

求函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{8} & 2 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

的随机数序列。先生成 $[0, 1]$ 分布的随机序列，再根据逆变法求得 $f(x)$ 的随机序列，具体过程如下：

- 生成 $[0, 1]$ 的随机数，可根据混合同余法求得，其具体的公式如下

$$S_{k+1} = (A \cdot S_k + C) \bmod (M)$$

然后根据上述公式产生的序列除以 M 既得到 $[0, 1]$ 之间的 随机数。上述序列可设初值

$$\begin{cases} S_0 = 1 \\ C = 97 \\ M = 2^{20} \\ A = 17 \end{cases}$$

- 由逆变法求函数 $f(x)$ 的分布序列过程如下：

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^x \frac{x-2}{8} dx = \int_2^x \frac{x-2}{8} dx = \frac{1}{8} \int_2^x (x-2) d(x-2) = \frac{1}{16} (x-2)^2 \quad \text{where } x \leq 6 \\ &\Rightarrow y = F(x) \\ &\Rightarrow x = F^{-1}(y) = 4\sqrt{y} + 2 \quad \text{where } y \sim U(0, 1) \end{aligned}$$

代码在 `hw1.h` , `hw1.cpp` , `main.cpp` 中，在 `hw1.h` 中分别定义了两个类一个可以产生是0-1均匀分布的随机序列，类名 `UniformDistribution` , 一个产生自定义函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{8} & 2 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

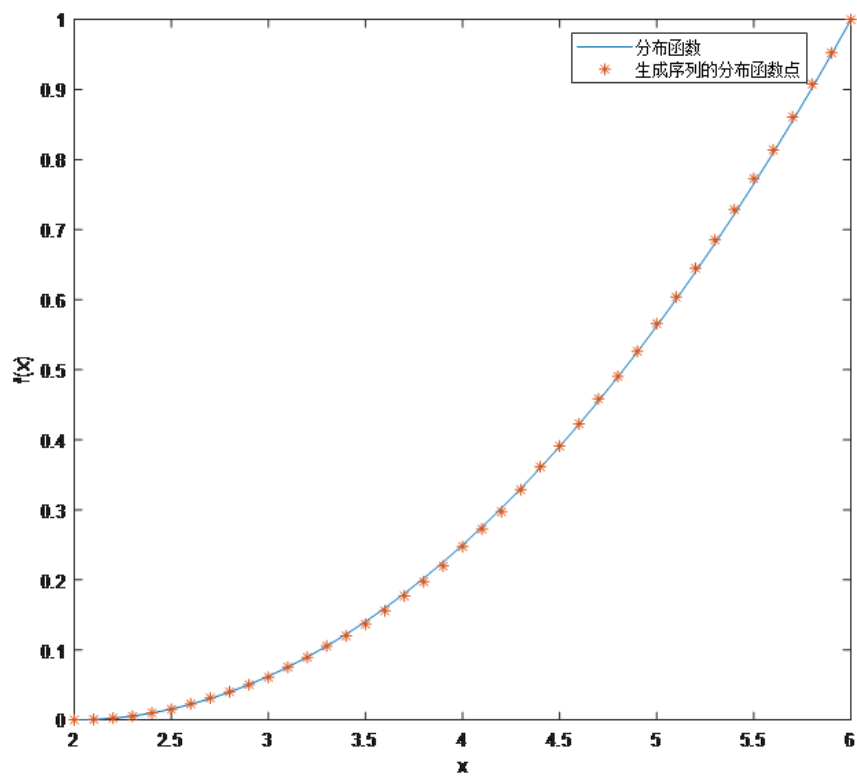
的随机序列，类名为 `CustomDistribution`。代码的目录如下：

```
.
├── CMakeLists.txt
├── hw1.cpp
├── hw1.h
└── main.cpp
```

运行方式如下：

```
# wsl or linux 下运行
mkdir build && cd build && cmake .. && make && ./helloworld
# win 下使用任意IDE 新建工程添加上述 *.h *.cpp编译运行
```

输出结果为函数的概率分布函数在定义域 $[2,6]$ 之间的40个点的概率值。和原函数的概率分布函数比较，可以发现两者非常接近，如下图所示，说明产生的随机数序列符合要求。



均匀分布的序列的随机分布函数值和其对应的分布函数图像如下：

