

Analiza parcijalnih valova u procesima fotoprodukcije piona

R. Omerović, H. Osmanović, M. Hadžimehmedović, J. Stahov

Univerzitet u Tuzli
Prirodno-matematički fakultet

30. juni 2022.



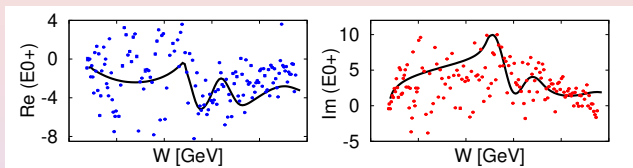
- Motivacija
- Osnovne teorijske pretpostavke
- Rezultati MTZ analize
- Zaključak



- Ekscitacijski spektri nukleona su imali važnu ulogu u otkriću kvarkova i naboja boje.
- Neusaglašenost teorijskih predviđanja i eksperimentalnih rezultata na višim energijama.
- Zadatak: analiza energijskih spektara na energijama ispod 2.2 GeV i određivanje amplituda parcijalnih valova.
- Eksperimentalna mjerenja su ključna za analizu parcijalnih valova.



Analiza parcijalnih valova - problem višeznačnosti



- Jedan od osnovnih problema u SE PWA.
- Zahtjev da rješenja parcijalnih valova u funkciji energije budu “glatka” se pokazao kao nedovoljan.
- Dodatni uslovi se mogu nametnuti koristeći analitičnost amplituda raspršenja.
- **Disperzione relacije?**
- **Pietarinenov razvoj!** - IA se mogu razviti preko analitičkih funkcija koje imaju istu analitičku strukturu kao amplitude raspršenja.



Analiza parcijalnih valova - Pietarinenov razvoj

Postupak je već primijenjen u poznatoj KH80 analizi πN raspršenja. Naša grupa (Mainz-Tuzla-Zagreb kolaboracija) je ovaj postupak primijenila na procese η i π^0 fotoprodukcije.

H. Osmanović, *et al.*,

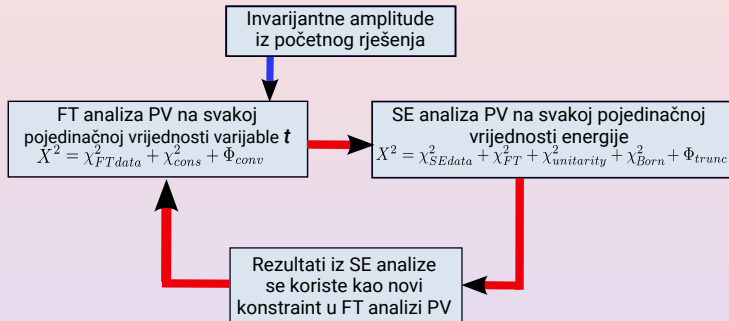
Phys. Rev. C 97, (2018) 015207,

Phys. Rev. C 100, (2019) 055203.

- Postupak se sastoji od dvije odvojene analize:-
 - Analiza amplituda pri konstantnoj vrijednosti varijable t (Fixed- t AA) - određivanje invarijantnih amplituda raspršenja iz eksperimentalnih podataka na zadatoj, fiksnoj, vrijednosti varijable t .
 - Analiza parcijalnih valova na diskretnim vrijednostima energija (SE PWA).
- Dvije navedene analize su povezane tako da se rezultati jedne (Ft AA) koriste kao dodatni uslov u drugoj (SE PWA) i obrnuto, u iterativnom postupku.



MTZ PWA = FtAA + SE PWA



Veza između SE PWA i FtAA

- Multipoli dobijeni iz SE PWA se koriste kako bi se izračunale helicitetne amplitude (na zadatim enegijama), koje se zatim koriste kao dodatni uslov u FtAA.
- Cijeli postupak se ponavlja do konvergencije rješenja.



