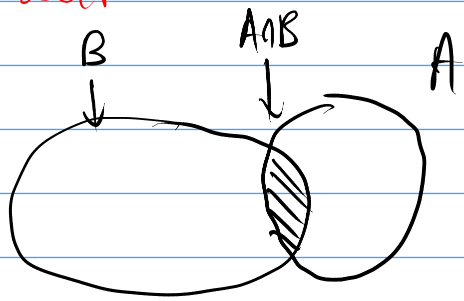
Probabilité Conditionnelle :

Soient A et B deux évènements.

Q : Calculer la probabilité que A se réalise sachant que B est déjà réalisé.

$$\mathbb{P}(A|B) \triangleq \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$



$$\circ \xrightarrow{\mathbb{P}(B)} B \xrightarrow{\mathbb{P}(A|B)} A$$

$B\cap A$

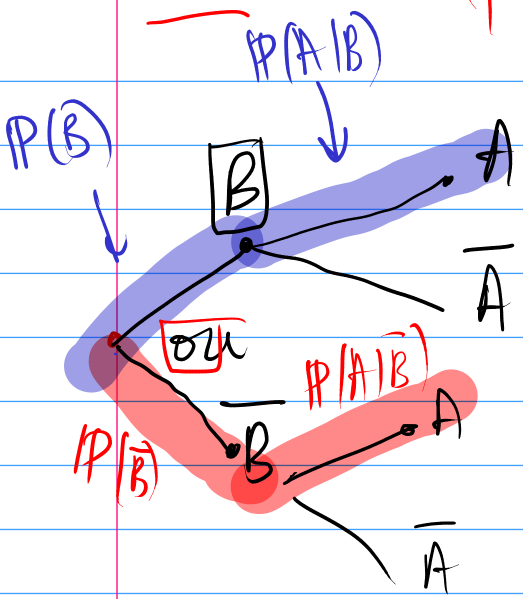
$$\mathbb{P}(B\cap A) = \overbrace{\mathbb{P}(B)}^{B \text{ se réalise}} \; \underset{\cdot}{\text{et}} \; \overbrace{\mathbb{P}(A|B)}^{A \text{ se réalise } | B}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} \quad ☑$$

$$\circ \xrightarrow{\mathbb{P}(A)} \boxed{A} \xrightarrow{\mathbb{P}(B|A)} B \xrightarrow{\mathbb{P}(C|A\cap B)} \boxed{C} \qquad [\,A\cap B\cap C\,]$$

$$\mathbb{P}(A\cap B\cap C) = \mathbb{P}(A).\mathbb{P}(B|A).\mathbb{P}(C|A\cap B) \quad \square$$

Enoncée Expérience $\longrightarrow \overline{\mathbb{P}(A)}$.



$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A\cap B) \boxed{+} \mathbb{P}(\bar{B}\cap A)$$
$$= \mathbb{P}(B)\cdot\mathbb{P}(A|B) + \mathbb{P}(\bar{B})\cdot\mathbb{P}(A|\bar{B})$$

$$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} \Longleftrightarrow \mathbb{P}(A\cap B) = \mathbb{P}(B)\cdot\mathbb{P}(A|B)$$

Exercice $\xrightarrow{\text{Modélisation}}$ A.N.

$$\mathbb{P}(A) = \frac{1}{3}$$

Q.2.22

dactor Fraume

Durant la saison régulière 2007-2008, les Canadiens de Montréal ont perdu 35 des 82 matchs qu'ils ont disputés. Ils ont gagné 26 des 43 matchs qu'ils ont joués à l'extérieur.

Source : Site Internet Wikipedia. Les Canadiens de Montréal.

