Path planning locale per robot mobili basato su potenziali artificiali alternati

Contents

1 Introduzione

È innegabile che in questi anni si stia assistendo ad un aumento vertiginoso di sviluppo ed uso della robotica. È importante però evidenziare una distinzione tra due concetti apparentemente simili, ma per certi versi opposti, che caratterizzano due macro-categorie della robotica: automazione e autonomia. Il primo riguarda quei robot, tipicamente industriali, che operano in ambienti noti a priori ed eseguono in loop un compito predefinito; automatizzare, perciò, vuol dire sostituire l'essere umano in compiti ripetitivi e solitamente privi di eventi inaspettati. L'autonomia, invece, ben più complessa da realizzare, é caratteristica di quei sistemi che hanno un certo grado di inconsapevolezza sul proprio futuro e l'ambiente circostante. Il robot, quindi, é definito autonomo se é un agente intelligente situato nello spazio fisico, dove un agente intelligente si definisce come un'entità che **osserva** l'ambiente e prende delle **azioni** per massimizzare il raggiungimento del suo **obiettivo**[6]. Nel caso specifico di questa tesi, l'ambiente del robot autonomo é lo spazio bidimensionale (una superficie), e il suo obiettivo é un punto in questo spazio. Massimizzare il raggiungimento di questo punto vuol dire arrivarci nel minor tempo possibile, senza collidere con eventuali ostacoli. Quindi, il robot autonomo deve compiere una serie di azioni, non note a priori e definite da un algoritmo di pianificazione che si basa sui dati osservati dai sensori, per spostare la sua traiettoria, al fine di evitare collisioni e raggiungere comunque l'obiettivo. La tipica architettura di navigazione di un robot autonomo é data perciò da quattro moduli, detti anche primitive:

Percezione Prende in input le informazioni derivanti dai sensori, le processa e le restituisce

Localizzazione e Mapping Con le informazioni sensoriali, il robot costruisce una rappresentazione del proprio intorno basandosi sulla propria posizione e ciò che osserva. Il risultato globale, dopo aver fatto varie osservazioni di intorni diversi, sarà una mappa dell'ambiente, rispetto alla quale il robot può localizzarsi. (Per scopi esemplificativi, questo modulo verrà tralasciato nell'algoritmo di questa tesi, e si userà descrivere la posizione del robot con coordinate assolute e non rispetto ad una mappa.)

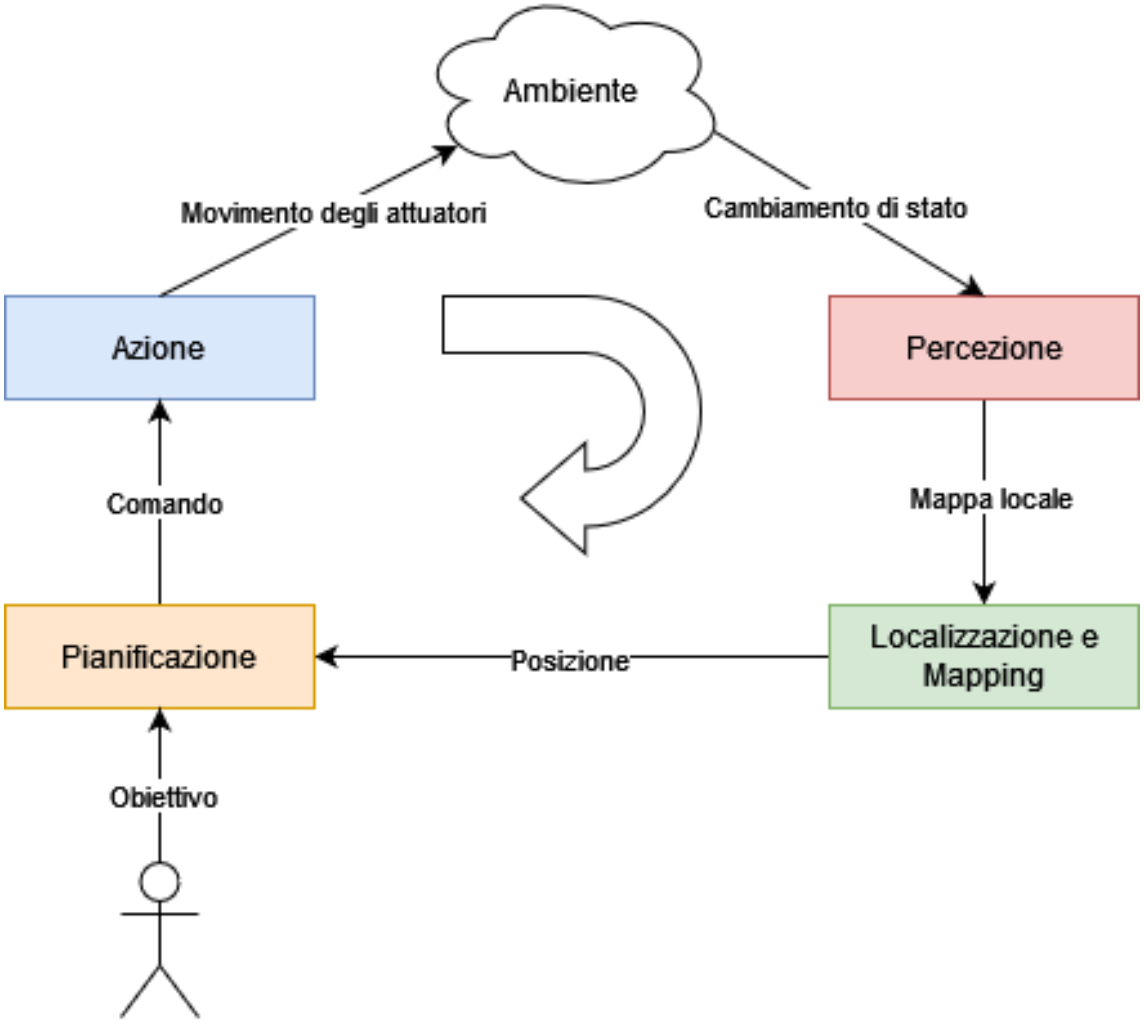
Pianificazione In base alle informazioni sensoriali e cognitive in possesso, produce in output delle decisioni ad un livello di astrazione