Kinematika pionske fotoprodukcije

p_i - četverovektor impulsa ulaznog nukleona

p_f - četverovektor impulsa izlaznog nukleona

k - četverovektor ulaznog fotona

q - četverovektor impulsa π mezona

Mandelstamove varijable:

$$s = w^2 = (p_i + k)^2$$

$$t = (q - k)^2$$

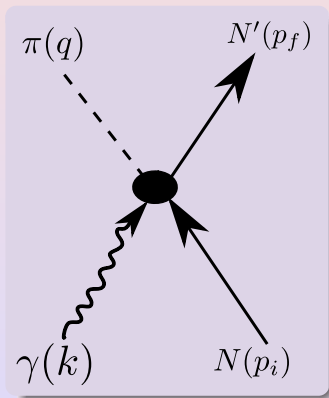
$$u = (p_i - q)^2$$

$$\nu = \frac{s-u}{4m}$$

$$s + t + u = 2m^2 + m_\pi^2;$$

m - masa nukleona

m_π - masa π mezona



- Razmatramo sljedeće reakcije:

$$\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p; \quad \gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$$

$$\gamma + n \rightarrow \pi^0 + n; \quad \gamma + n \rightarrow \pi^- + p$$

- Za svaku reakciju imamo po 4 nezavisne invarijantne amplitude (IA) B_1 , B_2 , B_6 and B_8 (I. G. Aznauryan, Phys. Rev C67, (2013) 015209).
- IA se mogu zapisati preko izospinske kombinacije: $B^{(\pm)}$, $B^{(0)}$.
- $B^{(\pm)}$ opisuje apsorpciju izovektorskog fotona ($I_3 = 1$);
 $B^{(0)}$ opisuje apsorpciju izoskalarnog fotona ($I_3 = 0$).



IA koje opisuju reakcije (charged):

- $B_i(\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p) = B_i^{(+)} + B_i^{(0)}$
- $B_i(\gamma + n \rightarrow \pi^0 + n) = B_i^{(+)} - B_i^{(0)}$
- $B_i(\gamma + n \rightarrow \pi^+ + n) = \sqrt{2}(B_i^{(-)} + B_i^{(0)})$
- $B_i(\gamma + n \rightarrow \pi^- + p) = -\sqrt{2}(B_i^{(-)} - B_i^{(0)})$

Kako bi se dopio potpunu opis πN sistema proučavanjem pionske fotoprodukcije, potrebni su podaci za barem 3 reakcije (**4 x 3** IA). Svaka reakcija daje linearnu kombinaciju multipola sa različitim izospinskim stanjima.



16 observabli

Spin Observable	Type
σ_0 $\hat{\Sigma}$ \hat{T} \hat{P}	S (single spin)
\hat{G} \hat{H} \hat{E} \hat{F}	BT (beam-target)
$\hat{O}_{x'}$ $\hat{O}_{z'}$ $\hat{C}_{x'}$ $\hat{C}_{z'}$	BR (beam-recoil)
$\hat{T}_{x'}$ $\hat{T}_{z'}$ $\hat{L}_{x'}$ $\hat{L}_{z'}$	TR (target-recoil)

Observable su opisani setom od 4 kompleksne amplitude:

- CGLN amplitude ($F_k(W, \cos \theta)$, $k = 1, 2, 3, 4$)
- Helicitetne amplitude ($H_k(W, \cos \theta)$, $k = 1, 2, 3, 4$)
- Invarijantne amplitude ($B_k(s, t)$, $k = 1, 2, 6, 8$)

Amplitude su date kao razvoji po električnim ($E_{\ell\pm}$) i magnetnim ($M_{\ell\pm}$) multipolima.



Observable, amplitude and multipoli u pionskoj fotoprodukciji

Primjer diferencijalnog udarnog presjeka izraženog preko helicitetnih amplituda:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q}{2k} (|H_1|^2 + |H_2|^2 + |H_3|^2 + |H_4|^2)$$

Razvoj CGLN amplituda preko multipola (do $\ell = L_{max}$)

$$F_1 = \sum_{\ell \geq 0}^{L_{max}} \{(\ell M_{\ell+} + E_{\ell+})P'_{\ell+1} + [(\ell+1)M_{\ell-} + E_{\ell-}]P'_{\ell-1}\},$$

