10. Pomer tepelných kapacít vzduchu

Autor pôvodného textu: **Peter Dieška**

Úloha: Určiť pomer tepelných kapacít vzduchu – tepelnej kapacity pri konštantnom tlaku a pri konštantnom objeme Clémentovou - Desormesovou metódou.

Teoretický úvod

Z ekonomického hľadiska je často potrebné poznať koľko tepla potrebujeme na zohriatie telesa o jeden teplotný stupeň. Veličinou slúžiacou na kvantifikáciu tohto procesu je ***tepelná kapacita*** C . Zavádza sa ako podiel (množstva) dodaného tepla ΔQ meraného v jouloch a prírastku teploty telesa ΔT vyjadreného v stupňoch: $C = (\Delta Q / \Delta T)$. Prírastok teploty vyjadrený v stupňoch Celzia, alebo v kelvinoch je síce rovnaký, ale ak sa uvádza rozmer tepelnej kapacity, tak v súlade s pravidlami sústavy SI sa uvádza zásadne značka K . V presnej definícii tepelnej kapacity ide o limitu podielu:

$$C = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad . \tag{10.1}$$

Jednotkou tepelnej kapacity je joule/kelvin, značka J/K .

Tepelná kapacita telesa závisí popri druhu materiálu aj od jeho veľkosti. Preto je vhodné prepočítavať tepelnú kapacitu na jednotku objemu, hmotnosti, alebo látkového množstva. Preto sa zavádzajú veličiny

objemová tepelná kapacita $c_\mathrm{v} = C/V$, s jednotkou $\mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}m^{-3}}$,

hmotnostná tepelná kapacita $c_\mathrm{m} = C/m$, s jednotkou $\mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}kg^{-1}}$,

a

molárna tepelná kapacita $c_\mathrm{M} = C/n$, s jednotkou $\mathrm{J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}}$,

kde V je objem telesa, m hmotnosť a n jeho látkové množstvo, vyjadrené počtom mólov.

Ak sústava (napr. plyn v nádobe) pri zohrievaní zväčšuje svoj objem, koná prácu. Časť dodávaného tepla sa pritom spotrebuje na konanie práce, a tak na zohriatie sústavy o jeden stupeň pri konštantnom tlaku treba dodať viac tepla, ako v prípade, keď sa jej objem nemení. Preto sa rozlišujú tepelné kapacity ***pri konštantnom objeme*** C_V a ***pri konštantnom tlaku*** C_p , medzi ktorými platí nerovnosť

$$C_p > C_V \, .$$

Tomuto kvalitatívnemu vzťahu v prípade ideálneho plynu zodpovedá presný kvantitatívny vzťah pomenovaný podľa nemeckého vedca J.R. Mayera (1814 – 1878):

$$C_p = C_V + nR \, , \tag{10.2}$$

v ktorom R je molárna plynová konštanta a n látkové množstvo. Keď rovnicu vydelíme látkovým množstvom, dostaneme vzťah pre molárne tepelné kapacity c (index M je vynechaný, aby vzťah bol prehľadnejší):

$$c_p = c_V + R \, . \tag{10.3}$$

Podľa tohto vzťahu na zohriatie jedného mólu ideálneho plynu o 1 K pri konštantnom tlaku, treba dodať tepla viac o hodnotu rovnajúcu sa molárnej plynovej konštante R.

Podiel tepelných kapacít pri konštantnom tlaku a pri konštantnom objeme

$$(C_p / C_V) = \kappa \tag{10.4}$$

je vždy väčší než 1, a nazýva sa ***Poissonova konštanta***. Táto sa uplatňuje napríklad pri adiabatickom deji, pri vyjadrení súčinu tlaku a objemu plynu:

$$pV^{\kappa} = \text{konšt.} \tag{10.5}$$

Z kinetickej teórie plynov je známe, že molárna tepelná kapacita c_V ideálneho plynu pri stálom objeme súvisí s počtom stupňov voľnosti i jeho molekúl:

$$c_V = i\frac{R}{2} .$$

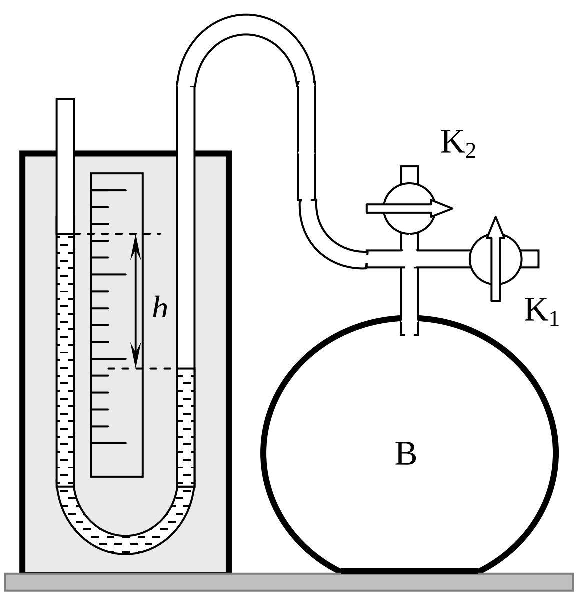
Jednoatómové molekuly majú tri stupne voľnosti, t.j. $i = 3$, dvojatómové 5, viacatómové 6. Keď toto dosadíme do rovnice (10.4) a použijeme aj vzťah (10.3), dostaneme

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i\frac{R}{2} + R}{i\frac{R}{2}} = \frac{i+2}{i} .$$

Tento vzťah umožňuje zo znalosti Poissonovej konštanty určiť základný parameter molekúl plynu – z koľkých atómov sa molekuly skladajú. Pre dvojatómový plyn, za aký môžeme považovať aj vzduch, vychádza $\kappa = 7/5 = 1{,}4$.

