Série $N^\circ 1$

Exercice 1 :
On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1+a & a & a \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad avec \;\; a \in \mathbb{R}$$

1. Calculer det(A).
2. Chercher le rang de A suivant les valeurs de a.
3. Déterminer l'inverse de A pour a = 1.

Exercice 2 :
Calculer le rang de chacune des matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -16 \\ 0 & 4 & -8 \\ 4 & 4 & -12 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :
Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le rang de A.
2. Calculer le déterminant de A. La matrice A est-elle inversible ?
3. Calculer la comatrice de A.
4. En déduire l'inverse de A.
5. Résoudre par la méthode de Cramer le système suivant

$$(S) \quad \begin{cases} -x+4y+3z & = -1 \\ y-2z & = 1 \\ 2x+7y & = 2 \end{cases}$$

Exercice 4 :

1. Résoudre par la méthode de pivot de Gauss les systèmes suivants :

$$(S_1) \begin{cases} x+y+7z & = -1 \\ 2x-y+5z & = -5 \\ -x-3y-9z & = -5 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_2) \begin{cases} x-y+z & = 2 \\ 2x+y-z & = 1 \\ x-y+2z & = 1 \end{cases}$$

2. Résoudre par la méthode de Cramer le système(S_2).

Exercice 5 :
On considère le système linéaire suivant :

$$(S_m) \quad \begin{cases} x - y + z &= m \\ mx + y - z &= 1 \\ x - y + mz &= 1 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel et x, y, z sont les inconnues.

1. Déterminer l'ensemble des réels m pour que le système (S_m) soit de Cramer.
2. Résoudre le système (S_2) :
   (a) Par la méthode de Cramer.
   (b) Par la méthode de pivot de Gauss.

Exercice 6 :

Résoudre les systèmes suivants

$$(S_1) \begin{cases} x + y - z &= 0 \\ x - y &= 0 \\ x + 4y + z &= 0 \end{cases} , \quad (S_2) \begin{cases} x + y + 2z &= 5 \\ x - y - z &= 1 \\ x + z &= 3 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S_3) \begin{cases} 3x - y + 2z &= a \\ -x + 2y - 3z &= b \\ x + 2y + z &= c \end{cases}$$

avec a , b et c sont des paramètres réels .