이원배치 분산분석

정의

- 개요

1. 두개의 요인을 함께 고려한 통계량의 평균 차이 여부를 검증하는 분석
2. X_{ij}를 요인 A의 i수준, 요인 B의 j수준에서의 반응을 나타내는 확률변수라고 하자. 분산은 σ^2로 동일하다.

1) 이 확률변수의 평균을 μ_{ij}라고 한다면, 다음과 같이 가법모형을 정의할 수 있다.

(1) $\mu_{ij} = \bar{\mu} + (\overline{\mu_i} - \bar{\mu}) + (\overline{\mu_j} - \bar{\mu})$

(2) 위 가법모형을 해석하면

- 모든 확률변수의 전체평균 $\bar{\mu}$에서 $\overline{\mu_i}$의 부가 효과와 $\overline{\mu_j}$의 부가 효과를 더한 것이다.

정의

- 개요

2) $\alpha_i = (\overline{\mu_i} - \bar{\mu})$, $\beta_j = (\overline{\mu_j} - \bar{\mu})$ 라고 대치하면, 이제 관심있는 사항은

(1) $\sum \alpha_i = 0$

(2) $\sum \beta_j = 0$

(3) 둘다 만족

(4) 둘다 불만족

3) 각 평균들의 프로파일 행렬을 만들면 다음과 같다.(단, i = 2, j = 3)

(1)

		요인 B			
		1	2	3	평균
요인 A	1	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}	$\overline{\mu_{i=1}}$
	2	μ_{21}	μ_{22}	μ_{23}	$\overline{\mu_{i=2}}$
	평균	$\overline{\mu_{j=1}}$	$\overline{\mu_{j=2}}$	$\overline{\mu_{j=3}}$	$\bar{\mu}$

정의

- 개요

3) 이제, 가설을 수립하면

(1) H_{0A} : $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_\alpha = 0$ 와 H_{0B} : $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_b = 0$

(2) H_{1A} : 적어도 하나는 다르다 와 H_{1B} : 적어도 하나는 다르다

4) 가설검정을 수립하기 위해 우도비검정을 정의하면

(1) 요인 B 수준에서의 검정

- $(ab-1)S^2 = \sum\sum(X_{ij} - \overline{X_j})^2 + \sum\sum(X_{ij} - \overline{X_j})^2$ 에서 $\frac{\sum\sum(X_{ij}-\overline{X_j})^2}{ab}$ 는$\sigma_\Omega{}^2$를 최대화하는 MLE 추정량이다. (단, $\Omega = \{(\mu_1, \cdots \mu_n) : -\infty < \mu < \infty\}$)
- $\frac{(ab-1)S^2}{ab}$는 $\sigma_w{}^2$를 최대화하는 MLE 추정량이다. ($w = \{(\mu_1, \cdots \mu_n) : -\infty < \mu < \infty\}$)

정의

- 개요

(1) 요인 B 수준에서의 검정

- 한편, $\Lambda = \left(\frac{\sigma_\Omega}{\sigma_w}\right)^{\frac{ab}{2}}$는 $\frac{Q_4/(b-1)}{Q_3/b(a-1)}$ 의 단조함수였고, 이를 일원배치가 아닌 이원배치로 확대하면

- $(ab-1)S^2 = b\sum_{i=1}^{a}(\overline{x}_i - \overline{x})^2 + a\sum_{i=1}^{b}\left(\overline{x}_j - \overline{x}\right)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(x_{ij} - \overline{x}_i - \overline{x}_j + \overline{x}\right)^2$ 이고 이는 행(Q_2), 열(Q_4), 나머지(Q_5)로 분해됨을 의미한다.

- ${\sigma_\Omega}^2 = \frac{Q_5}{ab}$는 ${\sigma_\Omega}^2$의 MLE 추정량이고, ${\sigma_w}^2 = \frac{Q_4+Q_5}{ab} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(x_{ij}-\overline{x}_i\right)^2}{ab}$는 ${\sigma_w}^2$의 MLE 추정량이다.