

Prova da corretude do algoritmo de Dijkstra.

Premissas:

1. V é o conjunto de vértices do grafo G .
2. $d[u]$ é o tamanho estimado (definitivo após término da execução) do caminho de s a u . $S(s,u)$ é o caminho mínimo de s a u . A origem é s .
3. S é o subconjunto de V que contém u tal que $d[u] = S(s,u)$, para todo u pertencente a V .
4. Quando o algoritmo (D.J) visita u , este é adicionado a S .

Prova por contradição

Quando u é visitado, $d[u] = S(s,u)$

Suponha, por contradição, que **u é o primeiro vértice a ser visitado** e que tem-se $d[u] > S(s,u)$, após a visita.

Como u pertence a $V \setminus S$, há aresta $w(x,y)$ que sai de S para u , onde x pode ser igual a s , e $y = u$.

Sabe-se que, quando D.J visita u , $d[u] = S(s,u)$. (1)

Como x pertence a S e há $w(x,y)$, **$d[y] \leq d[x] + w(x,y)$. (2)**

De (1) e (2), **$d[y] \leq S(s,x) + w(x,y)$. (3)**

Neste ponto, tem-se o subcaminho mínimo (s, \dots, x, y) . Então, **$S(s,y) = S(s,x) + w(x,y)$. (4)**

É óbvio que **$S(s,x) + w(x,y) = d[x] + w(x,y)$. (5)**

Então, de (4) e (5), **$S(s,y) = S(s,x) + w(x,y) = d[x] + w(x,y)$. (6)**

De (2) e (6), **$d[y] \leq S(s,y)$. (7).**

Disso, resta que **$d[y] = S(s,y)$** , o que leva a **$y \neq u$** , uma vez que **$d[u] > S(s,u)$** , pela suposição.

Dessa forma, conclui-se que **$d[y] < d[u]$** , o que é uma contradição, pois **D.J visitou u primeiro**.