

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ
по практической работе №3
по дисциплине «Построение и Анализ Алгоритмов»
Тема: Поток в сети

Студент гр. 8382

Вербин К.М.

Преподаватель

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

Цель работы.

Изучение алгоритма Форда-Фалкерсона для поиска максимальной пропускной способности сети.

Задание

Найти максимальный поток в сети, а также фактическую величину потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона.

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Входные данные

N - количество ориентированных рёбер графа

v_0 - исток

v_n - сток

$v_i v_j \omega_{ij}$ - ребро графа

$v_i v_j \omega_{ij}$ - ребро графа

...

Выходные данные

P_{\max} - величина максимального потока

$v_i v_j \omega_{ij}$ - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

$v_i v_j \omega_{ij}$ - ребро графа с фактической величиной протекающего потока

...

Пример входных данных

7

a

f

a b 7

a c 6

b d 6

c f 9

d e 3

d f 4

e c 2

Соответствующие выходные данные

12

a b 6

a c 6

b d 6

c f 8

d e 2

d f 4

e c 2

Вариант 3

Поиск в глубину. Рекурсивная реализация.

Описание структур данных

Класс ориентированного ребра графа(class Path):

Класс ориентированного ребра графа состоит из следующих свойств:

char nameFrom – имя вершины откуда исходит ребро;

char nameOut – имя вершины куда входит ребро;

int bandwidth – пропускная способность;int flow – поток;

Класс ориентированного ребра графа содержит следующие методы:

- `Path(char nameFrom, char nameOut, int bandwidth)` – конструктор, принимающий на вход имя вершины куда идём, имя вершины откуда идём и пропускную способность.
- `void setFlow(int flow)` – функция для переопределения значения потока;
- `char getNameFrom()` – функция, которая возвращает значение имени вершины откуда исходит ребро;
- `char getNameOut()` – функция, которая возвращает значение имени вершины куда входит ребро;
- `int getBandwidth()` – функция, которая возвращает значение пропускной способности;
- `int getFlow()` – функция, которая возвращает значение потока;

Функция `void findMin(std::vector& local, int* maxFlow, int depth)`, принимает вектор, в котором хранятся ребра найденного пути, переменную, которая считает максимальный поток и переменную, которая отвечает за демонстрацию рекурсии.

Функция `bool comp2(Path* a, Path* b)` принимает 2 переменные класса ребер. Данная функция является компаратором для сортировки ребер по наименьшему значению разности между пропускной способностью и потоком.

Функция `bool isVisitedPath(std::vector& local2, char element, int depth)` принимает на вход вектор просмотренных ребер, переменную, которая отвечает за демонстрацию рекурсии. Функция выполняет проверку на то, что вершину, куда входит ребро, ещё не посещали

Описание алгоритма.

Решение поставленной задачи осуществляется с помощью рекурсивной функции `bool findPath(std::vector& paths, std::vector& local, std::vector& local2, char myPoint, char endPoint, int depth)`, которая принимает на вход: исходный вектор, в котором записаны все ребра с величиной пропускаемого потока;

вектор, в который записывается найденный путь; вектор, в который записываются посещенные ребра; вершина, с которой функция будет начинать поиск; вершина, до которой функция ищет путь; и переменная, необходимая для визуального показания рекурсии алгоритма.

Функция начинает работу прежде всего с проверки, является ли текущая вершина искомой, если нет, то происходит отбор всех ребер, которые исходят из текущей вершины. Нужные ребра записываются во временный граф ребер (localPaths). Далее, если таких ребер несколько, то они сортируются по наименьшему значению разности между пропускной способности и потоком.

Следующий шаг. Начинается в цикле проход по отсортированным путям. Происходит проверка, что ребро не переполнено, т.е. значение потока меньше значения пропускной способности. Затем проверяется, посещалась ли уже вершина, куда входит текущее ребро. Если обе проверки пройдены, то это ребро записывается в вектор просмотренных ребер. После чего, рекурсивно вызывается функция поиска пути, но теперь в качестве текущей вершины будет вершина, в которую входило данное ребро.

Также рассмотрим следующий случай. Если на проверке уже отобранных и отсортированных ребер окажется так, что ребро переполнено, то цикл for продолжится, просто перейдя к следующему ребру, также выполнив все проверки. Но если среди всех доступных для вершины ребер не будет того, которое не переполнено, то функция сделает откат назад, к предыдущей рассматриваемой вершине.

Как только на очередном рекурсивном вызове будет достигнута искомая вершина(сток), то функция возвратит true и рекурсия вернется на шаг назад, затем в вектор ответа (local) будет записано ребро и функция снова вернет true. Получается, что все ребра пути будут записаны в вектор ответа, но в обратном порядке.

Затем, после того как функция поиска пути вернула true, происходит вызов функции поиска минимальной разности между величиной пропускной

способности и величиной потока. Далее найденный минимум прибавляется ко всем потокам найденного пути и также к значению максимального потока.