alto. Nel caso del motion planning, la direttiva da produrre é il percorso da seguire.

Azione Prende in input le direttive del modulo di pianificazione e produce dei comandi a basso livello per gli attuatori del robot.

L'architettura utilizzata in questa tesi é la cosiddetta gerarchica: le quattro primitive vengono eseguite in ordine e in loop. È particolarmente indicata per problemi in cui l'obiettivo finale é ben definito a priori. In altre parole, non vi é nessun meccanismo di apprendimento nel robot, ma semplicemente pianificazione deterministica orientata al goal. In figura é visivamente sintetizzato quanto appena detto.

Figure 1: Architettura di navigazione



In questa tesi viene affrontato un problema che rientra nel terzo

modulo: il path planning, un problema di grande importanza e argomento di molta ricerca.

1.1 Path planning

Una sua rapida formulazione potrebbe essere la seguente: data la posizione iniziale (del robot) A e una posizione finale B, imposta da chi fa uso del robot, il path planning consiste nel calcolare un percorso fisicamente realizzabile e ottimale per arrivare da A a B. All'interno dei metodi esistenti (e non), ci sono due importanti distinzioni da fare: sulla formulazione del problema e sulla soluzione al problema.

La prima é tra online e offline path planning, o anche locale e globale. Il path planning globale riguarda quelle situazioni in cui l'ambiente considerato é interamente noto a priori, per cui é possibile calcolare il percorso da seguire ancor prima che il robot inizi a muoversi; quello locale é inerente ai casi in cui il robot debba fare i conti lungo il suo percorso con eventi inaspettati, quali ostacoli dinamici,per cui é necessario reagire localmente, aggiornando ripetutamente le informazioni derivanti dai sensori e aggiustando la traiettoria al fine di evitare l'ostacolo e poter raggiungere in tempi ottimali l'obiettivo. Chiaramente, la maggior parte dei problemi di robotica autonome deve fare i conti con una situazione del secondo tipo.

La seconda distinzione é tra soluzioni basate su tecniche di intelligenza artificiale - la cui trattazione esula dagli scopi di questa tesi - e soluzioni classiche. Queste ultime possono ulteriormente essere suddivise in [7]:

- Subgoal (o anche roadmap), la cui realizzazione più nota é il metodo che sfrutta i diagrammi di Voronoi.
- Decomposizione in celle
- Sampling based che frutta un approccio probabilistico.
- Potenziali artificiali, che verranno ampiamente in trattati nel prossimo capitolo

Di seguito si descriverá brevemente degli esempi legati ai metodi appena elencati.

Voronoi L'idea alla base di questo metodo é rappresentare lo spazio libero delle configurazioni C_{free}, ovvero l'insieme di quei punti che per certo non fanno collidere il robot con un ostacolo, come un grafo, ovvero un insieme di nodi (rappresentati appunto la roadmap) connessi da archi. La posizione dei nodi é definita tramite il concetto di clearance, ovvero la funzione

$$\gamma(q) = \min_{s \in \partial C_{free}} \|q - s\|$$

dove q é una generica configurazione in C_{free}. La clearence é perciò una funzione che ha come valore in ogni configurazione q la distanza minima tra tutte le distanze da un qualunque punto di un ostacolo. Infatti, ∂C_{free} sarebbe la frontiera dello spazio di configurazione, ovvero il bordo degli ostacoli. C_{free} é formato da quelle configurazioni q tali per cui esiste più di un punto sulla frontiera ∂C_{free} con lo stesso valore $\gamma(q)$. In altre parole, quei punti equidistanti (considerando la distanza minima) da più di un ostacolo. Il risultato é quello mostrato in figura 2a. Una volta calcolato il grafo, é sufficiente ritrarre i punti di start e goal sul grafo stesso e calcolare il percorso ottimale tra questi due attraverso un algoritmo di ricerca, ad esempio Djikstra.