	G	P	M
D	21	18	39
E	26	17	43
	47	35	82

a) Représenter les données dans un tableau. (Graph)

On choisit un match au hasard parmi les 82 matchs disputés :

b) Si l'équipe a perdu le match, quelle est la probabilité qu'il ait été disputé à domicile ? $\square$ $\mathbb{P}(D \mid P) = \frac{18}{35} = \frac{\mathbb{P}(D \cap P)}{\mathbb{P}(P)} = \frac{\frac{18}{82}}{\frac{35}{82}}$

0,514

c) Quelle est la probabilité que ce soit un match gagné à domicile ? $\square$ $\mathbb{P}(D \cap G) = \frac{\#(D \cap G)}{\# \Omega} = \boxed{\frac{21}{82}}$

d) Quelle est la probabilité que les Canadiens aient gagné le match ? Cette probabilité est-elle plus élevée si le match est disputé à domicile ? $\square$ $\mathbb{P}(G) = \frac{47}{82} \simeq 0{,}57\ldots$

$\mathbb{P}(G \mid D) = \frac{\frac{21}{82}}{\frac{39}{82}} = \frac{21}{39} = 0{,}53\ldots$

e) D'après les données du tableau, les événements P : «les Canadiens perdent le match» et E : «le match est disputé à l'extérieur» sont-ils indépendants ?

déf

A et B sont indépendants ssi $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$

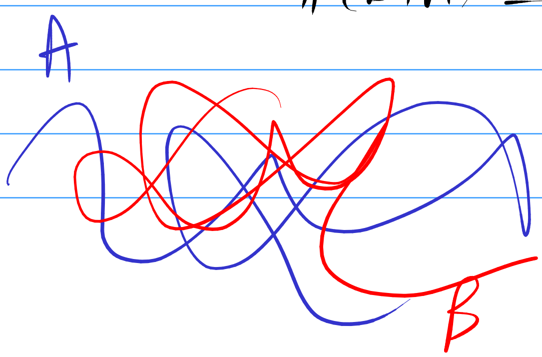
Rq si A et B sont indépendants $\mathbb{P}(A \mid B) = \mathbb{P}(A)$

$B \neq \emptyset$.

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{\mathbb{P}(A) \cdot \cancel{\mathbb{P}(B)}}{\cancel{\mathbb{P}(B)}} = \mathbb{P}(A)$$

indép

$A \perp\!\!\!\perp B$ $\quad \mathbb{P}(B \mid A) = \mathbb{P}(B)$



$\mathbb{P}(A \cap B) = \ldots$ $\square$ ✓

$A \perp\!\!\!\perp B$ $\quad \mathbb{P}(A) = \ldots$ $\square$ ✓

$\mathbb{P}(B) = \ldots$ $\square$ ✓

$\mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$ compare $\mathbb{P}(A \cap B)$

$\mathbb{P}(P) = \frac{35}{82}$; $\mathbb{P}(E) = \frac{43}{82}$ | $\mathbb{P}(P \cap E) = \frac{17}{82}$.

$$\frac{35}{82} \times \frac{43}{82} \neq \frac{17}{82}$$

$\underline{\underline{C}}$: E et P ne sont pas indépendant

Q.2.25

Quelle est la probabilité qu'il y ait deux garçons dans une famille de trois enfants, si on sait qu'il y a au moins une fille ?

Q.2.26

Pique, Trèfle, Carreau, Cœur
13 13 13 13

VQR

Quelle est la probabilité de tirer successivement trois as d'un jeu ordinaire de 52 cartes, si on ne remet pas les cartes tirées ?

2.25

F : "au moins une fille"

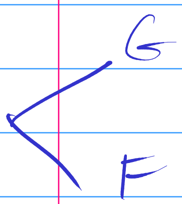
$\boxed{G}$: "deux garçons"

$$\mathbb{P}(G|F) = \frac{\mathbb{P}(G \cap F)}{\mathbb{P}(F)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

$\Omega = \{GGG, GGF, GFG, FGG, FFF, FFG, FGF, GFF\}$

2 G 1 F — ordre

$\{GGF\} \neq \{GGF, GFG, FGG\}$



succesif sans remise

$\boxed{T_1} \mid T_2 \mid T_3$

$$\mathbb{P}(A) = \frac{4}{52} \Big| \frac{3}{51} \Big| \frac{2}{50} = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} = \boxed{\frac{A_4^3}{A_{52}^3}}$$