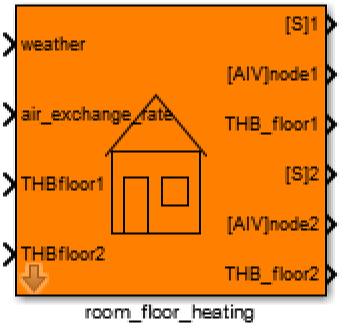
Simulationsdauer mit dem komplexen Gebäudemodell

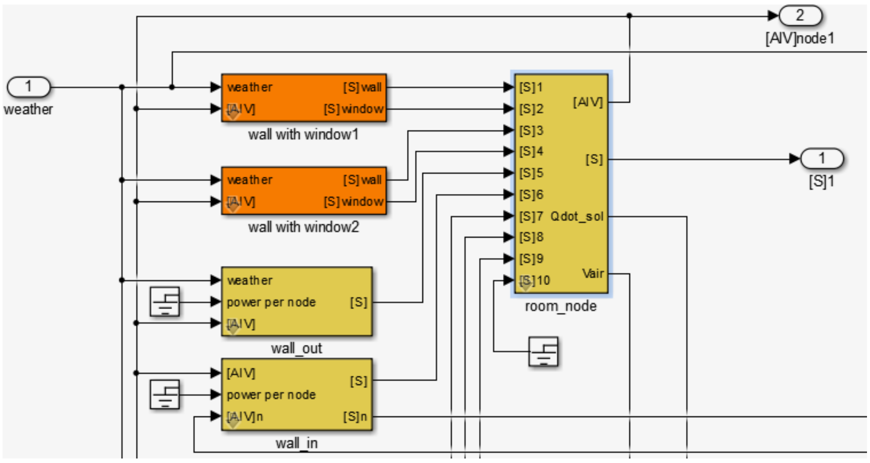
Institut Energie am Bau – FHNW, Andreas Peter, Ralf Dott 14.02.2014

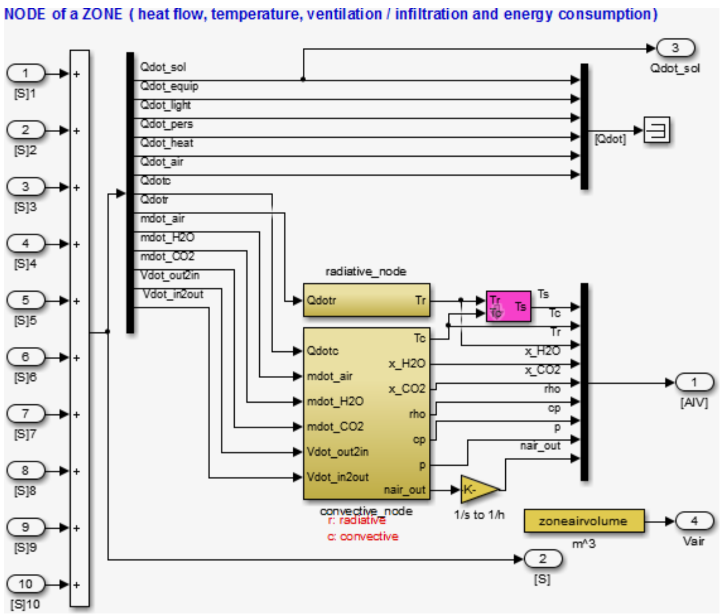
1 Raumknoten

In der Carnot-Toolbox gibt es einen Block 'Raumknoten', der das Zentrum einer abgeschlossenen Zone repräsentieren soll. Flussgrössenvektoren der einzelnen Grenzflächen - Fenster, Wände, Lüftung aber auch elektrische Geräte und Personen, die Wärme abgeben usw. - laufen im Raumknoten zusammen und werden in diesem zusammengefasst zu einem Zustandsvektor.

Der radiative und konvektive Wärmeaustausch zwischen den Flächen wird im Raumknoten geregelt: Anstatt, dass die Abstrahlung jeder Fläche auf jede Fläche separat berechnet wird, werden die radiativen Wärmeströme im radiativen Knoten in eine radiative Temperatur T_r übersetzt, welche dann im ausgehenden Zustandsvektor gespeichert wird.
Der konvektive Knoten übersetzt analog die konvektiven Wärmeströme in eine konvektive Temperatur T_c. Aus den beiden Temperaturen T_r und T_c wird die sensitive Temperatur T_s berechnet als gewichtetes arithmetisches Mittel.

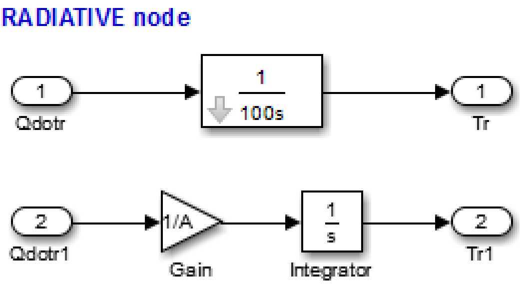






1.1 Der radiative Knoten

Im radiativen Knoten wird die radiative Temperatur T_r berechnet aus dem radiativen Wärmestrom $\dot{Q}_r$.