Decomposizione esatta in celle In questa tecnica lo spazio delle configurazioni viene suddiviso in celle, come mostrato in figura 2b. Ogni cella é delimitata inferiormente e superiormente da un ostacolo e ogni cella ha le seguenti due caratteristiche:

- Tra ogni coppia di configurazioni nella stessa cella esiste sempre un cammino senza collisioni
- Tra ogni coppia di celle adiacenti esiste sempre un cammino senza collisioni (che conduce da una cella all'altra)

In base a questi due principi, viene costruito il cosiddetto grafo di connettività, che ha come archi le connessioni tra celle adiacenti. Come nel metodo precedente, il calcolo del percorso ottimale per raggiungere il goal consiste nell'applicare un algoritmo di ricerca su grafo.

Sampling based Il terzo metodo si basa su un approccio probabilistico. Brevemente, l'idea é di scegliere a ogni iterazioni una configurazione "di prova" e fare un test di collisione su quest'ultima e si cerca

(a) Diagramma di Voronoi (b) Decomposizione in celle

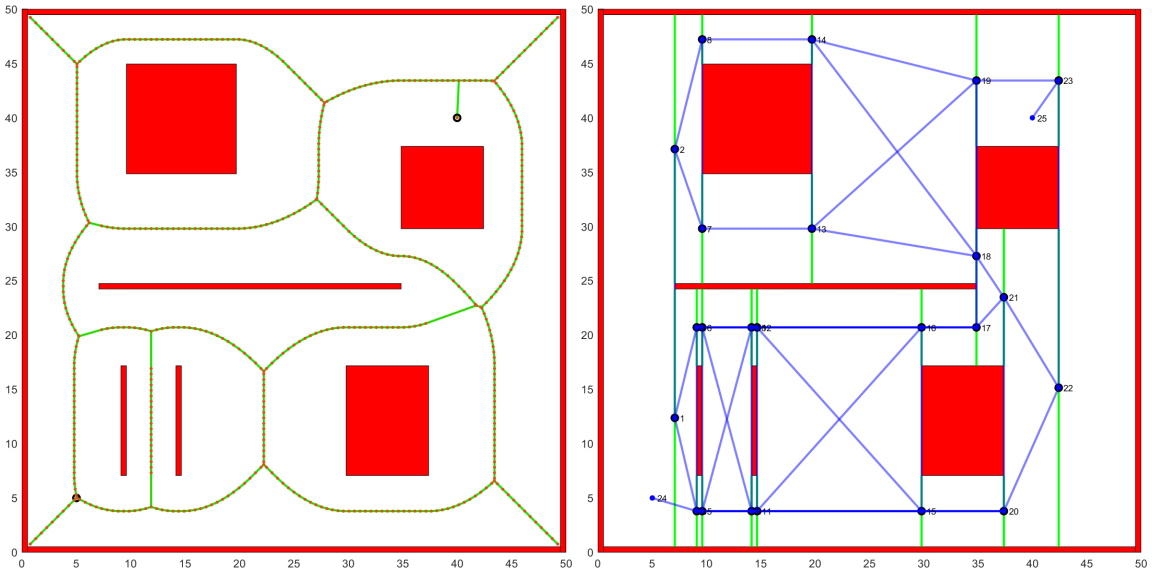
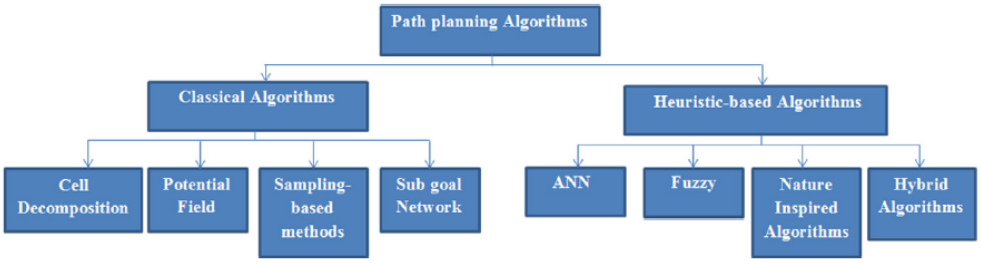


Figure 2: Metodi classici basati su grafo

di collegare in basa alla vicinanza alle configurazioni giá appartenenti al grafo che si sta costruendo.

La breve descrizione dei metodi serviva anche a motivare la scelta dei potenziali artificiali come base per lo sviluppo dell'algoritmo di navigazione, visto che la totalità dei metodi rientranti nelle prime tre categorie risolve adeguatamente il problema del path planning globale [2], ma risulta inefficiente nel caso del path planning locale. Tuttavia, sono particolarmente efficienti nel caso in cui ci si trovi in un ambiente noto a priori, poco incline al cambiamento e con l'esigenza di fare query ripetute. Il costo computazionale é quasi tutto contenuto nel calcolo del grafo, e la singola query ha un costo legato al numero di archi.

