

Exercice 1 : Barème :3

Un magasin spécialisé reçoit en moyenne 4 clients par jour, le nombre de clients étant distribué selon une loi de Poisson.

(3 pts) Calculer la probabilité que le magasin soit visité le mercredi par :

1. Aucun client
2. 5 clients
3. Au moins 6 clients

Exercice 2 : Barème : 1.5+ 1 + 1.5 + 1.5 + 1

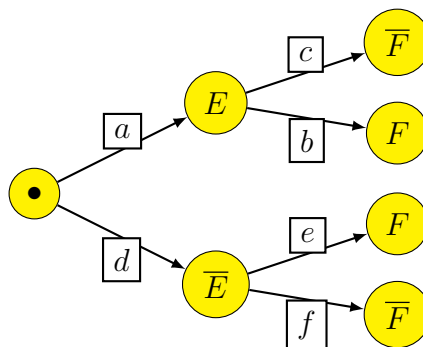
Un étudiant répond à une question à choix multiple de deux façons : soit il connaît la réponse, soit il la devine. Soit p la probabilité que l'élève connaisse la réponse et donc $1 - p$ celle qu'il la devine. On admet que l'étudiant qui devine répondra correctement avec probabilité $\frac{1}{m}$ où m est le nombre de réponses proposées.

Soient E et F les événements définis par :

$E :=$ Il connaît vraiment la réponse.

$F :=$ L'étudiant répond correctement à la question.

On considère l'arbre suivant :



1. (1.5 pts) Donner les valeurs de a, b, c, d, e et f .
2. (1 pt) Calculer $P(F)$ en fonction de p et m .
3. (1.5 pts) Montrer que $P(E|F) = \frac{mp}{1 + (m-1)p}$.
4. Dans cette question on prendra $p = 0.5$ et $m = 4$. Un test à question à choix multiple comporte 5 questions à 4 choix de réponses possibles chacune dont une seule proposition est correcte. Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de réponses correctes.
 - (a) (1.5 pts) Donner la loi de X .
 - (b) (1 pt) Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.

Exercice 3 : Barème : $1.5 + 1.5 + 2$

Les questions 1) 2) et 3) sont indépendantes.

1. (1.5 pts) A et B sont deux événements indépendants tels que : $\mathbb{P}(A|B) = 0.5$, $\mathbb{P}(B|A) = 0.4$. Calculer $\mathbb{P}(A \cup B)$.
2. (1.5 pts) Soit C et D deux événements tels que $\mathbb{P}(C) = 0.4$ tandis que $\mathbb{P}(D) = 0.7$ et $\mathbb{P}(C \cup D) = 0.9$. Calculer $\mathbb{P}(\overline{C} \cup D)$.
3. (2 pts) Soit X une variable aléatoire telle que : $\mathbb{E}(X) = 1$ et $\mathbb{V}(X) = 5$. Trouver :
 - (a) $\mathbb{E}(X^2)$
 - (b) $\mathbb{V}(4 + 3X)$

Exercice 4 : Barème : $1.5 + 1.5$

On dispose de 10 cartes rouges et 10 cartes bleues. On mélange les cartes, puis on les étiquette en fonction de leur ordre : on écrit le numéro un sur la première carte, le numéro deux sur la deuxième carte, et ainsi de suite. Quelle est la probabilité que

- (a) (1.5 pts) Toutes les cartes rouges se voient attribuer des numéros inférieurs ou égaux à 15 ?
- (b) (1.5 pts) Exactement 8 cartes rouges se voient attribuer des numéros inférieurs ou égaux à 15 ?

Exercice 5 : Barème : $1 + 1.5$

1. (1 pt) Donner le nombre d'anagrammes du mot "EXAMEN".
2. (1.5 pts) Si on ordonne tous les anagrammes du mot "EXAMEN" par ordre alphabétique comme suit :

1, 'AEEMNX'
2, 'AEEMXN'
3, 'AEENMX'
4, 'AEENXM'
...
 x , "EXAMEN"
...
385, 'XNMAEE'
359, 'XNMEAE'
360, 'XNMEEA'

Donner la valeur de x (le rang du mot "EXAMEN").