Robottechnika

Magyar Attila

Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék

magyar.attila@virt.uni-pannon.hu

Robottechnika

Magyar Attila

Pannon Egyetem
Műszaki Informatikai Kar
Villamosmérnöki és Információs Rendszerek Tanszék

magyar.attila@virt.uni-pannon.hu

Robottechnika:

Alapfogalmak

2014. szeptember 17.

Robottechnika:

Alapfogalmak

2014. szeptember 17.

Áttekintés

1. Idő és mozgás
   - Trajektória
   - Időfüggő koordinátarendszerek
   - Összefoglalás

Áttekintés

1. Idő és mozgás
   - Trajektória
   - Időfüggő koordinátarendszerek
   - Összefoglalás

Az előzőekben megnéztük, hogyan lehet leírni objektumokat két-, illetve háromdimenziós térben pozíciójukkal, illetve orientációjukkal Most az következik, hogy az objektumok mozognak, azaz a pozíció, illetve orientáció az idő függvényeként írható le.

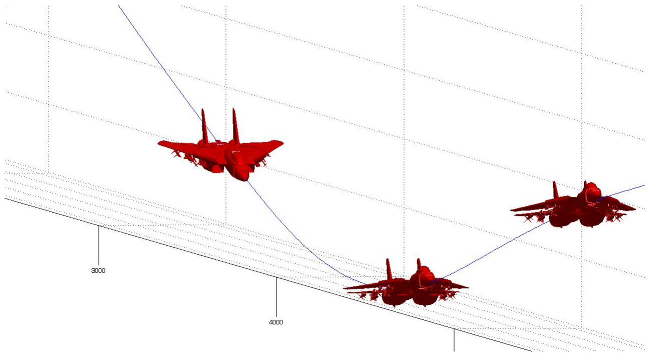
Robotok esetetén jogos elvárás, hogy egy adott pozíció-orientáció időfüggvényt követni tudjanak (manipulátorok, pl.).

- Először megnézzük, hogyan tudunk pozíciók-orientációk időbeli sorozatát generálni, (**trajektória**), ami folytonosan megy át a kezdeti állapotból a végállapotba.
- Azután megvizsgáljuk a pozíció-orientáció megváltozását, idő szerinti deriváltját. A cél az inverz probléma megoldása, azaz sebesség és szögsebesség mérésekből határozzuk meg a mozgó objektum aktuális pozícióját-orientációját. Eaz **inerciális navigáció** alapja.

Trajektória

- Út vs. trajektória

Út: térbeli görbe
(*elsétálok A-ból B-be*)
Trajektória: térbeli görbe időzítéssel
(*elsétálok A-ból B-be egy nap alatt*)



Sima egydimenziós trajektóriák

- Trajektória - időfüggvényként adott pozíció

  Sima trajektória: az első néhány (idő szerinti) deriváltja folytonos
- Polinomiális trajektória - kézenfekvő jelölt

$$\begin{aligned} s(t) &= At^5 + Bt^4 + Ct^3 + Dt^2 + Et + F \\ \dot{s}(t) &= 5At^4 + 4Bt^3 + 3Ct^2 + 2Dt + E \qquad\qquad t \in [0,\ T] \\ \ddot{s}(t) &= 20At^3 + 12Bt^2 + 6Ct + 2D \end{aligned}$$

- Peremfeltételek

idő	s	$\dot{s}$	$\ddot{s}$
$t=0$	s_0	$\dot{s}_0$	$\ddot{s}_0$
$t=T$	s_T	$\dot{s}_T$	$\ddot{s}_T$

- Lineáris egyenletrendszer megoldására vezet!