Figure 3: Classificazione algoritmi di path planning[4]



Come da titolo, questa tesi ha come obiettivo specifico quello di esporre un lavoro di progettazione, implementazione e simulazione di un algoritmo di path planning **locale** basato su **potenziali artificiali alternati**.

1.2 Formalizzazione del problema

Chiamerò $r(t) = [x_r(t), y_r(t), \theta_r(t)]^T$ la posizione del robot nell'istante t (per semplicità di notazione, ove necessario, si ometterà la dipendenza dal tempo nelle formule) e $O_i(t) = [x_{O,i}(t), y_{O,i}(t)]^T, i = 1...N$ la posizione degli N ostacoli che, per scopi esemplificativi in fase di prototipazione dell'algoritmo, saranno di forma circolare e con raggio R_i. Quest'ultima ipotesi non provoca una perdita di generalità, visto che per un ostacolo di forma generica si può considerare la sua circonferenza circoscritta. Esisterà inoltre un punto $G = [G_x, G_y]$ che indica l'obiettivo del robot. Il problema consiste nel voler raggiungere il punto G dalla posizione iniziale $r(0)$, tenendo conto degli N ostacoli in movimento. Il robot é dotato di un raggio di visione di R_v metri, entro il quale é capace di rilevare un ostacolo. Inoltre, si presuppone che valga la seguente condizione

$$\left\| \begin{bmatrix} x_r(t) \\ y_r(t) \end{bmatrix} - O_j(t) \right\| \leq R_v$$

, ovvero $R_i \leq R_v, \forall i$. Ciò vuol dire che nel momento in cui il robot incontra un ostacolo, il centro di quest'ultimo é incluso in R_v.

2 Potenziali artificiali

Metodo introdotto per la prima volta negli anni 90 da Oussama Khatib, é tanto semplice quanto efficace per risolvere il problema del path planning. Si differenzia dai metodi precedentemente menzionati per il fatto che la traiettoria non viene costruita "attivamente", nel senso che non vengono definiti dei punti di passaggio che formano una traiettoria ottimale. Piuttosto quello che si fa é, mediante l'interazione con i cosiddetti potenziali artificiali, cercare una configurazione ottimale. Quindi, la traiettoria viene costruita mentre il robot si muove, motivo per cui é un metodo adatto al path planning locale.

2.1 Metodo classico

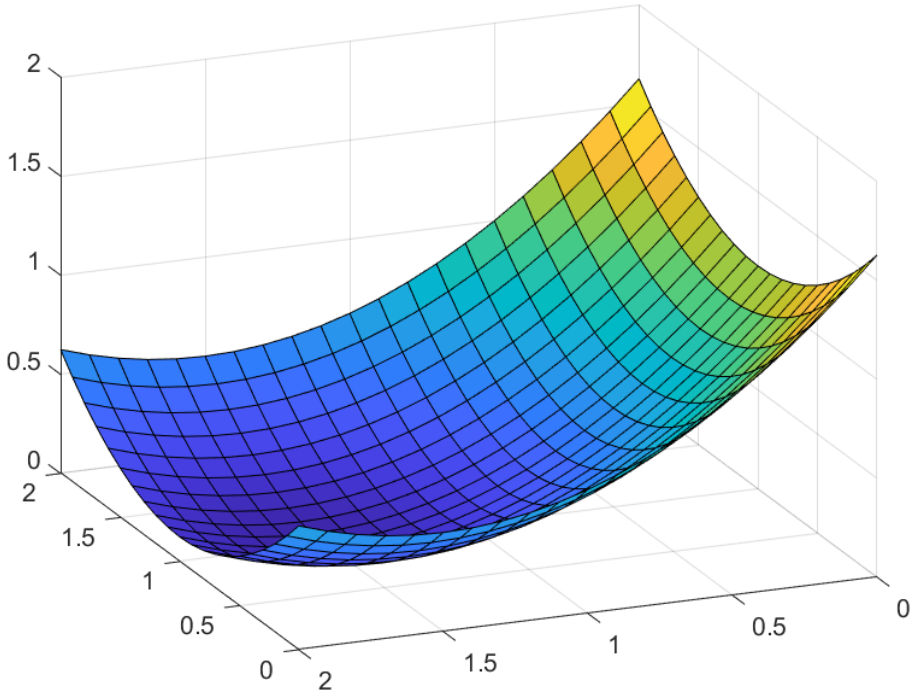
Tradizionalmente, nel path planning basato su potenziali artificiali il robot viene fatto muovere mediante una funzione in due variabili, ovvero un potenziale scalare, che nasce dalla somma di due potenziali: attrattivo e repulsivo. Questi due potenziali sono chiamati artificiali perché generano una forza che guida il robot in ogni sua configurazione r, nonostante nella realtà non vi sia nessuna sorgente a generare quella forza. Nello specifico, la forza generata dal potenziale é il suo antigradiente, ovvero il gradiente cambiato di segno, che indica al robot la direzione di moto localmente più promettente[5], cioè verso il punto di minimo della funzione. Di conseguenza il potenziale attrattivo assume una forma tale da avere un unico punto di minimo posizionato proprio nel punto di arrivo, mentre il repulsivo ha un unico punto di massimo corrispondente alla posizione dell'ostacolo. Nello specifico, ciò é di solito realizzato grazie alla funzione della configurazione del robot