Metóda merania

V tejto laboratórnej úlohe sa na určenie Poissonovej konštanty používa nepriama metóda – s využitím adiabatického deja. Ide o metódu, ktorú v roku 1819 navrhli Clément a Desormes. Ich zariadenie sa skladá z väčšej sklenenej banky B, s ktorou je spojený merač tlaku - manometer, v ktorom sa ako meracia kvapalina využíva (zafarbená) voda (obrázok vedľa). Kohútom K_1 sa do banky dá priviesť skúmaný plyn, v tomto prípade vzduch, pomocou stláčacieho balónika.



Do banky sa natlačí vzduch tak, aby v banke bol mierny pretlak, čo sa prejaví rozdielom hladín kvapaliny v manometri. V banke je potom tlak

$$p_1 = b + \rho g h_1 , \tag{10.6}$$

kde b je atmosférický tlak, ρ hustota kvapaliny, g tiažové zrýchlenie a h_1 rozdiel hladín kvapaliny, meraný však až po ustálení teploty v banke. Pri tlačení do banky sa vzduch mierne zohrieva, podobne ako pri tlačení do kolesa bicykla. Preto treba chvíľu počkať na vyrovnanie teploty vzduchu v banke s teplotou okolia. Stav plynu potom označíme indexom 1, zodpovedá mu teplota T_1 a tlak p_1 . Potom nakrátko otvoríme širší kohút K_2, takže sa tlak plynu v banke vyrovná atmosférickému tlaku b a kohút zavrieme. Stav hneď po uzavretí kohúta označíme indexom 2, zopovedajú mu teplota T_2 a tlak $p_2 = b$. Expanzia plynu pri otvorení kohúta prebieha rýchlo, plyn sa pritom ochladzuje, lebo koná prácu na úkor svojej vnútornej energie. Pri rýchlom procese sa ochladenému plynu z teplejšieho okolia nestíha ihneď dodať teplo potrebné na vyrovnie teploty, preto je expanzia plynu adiabatickým dejom.

Pri adiabatickom deji platí vzťah (10.5), v ktorom vystupujú tlak a objem. V tomto prípade sa však časť plynu dostáva z banky von, objem plynu nie je dobre definovaný, preto bude vhodnejšie vzťah upraviť tak, aby v ňom vystupoval tlak s teplotou. Zo stavovej rovnice ideálneho plynu $pV = nRT$ vyjadríme objem a dosadíme do vzťahu (10.5):

$$p_1\left(\frac{nRT_1}{p_1}\right)^{\kappa} = p_2\left(\frac{nRT_2}{p_2}\right)^{\kappa} \Rightarrow p_1\left(\frac{T_1}{p_1}\right)^{\kappa} = p_2\left(\frac{T_2}{p_2}\right)^{\kappa} \Rightarrow p_1\left(\frac{T_1}{p_1}\right)^{\kappa} = b\left(\frac{T_2}{b}\right)^{\kappa}. \tag{10.7}$$

lebo $p_2 = b$. Banka je po adiabatickom deji uzavretá, ochladený plyn sa postupne zohrieva, až dosiahne ustálenú teplotu T_3, ktorá sa rovná pôvodnej teplote T_1 okolia. Dej prebieha pri nemeniacom sa objeme (izochorický dej), tlak v nádobe s rastúcou teplotou postupne rastie, až na ustálenú hodnotu

$$p_3 = b + \rho g h_3\,. \tag{10.8}$$

Výsledný stav označíme indexom 3 - plyn má teplotu $T_3 = T_1$ a tlak p_3. Medzi začiatočnými a konečnými hodnotami tlaku a teploty plyny pri izochorickom deji platí vzťah

$$\left(\frac{T_2}{p_2}\right) = \left(\frac{T_3}{p_3}\right) \quad (p_2 = b\,, T_3 = T_1) \Rightarrow \left(\frac{T_2}{b}\right) = \left(\frac{T_1}{p_3}\right). \tag{10.9}$$

