МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №4
по дисциплине «Построение и Анализ Алгоритмов»
Тема: Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта

Студент гр. 8382 _____ Вербин К.М.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы.

Ознакомиться с алгоритмом Кнута-Морриса-Пратта для поиска подстроки в строке и реализовать его.

Задание 1

Реализуйте алгоритм КМП и с его помощью для заданных шаблона P (P ≤15000) и текста T (T ≤ 5000000) найдите все вхождение P в T.

Входные данные

Первая строка - P.

Вторая строка - T.

Выходные данные

индексы начал вхождений P в T, разделенных запятой, если P не входит в T, то вывести -1.

Пример входных данных

ab

abab

Соответствующие выходные данные

0,2

Задание 2

Заданы две строки A A(≤ 5000000) и B B(≤ 5000000) . Определить, является ли A циклическим сдвигом B (это значит, что A и B имеют одинаковую длину и A состоит из суффикса B, склеенного с префиксом B). Например, defabc является циклическим сдвигом abcdef.

Входные данные

Первая строка - A.

Вторая строка - B.

Выходные данные

Если A является циклическим сдвигом B, индекс начала строки B в A, иначе вывести -1. Если возможно несколько сдвигов, вывести первый индекс

Пример входных данных

defabc

abcdef

Соответствующие выходные данные

3

Вариант 1

Подготовка к распараллеливанию: работа по поиску разделяется на k равных частей, пригодных для обработки k потоками (при этом длина образца гораздо меньше длины строки поиска).

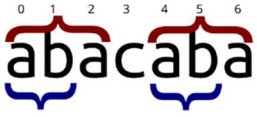
Описание алгоритма

Префикс функция

Префикс-функция для i-го символа возвращает значение, равное максимальной длине совпадающих префикса и суффикса подстроки (префикс длинны n для строки a – это подстрока a[0, n-1], суффикс длинны n для строки a – это подстрока a[len(a) – 1 - n, len(a) - 1]), которая заканчивается i-м символом (максимальная длинна равных префикса и суффикса для строки [0,i]).

Алгоритм Кнута-Морриса-Пратта (КМП) позволяет находить префикс-функцию от строки за линейное время, и имеет достаточно лаконичную реализацию, по длине не превышающую наивный алгоритм.

Для начала заметим важное свойство: $\pi[i] \leq \pi[i-1]+1$. То есть префикс-функция от следующего элемента не более чем на 1 превосходит префикс-функцию от текущего. Случай $\pi[i]=\pi[i-1]+1$ легко изобразить:



$s[6] = s[2]$

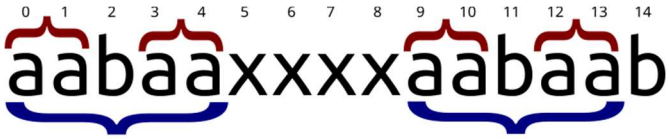
$\pi[5] = 2$

$\pi[6] = \pi[5] + 1 = 3$

То есть верно следующее утверждение (в 0-индексации):

$$s[i]=s[\pi[i-1]] \Rightarrow \pi[i]=\pi[i-1]+1$$

Этот случай достаточно тривиален. Но что если $s[i] \neq s[\pi[i-1]]$? Хотелось бы найти такую длину j, что $s[0..j-1]=s[i-j..i-1]$, но при этом $j<\pi[i-1]$. Если $s[i]=s[j]$, то $\pi[i]=j+1$. На самом деле, длина jj уже была найдена в процессе нахождения префикс-функции. А именно, $j=\pi[\pi[i-1]-1]$. Графически это выглядит так:



$$s[14] \neq s[\pi[13]]$$
$$j = \pi[\pi[13] - 1] = 2$$
$$s[14] = s[2]$$
$$\pi[14] = j + 1 = 3$$

Если же длина jj также не подходит ($s[i] \neq s[j]$), просто ещё раз уменьшим её по такой же формуле: $j=\pi[j-1]$. Таким образом будем пытаться продолжить префикс длины j, пока j не станет равно 00. В таком случае просто сравним s[i] с s[0], и в зависимости от результата присвоим $\pi[i]=0$ или 1.