$$e(r) = G - \begin{bmatrix} x_r(t) \\ y_r(t) \end{bmatrix} \tag{1}$$

che misura l'errore tra la posizione del robot e il goal. L'idea dietro al potenziale attrattivo é di generare una funzione che sia direttamente proporzionale a $e(r)$, e quindi assuma valori elevati lontano dal goal e valori bassi vicino al goal, creando così un punto di minimo nel goal stesso.

Il potenziale attrattivo ha di solito la forma mostrata in figura 6, in cui il punto di minimo, ovvero il goal, ha coordinate $[1, 1.5]$.

Figure 4: Potenziale attrattivo

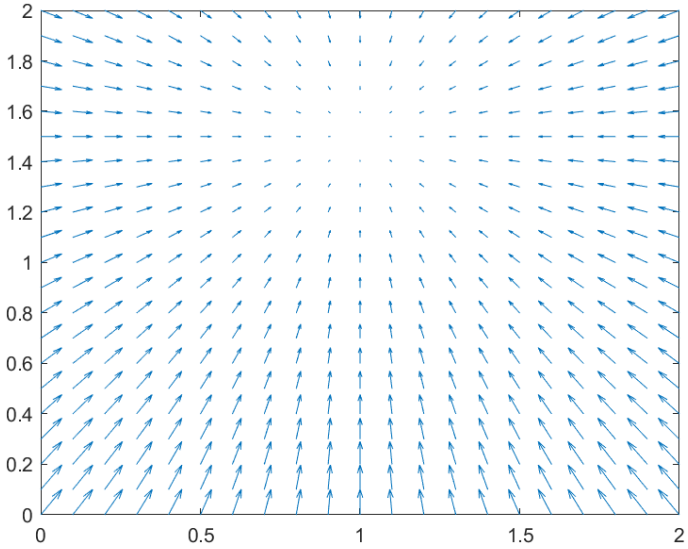


La funzione corrispondente é

$$U_{a1}(r, G) = \frac{1}{2} \cdot k_1 ||e(r)||^2 \tag{2}$$

Il suo antigradiente di conseguenza é formato da tanti vettori che, con un'intensità proporzionale alla distanza dal goal, puntano verso quest'ultimo.

Figure 5: Antigradiente del potenziale attrattivo



Matematicamente si esprime come il vettore delle derivate parziali (del potenziale) cambiato di segno, ovvero

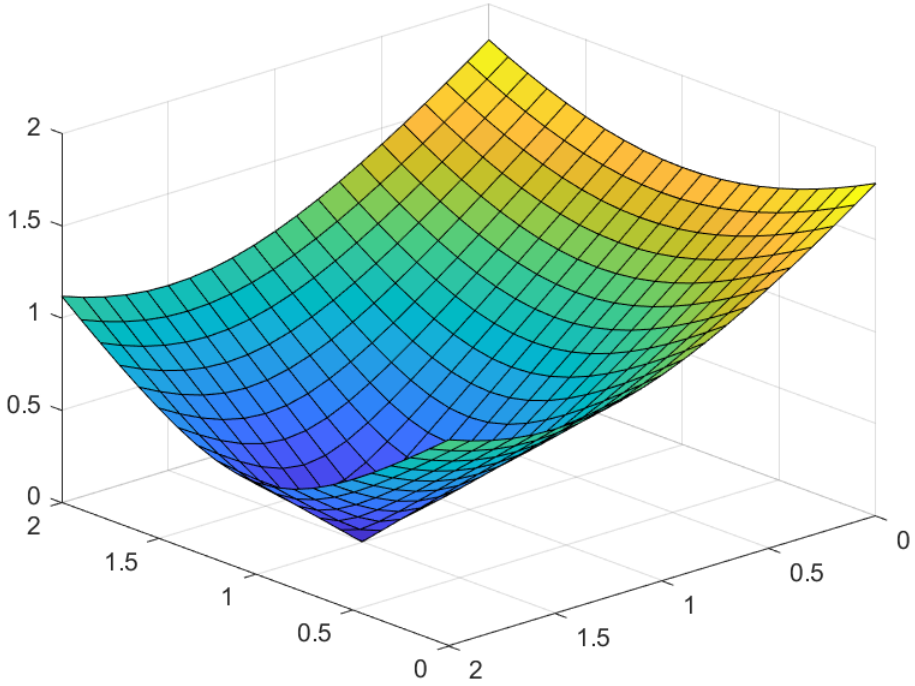
$$-\nabla U_{a1}(r, G) = k_1 e(r) \tag{3}$$

