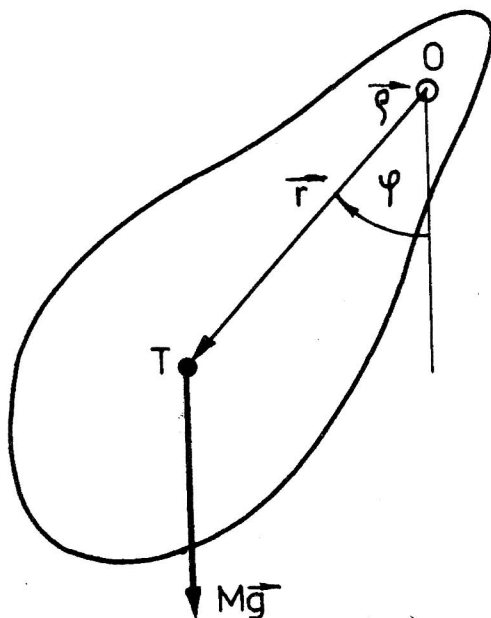


1. Určenie tiažového zrýchlenia reverzným kyvadlom

V mieste fyzikálneho laboratória experimentálne určte veľkosť tiažového zrýchlenia g .

TEORETICKÝ ÚVOD

Každé teleso upevnené tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi neprechádzajúcej jeho ťažiskom, sa nazýva fyzikálne kyvadlo. Kyvadlo je v rovnovážnej polohe, ak jeho ťažisko T (obr. 1.1) je v najnižšej polohe, t.j. ak leží na zvislej priamke pretínajúcej os v bode O .



Obr. 1.1 Fyzikálne kyvadlo

Po vychýlení kyvadla z rovnovážnej polohy koná kyvadlo pôsobením tiažovej sily, ktorá naň pôsobí, otáčavý pohyb,

pre ktorý, ako pre každé teleso uložené na pevnej osi, platí pohybová rovnica

$$\vec{M} = I \vec{\epsilon} \quad (1.1)$$

kde \vec{M} je moment vonkajšej sily vzhľadom na os 0, I je moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os 0, $\vec{\epsilon}$ je uhlové zrýchlenie pohybu.

Zvoľme si v smere osi otáčania jednotkový vektor $\vec{\rho}$ orientovaný pred rovinu nákresu. Vektor uhlovej výchylky kyvadla z rovnovážnej polohy je potom

$$\vec{\varphi} = \varphi \vec{\rho}$$

a vektor uhlového zrýchlenia



$$\vec{\epsilon} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \vec{\rho} \quad (1.2)$$

Účinok tiažovej sily Zeme na pohybový stav telesa je taký, ako keby všetky sily pôsobili v ťažisku. Pre stav znázornený na obr. 1.1 vyvolá výslednica tiažových síl otáčavý moment vzhľadom na os otáčania daný vzťahom

$$\vec{M} = [(\vec{r} \times m\vec{g}) \cdot \vec{\rho}] \vec{\rho} \quad (1.3)$$

kde m je hmotnosť telesa, \vec{r} polohový vektor ťažiska vzhľadom na bod 0. Úpravou a použitím vzťahov (1.1) a (1.2) dostaneme

$$- mgr \sin \varphi = I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (1.4)$$

Pre malé výchylky platí $\sin \varphi \doteq \varphi$ a po substitúcii

$$\frac{mgr}{I} = \omega^2 \quad (1.5)$$

nadobudne pohybová rovnica fyzikálneho kyvadla pre malé výchylky tvar

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0 \quad (1.6)$$

Rovnica (1.6) je diferenciálna rovnica netlmeného harmonického pohybu. Všeobecné riešenie tejto rovnice je

$$\varphi(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (1.7)$$

Ak v čase $t = 0$ má kyvadlo maximálnu výchylku $\varphi(0) = \varphi_0$, riešenie rovnice (1.7) sa redukuje na tvar

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t) \quad (1.8)$$

Kyvadlo teda kmitá okolo rovnovážnej polohy s uhlovou frekvenciou ω danou vzťahom (1.5), ktorej zodpovedá perioda pohybu - doba kmitu fyzikálneho kyvadla

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgr}} \quad (1.9)$$

METÓDA MERANIA

Reverzné kyvadlo pozostáva z kovovej tyče opatrenej dvoma navzájom rovnobežnými britmi, ktoré vytvárajú dve osi otáčania O_1 a O_2 tak, aby ťažisko ležalo nesúmerne na úsečke O_1O_2 , ako je to znázornené na obr. 1.2. Na jeden koniec tyče je nasunutý

valec - závaží Z, kterým možno posúvať a meniť tak polohu ťažiska T.

