Formulaire sur les primitives

Si F est une primitive de f sur $[\,a,\,b\,]$, alors

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)\ .$$

Changement de variable :

Si $f(x) = \int g(u(x))u'(x)$ et si G est une primitive de g, alors $F = G \circ u$ est une primitive de f.

Par une intégrale :

$$\int_a^b g(u(x))u'(x)\,dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(h)\,dh\ .$$

Intégration par partie :

$$\int v(x)u'(x)\,dx = u(x)v(x) - \int u(x)v'(x)\,dx\ .$$

Pour une intégrale :

$$\begin{aligned}\int_a^b v(x)u'(x)\,dx &= [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)\,dx \\ &= u(b)v(b) - u(a)v(a) - \int_a^b u(x)v'(x)\,dx\ .\end{aligned}$$

Primitive des fonctions usuelles :

A savoir sans hésitation

$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
$x^a\ (a \neq -1)$	$\dfrac{x^{a+1}}{a+1}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
e^x	e^x
$\operatorname{sh} x$	$\operatorname{ch} x$
$\operatorname{ch} x$	$\operatorname{sh} x$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan x$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$ (ou $-\arccos x$)
$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\ln(x+\sqrt{1+x^2}) = \operatorname{argsh} x$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\ln\lvert x+\sqrt{x^2-1}\rvert = \begin{cases} \operatorname{argch} x & \text{si} \quad x>1 \\ -\operatorname{argch}(-x) & \text{si} \quad x<-1 \end{cases}$

Qu'il est préférable de connaître

$\dfrac{1}{\sin x}$	$\ln\left\lvert\tan\dfrac{x}{2}\right\rvert$
$\dfrac{1}{\cos x}$	$\ln\left\lvert\tan\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)\right\rvert$
$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$
$\operatorname{th} x$	$\ln\operatorname{ch} x$
$\ln x$	$x\ln x - x$

On peut également retenir que, si $P(x)$ est un trinôme du second degré de discriminant $\Delta < 0$, une primitive de $1/P(x)$ est donnée par

$$\frac{2}{\sqrt{-\Delta}}\arctan\frac{P'(x)}{\sqrt{-\Delta}}\ .$$