Sima egydimenziós trajektóriák

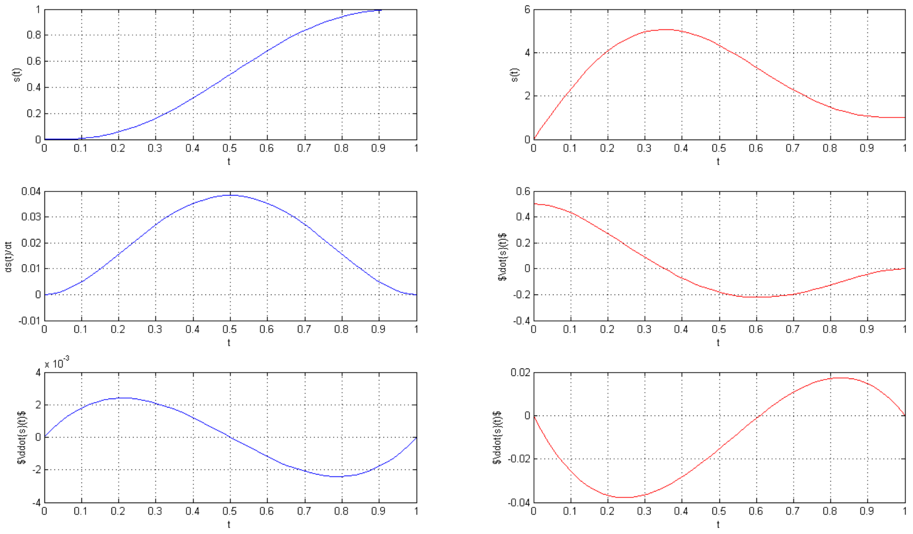
- Lineáris egyenletrendszer

$$\begin{pmatrix} s_0 \\ s_T \\ \dot{s}_0 \\ \dot{s}_T \\ \ddot{s}_0 \\ \ddot{s}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T^5 & T^4 & T^3 & T^2 & T & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5T^4 & 4T^3 & 3T^2 & 2T & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 20T^3 & 12T^2 & 6T & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{pmatrix}$$

A kék esetben nulla piros esetben nem nulla kezdeti sebesség mellett rajzoltuk fel

- A nem nulla esetben $s(t)$ túllövést produkál (piros)
- A sebesség szinte mindig a maximum alatt van. . . (kék)

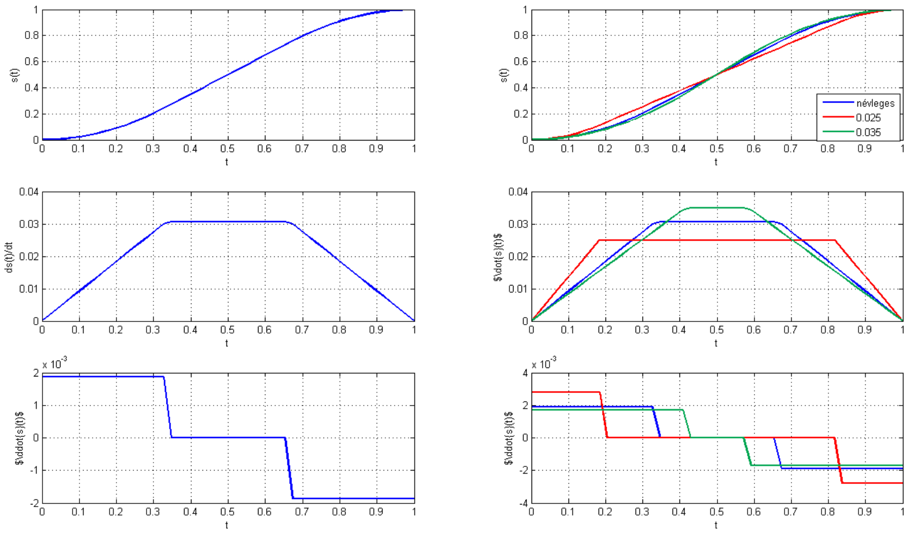
Sima egydimenziós trajektóriák



A trapezoid trajektória folytonos sebességet ad, de a gyorsulás nem lesz az!

Látható, hogy amint a lineáris szakasz sebessége növekszik, csökken az időtartama, és határesetben nullává válik. Valójában a sebesség nem választható meg akármekkorára, túl kicsi, vagy túl nagy sebesség kivitelezhetetlen trajektóriához vezet.
A rendszer túlhatározott (biztos ez???), öt korlátozó egyenlet van (teljes idő, kezdeti és végső pozíció és sebesség), de hat szabad paraméter van (görbületi idő, három parabolikus és két lineáris együttható).

