? 思考

下列“若 p , 则 q ”形式的命题中，哪些是真命题？哪些是假命题?

(1) 若平行四边形对角线相互垂直，则这个平行四边形是菱形;

(2) 若两个三角形周长相等，则这两个三角形全等;

(3) 若 $x^2-4x+3=0$，则 $x=1$;

(4) 若平面内两条直线 a 和 b 均垂直于直线 l , 则 $a\parallel b$;

在命题 (1) (4) 中，由条件 p 通过推理可以得出结论 q，所以它们是真命题，在命题 (2) (3) 中，由条件 p 不能得出结论 q ，所以它们是假命题.

一般地，若 p，则 q 为真命题，是指由 p 通过推理得出 q。这时，我们就说，由 p 可以推出 q，记作

$$p \implies q,$$

并且说，p 是 q 的 充分条件 (sufficient condition)，q 是 p 的 必要条件 [1] (necessary condition).

如果“ 若 p，则 q ”为假命题，那么由条件 p 不能推出结论 q，记作 $p \not\Longrightarrow q$ ，此时，我们就说 p 不是 q 的充分条件，q 不是 p 的必要条件

上述命题 (1) (4) 中的 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

探索

通过上面的学习, 你能给出“四边形是平行四边形”的充要条件吗?

可以发现,“四边形的两组对角分别相等”“四边形的两组对边分别相等”“四边形的一组对边平行相等”和“四边形的对角线互相平分”既是“四边形是平行四边形”的充分条件, 又是必要条件, 所以它们都是“四边形是平行四边形”的充要条件

另外, 我们再来看看平行四边形的定义:

两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形,

它表明“四边形的两组对边分别平行”也是“四边形是平行四边形”的一个充要条件.

观察

观察下面几个例子，类比实数之间之间的相等关系、大小关系，你能发现下面几个集合之间的关系吗?

(1) $A=\{1,2,3\}, B=\{1,2,3,4,5\}$;

(2) C 为立德中学高一 (2) 班全体女生的集合,D 为这个班全体学生组成的集合;

(3) $E=\{x|x$ 是两条边相等的三角形$\}$, $F=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$.

可以发现, 在 (1) 中, 集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 这时我们说集合 A 包含于集合 B , 或集合 B 包含集合 A. (2) 中的集合 C 与集合 D 也有这种关系.

一般地, 对于两个集合 A,B , 如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素, 就称集合 A 为集合 B 的 子集 (subset), 记作

$$A\subseteq B(\text{或}B\supseteq A),$$

读作“A 包含于 B”（或“B 包含 A ”）.

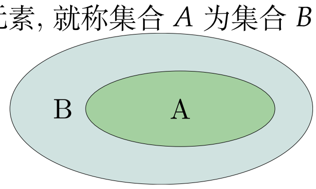

图 1: 集合图

[1] 测试一下脚注

思 考

下列“若 p，则 q”形式的命题中，哪些是真命题？哪些是假命题？

(1) 若平行四边形对角线相互垂直，则这个平行四边形是菱形；

(2) 若两个三角形周长相等，则这两个三角形全等；

(3) 若 $x^2-4x+3=0$，则 $x=1$；

(4) 若平面内两条直线 a 和 b 均垂直于直线 l，则 $a \parallel b$；

在命题 (1) (4) 中，由条件 p 通过推理可以得出结论 q，所以它们是真命题，在命题 (2) (3) 中，由条件 p 不能得出结论 q，所以它们是假命题.

一般地，若 p，则 q 为真命题，是指由 p 通过推理得出 q。这时，我们就说，由 p 可以推出 q，记作

$$p \implies q,$$

并且说，p 是 q 的 充分条件 (sufficient condition)，q 是 p 的 必要条件 [2] (necessary condition).

如果“若 p，则 q”为假命题，那么由条件 p 不能推出结论 q，记作 $p \not\Longrightarrow q$，此时，我们就说 p 不是 q 的充分条件，q 不是 p 的必要条件

上述命题 (1) (4) 中的 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

探 索

通过上面的学习, 你能给出“四边形是平行四边形”的充要条件吗?

可以发现,“四边形的两组对角分别相等”“四边形的两组对边分别相等”“四边形的一组对边平行相等”和“四边形的对角线互相平分”既是“四边形是平行四边形”的充分条件, 又是必要条件, 所以它们都是“四边形是平行四边形”的充要条件

另外, 我们再来看看平行四边形的定义:

两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形,

它表明“四边形的两组对边分别平行”也是“四边形是平行四边形”的一个充要条件.

观 察

观察下面几个例子，类比实数之间之间的相等关系、大小关系，你能发现下面几个集合之间的关系吗?

(1) $A=\{1,2,3\}, B=\{1,2,3,4,5\}$;

(2) C 为立德中学高一 (2) 班全体女生的集合,D 为这个班全体学生组成的集合;

(3) $E=\{x|x$ 是两条边相等的三角形$\}$, $F=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$.

可以发现, 在 (1) 中, 集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 这时我们说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A. (2) 中的集合 C 与集合 D 也有这种关系.

一般地, 对于两个集合 A,B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素, 就称集合 A 为集合 B 的 子集 (subset), 记作

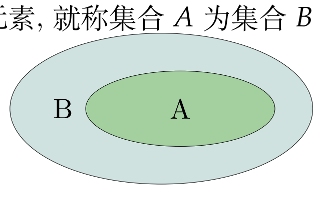

图 2: 集合图

$$A \subseteq B(\text{或} B \supseteq A),$$

读作“A 包含于 B”（或“B 包含 A”）.

[2] 测试一下脚注