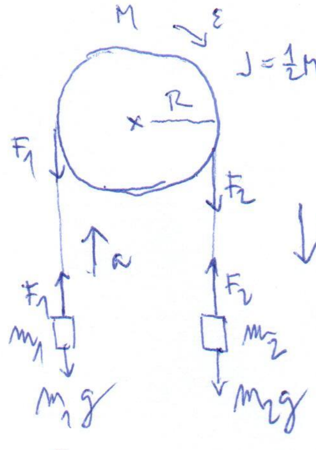
Vzorové riešenia Fyzika 1 (AI-doc. Vajda), 3. písomná práca, pre skupiny 9. 12. 2015 o 19. hodine

1. Cez kladku (plný valec s polomerom R a hmotnosťou M) upevnenú na pevnej vodorovnej osi otáčania je prevesené tenké lanko zanedbateľnej hmotnosti. Na koncoch lanka sú zavesené závažia s rôznymi hmotnosťami m_1 a m_2. Akým zrýchlením sa závažia pod vplyvom tiaže pohybujú? (Trenie a odpor vzduchu zanedbávame, moment zotrvačnosti plného valca s polomerom R je rovný $\frac{1}{2}MR^2$.)

3,5 boda



Nech $m_1 < m_2$. Pohybové rovnice kladky a závaží sú

$J\varepsilon = F_2R - F_1R$, kde $\varepsilon = \frac{a}{R}$; $J = \frac{1}{2}MR^2$

(1) $m_1 a = F_1 - m_1 g$

(2) $m_2 a = m_2 g - F_2$

(3) $\frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} = F_1R - F_2R$

Rovnice (1) – (3) umožňujú vypočítať a. Napríklad ak (1) a (2) vynásobíme $(-R)$ a sčítame ich, máme

$-m_1 aR = -F_1R + m_1 gR$

$-m_2 aR = -m_2 gR + F_2R$ $\Rightarrow F_2R - F_1R = -m_1aR - m_2aR - m_1gR + m_2gR$

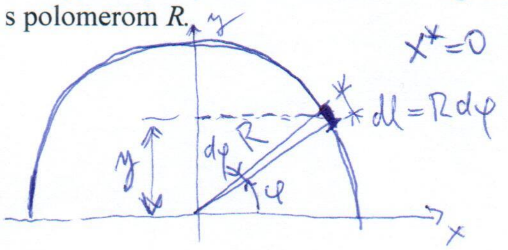
To dosadíme do (3) $\frac{1}{2}MRa = -(m_1+m_2)aR + (m_2-m_1)gR$ R sa vykráti!

$$\Downarrow \quad \boxed{a = \frac{(m_2-m_1)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2}}$$

{ Ak by bolo $m_1 > m_2$, potom $a = \frac{(m_1-m_2)g}{\frac{1}{2}M + m_1 + m_2}$ }

2. Vypočítajte polohu ťažiska homogénneho veľmi tenkého drôtu ohnutého do tvaru polkružnice s polomerom R.

3 body



$x^* = 0$

$y^* = \frac{1}{M}\int y\,dm$

kde $dm = \lambda\,dl$

$\lambda = \frac{M}{\pi R}$

$dl = R\,d\varphi$

$y = R\sin\varphi$

λ = dĺžková hustota

πR = dĺžka polkružnice

Po dosadení do y^*:

$$y^* = \frac{1}{M}\int_0^{\pi} R\sin\varphi\,\frac{M}{\pi R}\,R\,d\varphi = \dots = \frac{R}{\pi}\left[-\cos\varphi\right]_0^{\pi} \Rightarrow \boxed{y^* = \frac{2R}{\pi}}$$

3. Hmotný bod s hmotnosťou m koná harmonický kmitavý pohyb po priamke. Časová závislosť výchylky z rovnovážnej polohy je daná vzťahom $u = A\sin(\omega t + \varphi)$, pričom amplitúda kmitov A začiatočná fáza φ sú známe konštanty a ω je uhlová frekvencia kmitov. Nájdite maximálnu silu, ktorá počas kmitavého pohybu pôsobí na bod, ako aj celkovú energiu kmitov uvedeného hmotného bodu.

3,5 boda

Z tvaru funkcie výchylky vieme, že $\omega^2 = \frac{k}{m}$ $\left(T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)$

kde k je konštanta úmernosti pri kmitoch lineárneho harmonického oscilátora $(k = m\omega^2)$

Sila je maximálna, ak $x = A$

čiže $\boxed{F_{ma} = kA = m\omega^2 A}$

Celková energia kmitov

je $\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2}$