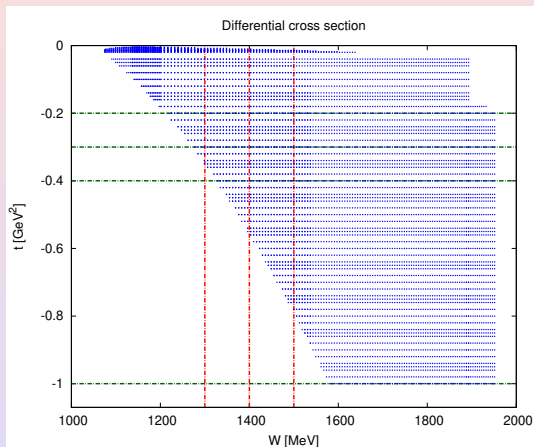
$$F_2 = \sum_{\ell \geq 1}^{L_{max}} [(\ell+1)M_{\ell+} + \ell M_{\ell-}]P'_{\ell},$$

$$F_3 = \sum_{\ell \geq 1}^{L_{max}} [(E_{\ell+} - M_{\ell+})P''_{\ell+1} + (E_{\ell-} - M_{\ell-})P''_{\ell-1}]$$

$$F_4 = \sum_{\ell \geq 2}^{L_{max}} (M_{\ell+} - E_{\ell+} - M_{\ell-} - E_{\ell-})P''_{\ell}$$



Nametanje analitičnosti pri konst. vrijednosti varijable t



SE PWA se izvodi duž crvenih linija, a FT AA duž zelenih linija. Plave tačke su eksperimentalni podaci u fizikalnoj oblasti za pionsku fotoprodukciju (primjer diferencijalnog presjeka za $p(\gamma, \pi^0)p$ reakciju).



Za datu vrijednost t invarijantne amplitude se mogu napisati korištenjem Pietarinenovog razvoja (I. G. Aznauryan, Phys. Rev. C 67, 015209 (2003)):

$$B_1 = B_{1N} + (1+z) \sum_{i=0}^N b_{1i} z^i, \quad B_2 = B_{2N} + (1+z) \sum_{i=0}^N b_{2i} z^i$$

$$B_6 = B_{6N} + (1+z) \sum_{i=0}^N b_{6i} z^i, \quad \frac{B_8}{\nu} = \frac{B_{8N}}{\nu} + (1+z) \sum_{i=0}^N b_{8i} z^i$$

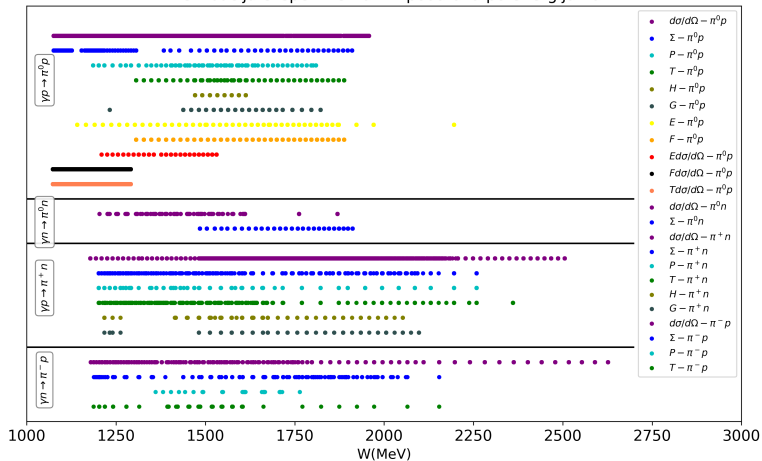
B_{iN} su poznati doprinosi polova, B_i su *crossing* simetrične invarijantne amplitude.

REZULTAT: Koeficijenti $\{b_{1i}\}$, $\{b_{2i}\}$, $\{b_{6i}\}$ i $\{b_{8i}\}$.

