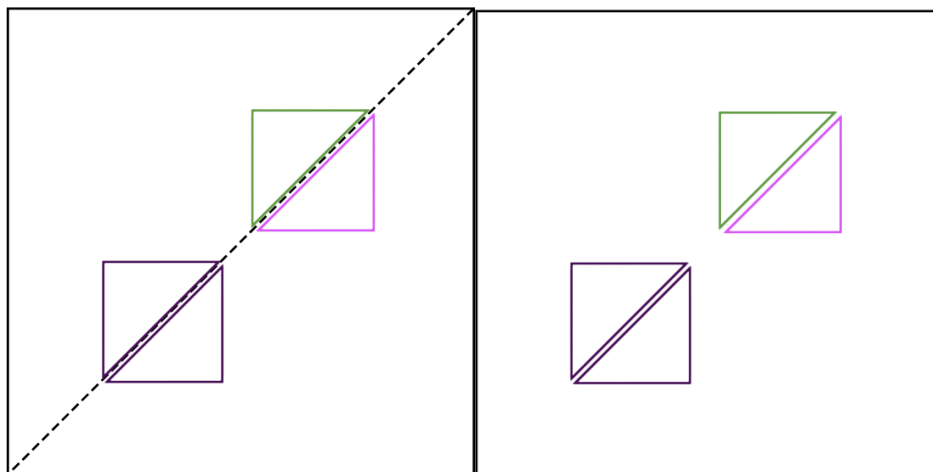


## מטלה 1 באלגוריתמים כלכליים- נטע רוט

**שאלה 1 סעיף א-** דוגמה שבה לא קיימת חלוקה למרובע כך שהחלקה פרופורציונלית:

יש לנו 2 שחקנים **הורוד** רוצה את חלקת האדמה הורודה, **הירוק** רוצה את חלקת האדמה הירוקה ושניהם רוצים את חלקת האדמה הסגולה (לירוק אין העדפה מיוחדת לחלקת האדמה הירוקה או הסגולה ולורוד אין העדפה מיוחדת לחלקת האדמה הורודה או הסגולה). ציור A מדגים את חלקת האדמה, ובציור B ניתן לראות את החלוקה הפרופורציונלית היחידה, אבל זו לא חלוקה לריבועים ולכן היא אסורה.



איור B

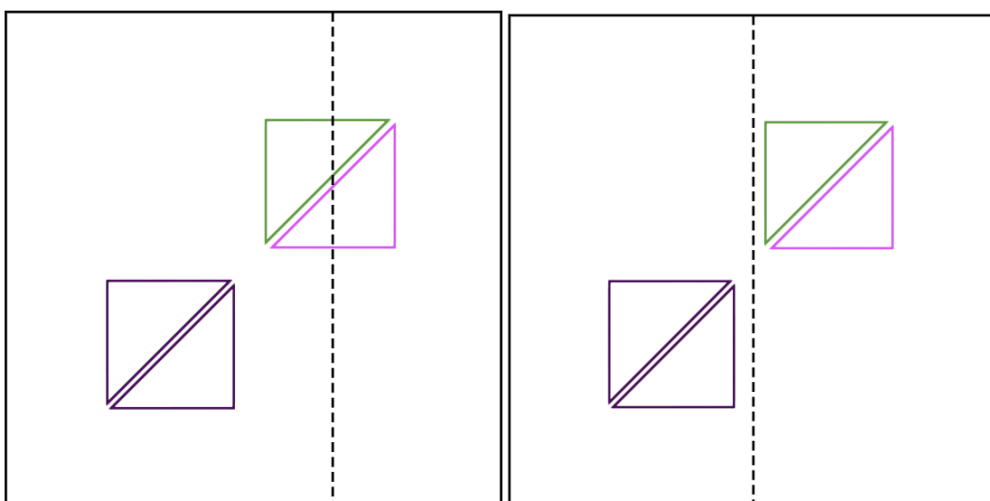
איור A

חלוקות נוספות שלא יעבדו-

בחלוקות הבאות אף צד לא רוצה את צד ימין-

בחלוקה C אם ניתן לשחקן כלשהו את צד ימין אז השחקן השני קיבל ריבוע שלם שהוא רצה והוא קיבל רק חצי ריבוע.

בחלוקה D אם ניתן לשחקן כלשהו את צד ימין אז השחקן השני קיבל ריבוע וקצת שהוא רצה והוא קיבל פחות מחצי ריבוע.

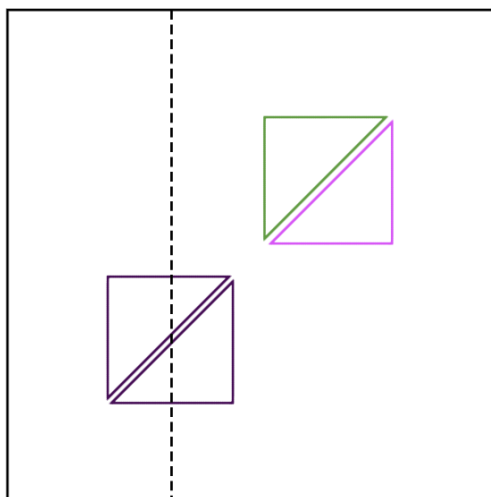


איור D

איור C

בחלוקה הבאה אף צד לא רוצה את צד שמאל-

בחלוקה E אם ניתן לשחקן כלשהו את צד שמאל אז השחקן השני קיבל ריבוע שלם שהוא רצה והוא קיבל חצי ריבוע.