Perciò, la forza esercitata dal potenziale sul robot punta verso il goal e converge a zero quando la configurazione $r(t)$ tende alla destinazione G, esprimendo difatti un errore lineare tra goal e posizione del robot.
Oltre al potenziale paraboloide si può optare anche per un potenziale conico

$$U_{a2}(r, G) = k_2 ||e(r)|| \tag{4}$$

e, come si può anche vedere in figura **??**, la riduzione dell'errore all'avvicinarsi del robot al goal non é più quadratica, ma lineare. Da ciò scaturisce un comportamento più "smooth" lontano dal goal (la velocità é meno elevata rispetto al potenziale paraboloide). Tuttavia, vicino al goal é conveniente usare quest'ultimo, per raggiungere la posizione esatta con minore velocità, il che conferisce più precisione al movimento del robot.

Figure 6: Potenziale attrattivo



L'antigradiente del potenziale conico ha la seguente espressione

$$-\nabla U_a(r, G) = k_2 \frac{e(r)}{||e(r)||} \tag{5}$$

L'idea é quella di stabilire una soglia per la funzione errore oltre (e su) la quale, avvicinandosi al goal, il potenziale attrattivo sarà di forma paraboloide. Dunque il potenziale attrattivo finale sarà del tipo

$$U_a(r) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot k_1 ||e(r)||^2 & ||e(r)|| \leq \rho \\ k_2 ||e(r)|| & ||e(r)|| > \rho \end{cases} \tag{6}$$

dove ρ é la soglia. Gli scalari k e la soglia andranno scelti in maniera tale da garantire continuità nel passaggio da un potenziale attrattivo all'altro. In particolare deve valere che la velocità imposta dall'antigradiente al robot proprio nel punto di soglia deve essere la stessa per entrambi i potenziali, ovvero

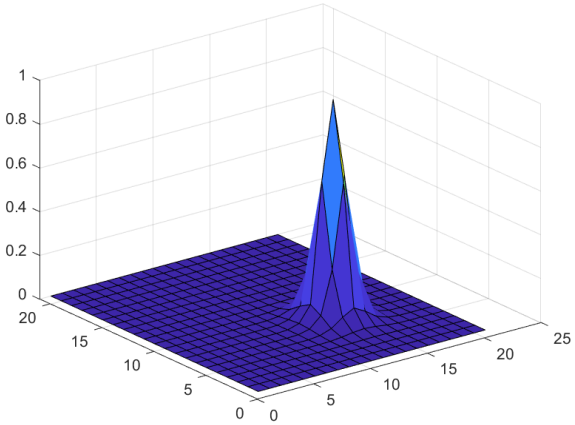
$$k_1 \cdot e(r) = k_2 \cdot \frac{e(r)}{||e(r)||} \Leftarrow ||e(r)|| = \rho$$

da cui segue che

$$k_1 \cdot \rho = k_2 \tag{7}$$

Il potenziale repulsivo ha una forma duale a quello attrattivo, come mostrato in figura 7a. Esso impone che entro uno distanza η dall'ostacolo per il quale lo si sta calcolando, la sua funzione avrà valore inversamente proporzionale alla distanza dall'ostacolo stesso. Praticamente, più ci si avvicina all'ostacolo entro una certa soglia η, più l'intensità del potenziale artificiale, perciò anche della forza generata da esso, aumenta.

(a) Potenziale repulsivo



(b) Antigradiente del potenziale repulsivo

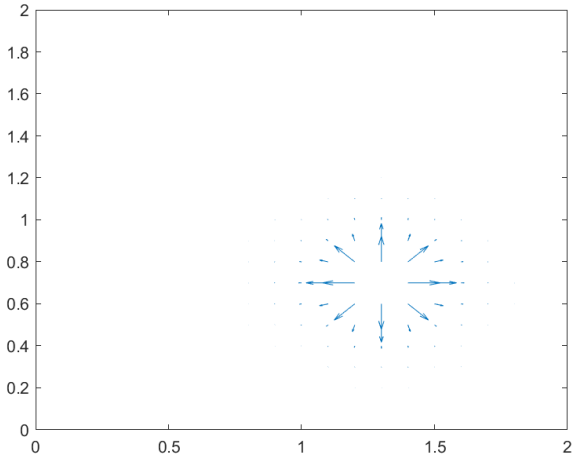


Figure 7: Potenziale repulsivo

Al potenziale repulsivo corrisponde la seguente funzione a tratti

$$U_r(r(t), O_j(t)) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{d(r(t),O_j(t)} - \frac{1}{\eta}\right) & d(r(t), O_j(t)) \leq \eta \\ 0 & altrimenti \end{cases} \quad (8)$$

dove

$$d(r(t), O_j(t) = \left\| O_j(t) - \begin{bmatrix} x_r(t) \\ y_r(t) \end{bmatrix} \right\|$$

Dunque, il compito della forza generata é quello di spingere via il robot dalla posizione dell'ostacolo tanto più che il robot si avvicina entro la soglia η a quest'ultimo. In figura 7b si vedono le linee di campo dell'antigradiente che puntano radialmente verso l'esterno rispetto alla posizione dell'ostacolo, qui con coordinate $[1.5, 1]$.

