Assignment 9: Boolean Expressions

Ernesto Rodriguez

November 23, 2011

1 Problem 1

$$\begin{split} e_1 &:= x_1 * \overline{x_2} + \overline{x_2 + x_3} * \overline{x_1 + \overline{x_3}} \\ I_\varphi(e_1) &= I_\varphi(x_1 * \overline{x_2} + \overline{x_2 + x_3} * \overline{x_1 + \overline{x_3}}) \\ I_\varphi(e_1) &= I_\varphi(x_1) \wedge I_\varphi(\overline{x_2}) \vee I_\varphi(\overline{x_2 + x_3}) \wedge I_\varphi(\overline{x_1 + \overline{x_3}}) \\ I_\varphi(e_1) &= T \wedge \neg I_\varphi(x_2) \vee \neg I_\varphi(x_2 + x_3) \wedge \neg I_\varphi(x_1 + \overline{x_3}) \\ I_\varphi(e_1) &= T \wedge \neg T \vee \neg (I_\varphi(x_2) \vee I_\varphi(x_3)) \wedge \neg (I_\varphi(x_1) \vee I_\varphi(\overline{x_3})) \\ I_\varphi(e_1) &= T \wedge \neg T \vee \neg (T \vee F) \wedge \neg (T \vee F) \\ I_\varphi(e_1) &= T \wedge F \vee \neg (T) \wedge \neg (T) \\ I_\varphi(e_1) &= T \wedge F \vee F \wedge F \\ I_\varphi(e_1) &= F \end{split}$$

$$\begin{split} I_{\varphi}(e_2) &= I_{\varphi}(\overline{x_1}*(x_2*\overline{x_3}) + (x_1+x_2)*(x_2+x_3)) \\ I_{\varphi}(e_2) &= I_{\varphi}(\overline{x_1}) \wedge I_{\varphi}(x_2*\overline{x_3}) \vee I_{\varphi}(x_1+x_2) \wedge I_{\varphi}(x_2+x_3) \\ I_{\varphi}(e_2) &= \neg I_{\varphi}(x_1) \wedge (I_{\varphi}(x_2) \wedge I_{\varphi}(\overline{x_3})) \vee (I_{\varphi}(x_1) \vee I_{\varphi}(x_2)) \wedge (I_{\varphi}(x_2) \vee I_{\varphi}(x_3)) \\ I_{\varphi}(e_2) &= \neg T \wedge (T \wedge F) \vee (T \vee T) \wedge (T \vee F) \\ I_{\varphi}(e_2) &= F \wedge F \vee T \wedge T \\ I_{\varphi}(e_2) &= T \end{split}$$