После выхода из функции происходит очищение вектора ответа(в котором записан текущий путь до стока) и вектора пройденных ребер. И цикл в main снова повторяется, снова запускается функция поиска путей с текущей начальной вершиной. Данный цикл завершается, когда функция поиска путей не сможет найти ни один путь до искомой вершины.

После завершения цикла, происходит сортировка всех ребер в лексикографическом порядке с помощью функции sort() и написанного к ней компаратора.

В конце main происходит вывод ответа, полностью соответствующий всем требованиям. А именно, сначала выводится найденное значение максимального потока, а уже за ним все ребра графа с фактической величиной протекающего потока.

Сложность алгоритма по памяти

Сложность алгоритма по памяти $O(V+E)$, где V – количество вершин в графе, E – количество ребер в графе

Временная сложность алгоритма

Временная сложность алгоритма $O(E * f)$, где E – количество ребер, f – максимальный поток в графе.

Тестирование

Input	Output
8	3
a	a b 0
h	a c 2
a b 5	a d 1
a c 4	b g 0

a d 1 b g 1 c e 2 c f 3 d e 6 e h 4 f h 4	c e 2 c f 0 d e 1 e h 3
11 a d a b 7 a c 3 a f 5 c b 4 c d 5 b d 6 b f 3 b e 4 f b 7 f e 8 e d 10	15 a b 7 a c 3 a f 5 b d 5 b e 2 b f 3 c b 3 c d 0 e d 10 f b 0 f e 8
7 a f a b 7 a c 6 b d 6 c f 9 d e 3 d f 4	12 a b 6 a c 6 b d 6 c f 8 d e 2 d f 4 e c 2

e c 2	
12	10
a	a b 5
e	a c 4
a b 5	a d 1
a c 4	b c 0
a d 2	b f 3
b c 1	b g 2
b g 5	c b 0
b f 3	c f 1
c g 4	c g 3
c f 1	d c 0
d c 2	d f 1
d f 1	f c 0
g e 5	f e 5
f e 8	g c 0
	g e 5

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были получены знания для работы с алгоритмом Форда-Фалкерсона для поиска максимального потока в графе. Были реализованы классы ребер и графа. Так же в классе графа реализованы методы поиска в глубину и алгоритма Форда-Фалкерсона

ПРИЛОЖЕНИЕ

КОД ПРОГРАММЫ

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <iomanip>    // std::setw

class Path {
private:
    char nameFrom;
    char nameOut;
    int bandwidth; // bandwidth
    int flow = 0; // flow

public:
    Path(char nameFrom, char nameOut, int bandwidth) :
nameFrom(nameFrom), nameOut(nameOut), bandwidth(bandwidth) {}

    void setFlow(int flow) {
        std::cout << "\t\t" << Path::nameFrom << " edge: " << Path::bandwidth
- Path::flow << ", revers edge: " << Path::flow << std::endl;
        Path::flow = flow;
    }

    char getNameFrom() const {
        return nameFrom;
    }

    char getNameOut() const {
        return nameOut;
    }

    int getBandwidth() const {
        return bandwidth;
    }

    int getFlow() const {
        return flow;
    }

};

bool comp(Path a, Path b);
```

```

void findMin(std::vector<Path*>& local, int* maxFlow, long int depth)
{
    //function for selecting the minimum difference between throughput and flow
    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The function of selecting the
    minimum difference between bandwidth and flow, as well as changing
    information, is started." << std::endl;
    int Min = local.front()->getBandwidth(); //front() Returns a reference to
    the first element in the vector container
    for (Path* path : local) {
        if (Min > (path->getBandwidth() - path->getFlow())) {
            Min = path->getBandwidth() - path->getFlow();
            // std::cout << std::setw(depth + 1) << "Set additional network:" <<
            path->getNameFrom()<< ": " << path->getBandwidth() << " - " << path-
            >getFlow() <<std::endl;
        }
    }
    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Minimum = " << Min <<
    std::endl;
    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Adding the found minimum to
    the path threads." << std::endl;
    for (Path* path : local) {
        path->setFlow(path->getFlow() + Min); //now add the found minimum
        to the stream
    }

    *maxFlow = *maxFlow + Min; //increase the value of the maximum flow
    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The maximum flow is now
    equal to: " << *maxFlow << std::endl;
}

bool comp(Path a, Path b) {
    if (a.getNameFrom() != b.getNameFrom()) {

        return a.getNameFrom() < b.getNameFrom();
    }
    else {
        return a.getNameOut() < b.getNameOut();
    }
}

```

bool comp2(Path* a, Path* b) { //the comparator is used to choose where to go. For example, there are 2 paths, one 10/40 and the other 15/30. It is necessary to go to the second, since $30-15 < 40-10$

```

        return (a->getBandwidth() - a->getFlow()) < (b->getBandwidth() - b-
>getFlow());
    }

```

```

    bool isVisitedPath(std::vector<Path*>& local, char element, long int depth)
    {
        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "A function is launched to
check whether this vertex has already been visited." << std::endl;
        for (Path* path : local) {
            if (element == path->getNameFrom()) {
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The check function shuts
down. Top " << element << " is already in sight. This means that we will not go
along this edge." << std::endl;
                return false;
            }
        }
        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The check function shuts
down. Top " << element << " hasn't been viewed yet." << std::endl;
        return true;
    }

```