Alternatíva: trapéz alakú sebességprofil



Többdimenziós eset

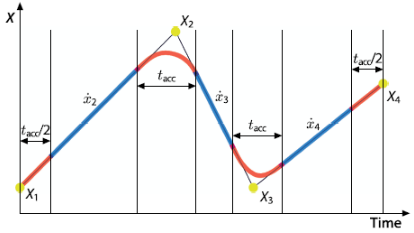
- A robotok több tengellyel/szabadsági fokkal rendelkeznek, $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^M$
  - Kétdimenziós eset: (x, y, θ)
  - Háromdimenziós eset: $(x, y, z, \theta_r, \theta_p, \theta_y)$
- Ötlet: M db skalár trajektória...
- ...az orientációnál nem ilyen egyszerű (ortogonalitás)

t_{acc} egy paraméter, ami a mi kezünkben van. Ha a beavatkozók em képesek bizonyos gyorsulásnál nagyobbat produkálni, akkor ezt az időt meg kell növelni.

Több tengely/csukló esetén, ha van olyan, amelyik lassabb, mint a többi, akkor ennek a maximális sebességéhez kell meghatározni a több tengely megengedett legnagyobb sebességét. Így az összes tengely egyszerre éri el $\boldsymbol{x}_k$-t.

Összetett trajektóriák

- Útpontok definiálják $\boldsymbol{x}_k,\ k \in [1, N],\ \boldsymbol{x}_k \in \mathbb{R}^M$
- Köztük elemi trajektória szakaszok $(N-1)$
  - Akadály elkerülése
  - Feladatvégzés (megmunkálás, hegesztés, festés, stb.)



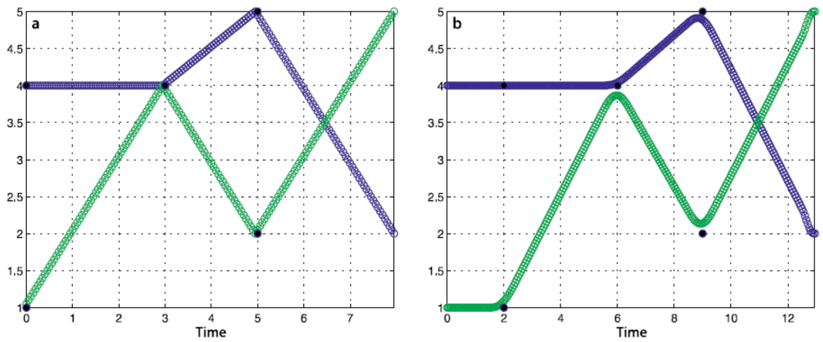
- Folytonos sebesség - az útpontok nem lesznek érintve
- Az egyenes szakaszokon állandó sebesség, köztük a gyorsulás:

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \frac{\dot{\boldsymbol{x}}_{k+1} - \dot{\boldsymbol{x}}_k}{t_{acc}}$$

körök diszkrét időpontok

fekete pontok útpontok (*via* pontok)

Összetett trajektóriák



- $t_{acc} = 0\,$s, illetve $t_{acc} = 1\,$s

Orientáció interpolációja

- Pl. a végszerszám változtassa meg az orientációját ξ_0-ról ξ_1-re
- Általános megközelítés $\xi(s) = \sigma(\xi_0, \xi_1, s)$ folytonos függvény,$s \in [0, 1]$

$$\sigma(\xi_0, \xi_1, 0) = \xi_0, \qquad \sigma(\xi_0, \xi_1, 1) = \xi_1$$

- Forgatási mátrix reprezentációban ($\xi \sim \boldsymbol{R}$)

  $$\sigma(\boldsymbol{R}_0, \boldsymbol{R}_1, s) = (1 - s)\boldsymbol{R}_0 + s\boldsymbol{R}_1 \quad \rightarrow \quad \text{nem mindig ortonormált}$$

- Az Euler szög reprezentáció ($\xi \sim \boldsymbol{\Gamma}$)

  $$\sigma(\boldsymbol{\Gamma}_0, \boldsymbol{\Gamma}_1, s) = (1 - s)\boldsymbol{\Gamma}_0 + s\boldsymbol{\Gamma}_1 \quad \rightarrow \quad \text{változik a forgatás tengelye}$$

