

Les variables aléatoires discrètes

Exercices 2

Exercice 2.1¹. Démontrer les propriétés ($E1$) et ($E2$) de l'espérance.

Exercice 2.2. Démontrer les propriétés ($C1$) à ($C4$) de la covariance.

Exercice 2.3. L'expérience aléatoire consiste à lancer deux dés. La variable X représente la somme des points obtenus tandis que la variable Y donne la différence entre le plus grand et le plus petit score.

- a) Quelle est la fonction de masse de la variable Y ?
- b) Quelle est la fonction de répartition de la variable Y ?
- c) Quelles sont les espérances, les variances et la covariance de X et de Y ?
- d) Est-ce que X et Y sont indépendantes ?
- e) Quelle est la distribution conditionnelle de X étant donné que $Y = 2$?

Exercice 2.4. Pour chacune des lois discrètes étudiées, donnez un exemple d'application dans un domaine lié à la gestion. Pour chacun de ces exemples, calculez la probabilité d'un événement que vous aurez vous-même défini. Les solutions trop semblables aux exemples présentés dans les notes de cours ne seront pas acceptées.

Exercice 2.5. Votre entreprise compte 13 téléphonistes à temps partiel comblant les cinq postes téléphoniques de la succursale. Elles sont toutes des mères "mono-parentales" ce qui implique que le taux d'absentéisme est assez élevé parmi ce groupe d'employés. En effet, elles doivent rester à la maison lorsque les enfants sont malades. Une étude a déjà établi que la probabilité qu'une employée doive appeler à la dernière minute pour avertir qu'elle ne pourra pas travailler aujourd'hui est de 5%.

Pour répondre à chacune des questions, vous devez définir les variables avec lesquelles vous modélisez le problème et énoncez les hypothèses sous-jacentes à cette modélisation

¹Problème techniquement plus difficile.

a) Quelle est la probabilité qu'au moins une téléphoniste ne se présente pas au travail ce matin.

b) Lorsqu'une téléphoniste s'absente, vous devez la remplacer et appeler une des 8 autres qui ne travaillent pas à ce moment. En général, une "remplaçante" refuse deux fois sur trois puisqu'elle n'a pas de gardienne. En moyenne, combien de remplaçantes devez-vous rejoindre avant d'en trouver une qui accepte?

c) Si vous savez que deux téléphonistes seront absentes aujourd'hui, quelle est la probabilité qu'il vous manque au moins une téléphoniste après avoir appelé toutes les remplaçantes possibles?

d) Quelle est la probabilité qu'il vous manque au moins une téléphoniste aujourd'hui après avoir appelé toutes les remplaçantes possibles?