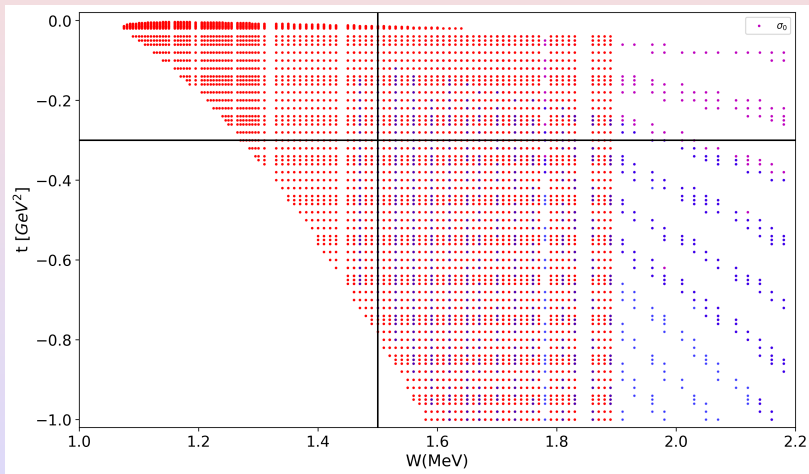


Eksperimentalni podaci

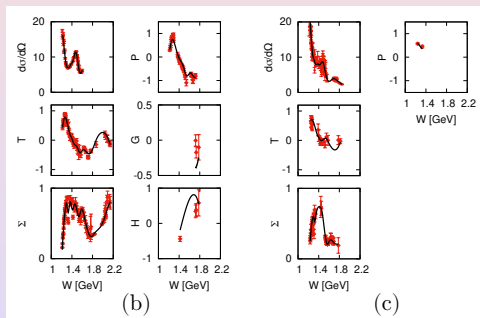
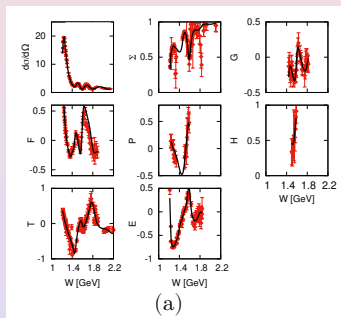
Distribucija eksperimentalnih podataka po energijama



Priprema podataka za analizu



Fit eksperimentalnih podataka ($t = -0.2 \text{ GeV}^2$)

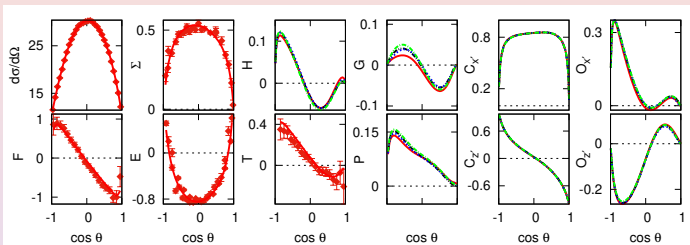


(c)

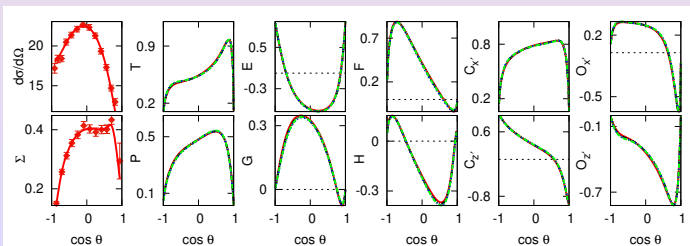
(a) $p(\gamma, \pi^0)p$, (b) $p(\gamma, \pi^+)n$, (c) $n(\gamma, \pi^-)p$



Fit eksperimentalnih podataka ($W=1210$ MeV)