- Egységkvaternió leírásban ($\xi \sim \mathring{q}$) egy adott tengely körüli forgatásként valósítható meg az interpoláció

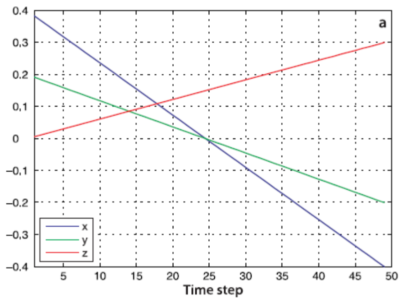
Együtt kezeli az orientáció és a pozíció interpolációját, minden interpolációs pontban egy homogén transzformációs mátrix írja le a pozíciót-orientációt.

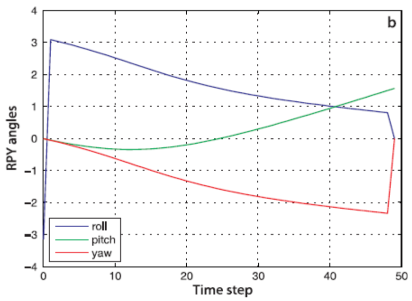
Látható, hogy a pozíció folytonos és lineáris függvénye az időnek, az orientáció (RPY koordináták) pedig folytonos függvénye az időnek. Annyi baj van vele, hogy a kezdeti és a végső sebesség nem nulla.

Az orientáció elején azértvan ugrás, mert körbeér a $[-\pi,\ \pi]$ intervallumon, a végén meg egy szingularitásba megy az RPY reprezentáció ($\sim$ Gimbal lock)

Descartes mozgás

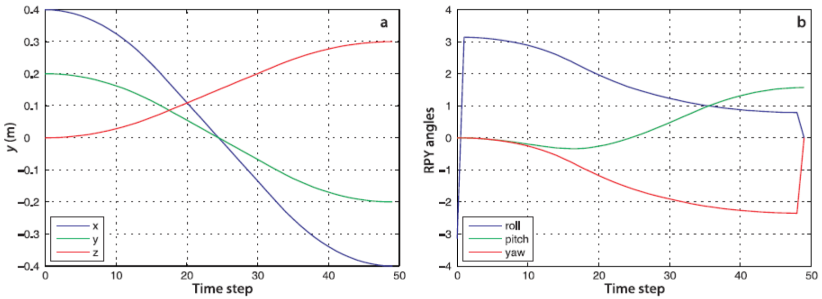
- Descartes mozgás: Két adott pozíció, ill. orientáció közti folytonos út
- Gyakorlatilag a kezdeti és a végpontbeli $\boldsymbol{T}$ homogén transzformációs mátrixot interpolálja





Descartes mozgás

- Descartes mozgás: Két adott pozíció, ill. orientáció közti folytonos út
- Trapéz alakú sebességprofil mellett folytonos függvény lesz a kezdeti és a végpontban is



Az eddigiekben lineáris és forgó komponensből álló koordinátarenszer mozgatásokat írtunk le. A transzlációs sebesség nem más, mint a koordinátarendszer origójának a sebessége, a forgási sebesség egy kicsivel bonyolultabb dolog...

A tengely-szög leírással van szoros kapcsolatban

Forgó koordinátarendszerek

- 3 dimenziós térben mozgó test sebessége az origó sebessége
- 3 dimenziós térben forgó test szögsebessége vektormennyiség
  - $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$
  - $\boldsymbol{\omega}$ - pillanatnyi forgatási tengely
  - $|\boldsymbol{\omega}|$ - forgási sebesség
- Időfüggő forgatási mátrix deriváltja

$$\dot{\boldsymbol{R}}(t) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(t)$$

ahol $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})$ ferdén szimmetrikus mátrix $(\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})^T = -\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}))$

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

- Inverzművelet jelölése: $\boldsymbol{\omega} = \mathrm{vex}(\boldsymbol{S})$

Forgó koordinátarendszerek

- Jó, jó, de mit jelent $\dot{\boldsymbol{R}}(t)$?
- Közelítés előremutató differenciával

$$\dot{\boldsymbol{R}}(t) \approx \frac{\boldsymbol{R}(t+\delta_t) - \boldsymbol{R}(t)}{\delta_t}$$