Поиск образа в строке

Алгоритм считывает две строки: образец и текст для поиска. Для полученной строки рассчитывается префикс-функция. После получения 2 строк вызывается префикс функция для строки образца. На выходе мы получаем массив чисел равный длине образца.

После вызывается функция поиска подстроки в строке:

1) i – индекс символа текста, который обрабатывается на шаге i, k – индекс символа образца с которым мы сравниваем i-тый символ текста.
2) Если k равен длине образца, значит мы нашли вхождение образца в текста и выводим символ начала вхождения.

3) Проходим по всей строке, проверяя каждый символ: если i-тый и k-тый символы совпадают, то i = i + 1 , k = k + 1. Если символы не совпадают, то k = prefix(k-1). Это позволяет нам проверять строку за время равное сумме длин двух строк.
4) Если ни одного вхождение не было найдено, то выводится -1.

Сложность алгоритма по памяти

Сложность алгоритма по памяти будет O(P + T), т.к. программа хранит 2 строки.

Временная сложность алгоритма

Сложность по времени алгоритма будет O(P + T) , т.к. вычисление префикс-функции для образца будет O(P), а поиск подстроки в строке будет выполнятся за O(T) тогда весь алгоритм выполняется за O(P+T).

Определение циклического сдвига

В начале алгоритма считываются две строки одинаковой длины A и B, если длины не совпадают, то алгоритм сразу завершает работу и выводит -1, т.к. в таком случае A не является циклическим сдвигом. Затем с помощью той же функции вычисляется префикс-функция для строки B. После этого строка A удваивается, чтобы найти индекс строки B в строке A (если является циклическим сдвигом). После алгоритм заводит два индекса, которые указывают на символы в удвоенной строке A и строке B, после чего алгоритм проходит и сравнивает символы. Если произошло очередное совпадения, то индексы увеличиваются, если происходит несовпадение, то с помощью вектора префикс-функций для B осуществляется "сдвиг" образа (не на 1, как в "наивном" алгоритме, т.к. по префикс-функции можно определить, что часть символов уже совпала). Когда индекс указывающий на символ в образе B равен длине этого образа, это значит, что вхождение найдено. Т.к. A - это

удвоенная строка, то мы определили что исходная строка A является циклическим сдвигом B и алгоритм завершает работу. В противном случае выводится -1.

Сложность алгоритма по памяти

Сложность по памяти будет O(B + A) , т.к. в этом случае алгоритм строит префикс-функцию для строки B и на ее хранение требуется B памяти, а удвоение строки требует дополнительно A памяти

Временная сложность алгоритма

Сложность по времени будет O(2|A| + |B|) = O(3|A|) = O(|A| +|B|) т.к. для заполнения префикс-функции нужно |B| операций, а при поиске цикл проходит за линейное время по удвоенной строке A.

Распараллеливание алгоритма

Разделим строку s, в которой осуществляется поиск на n равных (или почти равных) участков. Эти участки пересекаются, причём ширина пересекающихся частей равна |t| − 1 (t – образец). Тогда мы получим n участков, на которых можно независимо запустить алгоритм, и получить все вхождения, причём каждое вхождение будет найдено ровно 1 раз. Поскольку алгоритм находит вхождение, когда доходит до его конца, ему нужно пройти |t|−1 символов прежде, чем он найдёт хотя бы одно вхождение. В нашем разбиении, вхождения, заканчивающиеся на одном из этих |t| − 1 символов, будут найдены экземпляром, обрабатывающим предыдущий участок, поэтому вхождения не теряются. Разумеется, в первых |t| − 1 символах исходной строки s вхождения t заканчиваться не могут.