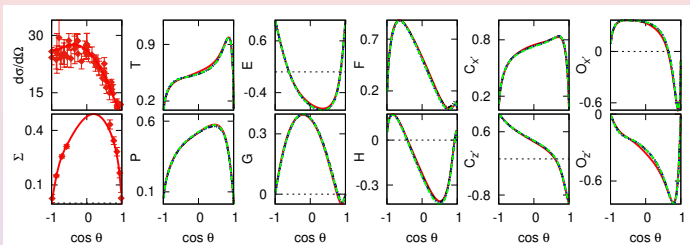
(a) $p(\gamma, \pi^0)p$



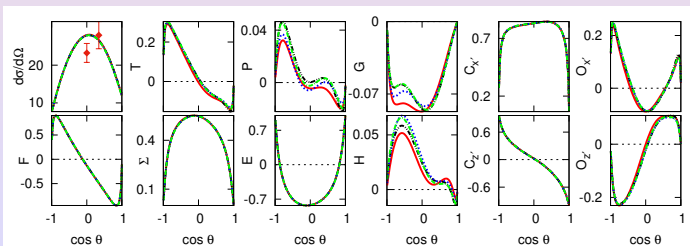
(b) $p(\gamma, \pi^+)n$



Fit eksperimentalnih podataka i predikcije



(c) $n(\gamma, \pi^-)p$



(d) $n(\gamma, \pi^0)n$



Konačni rezultati analize parcijalnih valova su električni i magnetni multipoli: $E_{\ell\pm}, M_{\ell\pm}$

Prikazani su multipoli za S, P, D i F parcijalne valove.

Reprezentacija multipola za izospinska stanja.

$$(A_p^{1/2}, A_n^{1/2}, A^{3/2}), (A^{1/2}, A^0, A^{3/2}), (A^0, A^+, A^-), (A_{\pi^+p}, A_{\pi^-p}, A_{\pi^0p}, A_{\pi^0n})$$

$$A_{\pi^+n} = \sqrt{2}(A^- + A^0) = \sqrt{2}(A_p^{1/2} - \frac{1}{3}A^{3/2}) = \sqrt{2}(A^0 + \frac{1}{3}A^{1/2} - \frac{1}{3}A^{3/2})$$

$$A_{\pi^-p} = -\sqrt{2}(A^- - A^0) = \sqrt{2}(A_n^{1/2} + \frac{1}{3}A^{3/2}) = \sqrt{2}(A^0 - \frac{1}{3}A^{1/2} + \frac{1}{3}A^{3/2})$$

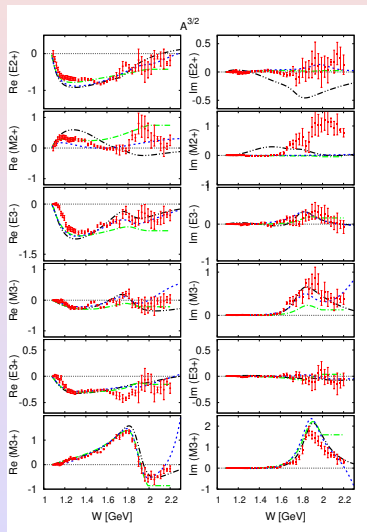
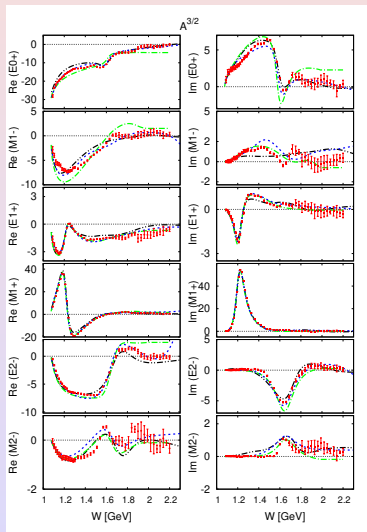
$$A_{\pi^0p} = A^+ + A^0 = A_p^{1/2} + \frac{2}{3}A^{3/2} = A^0 + \frac{1}{3}A^{1/2} + \frac{2}{3}A^{3/2}$$

$$A_{\pi^0n} = A^+ - A^0 = -A_n^{1/2} + \frac{2}{3}A^{3/2} = -A^0 + \frac{1}{3}A^{1/2} + \frac{2}{3}A^{3/2}$$