Dabei wird in der Bibliothek folgender Transferfunktion verwendet:

$$\frac{T_r(s)}{\dot{Q}_r(s)} = \frac{1}{A \cdot s}$$

Wobei A ein konstanter Faktor ist und standardmässig auf 100 sec eingestellt ist.

Diese Transferfunktion lässt sich übersetzen in die Differentialgleichung:

$$A \cdot \frac{d}{dt} T_r(t) = \dot{Q}_r$$

Welche sich lösen lässt durch:

$$T_r(t) = \frac{1}{A} \int_0^t \dot{Q}_r(t')\, dt'$$

Die Formulierung mit der Transferfunktion und dem Integral sind mathematisch identisch, jedoch bietet die Implementierung mit Integral in Matlab Simulink eine bessere Performance.

Jahressimulation mit…	Transferfunktion	Integral
Zeit [s]	~3000	~600

Die Simulation mit Integral ist demnach etwa um einen Faktor 5 schneller als die Simulation mit Transferfunktion. Die Ergebnisse sind jedoch identisch, da dieselbe Differentialgleichung gelöst wird.

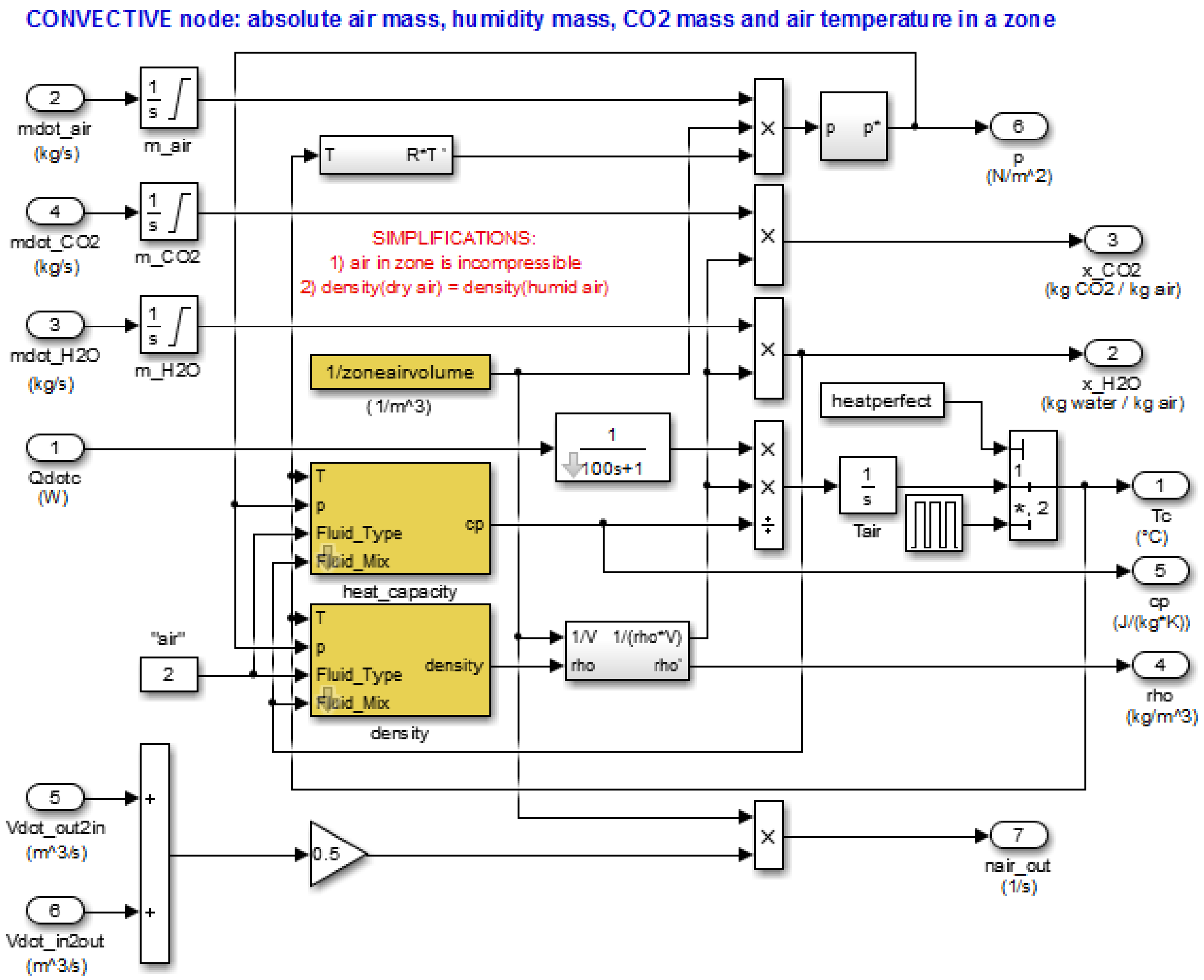
Die Wärmeströme $\dot{Q}_r$ sind lineare Funktionen der Unterschiede zwischen der radiativen Temperatur im Knoten T_r und der Temperatur der Grenzflächen, die die Zone begrenzen.
Es gilt:

$$G \cdot (T_r - T) = A \cdot \dot{T}_r$$

Wobei G ein Faktor ist, der die radiativen Eigenschaften der Grenzfläche beschreibt. Teilt man auf beiden Seiten durch A, wird ersichtlich, dass A die Wärmeübertragung durch Strahlung beeinflusst: Je grösser A, desto kleiner die Wärmeströme und daher die Änderung von T_r.
A hat also grundsätzlich einen physikalischen Einfluss. In der Simulation zeigt sich jedoch der Unterschied kaum - in einer Simulation über 10 Tage in der Heizperiode beliefen sich die relativen Unterschiede der Messgrössen wie Temperatur, Wärmeströme usw. zwischen $A = 10$ und $A = 8000$ auf wenige Promille bei einer zeitlichen Auflösung im Bereich von Minuten.
Zeitlich gibt es keine signifikanten Unterschiede, weswegen A auf 1 gesetzt werden kann.
Der Einfluss der Wahl von A auf die Performance ist nicht signifikant.

1.2 Der konvektive Knoten

Im konvektiven Knoten wird aus dem konvektiven Wärmestrom $\dot{Q}_c$, den Massenströmen der Luft, Wasser und Co2 sowie den Volumenströmen in und aus der Zone die konvektive Temperatur T_c berechnet.



Im Knoten berechnet sich T_c nach folgender Formel:

$$T_c(t) = \int_0^t \frac{1}{m(t') \cdot c_p(t')} \cdot F\left(\dot{Q}_c(t')\right) dt'$$

Dabei steht $F(\ldots)$ für die Transferfunktion

$$\frac{F(s)}{\dot{Q}_c(s)} = \frac{1}{A \cdot s + 1}$$

mit A als konstantem Faktor. Die Transferfunktion ist die Lösung für folgende Differentialgleichung:

$$A \cdot \frac{d}{dt} F(t) + F(t) = \dot{Q}_c(t)$$

Die explizite Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$F(t) = c_1 e^{-t/A} + e^{-t/A} \int_1^t \frac{e^{\frac{t'}{A}} \cdot \dot{Q}_c(t')}{A} dt'$$

Womit T_c explizit geschrieben werden kann:

$$T_c(t) = \int_1^t \frac{1}{m(t') \cdot c_p(t')} \left(C \cdot e^{-\frac{t'}{A}} + e^{-\frac{t'}{A}} \int_1^{t'} \frac{e^{\frac{t''}{A}} \cdot \dot{Q}_c(t'')}{A} dt'' \right) dt'$$

Wobei C eine Integrationskonstante ist, welche durch $T_c(0)$ festgelegt wird:

$$C = \frac{T_c(0)}{m(0) \cdot c_p(0)}$$

Durch Substitution der Integrationsvariable kann die Formel weiter vereinfacht werden zu:

$$T_c(t) = \int_1^t \frac{A}{m(t') \cdot c_p(t')} \left(C \cdot e^{-t'} + e^{-t'} \int_1^{t'} e^{t''} \cdot \dot{Q}_c(t'') \, dt'' \right) dt'$$

Hier kann man A und die Wärmekapazität der Zone zu einer "effektiven Wärmekapazität" zusammenfassen - je grösser A, desto kleiner die "effektive" Wärmekapazität.
Die explizite Lösung ist nicht implementiert worden, da das innere Integral ohne exponentiellen Vorfaktor divergiert und wegen der Komplexität des Ausdrucks eine Implementation in Matlab oder Simulink nicht sinnvoll erscheint - die Performance dürfte schlechter sein, als bei der Variante mit Transferfunktion.

Variation der Variabel A hat auf die Performance kaum Einfluss. Beim Wechsel von $A = 1$ zu $A = 100$ sinkt die benötigte Zeit für eine Simulation um etwa 4%. Bei Werten für A von bis zu 100000 schwankt die benötigte Zeit in diesem 4% Intervall ohne ersichtlichen Grund.

Physikalisch hat A jedoch einen Einfluss. Bei der Vorlauf-, Rücklauf- und Raumtemperatur sind insgesamt Abweichungen von unter einem Prozent möglich zwischen $A = 1$ und $A = 8000$, wobei lokal relative Unterschiede von bis zu 5% möglich sind.