- Rendezve

$$\boldsymbol{R}(t+\delta_t) \approx \delta_t \dot{\boldsymbol{R}}(t) + \boldsymbol{R}(t)$$

- Behelyettesítve $\dot{\boldsymbol{R}}(t) = \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(t)$-t

$$\boldsymbol{R}(t+\delta_t) \approx \delta_t \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(t) + \boldsymbol{R}(t) = \left(\delta_t \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{I}_{3\times 3}\right)\boldsymbol{R}(t)$$

- Megmutatja, hogy változik a forgatási mátrix a szögsebesség függvényében

In

$$\boldsymbol{R}(k+1) = \delta_t \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(k) + \boldsymbol{R}(k)$$

we added the matrix $\delta_t \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(k)$ to an orthonormal rotation matrix and this is not quite proper - the result will not be an orthonormal matrix. However if the added term is small (Which is why inertial navigation systems operate at a high sample rate and δ_t is small.) the result will be close to orthonormal and we can straighten it up. This process is called normalization and enforces the constraints on the elements of an orthonormal matrix.

Inerciális navigációs rendszerek

Definíció (Inerciális navigációs rendszer)

Olyan eszköz, ami egy referencia inerciarendszerhez (Univerzum) képesti pozíció, orientáció és sebesség becslését adja meg külső bemenet nélkül.

- Gyorsulás- és szögsebesség mérések numerikus integrálása
- Diszkrét idejű formula

$$\boldsymbol{R}(k+1) = \delta_t \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{R}(k) + \boldsymbol{R}(k)$$

- A mért gyorsulást átszámolva az inerciális koordinátarendszerbe

$${}^{0}\boldsymbol{a} = {}^{0}\boldsymbol{R}_B\, {}^{B}\boldsymbol{a}$$

- Nagy mintavételi frekvencia $\rightarrow \delta_t$ kicsi, és $\boldsymbol{R}$ nem torzul el nagyon

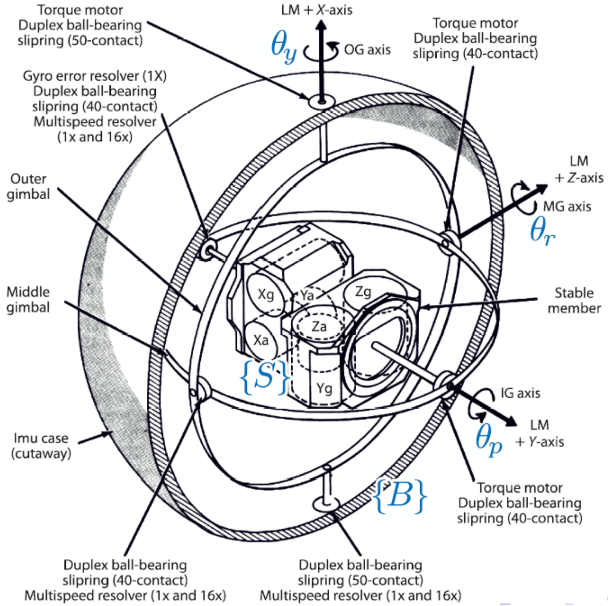
A képen az Apollo Holdkomp inerciális mérőegysége (IMU) látható. A jármű koordinátarendszerének x tengelye felfelé mutat, a z tengely előre, sz y tengely pedig jobbra.A stabil platformtól $\{S\}$ kifelé haladva a forgatási sorozat YZX.

$X_g,\ X_a$: x irányú giroszkóp, illetve x irányú gyorsulásmérő

$Y_g,\ Y_a$: y irányú giroszkóp, illetve y irányú gyorsulásmérő

$Z_g,\ Z_a$: z irányú giroszkóp, illetve z irányú gyorsulásmérő

Inerciális navigációs rendszerek



Összefoglalás

- Pozíció és orientáció időbeli változása
  - Pozíciók és orientációk folytonos sorozatával (trajektória)
  - Forgatási mátrix deriváltja -> forgási sebesség
- A forgatások interpolációja kvaterniókkal hatékonyabban kezekhető