

1. Hmotný bod sa pohybuje po kružnici s polomerom R . Časová závislosť dĺžky dráhy hmotného bodu je daná vzťahom $s = v_0 t - \frac{1}{2} k t^2$, kde v_0, k sú známe kladné konštanty a t je čas, ktorý uplynul od začiatku merania. Určte rýchlosť, veľkosť tangenciálneho zrýchlenia, veľkosť normálového (dostredivého) zrýchlenia a veľkosť celkového zrýchlenia hmotného bodu v čase t . **9 bodov**

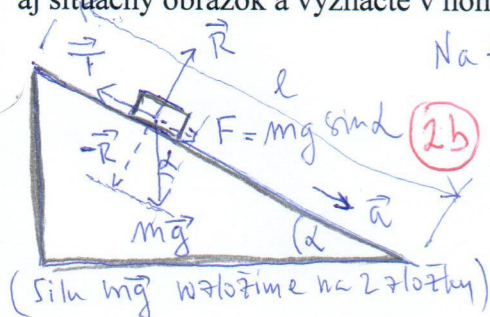
Rýchlosť $v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} (v_0 t - \frac{1}{2} k t^2) = v_0 - k t$ (2b)

Tg-zrýchlenie $a_t = \left| \frac{dv}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} (v_0 - k t) \right| = k$ (2b) (veľkosť vektora > 0 !)

Dostredivé zrýchlenie $a_D = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_D = \frac{(v_0 - k t)^2}{R}$ (2b)

Celkové zrýchlenie: $a = \sqrt{a_t^2 + a_D^2} \Rightarrow a = \sqrt{k^2 + \frac{(v_0 - k t)^2}{R^2}}$ (3b)

2. Teleso tvaru kvádra sa začína kĺzať po naklonenej rovine dĺžky l s uhlom sklonu α . Koeficient dynamického trenia telesa po povrchu naklonenej roviny je μ . Za aký čas teleso sklzne nadol? (Nakreslite aj situačný obrázok a vyznačte v ňom sily, ktoré pôsobia na teleso). **8 bodov**



Na teleso pôsobia: tiaž $m\vec{g}$, reakcia podložky \vec{R} (1b)
sila trenia $T = \mu m g \cos \alpha$ v smere $-\vec{a}$

Pohybová rovnica telesa (v smere nakl. roviny)

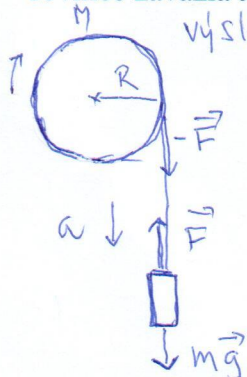
$$m a = m g \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

Pohyb je rovnomerne zrýchlený:

$$l = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \quad (1b) \quad t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha}} \quad (1b)$$

3. Homogénny plný valec s polomerom R a hmotnosťou M je upevnený na vodorovnej osi otáčania, zhodnej s osou súmernosti valca. Na valci je namotané lanko zanedbateľnej hmotnosti. Jeden koniec lanka je upevnený na valci, na druhom konci je zavesené závažie hmotnosti m . Závažie vplyvom tiaže samovoľne klesá. Akou silou je namáhané lanko? (Nakreslite situačný obrázok a napíšte pohybové rovnice závažia a lanka. Moment zotrvačnosti valca je $\frac{1}{2} M R^2$, trenie zanedbajte). **9 bodov**



výsledok od R nezávisí!

Pohybové rovnice: valec: (2b) $J \epsilon = F R$ $\epsilon = \frac{a}{R}$ (2b) $J = \frac{1}{2} M R^2$

závažie (2b) $m a = m g - F$ (1)

Po dosadení J a ϵ $\frac{1}{2} M R^2 \frac{a}{R} = F R \Rightarrow F = \frac{1}{2} M a$ (2) (1b)

z (1) a (2) máme

$$m a = m g - \frac{1}{2} M a \Rightarrow a = \frac{m g}{m + \frac{1}{2} M} = \frac{2 m g}{2 m + M} \quad (1b)$$

a teda $F = \frac{M m g}{M + 2 m}$

4. Na pružine je zavesené teleso, ktoré kmitá s amplitúdou kmitov A a rovnovážnou polohou prechádza rýchlosťou v_m . Silová konštanta pružiny je k . Aká je hmotnosť kmitajúceho telesa? **4 body**

(3b) E_k (v rovnovážnej polohe) = E_p (pri max. výchylke)

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow m = \frac{k A^2}{v_m^2} \quad (1b)$$

(Teleso kmitá ako lineárny harmonický oscilátor)