# ⚡ सम्पूर्ण बीजगणित (Complete Algebra) — 15-मिनट सुपर क्विक रिवीजन चीट शीट

[!IMPORTANT] **क्विक रिवीजन चीट शीट** | **लक्ष्य:** UP Super TET, UPTET, KVS, DSSSB | **शिक्षक:** Pawan Sir **प्रयोग:** परीक्षा से ठीक 15 मिनट पहले पूरे 2.5 घंटे के व्याख्यान की त्वरित पुनरावृत्ति के लिए।

## 1. □ पवन सर की 10 मास्टर ट्रिक्स (Direct Exam Shortcuts)

1. $x + \frac{1}{x} = 2 \implies x = 1$: व्यंजक में $x = 1$ रखकर 5 सेकंड में उत्तर प्राप्त करें।
2. $x + \frac{1}{x} = -2 \implies x = -1$: $(-1)^{\text{सम}} = +1$ तथा $(-1)^{\text{विषम}} = -1$ लें।
3. **वर्ग मौखिक ट्रिक:** $x + \frac{1}{x} = k \implies x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 - 2$ | $x - \frac{1}{x} = k \implies x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 + 2$
4. **घन मौखिक ट्रिक:** $x + \frac{1}{x} = k \implies x^3 + \frac{1}{x^3} = k^3 - 3k$ | $x - \frac{1}{x} = k \implies x^3 - \frac{1}{x^3} = k^3 + 3k$
5. $x + \frac{1}{x} = 1 \implies x^3 = -1$ **($x^3 + 1 = 0$):** 3 के अंतर वाले घातों का पद-युग्म कटकर 0 होता है।
6. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \implies x^6 = -1$ **($x^6 + 1 = 0$):** 6 के अंतर वाले घातों का पद-युग्म कटकर 0 होता है।
7. **शेषफल प्रमेय (Zero Method):** $P(x)$ को $(x - a)$ से भाग देने पर शेषफल $R = P(a)$ (अतः $x = a$ व्यंजक में रखें).
8. **द्विघात विविक्तकर जांच ($D = b^2 - 4ac$):** $D > 0$ (वास्तविक असमान), $D = 0$ (वास्तविक समान), $D < 0$ (काल्पनिक).
9. **रैखिक निकाय 10-सेकंड अनुपात तुलना:** $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (अद्वितीय हल), $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (अनंत हल), $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (कोई हल नहीं).
10. **त्रिघात $a + b + c = 0$ नियम:** यदि $a + b + c = 0 \implies a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ तथा $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$.

## 2. □ मास्टर फार्मूला टेबल (Master Formula Reference)

| क्र.सं. | स्थिति / पैटर्न | परिणामी सूत्र / उत्तर | मुख्य उदाहरण |
|---|---|---|---|
| 1 | $x + \frac{1}{x} = 2$ | $x = 1$ | $x^{17} + \frac{1}{x^{20}} = 1 + 1 = 2$ |
| 2 | $x + \frac{1}{x} = -2$ | $x = -1$ | $x^{10} + \frac{1}{x^{15}} = (+1) + (-1) = 0$ |
| 3 | $x + \frac{1}{x} = 3$ | $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 - 2 = 7$ | $x^3 + \frac{1}{x^3} = 3^3 - 3(3) = 18$ |
| 4 | $x - \frac{1}{x} = 4$ | $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 + 2 = 18$ | $x^3 - \frac{1}{x^3} = 4^3 + 3(4) = 76$ |
| 5 | $x + \frac{1}{x} = 1$ | $x^3 = -1$, $x^3 + 1 = 0$ | $x^{18} + x^{15} + x^{12} + x^9 + 1 = 0 + 0 + 1 = 1$ |
| 6 | $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ | $x^6 = -1$, $x^6 + 1 = 0$ | $x^{18} + x^{12} + x^6 + 1 = (-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 1 = 0$ |
| 7 | शेषफल प्रमेय | $R = P(a)$ | $x^3 - 2x + 5$ को $(x - 1)$ से भाग $\implies 1^3 - 2(1) + 5 = 4$ |
| 8 | द्विघात मूल | $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ | $x^2 - 5x + 6 = 0 \implies \alpha + \beta = 5$, $\alpha\beta = 6$ |
| 9 | $a + b + c = 0$ | $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ | $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$ |