Ak kyvadlo kmitá okolo osi O_1 , platí pre uhlovú frekvenciu vzťah

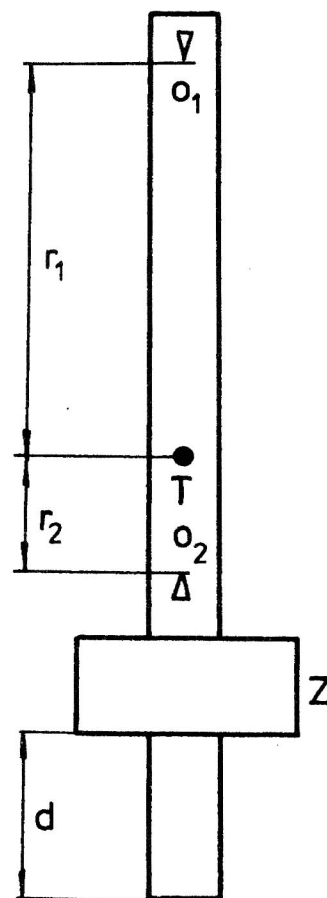
$$\omega_1^2 = \frac{mgr_1}{I_1} \quad (1.10)$$

kde $I_1 = I_0 + mr_1^2$;

ak kmitá okolo osi O_2 , platí vzťah

$$\omega_2^2 = \frac{mgr_2}{I_2} \quad (1.11)$$

kde $I_2 = I_0 + mr_2^2$, I_0 je moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os rovnobežnú s osami O_1 a O_2 , ale prechádzajúcej ťažiskom T.



Obr. 1.2 Reverzné kyvadlo

Posúvaním závažia Z možno kyvadlo nastaviť tak, aby kmitalo s rovnakou dobou kmitu okolo obidvoch osí. Potom platí

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega \quad (1.12)$$

Použitím vzťahov (1.10), (1.11), (1.12) a vylúčením veličiny I_0 (ktorej veľkosť nemusíme vôbec poznať), plynie

$$\omega^2 = \frac{g}{r_1 + r_2} = \frac{g}{l} \quad (1.13)$$

kde l je vzájomná vzdialenosť osí O_1 a O_2 .

Pre dobu kmitu vychádza

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.14)$$

OPIS APARATÚRY A POSTUP PRÁCE

a) **Prístroje a pomôcky:** reverzné kyvadlo, skrutkovač, dĺžkové meradlo, stopky

b) **Postup práce:**

Zmeriame závislosť doby kmitu T kyvadla okolo osi O_1 a O_2 pri rôznych polohách závažia Z . Polohu závažia meníme s krokom 1 cm. Presnosť merania zvýšime tým, že meriame 10 T alebo 20 T . Pri danom nastavení závažia určíme T_1 aj T_2 . Meranie opakujeme 3-krát. Údaje zapíšeme do tab. 1.1. Je potrebné dbať na to, aby pri každom meraní bola výchylka kyvadla z rovnovážnej polohy rovnaká (značka na zariadení). Z nameraných hodnôt zostrojíme závislosti dôb kmitu T_1 a T_2 od polohy d závažia Z . Z grafu odčítame hodnotu T , pre ktorú platí

$$T = T_1 = T_2$$

Použitím vzťahu (1.14) vypočítame hodnotu tiažového zrýchlenia g a porovnáme ju s presnou hodnotou g_B pre Bratislavu ($g_B = 9,806 \text{ m.s}^{-2}$).

Tab. 1.1

$l =$

d (cm)	0_1				0_2			
	1.	2.	3.	$\bar{T}_1(s)$	1.	2.	3.	$\bar{T}_2(s)$
	$10 T_1$	$10 T_1$	$10 T_1$		$10 T_2$	$10 T_2$	$10 T_2$	

OTÁZKY A PROBLÉMY

1. Aká musí byť dĺžka matematického kyvadla, aby kmitalo s rovnakou periodou ako fyzikálne kyvadlo?
2. V čom spočíva metóda merania tiažového zrýchlenia pomocou reverzného kyvadla?
3. Aký je vzťah medzi vzdialenosťou osí reverzného kyvadla a dĺžkou matematického kyvadla kmitajúceho s tou istou periodou ako reverzné kyvadlo?