Естественно, что каждый участок не может быть короче, чем образец, поэтому наибольшее число участков, на которые можно разбить строку, будет |s| − (|t| − 1). В этом случае длина каждого участка будет равна |t|.

Описание структур данных

void prefixFunction(std::string& sample, std::vector<int>& prefix)- вычисляет префикс-функцию для каждого символа переданной строки и сохраняет значения в векторе prefix.

- std::string& sample – строка, которая обрабатывается префикс функцией.
- std::vector<int>& prefix – массив, хранящий результат работы префикс функции.

bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>& prefix)- получает на вход текст, образец, вектор префикс-функции, число переданных потоков и вычисляет индексы вхождений образца.

- std::string& text – текст, в котором ищется образец.
- std::string& sample – образец, искомый в тексте.
- std::vector<int>& prefix – массив, хранящий результат работы префикс функции.
- Функция возвращает true если образец (сдвиг) был найден хотя бы раз или false если не был найден образец (сдвиг)

void printInterInfo (std::string& splice, std::vector<int> vect, int n) - выводит промежуточные данные - состояние префикс-функции для текущей части строки (часть строки передается через n).

- std::string& splice – строка, которая обрабатывается префикс функцией.
- std::vector<int>& prefix – массив, хранящий результат работы префикс функции.
- int n – индекс, до которого обработала префикс функция.

std::vector< std::pair<std::string, int >> toFlows(std::string text, const int uFlow, int maxFlow) – функция разбивает строку text на uFlow потоков.

- std::string text – текст, который разделяется на потоки.

- const int uFlow – количество потоков.
- int maxflow – максимально возможное количество потоков.
- Функция возвращает вектор, хранящий в себе потоки

Тестирование

Input	Output
Поиск подстроки	
ab abab 1	Индексы: 0,2
a ababfaabfaaabaafhaaa 5	Индексы: 0,2,5,6,9,10,11,13,14,17,18,19
aaa aaaaa 2	Индексы: 0, 1, 2
abbabba abbabbabba 3	Индексы: 0, 4
Определение сдвига	
qwerty ertyqw 2	Найден циклический сдвиг! позиция: 2
qweqweqwe weqweqweq 4	Найден циклический сдвиг! позиция: 1 Найден циклический сдвиг! позиция: 4 Найден циклический сдвиг! позиция: 7

adadadad dadadada 1	Найден циклический сдвиг! позиция: 1
qwertyuiop rtyuiopqwr 3	Не является циклическим сдвигом: -1

Вывод

В ходе работы был разобран и реализован алгоритм Кнута-Морриса-Пратта для поиска вхождений подстроки в строку

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОД ПРОГРАММЫ

Поиск подстроки

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <map>
#include <cmath>
#include <climits>

bool INTER = true;
//перегруженны оператор вывода вектора в поток
std::ostream& operator<<(std::ostream& stream, std::vector<int> vect) {
   stream << vect[0];
   for (int i = 1; i < vect.size(); i++) {
      stream << "," << vect[i];
   }
   return stream;
}


void printInterInfo(std::string& splice, std::vector<int> vect, int n) {
   std::cout << "\nСостояние префикс-функции для строки: " <<
std::endl;
   for (int i = 0; i <= n; i++)
      std::cout << splice[i] << " ";
   std::cout << std::endl;
   for (int i = 0; i <= n; i++)
      std::cout << vect[i] << " ";
   std::cout << std::endl;
}


void prefixFunction(std::string& sample, std::vector<int>& prefix) {
   prefix[0] = 0;
   std::cout << "Начало рассчета префикс-функции" << std::endl;
   int n = 1;
   for (int i = 1; i < sample.length(); i++)
   {   // поиск какой префикс-суффикс можно расширить
      int k = prefix[i - 1];                  // длина предыдущего префикса
      while (k > 0 && sample[i] != sample[k])   // этот нельзя расширить,
         k = prefix[k - 1];                  // берем ранее рассчитанное значение
```