Dosadením týchto vzťahov do rovnice (10.7) dostaneme:

$$p_1\left(\frac{T_1}{p_1}\right)^{\kappa} = b\left(\frac{T_2}{b}\right)^{\kappa} \Rightarrow p_1\left(\frac{T_1}{p_1}\right)^{\kappa} = b\left(\frac{T_1}{p_3}\right)^{\kappa} \quad ,$$

odkiaľ vyplýva

$$\frac{p_1}{b} = \left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\kappa} \quad \Rightarrow \quad \kappa \ln\frac{p_1}{p_3} = \ln\frac{p_1}{b} \quad ,$$

ako aj výsledný vzťah používaný na výpočet Poissonovej konštanty

$$\kappa = \frac{\ln p_1 - \ln b}{\ln p_1 - \ln p_3} \quad . \tag{10.10}$$

Pri praktickom meraní bývajú tlaky p_1 aj p_3 podstatne menšie ako atmosférický tlak b. To umožňuje zjednodušiť vzťah (10.10) nasledujúcim spôsobom, v ktorom využijeme Taylorov rozvoj funkcie $\ln(1 + x) \cong x$, platný pre malé x :

$$\kappa = \frac{\ln\frac{p_1}{b}}{\ln\frac{p_1}{p_3}} = \frac{\ln\frac{b+\rho g h_1}{b}}{\ln\frac{b+\rho g h_1}{b+\rho g h_3}} = \frac{\ln\left(1+\frac{\rho g h_1}{b}\right)}{\ln\left(1+\frac{\rho g h_1}{b}\right)-\ln\left(1+\frac{\rho g h_3}{b}\right)} \cong \frac{\frac{\rho g h_1}{b}}{\frac{\rho g h_1}{b}-\frac{\rho g h_3}{b}} = \frac{h_1}{h_1-h_3} \tag{10.11}$$

Postup práce

Na začiatku, aj na konci merania, odčítame na laboratórnom barometri atmosférický tlak. Ak sa počas merania tlak zmenil, počítame s priemernou hodnotou.

Balónikom pripojeným ku kuhútiku K_1 nahustíme do banky vzduch, aby manometer ukázal pretlak 20 cm až 30 cm vodného stĺpca. Počkáme, kým sa hladiny ustália a odčítame rozdiel hladín h_1 vodných stĺpcov v ramenách manometra. Potom nakrátko otvoríme široký kohút K_2 a hneď zavrieme. Po vyrovnaní teploty vzduchu v banke s teplotou okolia, keď sa hladiny v ramenách manometra znova ustália, odčítame rozdiel ich polôh h_3 . Meranie opakujeme 10-krát pri rôznych začiatočných hodnotách h_1 . Namerané hodnoty zapisujeme do tabuľky a pri každom meraní vypočítame Poissonovu konštantu podľa približného vzťahu.

Tab. 10.1

b_1 =			b_2 =		
i	h_1	h_3	p_1	p_3	κ

Po vykonaní všetkých meraní, vypočítame aritmetický priemer získaných hodnôt Poissonovej konštanty a potom smerodajnú odchýlku aritmetického priemeru podľa vzťahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}\ .$$

Z približného vzťahu (10.11) vyplýva, že medzi veličinami h_1 a h_3 je lineárny vzťah:

$$h_3 = \frac{\kappa - 1}{\kappa} h_1 \ . \tag{10.12}$$

Namerané dvojice bodov (h_1 , h_3) vynesieme na milimetrový papier a preložíme nimi priamku. Zo smernice tejto priamky určíme hodnotu κ . Vyberieme jeden bod priamky a pomocou presného vzorca (10.10) vypočítame príslušnú hodnotu Poissonovej konštanty. Odchýlka Δ od hodnoty aritmetického priemeru udáva systematickú chybu v určení Poissonovej konštanty zapríčinenú výpočtom podľa približného vzorca.

Upozornenie

Pri nahusťovaní vzduchu musíme dávať pozor, aby klesajúca hladina vodného stĺpca neklesla príliš blízko k dolnému ohybu U trubice manometra, lebo kvapalina potom môže z manometra vystreknúť.

Otázky a problémy

1. Čomu sa rovná rozdiel molárnych tepelných kapacít pri stálom tlaku a pri stálom objeme?
2. Odvoďte vzťah vyjadrujúci Poissonovu konštantu.
3. Odhadnite, ktoré sú možné zdroje chýb tejto meracej metódy.

Meno: Krúžok: Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy 10
Pomer tepelných kapacít vzduchu

Stručný opis metódy merania:

Vzťahy ktoré sa používajú pri meraní:

Prístroje a pomôcky:

Meranie

Atmosférický tlak na začiatku merania b_1 =

na konci merania b_2 =

i	h_1	h_3	p_1	p_3	κ
Aritmetický priemer vypočítaných hodnôt Poissonovej konštanty:					κ_p =

Smernica lineárnej závislosti h_3 od h_1	k =
Poissonova konštanta vypočítaná podľa smernice	κ_s =
Aritmetický priemer nameraných hodnôt konštanty	κ_p =
Smerodajná odchýlka aritmetického priemeru	σ =
Rozdiel $\Delta = \kappa_p - \kappa_s$	Δ =

Aritmetický priemer nameraných hodnôt s uvedením jeho smerodajnej odchýlky:

κ_p =

K protokolu treba pripojiť graf závislosti h_3 od h_1

Slovné zhodnotenie výsledkov merania:

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta: **Podpis učiteľa:**