## 3. □ 15-अध्याय माइक्रो रीकैप (15-Part Micro Recap)

- **भाग 01 (Pattern 1):** $x + 1/x = 2 \implies x = 1$. उदाहरण: $3x^5 - 2x^3 + 5x - 2 = 3(1) - 2(1) + 5(1) - 2 = 4$.
- **भाग 02 (Pattern 2):** $x + 1/x = -2 \implies x = -1$. ध्यान रखें: $(-1)^n = +1$ (यदि $n$ सम) तथा $-1$ (यदि $n$ विषम).
- **भाग 03 (Square & Cube Rules):** $x + 1/x = k \implies x^2 + 1/x^2 = k^2 - 2$ एवं $x^3 + 1/x^3 = k^3 - 3k$.
- **भाग 04 (Higher Powers):** $x^4 + 1/x^4 = (k^2 - 2)^2 - 2$. $x^5 + 1/x^5 = (x^2 + 1/x^2)(x^3 + 1/x^3) - (x + 1/x)$.
- **भाग 05 ($x^3 = -1$ & $x^6 = -1$):** $x + 1/x = 1 \implies x^3 = -1$ | $x + 1/x = \sqrt{3} \implies x^6 = -1$.
- **भाग 06 (Quadratic Equations):** $ax^2 + bx + c = 0$. मूल $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

- **भाग 07 (Remainder Theorem):** $P(x)$ को $(x - a)$ से विभाजित करने पर शेष $R = P(a)$.
- **भाग 08 (Polynomials & Degree):** चर की उच्चतम घात = बहुपद की घात. चर की घात केवल गैर-ऋणात्मक पूर्णांक होनी चाहिए.
- **भाग 09 (Linear Systems):** $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ (अद्वितीय), $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ (अनंत), $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ (कोई नहीं).
- **भाग 10 (Identity $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$):** यदि $a + b + c = 0$, तो $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.
- **भाग 11 (Simplification & Value Put Method):** जब विकल्प अचर हों, तो $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$ रखकर 10 सेकंड में हल करें.
- **भाग 12 (Indices & Surds):** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^0 = 1$.
- **भाग 13 (PYQ Practice):** सुपर टेट के विगत प्रश्नों में $x + 1/x = 2$ एवं शेषफल प्रमेय से सर्वाधिक प्रश्न आए.
- **भाग 14 (Word Problems):** $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$ का प्रयोग कर संख्यात्मक समस्याएं हल करें.
- **भाग 15 (Final Exam Strategy):** पहले आसान पैटर्न 1 एवं 2 के प्रश्न चिन्हित कर हल करें, फिर शेषफल प्रमेय लागू करें.

---

## 4. □ परीक्षा हॉल चेकलिस्ट (Exam Hall Checklist)

- ☐ क्या $x + 1/x = 2$ है? → सीधा $x = 1$ रखें।
- ☐ क्या $x + 1/x = -2$ है? → $x = -1$ रखकर सम/विषम घात देखें।
- ☐ क्या $x + 1/x = 1$ है? → $x^3 = -1$ रखें एवं 3 के अंतर वाले पद काटें।
- ☐ क्या $x + 1/x = \sqrt{3}$ है? → $x^6 = -1$ रखें एवं 6 के अंतर वाले पद काटें।
- ☐ क्या शेषफल पूछा है? → $(x - a) = 0 \Longrightarrow x = a$ मान रखें।
- ☐ क्या द्विघात मूलों का प्रकार पूछा है? → $D = b^2 - 4ac$ का चिन्ह देखें।