```
            if (sample[k] == sample[i])
                k = k + 1;                          // расширяем найденный префикс-
суффикс

            prefix[i] = k;

            if (INTER)
                printInterInfo(sample, prefix, n++);
        }

    }


    std::vector< std::pair<std::string, int >> toFlows(std::string text, const int
uFlow, int maxFlow) {

        std::vector< std::pair<std::string, int >> tmp;
        int step = maxFlow / uFlow;
        int ind = 0;
        int freeSize = text.length() - ( step * uFlow + text.length() - maxFlow );

        for (int i = 0; i < uFlow; i++) {
            int len;
            if (uFlow - i == 1) {
                len = text.length() - ind;
            }
            else {
                len = step + text.length() - maxFlow;
                if (freeSize > 0) {
                    len++;
                }
            }
            tmp.push_back(std::make_pair(text.substr(ind, len), ind));
            if (freeSize > 0) {
                ind++; freeSize--;
            }
            ind += step;
            std::cout << "Добавлен поток: " << tmp[tmp.size() - 1].first << "
Начальный индекс: " << tmp[tmp.size() - 1].second << std::endl;
        }

        return tmp;
    }
    //функция определения сдвига
```

```
        bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>&
prefix) {
            int k = 0;   //индекс сравниваемого символа в sample
            bool flag = false;
            if (text.length() <= sample.length()) {
               std::cout << "\nНе может быть образов: ";
               std::cout << "-1";
               return false;
            }
            int maxFlow = text.length() - (sample.length() - 1);
            std::cout << "Максимальное колличество потоков: " << maxFlow << "
|Введите колличество потоков: ";
            int uFlow;
            std::cin >> uFlow;
            if (uFlow > maxFlow || uFlow < 0) {
               std::cout << "Ошибка в вводе! | Введите колличество потоков: ";
               std::cin >> uFlow;
            }
            else {
               std::vector< std::pair<std::string, int >> flows = toFlows(text, uFlow,
maxFlow);
               for (int j = 0; j < flows.size(); j++) {
                  std::cout <<  "\nПоиск образа в потоке: " << flows[j].first << ";";
                  for (int i = 0; i < flows[j].first.length(); i++) {
                     while (k > 0 && sample[k] != flows[j].first[i])
                        k = prefix[k - 1];

                     if (sample[k] == flows[j].first[i])
                        k = k + 1;
                     else if (k != 0) k = prefix[k - 1];
                     if (k == sample.length()) {
                        std::cout << "\n\n\tНайден образ! позиция: " <<
flows[j].second + i - sample.length() + 1 << std::endl;
                        flag = true;
                     }

                  }
               }
               if (!flag) std::cout << "\nНет образовм: " << -1;
               return flag;

            }
         }
```

```
int main()
{
   setlocale(LC_ALL, "Russian");
   std::string text;
   std::string sample;
   std::cin >> sample; std::cin >> text;
   std::vector<int> prefix(sample.length());
   prefixFunction(sample, prefix);