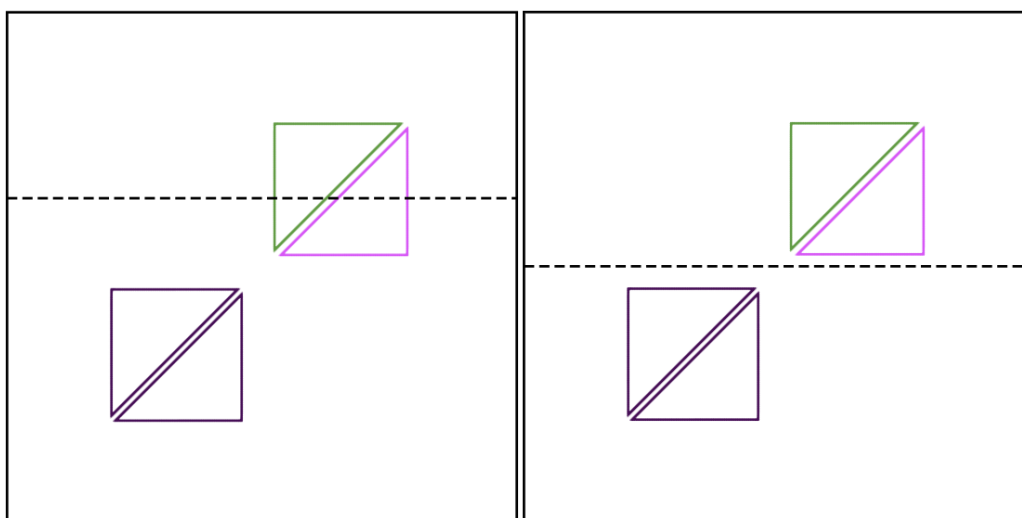


איור E

בחלוקות הבאות אף צד לא רוצה את הצד העליון-

בחלוקה F אם ניתן לשחקן כלשהו את הצד העליון אז השחקן השני קיבל ריבוע שלם שהוא רצה והוא קיבל חצי ריבוע.

בחלוקה G אם ניתן לשחקן כלשהו את הצד העליון השחקן השני קיבל ריבוע וקצת שהוא רצה והוא קיבל פחות מחצי ריבוע.

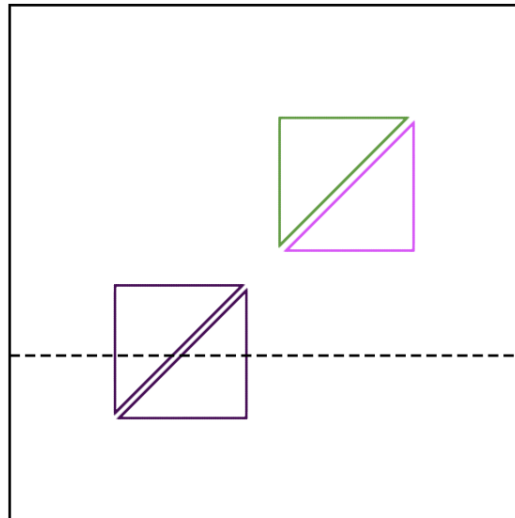


איור G

איור F

בחלוקה הבאה אף צד לא רוצה את הצד התחתון-

בחלוקה H אם ניתן לשחקן כלשהו את הצד התחתון אז השחקן השני קיבל ריבוע שלם שהוא רצה והוא קיבל חצי ריבוע.



איור H

כל חלוקה אחרת תהיה יותר גרועה ממה שהצגתי כאן. ולכן לא קיימת חלוקה פרופורציונלית לריבועים במקרה הזה. 😊

**שאלה 1 סעיף ב-** אלגוריתם שנותן חלוקה חצי פרופורציונלית:

- סכין מועבר באופן מקבילי לציר ה-y מימין לשמאל.
- כאשר אחד המשתתפים מרגיש שמימין לעוגה נמצא רבע משווי העוגה הוא חותך בנקודה הזו ומקבל את הפרוסה הימנית.
- השחקן השני מקבל את הפרוסה השמאלית.

הוכחת נכונות- נניח בה"כ שהשחקן הראשון הוא השחקן שחתך בשלב השני. לכן עבורו מתקיים:  $V_1(X_1) = \frac{V_1(C)}{4}$  ולכן עבורו זו חלוקה חצי-פרופורציונלית.

עבור השחקן השני בנקודת החתיכה של העוגה החלק הימני היה שווה **פחות ממש או שווה ממש** לרבע, הוא מקבל את החלק השמאלי ולכן בעיניו קיבל **יותר או בדיוק**  $\frac{3}{4}$  מהעוגה,

כלומר גם עבורו מתקיים  $V_2(X_2) \leq \frac{V_2(C)}{4}$  ולכן גם עבורו זו חלוקה חצי-פרופורציונלית.

החלוקה הזו מחלקת את העוגה ל-2 ריבועים בגלל שהחתך נעשה באופן מקבל לציר ה-y.

הערה- הרעיון של להעביר את הסכין באופן מקבילי מימין לשמאל נלקח מאלגוריתם "moving-knife procedure" עליו קראתי בויקיפדיה.