


Линейные модели

Задача классификации или регрессии можно рассматривать как поиск линейного отображения из множества X в множество предсказываемых значений (features).

^ Определение 

Линейным отображением [векторного пространства](#) V над [полем](#) K в векторное пространство W над тем же полем называется [отображение](#)

$$f: V \rightarrow W,$$

удовлетворяющее условиям линейности^[2]

- $f(x + y) = f(x) + f(y)$
- $f(\alpha x) = \alpha f(x)$

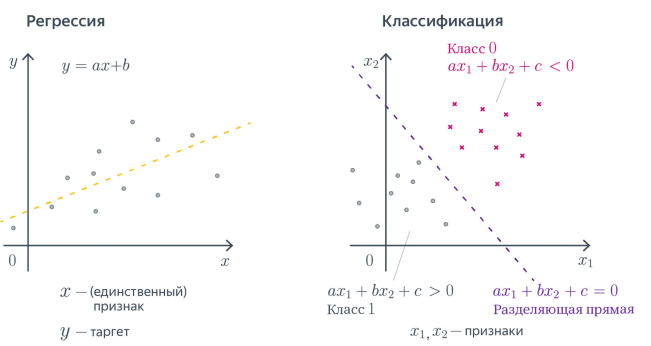
для всех $x, y \in V$ и $\alpha \in K$.

Если $W = V$, то f называется *линейным оператором* или *линейным преобразованием* пространства V . Если выполняется только первое свойство, то отображение f называется [аддитивным](#).

Будем рассматривать функции вида:

$$y = \begin{cases} 1 & \text{если } x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

, где y -целевая переменная (искомая, фича)



Hot-encoding - метод для перевода категориальных данных в численные,

заменяя каждую категорию единицей для соответствующей записи, а остальные типы помечая нулями.

+:

1. Линейные модели обладают **интерпретируемостью**, т.е. мы можем описать например за что отвечают веса модели, более «важному» признаку соответствует более важный вес (однако это совсем не всегда именно так: малый вес для скомпенсированности, вес может быть и малый, но критически важен в разных ситуациях).
2. Можем вводить функции от исходных переменных, вместо использования сложных полиномиальных моделей:

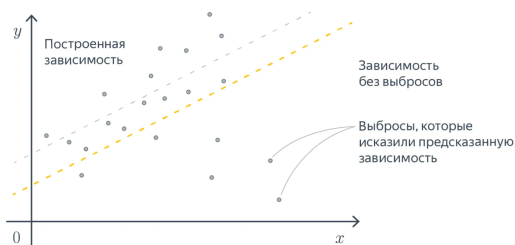
3.
$$y \approx w_1x_1 + w_2x_2 + w_3 \log x_1 + w_4 \text{sgn}(x_1x_2)$$

-:

1. Feature engineering- поиск дополнительных признаков (сложные функции от исходных)

МНК:

Задача: приблизить $f_w(x)$ к y . Должны научиться измерять качество модели и уметь минимизировать ее ошибку, както меняя ее параметры (в нашем примере это веса w).



Серый пунктир - функция построенная на основе X вектора признаков
Оранжевый пунктир - граница отделяющая выбросы функции от основных данных.

Нам нужно как то приближать (оптимизировать) нашу модель (в нашем случае линейная модель y) к настоящим данным. Т.к. вектор предсказаний модели и наш вектор y_i лежат в одном векторном пространстве, то мы можем приближать их с помощью уменьшения «расстояния» между точками. В качестве расстояния можем взять евклидову норму L^2 , это будет функцией потерь (лоссом):

$$\|y - f_w(x)\|_2$$

После самого п

,