   findEntry(text, sample, prefix);
   return 0;
}
```

Циклический сдвиг

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <vector>
#include <map>
#include <cmath>
#include <climits>

bool INTER = true;
//перегруженны оператор вывода вектора в поток
std::ostream& operator<<(std::ostream& stream, std::vector<int> vect) {
   stream << vect[0];
   for (int i = 1; i < vect.size(); i++) {
      stream << "," << vect[i];
   }
   return stream;
}


void printInterInfo(std::string& splice, std::vector<int> vect, int n) {
   std::cout << "\nСостояние префикс-функции для строки: " <<
std::endl;
   for (int i = 0; i <= n; i++)
      std::cout << splice[i] << " ";
   std::cout << std::endl;
   for (int i = 0; i <= n; i++)
      std::cout << vect[i] << " ";
   std::cout << std::endl;
}
```

```
        void prefixFunction(std::string& sample, std::vector<int>& prefix) {
            prefix[0] = 0;
            std::cout << "Начало рассчета префикс-функции" << std::endl;
            int n = 1;
            for (int i = 1; i < sample.length(); i++)
            {   // поиск какой префикс-суффикс можно расширить
                int k = prefix[i - 1];                  // длина предыдущего префикса
                while (k > 0 && sample[i] != sample[k])   // этот нельзя расширить,
                    k = prefix[k - 1];                  // берем ранее рассчитанное значение

                if (sample[k] == sample[i])
                    k = k + 1;                          // расширяем найденный префикс-
суффикс

                prefix[i] = k;

                if (INTER)
                    printInterInfo(sample, prefix, n++);
            }

        }



        std::vector< std::pair<std::string, int >> toFlows(std::string text, const int
uFlow, int maxFlow) {

            std::vector< std::pair<std::string, int >> tmp;
            int step = maxFlow / uFlow;
            int ind = 0;
            int freeSize = text.length() - ( step * uFlow + text.length() - maxFlow );

            for (int i = 0; i < uFlow; i++) {
                int len;
                if (uFlow - i == 1) {
                    len = text.length() - ind;
                }
                else {
                    len = step + text.length() - maxFlow;
                    if (freeSize > 0) {
                        len++;
                    }
                }
                tmp.push_back(std::make_pair(text.substr(ind, len), ind));
                if (freeSize > 0) {
```

```
                ind++; freeSize--;
            }
            ind += step;
            std::cout << "Добавлен поток: " << tmp[tmp.size() - 1].first << "
Начальный индекс: " << tmp[tmp.size() - 1].second << std::endl;
        }

        return tmp;
    }


    //функция определения сдвига
    bool findEntry(std::string& text, std::string& sample, std::vector<int>&
prefix) {
        int k = 0;   //индекс сравниваемого символа в sample
        bool flag = false;
        if (text.length() != sample.length()) {
            std::cout << "\nНе является циклическим сдвигом: ";
            std::cout << "-1";
            return false;
        }
        text = text + text;
        int maxFlow = text.length() - (sample.length() - 1);
        std::cout << "Максимальное колличество потоков: " << maxFlow << " |
Введите колличество потоков: ";
        int uFlow;
        std::cin >> uFlow;
        if (uFlow > maxFlow || uFlow < 0) {
            std::cout << "Ошибка в вводе! | Введите колличество потоков: ";
            std::cin >> uFlow;
        }
        else {
            std::vector< std::pair<std::string, int >> flows = toFlows(text, uFlow,
maxFlow);
            std::cout << std::endl;
            for (int j = 0; j < flows.size(); j++) {
                std::cout << "Поиск циклического сдвига в потоке: " <<
flows[j].first << ";" << std::endl;
                for (int i = 0; i < flows[j].first.length(); i++) {
                    while (k > 0 && sample[k] != flows[j].first[i])
                        k = prefix[k - 1];

                    if (sample[k] == flows[j].first[i])
                        k = k + 1;
                    else if (k != 0) k = prefix[k - 1];
```

```
                    if (k == sample.length()) {
                        std::cout << "\n\tНайден циклический сдвиг! позиция: " <<
flows[j].second + i - sample.length() + 1 << std::endl;
                        flag = true;
                    }

                }
            }
            if (!flag) {
                std::cout << "\nНе является циклическим сдвигом: ";
                std::cout << "-1";
            }

        }
        return flag;
    }


    int main()
    {
        setlocale(LC_ALL, "Russian");
        std::string text;
        std::string sample;
        std::cin >> sample; std::cin >> text;
        std::vector<int> prefix(sample.length());
        prefixFunction(sample, prefix);

        findEntry(text, sample, prefix);
        return 0;
    }
```