금융인을 위한

통계와 데이터 분석 입문

가설검정 이해하기

한국금융연수원
KOREA BANKING INSTITUTE

학습 내용

1. 가설검정
2. 귀무가설과 대립가설 이해
3. 가설검정 절차
4. 귀무가설과 대립가설 세우기
5. 모평균에 대한 가설검정 : T-검정

가설검정

- 통계에서는 알려져 있지 않은 참값, 모수가 있다고 가정함

가설검정

모집단의 **모수에 대한 가설**에 대해 표본이 가지고 있는
정보를 이용해 가설의 진위 여부를 판단하는 **통계적 추론 방식**

가설검정

통계적 가설 (hypothesis)

모집단의 모수 혹은 특성에 대한 추측이나 가정

- 귀무가설 (null hypothesis), H_0
  : 그에 반하는 충분한 근거가 나올 때까지 잠정적으로 참이라고 가정하는 가설
- 대립가설 (alternative hypothesis), H_1
  : 새로운 주장이고 실제로 입증하기를 원하는 가설

통계적 가설

- 형사재판에서의 무죄추정 원칙과 연관지어 가설 검정을 이해해볼 수 있음
  - 귀무가설은 피고가 무죄, 대립가설은 피고가 유죄임
  - 데이터로부터 충분한 증거가 나오면 피고인은 유죄 판결을 받음
  - 결백하다는 판결을 받기 위한 재판은 없는 것과 마찬가지로 귀무가설은 증명할 수 있는 것이 아님
  - 귀무가설은 반하는 증거가 충분히 나오기 전까지 잠정적으로 가정하는 것

가설검정 절차

1. 가설(귀무/대립가설) 설정

2. 검정통계량 계산

- 가설에 따라 쓸 수 있는 검정통계량들 중에서 선택함
- 검정통계량은 통계 이론을 바탕으로 수식으로 정해져 있음

가설검정 절차

3 검정통계량을 바탕으로 귀무가설 기각 여부 결정

- 귀무가설을 기각한다는 것은 대립가설에서 입증하고자 하는 것을 수용한다는 의미임
  - 기각역(rejection region)을 설정하고 검정통계량의 포함 여부를 보거나
  - 유의확률(p-value)를 계산하여 유의수준(α)와 비교함

가설 설정

- 일반적으로 검정하고자 하는 사람이 사실이라고 가정하고, **사실임을 입증하고자 하는 것을 대립가설로 설정함**
- 가설 설정 시 등호는 귀무가설 부분으로 포함됨

가설 예시1

한 회사에서 모델을 교체하고 광고 효과를 따져보기로 했다. 광고비를 포함한 다른 영향을 줄 수 있는 요인은 동일하다고 가정하였을 때 50개 지역의 월 매출 평균이 **차이가 나는지** 보고자 한다.

- 평균의 **차이가 나는지**가 관심이므로 **대립가설**로 설정함
- 평균 차이 $= \mu_{after-before}$
- $H_0 : \mu_{after-before} = 0,\ H_1 : \mu_{after-before} \neq 0$ (양측검정)

가설 설정

가설 예시2

한 회사에서 모델을 교체하고 광고 효과를 따져보기로 했다. 광고비를 포함한 다른 영향을 줄 수 있는 요인은 동일하다고 가정하였을 때 50개 지역의 월 매출 평균이 증가했는지 확인하고자 한다.

- 평균이 증가했는지가 입증하고자 하는 대상이므로 대립가설로 설정함
- $H_0 : \mu_{after-before} = 0,$
  $H_1 : \mu_{after-before} > 0$ (단측검정)
- 동일하게 $H_0 : \mu_{before-after} = 0,$
  $H_1 : \mu_{before-after} < 0$ 이라고도 세울 수 있음

가설 설정

가설 예시3

제약회사가 개발된 신약을 출시하기 위해 기존 약품으로 치료받는 환자들의 치료율(p_1)에 비해 신약으로 치료받는 환자들의 치료율(p_2)이 높다는 것을 검정하고 싶다고 한다.

