

Дифференциальные уравнения

Вопросу к экзамену
(V семестр 2024-2025)

1. **ОДУ 1-го порядка.** Основные понятия и определения. Основная задача теории интегрирования и общей теории ДУ.
2. **ОДУ 1-го порядка.** Уравнение 1-го порядка, разрешённого, относительно производной. Решение уравнения. Неявное и параметрическое задания решения.
3. **ОДУ 1-го порядка.** Геометрическое истолкование решения уравнения.
4. **ОДУ 1-го порядка.** Задача Коши. Особые случаи задачи Коши
5. **ОДУ 1-го порядка.** Достаточное условие существования решения задачи Коши. Формулировка теоремы Пикара.
6. **ОДУ 1-го порядка.** Общее решение. Общий интеграл. Общее решение в параметрической форме.
7. **ОДУ 1-го порядка.** Частное и особое решения. Кривые, подозрительные на особое решение по ДУ. Огибающая семейства интегральных кривых. Кривые, подозрительных на особое решение.
8. **ОДУ 1-го порядка.** Интеграл ДУ. Первое и второе определения.
9. **ОДУ 1-го порядка.** Уравнение, не содержащее искомой функции.
10. **ОДУ 1-го порядка.** Уравнение, не содержащее независимой переменной.
11. **ОДУ 1-го порядка.** Построение общего интеграла для уравнений с разделяющимися переменными.
12. **ОДУ 1-го порядка.** Особые решения для уравнений с разделяющимися переменными.
13. **ОДУ 1-го порядка.** Построение общего интеграла для однородного ДУ.
14. **ОДУ 1-го порядка.** Особые решения для однородного ДУ. Геометрическое свойство интегральных кривых.
15. **ОДУ 1-го порядка.** Понятие о линейном уравнении. Существование и единственность решения задачи Коши.
16. **ОДУ 1-го порядка.** Общие свойства линейного уравнения.
17. **ОДУ 1-го порядка.** Построение общего решения однородного линейного уравнения.
18. **ОДУ 1-го порядка.** Свойства решений однородного линейного уравнения. Структура общего решения неоднородного линейного уравнения. Теорема.
19. **ОДУ 1-го порядка.** Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа). Замечания.
20. **ОДУ 1-го порядка.** Геометрическое свойство интегральных кривых линейного уравнения.
21. **ОДУ 1-го порядка.** Понятие об уравнении в полных дифференциалах.
22. **ОДУ 1-го порядка.** Признак уравнения в полных дифференциалах. Построение общего интеграла.
23. **ОДУ 1-го порядка.** Решение задачи Коши.
24. **ОДУ 1-го порядка.** Интегрирующий множитель. Основные понятия.
25. **ОДУ 1-го порядка.** Зависимость интегрирующего множителя только от x и только от y .
26. **ОДУ 1-го порядка.** Интегрирующий множитель $\mu = \mu[\omega(x, y)]$.
27. **ОДУ 1-го порядка.** Интегрирующий множитель и особые решения.
28. **ОДУ 1-го порядка.** Интегрирующий множитель для уравнения с разделяющимися переменными и для однородного уравнения.
29. **ДУ в механике.** Методика и схема составления ДУ.
30. **ДУ в механике.** Второй закон Ньютона. Задача о равномерном спуске.
31. **ДУ в механике.** Уравнения Ньютона. Задача о падении вниз тела массы m при сопротивлении среды, пропорциональном скорости.
32. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Общий случай. Задача интегрирования. Формулировка теоремы об условиях единственности.
33. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Общий интеграл. Общее решение в параметрической форме. Частное и особое решения.
34. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Кривые, подозрительные на особое решение. Дискриминантная кривая. Огибающая семейства интегральных кривых как особое решение.
35. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Уравнение, содержащее только производную.
36. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Уравнение, не содержащее искомой функции.
37. **ОДУ 1-го порядка (неявный вид).** Уравнение, не содержащее независимой переменной.

38. **Уравнения высших порядков.** Геометрическое истолкование.
39. **Уравнения высших порядков.** Задача Коши. Краевая задача.
40. **Уравнения высших порядков.** Общее решение. Общий интеграл.
41. **Уравнения высших порядков.** Общее решение в параметрической форме. Частное решение. Особое решение.
42. **Уравнения высших порядков.** Уравнение, содержащее только независимую переменную и производную порядка n .
43. **Уравнения высших порядков.** Типы уравнений, допускающих понижение порядка. Уравнение, не содержащее независимой переменной.
44. **Уравнения высших порядков.** Уравнение, однородное относительно искомой функции и её производных.

45. **Системы ОДУ.** Понятие о нормальной системе. Линейная система. Решение системы. Геометрическое истолкование нормальной системы.
46. **Системы ОДУ.** Механическое истолкование нормальной системы. Фазовое пространство.
47. **Системы ОДУ.** Задача Коши. Формулировка теоремы Пикара.
48. **Системы ОДУ.** Общее, частное и особое решения.
49. **Системы ОДУ.** Интеграл нормальной системы, первое и второе определение интеграла. Первые интегралы. Общий интеграл. Число независимых интегралов.
50. **Системы ОДУ.** Понижение порядка системы при помощи первых интегралов.
51. **Системы ОДУ.** Приведение уравнения n -го порядка к системе уравнений первого порядка и обратная задача
52. **Системы ОДУ.** Система ОДУ в симметрической форме. Приведение нормальной системы к системе в симметрической форме.
53. **Системы ОДУ.** Интегралы, первые интегралы и общий интеграл системы ДУ в симметрической форме.

54. **Фазовые пространства.** Эволюционные процессы. Примеры. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Обобщённые координаты и скорости.
55. **Фазовые пространства.** Фазовый портрет математического маятника. Аттрактор.
56. **Странные аттракторы.** Динамическая система. Неподвижные точки, варианты поведения на примере двухфазного пространства. Предельные циклы.
57. **Странные аттракторы.** Аттрактор Лоренца.
58. **Понятие хаоса.** Подходы к поведению сложных систем Лапласа и Пуанкаре.