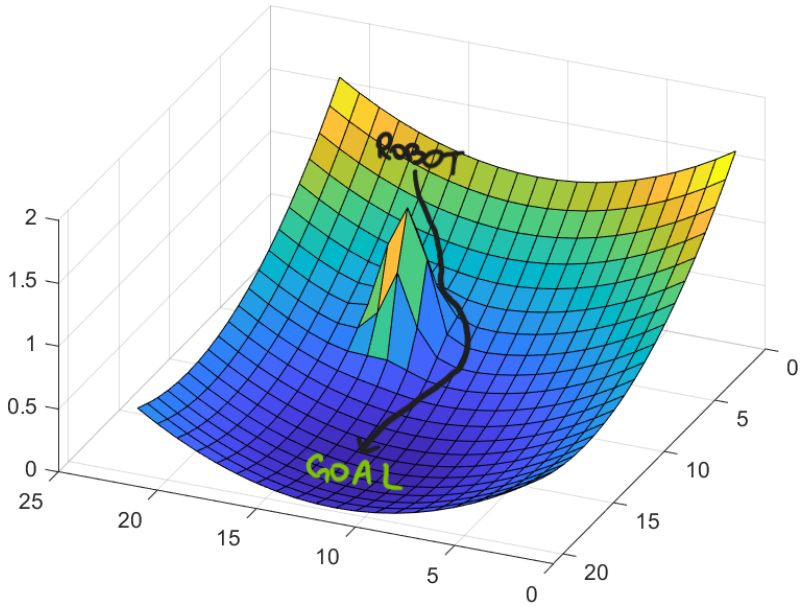
Una volta calcolato il potenziale repulsivo per ogni singolo ostacolo, si ottiene il potenziale totale:

$$U(r(t)) = U_a(r(t), G) + \sum_{j=1}^{n} U_r(r(t), O_j(t)) \quad (9)$$

In figura 8 si vede un possibile percorso del robot per arrivare dal punto di partenza al goal. Dalla 9 si vede che l'antigradiente è una funzione di $r(t)$: vuol dire che in ogni sua configurazione, siccome l'antigradiente si suppone già calcolato, il robot può ottenere informazioni su quest'ultimo riferendosi soltanto alla sua stessa posizione. Quindi, il vettore velocità del robot $[v_x(t), v_y(t)]$ ha come riferimento in ogni istante t il valore dell'antigradiente (che é un vettore) in $[r_x(t), r_y(t)]$. Lontano dagli ostacoli, il vettore velocità ha una direzione che punta al goal e un'intensità che diminuisce man mano che ci si avvicina al goal. Più il robot si avvicina ad un ostacolo, più la direzione del vettore velocità vira verso il verso opposto rispetto a $\theta = \tan\left(\frac{y_{O,j}(t) - y_r(t)}{x_{O,j}(t) - x_r(t)}\right)$ (ovvero la direzione del vettore che collega il robot all'ostacolo), spostando così temporaneamente la traiettoria desiderata e aumentando "l'intensità della virata" lontano dall'ostacolo man mano che si avvicina ad esso. Il robot dunque, seguendo l'antigradiente, viene in ogni sua configurazione $r(t)$ - usando l'analogia con il campo gravitazionale - attratto dal goal e **contemporaneamente** respinto dagli ostacoli. Chiaramente, il metodo

é idoneo sia al path planning globale che a quello locale (basta ricalcolare il potenziale totale in presenza di ostacoli). Volendo, d'altra parte, dare un'etichetta dal punto di vista dell'architettura di navigazione, i potenziali artificiali tradizionali obbediscono ad una di tipo reattivo: considerando la figura 1, il modulo di mapping e path planning sono praticamente assenti. Gli attuatori del robot, che sono collegati ai sensori tramite una funzione di trasferimento [3], ricevono direttamente il comando derivante dal calcolo precedente del potenziale artificiale, senza alcun tipo di pianificazione algoritmica.