- 기존 약품으로 치료받는 환자들의 치료율(p_1)에 비해 신약으로 치료받는 환자들의 치료율(p_2)이 높다는 것을 검정하고자 하므로 **대립가설**로 설정함
- $H_0 : p_1 = p_2,\ H_1 : p_1 < p_2$ (단측검정)

가설검정에서의 오류, 유의수준

- 통계적 가설검정은 알지 못하는 모수에 대한 검정이므로 오류가 발생할 수 있음
- 가설검정에서 발생할 수 있는 두 가지의 오류
  - 1종 오류(Type I error) : H_0가 참인데 H_0를 기각하고 H_1을 지지하는 오류
    - (비유)무죄인 사람에게 잘못된 유죄판결을 내리는 것
  - 2종 오류(Type II error) : H_1가 참인데 H_0를 기각하지 않는 오류
    - (비유)범죄를 저지른 사람에게 유죄가 아니라고 판결을 내리는 것

가설검정에서의 오류, 유의수준

- 1종 오류와 2종 오류 모두 작아지도록 검정을 하는 것이 바람직하나 두 오류는 하나가 작아지면 다른 하나가 커지는 관계에 있음
- 가설검정에서는 일반적으로 1종 오류의 최대값을 미리 고정시키고 검정력($1-\beta$)이 큰 검정법을 택함
- 1종 오류의 최대값을 유의수준(α)이라고 함
- 일반적으로 $\alpha = 0.05$를 활용함

모평균에 대한 가설 검정 : T-test

T-test

모집단의 정규성을 가정할 수 있거나 표본의 크기가 충분히 큰 경우 모평균에 대한 가설검정으로 활용할 수 있음

- 모평균에 대한 가설의 종류
  - 가설 1: $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu > \mu_0$
  - 가설 2: $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu < \mu_0$
  - 가설 3: $H_0 : \mu = \mu_0$, $H_1 : \mu \neq \mu_0$
- 세 가지 경우 검정통계량은 동일하지만, 귀무가설의 기각 여부를 결정하는 방법에서 차이가 있음
  - 미리 정해진 유의수준과 대립가설의 방향에 따라 임계값을 계산하고, 임계값을 기준으로 더 극단적인 방향으로 설정됨

모평균에 대한 가설 검정 : T-test

- 검정통계량

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

- $\bar{X}$: 표본평균, S: 표본표준편차, n: 표본의 크기
- 한 집단(one sample) 또는 **쌍체표본(paired sample)**에서 활용함
- 단순히 표본에서 계산된 평균이 아닌 **표본의 산포도, 크기**에 대한 정보가 반영된 값
- (다른 값들이 동일하다고 가정) 표본의 크기가 클수록 검정통계량의 절대값이 커지고, 표본표준편차가 작을수록 검정통계량의 절대값이 커짐 → 모수인 μ 와 μ_0의 거리가 멀다는 결론으로 가는 방향

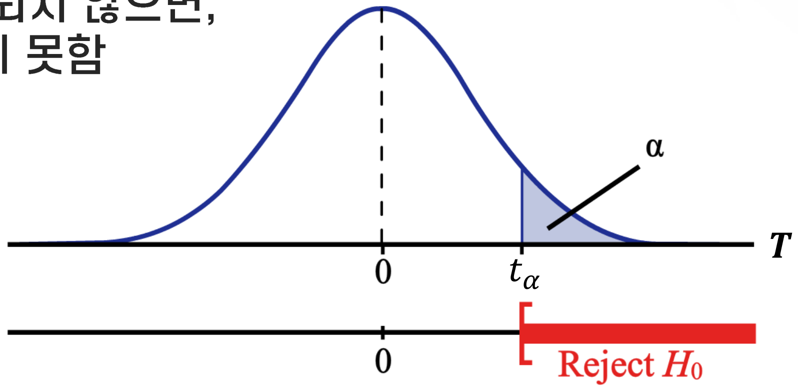
모평균에 대한 가설 검정 : T-test

- 두 집단의 평균 비교인 경우 T-test 검정통계량 공식은 조금 더 복잡해지지만 동일한 구조임
- 세 개 이상의 집단의 평균 비교는 분산분석(ANOVA)