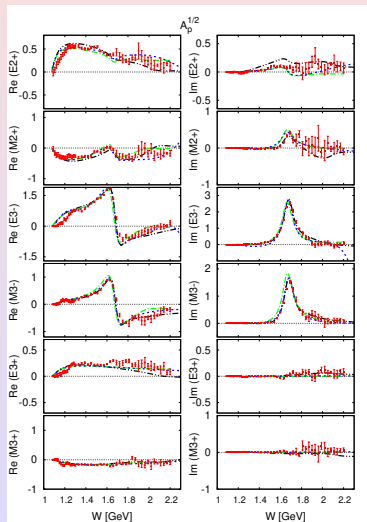
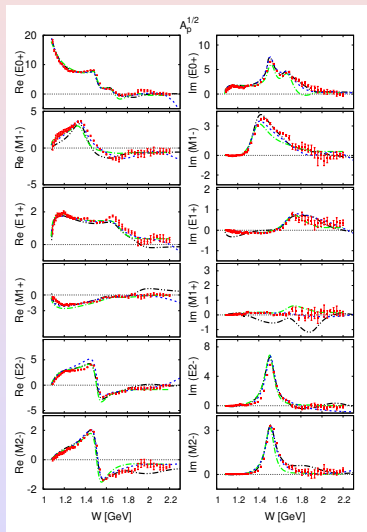
Multipoli	L	Parcijalni valovi		J^P
		$I = 1/2$	$I = 3/2$	
E_{0+}	-	0	S_{11} S_{31}	$1/2^-$
-	M_{1-}	1	P_{11} P_{31}	$1/2^+$
E_{1+}	M_{1+}		P_{13} P_{33}	$3/2^+$
E_{2-}	M_{2-}	2	D_{13} D_{33}	$3/2^-$
E_{2+}	M_{2+}		D_{15} D_{35}	$5/2^-$
E_{3-}	M_{3-}	3	F_{15} F_{35}	$5/2^+$
E_{3+}	M_{3+}		F_{17} F_{37}	$7/2^+$
E_{4-}	M_{4-}	4	G_{17} G_{37}	$7/2^-$
E_{4+}	M_{4+}		G_{19} G_{39}	$9/2^-$
E_{5-}	M_{5-}	5	H_{19} H_{39}	$9/2^+$
E_{5+}	M_{5+}		$H_{1,11}$ $H_{3,11}$	$11/2^+$



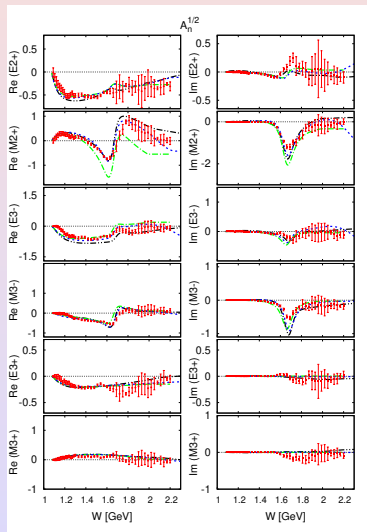
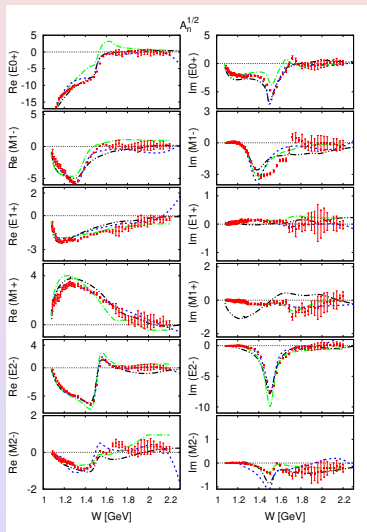
Multipoli za $l = 3/2$



Multipoli za $l = 1/2$ proton



Multipoli za $l = 1/2$ neutron



- Model nezavisna SE analiza parcijalnih valova.
- Primijenjena na 4 reakcije u pionskoj fotoprodukciji: $p(\gamma, \pi^0)p$, $p(\gamma, \pi^+)n$, $n(\gamma, \pi^-)p$ i $n(\gamma, \pi^0)n$.
- Rezultat: električni i magnetni multipoli.
- Rješenja su uspoređena sa postojećim ED rješenjima, kao i sa dvije SE analize (MAID i SAID).
- Dobijena rješenja su jedinstvena, uz određena odstupanja na višim energijama.
- Potreba za dodatnim eksperimentalnim mjerenjima.
- Rezultati publicirani u [Phys. Rev. C 104, 034605](#).