```

    bool findPath(std::vector<Path>& paths, std::vector<Path*>& local,
std::vector<Path*>& local2, char myPoint, char* endPoint, long int depth) {
        depth++;

```

```

        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The path search function
starts." << std::endl;

```

```

        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Checking is in progress: the
vertex is not the one being searched for." << std::endl;
        if (myPoint == *endPoint) {
            std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The vertex is the one you
are looking for. This means that the function returns true." << std::endl;
            return true;
        }

```

```

        std::vector<Path*> localPaths;

```

```

        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Selecting edges that originate
from the current vertex." << std::endl;
        for (auto& path : paths) { //selecting which edges come from the current
vertex

```

```

            if (path.getNameFrom() == myPoint) {
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Since the edge: " <<
path.getNameFrom() << ' ' << path.getNameOut() << " originates from the current

```

vertex " << myPoint << ". Then we add this edge to the temporary path vector."
<< std::endl;

```
        localPaths.emplace_back(&path);
    }
}
```

std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Sorting edges by the smallest
difference between throughput and flow." << std::endl;
std::sort(localPaths.begin(), localPaths.end(), comp2); //choosing where to
go first

```
    for (Path* path : localPaths) {
        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Checking that the edge " <<
path->getNameFrom() << ' ' << path->getNameOut() << " is not overfilled." <<
std::endl;
        if (path->getFlow() < path->getBandwidth()) { //checking that the path
flow is less than the bandwidth
            std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Checking that the vertex
where the edge enters has not been visited yet." << std::endl;
            if (isVisitedPath(local2, path->getNameOut(), depth)) { //if we
haven't visited the top yet
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Writing an edge " <<
path->getNameFrom() << ' ' << path->getNameOut() << " in the vector of viewed
edges." << std::endl;
                local2.emplace_back(path);
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Recursively calling the
function, but now the current vertex will be: " << path->getNameOut() <<
std::endl;
                if (findPath(paths, local, local2, path->getNameOut(), endPoint,
depth)) {
                    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Since the function
returned true, it means that the vertex was found. Writing an edge " << path-
>getNameFrom() << ' ' << path->getNameOut() << " in the response vector." <<
std::endl;
                    depth--;
                    local.emplace_back(path);
                    return true;
                }
            } else {
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Making a rollback."
<< std::endl;
                local2.pop_back();
            }
        }
    }
```

```

        }
        std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The edge is full or there are
no more possible paths." << std::endl;
    }
    std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "The Pathfinder function shuts
down." << std::endl;

    return false;

}

int main() {
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    char startPoint, endPoint; //source and drain
    char start, end;
    int weight;
    int count;
    int flag = 0;
    int flag2 = 0;
    long int depth = 0;
    std::vector<Path*> local;

    std::vector<Path*> local2;

    std::vector<Path> paths;

    int maxFlow = 0;
    std::cout << "Hello! Please enter the number of oriented edges of the
graph, the source, drain, and edges of the graph." << std::endl;
    std::cin >> count;
    std::cin >> startPoint;
    std::cin >> endPoint;
    if (count != 0)
    {
        flag2 = 1;
        while (count != 0) {
            std::cin >> start >> end >> weight;
            paths.emplace_back(Path(start, end, weight));
            count--;
        }
    }
    else
        std::cout << "Zero number of oriented edges of the graph is
introduced!" << std::endl;
}

```

```

        if (flag2)
        {
            std::cout << "The path search function is called." << std::endl;
            while (findPath(paths, local, local2, startPoint, &endPoint, depth)) { //as
soon as we find the path to the drain, we call the function to find the minimum and
change the flow
                findMin(local, &maxFlow, depth);
                std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Clearing the response
vector and the vector of viewed edges." << std::endl;
                local.clear();
                local2.clear();
            }

            std::cout << std::setw(depth + 1) << ' ' << "Sorting the output edges in
lexicographic order. " << std::endl;

            std::sort(paths.begin(), paths.end(),
                [](const Path& a, const Path& b)
                {
                    if (a.getNameFrom() != b.getNameFrom()) {

                        return a.getNameFrom() < b.getNameFrom();
                    }
                    else {
                        return a.getNameOut() < b.getNameOut();
                    }
                }
            ));

            //std::sort(paths.begin(), paths.end(), comp); //sort the vertices in
lexicographical order
            std::cout << std::endl;
            std::cout << "Answer: " << std::endl;
            std::cout << "The value of maximum flow = " << maxFlow <<
std::endl;

            for (Path path : paths) {
                std::cout << "Edge of the graph with the actual value of the flowing
stream: " << path.getNameFrom() << " " << path.getNameOut() << " " <<
path.getFlow() << std::endl;
            }

            std::cout << "Goodbye!" << std::endl;

```

```
}
```

```
return 0;
```

```
}
```