모평균에 대한 가설 검정 : T-test

$$H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu > \mu_0$$

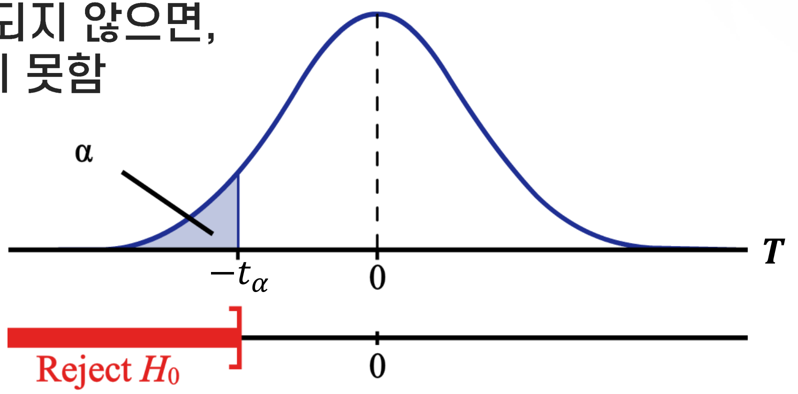
- 기각역: $T > t_{\alpha,n-1}$
  - 기각역의 경계값인 $t_{\alpha,n-1}$ 를 임계값(critical value)이라 함
- 귀무가설 기각 여부 결정
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 기각역에 포함되면, 즉 검정통계량 > 임계값이면 H_0를 기각하고 H_1을 채택함
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 기각역에 포함되지 않으면, 즉 검정통계량 < 임계값이면 H_0를 기각하지 못함
    - 이 경우 "귀무가설을 채택한다 (accept H_0)"라는 표현은 어색함
      : 대립가설을 채택할 근거가 부족한 것이지 평균이 μ_0과 동일하다는 의미는 아님



모평균에 대한 가설 검정 : T-test

$$H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu < \mu_0$$

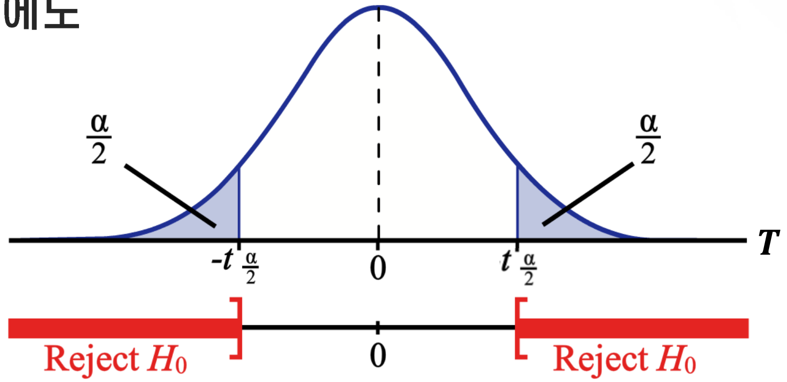
- 기각역: $T < -t_{\alpha,n-1}$
  - 기각역의 경계값인 $-t_{\alpha,n-1}$ 를 임계값(critical value)이라 함
- 귀무가설 기각 여부 결정
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 기각역에 포함되면,
    즉 검정통계량 < 임계값이면 H_0를 기각하고 H_1을 채택함
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 기각역에 포함되지 않으면,
    즉 검정통계량 > 임계값이면 H_0를 기각하지 못함
    - 이 경우 "귀무가설을 채택한다 (accept H_0)"라는 표현은 어색함
      : 대립가설을 채택할 근거가 부족한 것이지 μ_0과 동일하다는 의미는 아님



모평균에 대한 가설 검정 : T-test

$$H_0 : \mu = \mu_0, H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- 기각역: $T > t_{\alpha/2,n-1}$ or $T < -t_{\alpha/2,n-1}$
  - 기각역의 경계값인 $-t_{\alpha/2,n-1}$, $t_{\alpha/2,n-1}$ 를 임계값(critical value)이라 함
- 귀무가설 기각 여부 결정
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 두 기각역 중 하나에 포함되면, H_0를 기각하고 H_1을 채택함
  - 계산된 검정통계량 값 T^* 가 두 기각역 어디에도 포함되지 않으면, H_0를 기각하지 못함
    - 이 경우 "귀무가설을 채택한다 (accept H_0)"라는 표현은 어색함 : 대립가설을 채택할 근거가 부족한 것이지 μ_0과 동일하다는 의미는 아님



학습정리

- 가설검정은 모집단의 모수에 대한 가설에 대해 표본이 가지고 있는 정보를 이용해 가설의 진위 여부를 판단하는 통계적 추론 방식

- 통계적 가설은 귀무가설과 대립가설이 있음
  - 귀무가설(null hypothesis)은 그에 반하는 충분한 근거가 나올 때까지 잠정적으로 참이라고 가정하는 가설
  - 대립가설(alternative hypothesis)은 새로운 주장이고 실제로 입증하기를 원하는 가설

- 가설검정 절차는 가설(귀무/대립가설) 설정, 선택된 검정통계량 계산, 검정통계량을 바탕으로 귀무가설 기각 여부 결정의 순서로 진행됨

- 모집단의 정규성을 가정할 수 있거나 표본의 크기가 충분히 큰 경우 모평균에 대한 가설검정으로 T-test를 활용할 수 있음