

“The greatest joys in life come from exploration and the deep understanding of the unknown.” Andrey Kolmogorov (1903-1987)

Exercice 1 : Barème : $0.5 + 1.5 + 2$

J’ai dans ma poche dix pièces de monnaie. Neuf d’entre elles sont des pièces ordinaires avec une probabilité égale de tomber sur pile ou face lorsqu’elles sont lancées, et la dixième a deux faces.

- (a) [0.5pt] Si je prends une pièce au hasard dans ma poche, quelle est la probabilité que ce soit la pièce avec deux faces ?
- (b) [1.5pts] Si je lance la pièce et qu’elle tombe sur face, quelle est la probabilité que ce soit la pièce avec deux faces ?
- (c) [2pts] Si je lance la pièce une fois de plus et qu’elle tombe sur pile, quelle est la probabilité que ce soit l’une des neuf pièces ordinaires ?

Exercice 2 : Barème : $2 + 2$

On classe 5 hommes et 5 femmes selon leurs résultats lors d’un examen. On fait l’hypothèse que tous les scores sont différents et que les $10!$ classements sont équiprobables. On désigne par X le classement de la meilleure femme (par exemple, X vaudra 2 si le meilleur résultat a été obtenu par un homme et le suivant par une femme).

- (a) [2pts] Trouver la distribution de probabilités de X .
- (b) [2pts] Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.

Exercice 3 : Barème : $2 + 1 + 2 + 1$

Dans une classe de 30 élèves, 6 portent des lunettes. On choisit au hasard un échantillon de 5 élèves **avec remise**. On note X la variable aléatoire représentant le nombre d’élèves portant des lunettes dans l’échantillon.

- (b) [2pts] Déterminer la loi de probabilité de X . Préciser ses paramètres.
- (a) [1pts] Quelle est la probabilité qu’aucun des élèves de l’échantillon ne porte de lunettes ?
- (c) [2pts] Calculer l’espérance $\mathbb{E}(X)$ et interpréter le résultat.
- (d) [1pts] Quelle est la probabilité que le nombre d’élèves portant des lunettes dans l’échantillon soit strictement supérieur à 2 ?

Exercice 4 : Barème : 1 + 1.5 + 1.5

Les expériences de Rutherford et Geiger en 1910 ont montré que le nombre de particules alpha émises par unité de temps dans un processus radioactif suit une loi de Poisson. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de particules comptées pendant une seconde, avec une moyenne de 5.

- (a) [1pt] Quelle est la probabilité d'observer moins de deux particules pendant une seconde donnée ?
- (b) [1.5pt] Calculer $P(X \geq 5)$.
- (c) [1.5pt] Soit Y le comptage pendant une période séparée de 1.5 secondes. Calculer $P(Y \geq 3)$.

Exercice 5 : Barème : 1 + 1

On lance un dé équilibré à 6 faces 4 fois de suite.

- (a) [1pt] Quelle est la probabilité d'obtenir 4 résultats différents ?
- (b) [1pt] Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 3 résultats différents ?