Veillez à bien noircir les cases.	
Codez votre numéro d'étudiant ci-contre →	
et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :	
Nom et prénom :	
	$\square 5$
Attention à ne pas vous tromper,	
toute erreur invalide la copie!	<u>8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 </u>

# Fdm2 - CC5 - Printemps 2019

 $\mathbf{R}$ èglement – L'épreuve dure  $\mathbf{45}$  minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints. Il n'est admis de consulter aucun document.

Les questions 1-3 ont une seule bonne réponse, qui vaut 4 points. Cochez une seule réponse par question.

La question 4 vaut 8 points et la réponse doit être justifiée. Ne cochez pas de cases, la notation est reservée au correcteur.

Question [frac-1] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 2x + 1}$$

est égale à :

Question [frac-2] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

est égale à :

$$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \qquad \boxed{ \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} } \qquad \boxed{ \qquad } \frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \boxed{ \qquad } \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + 1$$

Question [frac-3] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)^2}$$

est égale à :

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \blacksquare & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} & \boxed{\phantom{a}} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-2)^2} & \boxed{\phantom{a}} & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2} \\ \hline & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} & \boxed{\phantom{a}} & \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2} \\ \hline \end{array}$$

Question [frac-4] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

est égale à :

$$\frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)} + 1 \qquad \qquad \boxed{ \qquad \frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)} } \qquad \boxed{ \qquad } \frac{1}{(x-1)} - \frac{4}{x-2} + \frac{27}{(x-3)} + 1 \frac{1}{(x-1)^3} + 1$$

Question [frac-5] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2(x-2)}$$

est égale à :

Question [frac-6] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{x^3(x+1)}$$

est égale à :

Question [frac-7] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$$

est égale à :

Question [frac-8] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 1}$$

est égale à :

Question [frac-9] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 8}$$

est égale à :

#### Question [frac-10] La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

est égale à :

$$\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$$

## Question [prim-1]

$$\int (2x^3 + 4x + 5)dx =$$

$$\frac{x^4}{2} + 2x^2 + 5x + 6$$

$$\frac{x^4}{2} + 2x^2 + 5x + C$$
  $2x^4 + 4x^2 + 5x + C$   $\frac{x^4}{3} + 4x^3 + 5x^2 + C$ 

# Question [prim-3]

$$\int \tan x dx =$$

$$-\ln|\cos x| + C$$

# Question [prim-4]

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$$\sqrt{x+2}+C$$

$$2\sqrt{x+2} + C$$

$$\frac{1}{2} \ln |x+2| + C$$

#### Question [prim-5]

$$\int \sqrt{x+3}dx =$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + C$$

$$\frac{2}{3}(x+3)^{3/2}+6$$

$$\frac{2}{3}(x+3)^{3/2} + C$$
  $\arctan(x+3) + C$ 

### Question [prim-6]

$$\int \frac{dx}{3x+1} =$$

$$\frac{1}{3}\ln|3x+1| + C$$

$$\frac{3}{(3x+1)^2} + C$$

### Question [prim-7]

$$\int \frac{dx}{x^2 + 16} =$$

$$\Box$$
 4 arctan(x/4) + C

$$\bigcap$$
  $\arctan(4x) + C$ 

## Question [prim-8]

$$\int e^{4x+2} dx =$$

### Question [prim-9]

$$\int \cos(3x)dx =$$

 $-3\sin(3x) + C$ 

# Question [prim-10]

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} =$$

 $\arcsin(x/2) + C$   $\square$   $2\arcsin(x/2) + C$   $\square$   $\frac{1}{2}\arcsin(x/2) + C$   $\square$   $\sqrt{4-x^2} + C$ 

### Question [prim-2]

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx =$$

### Question [prim-trigo-1] Donner une primitive de

$$\cos^3 x$$

#### Question [prim-trigo-2] Donner une primitive de

$$\sin^3 x$$

### Question [prim-trigo-3] Donner une primitive de

$$\sin^2 x$$

 $\frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4}$ 

### Question [prim-trigo-4] Donner une primitive de

$$\cos^2 x$$

Question [prim-trigo-5] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x+1}$$

 $x - \ln(e^x + 1)$ 

Question [prim-trigo-6] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 2}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\ln(e^x + 2)}{2}$$
  $-\frac{e^x}{(e^x + 2)^2}$   $\ln(e^x + 2) - x$   $\ln(e^x + 2)$ 

$$\ln(e^x + 2)$$

Question [prim-trigo-7] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 1}$$

Question [prim-trigo-8] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 2}$$

$$\frac{\ln(e^x-2)}{2}$$

Question [prim-trigo-9] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 3}$$

$$\ln(e^x + 3) - x/3$$

$$\ln(e^x + 3) - x/3$$
  $\frac{x}{3} - \frac{\ln(e^x + 3)}{3}$   $\ln(e^x + 3)$   $\ln(e^x + 3)$ 

$$-\frac{e^x}{(e^x+3)^2}$$

Question [prim-trigo-10] Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x-3}$$

$$-\ln(e^x - 3) + x/3$$

$$-\ln(e^x - 3) + x/3$$
  $-\frac{x}{3} + \frac{\ln(e^x - 3)}{3}$   $-\frac{e^x}{(e^x - 3)^2}$   $\ln(e^x - 3)$ 

### Question [prim-exos-1]

a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2+t+1}$ .

b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_0^1 \frac{dx}{x+3+\sqrt{x+2}}$$

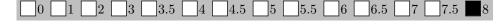


## Question [prim-exos-2]

a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2-t+1}$ .

b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_3^4 \frac{dx}{x - 1 - \sqrt{x - 2}}$$



# ${\bf Question} \ [{\tt prim-exos-3}]$

a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2+t+2}$ .

b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_0^1 \frac{dx}{2x+3+\sqrt{2x+1}}$$



# Question [prim-exos-4]

a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2-t+2}$ .

b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_1^2 \frac{dx}{2x+1-\sqrt{2x-1}}$$



### Question [prim-exos-5]

a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2+t+3}$ .

b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_0^1 \frac{dx}{3x + 4 + \sqrt{3x + 1}}$$



# Question [prim-exos-6]

- a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2-t+3}$ .
- b) Par un changement de variables, calculer :

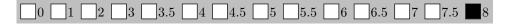
$$\int_1^2 \frac{dx}{3x + 2 - \sqrt{3x - 1}}$$



### Question [prim-exos-7]

- a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2+t+4}$ .
- b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_0^1 \frac{dx}{3x+6+\sqrt{3x+2}}$$



### Question [prim-exos-8]

- a) Donner une primitive de  $\frac{tdt}{t^2-t+4}$ .
- b) Par un changement de variables, calculer :

$$\int_{1}^{2} \frac{dx}{3x+2-\sqrt{3x-2}}$$