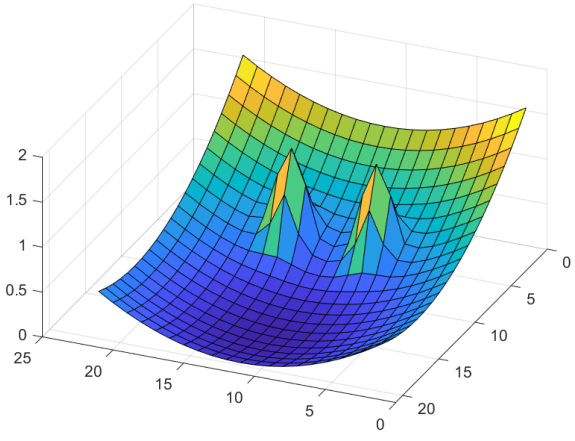
Figure 8: Potenziale totale



Tuttavia, nonostante la sua semplicità ed efficacia, vi sono delle non-idealità legate a questo approccio. Ad esempio, la traiettoria potrebbe non essere continua. Il potenziale repulsivo non é "coordinato" con quello attrattivo, perciò il robot potrebbe ricevere comandi che causerebbero un cambio di direzione o di velocità troppo repentino che andrebbe gestito dalla legge di controllo o un modulo di pianificazione apposito. Questa osservazione verrà trattata nel capitolo riguardante l'algoritmo di navigazione.
Altro problema da considerare é il fatto che il robot viene "passivamente" spinto via dagli ostacoli senza la certezza che venga portato in una posa in cui può effettivamente evitare con successo l'ostacolo.
Ma il più importante, sicuramente, é il problema dei minimi locali: il robot non ha alcuna informazione su come uscirne, né può prevederli in anticipo. I minimi locali sono dei punti ad antigradiente nullo

(i gradiente del potenziale attrattivo e repulsivo possono annullarsi a vicenda), dove il robot non ha nessuna forza a guidarlo verso il goal, situazione che dovrebbe verificarsi soltanto nel punto di goal stesso. In figura 9 viene mostrato il percorso simulato di un robot in presenza di un minimo locale nel potenziale artificiale. Il robot parte dalla posizione $r(0) = [5, 0]$ mentre il goal si trova in posizione $G = [5, 10]$. Gli ostacoli sono posizionati tra il robot e il goal ad una distanza tale da causare un annullamento del gradiente (quindi il minimo locale) proprio a metà tra i due, lì dove il robot cerca di passare. La traiettoria del robot, infatti, si ferma nel minimo locale: non viene spinto da nessuna forza e "crede" di essere arrivato nel punto di goal.

(a) Potenziale con minimo locale



(b) Antigradiente del potenziale con minimo locale

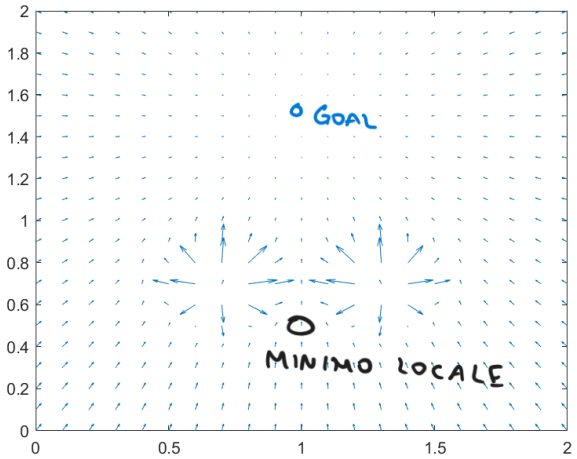


Figure 9: Minimo locale

2.2 Potenziale bypassante

Al fine di evitare le non-idealità dovute all'utilizzo dei potenziali sommati, l'idea implementata in questa tesi é quella di sfruttare al posto di quello repulsivo un altro tipo di potenziale che chiameremo bypassante. Fondamentalmente, si tratta di un potenziale che invece di spingere via il robot dall'ostacolo, lo porta a circumnavigarlo. Infatti, le linee di campo dell'antigradiente di questo potenziale sono concentriche, al contrario di quelle del potenziale repulsivo che sono radiali. L'idea quindi é di basarsi su una superficie che ruoti attorno a un centro, identificato dalla posizione, ad esempio un elicoide:

$$\begin{cases} x = x_0 + rcos(\xi) \\ y = y_0 + rsin(\xi) \\ z = c\xi \end{cases} \tag{10}$$

Applicando nella terza equazione la tangente da entrambe le parti, otteniamo $\tan(\xi) = \tan(\frac{z}{c})$ che, confrontando con le prime due equazioni, diventa

$$\tan\left(\frac{z}{c}\right) = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

dove $[x_0, y_0]$ sarebbe la posizione dell'ostacolo. Invertendo questa funzione per esprimerla come z in funzione di x e y, otteniamo il potenziale elicoidale, ridenominato bypassante, in senso orario rispetto all'ostacolo e centrato in esso:

$$\Gamma(x, y, x_0, y_0) = c\tan^{-1}\left(\frac{y - y_0}{x - x_0}\right) \tag{11}$$

(a) Elicoide centrato in $[1, 1]$ con $c = 2$, $0 \leq r \leq 1$ e $0 \leq \xi \leq 4\pi$

(b) Potenziale bypassante centrato in $[1, 1]$ con $c = 2$ e in senso orario

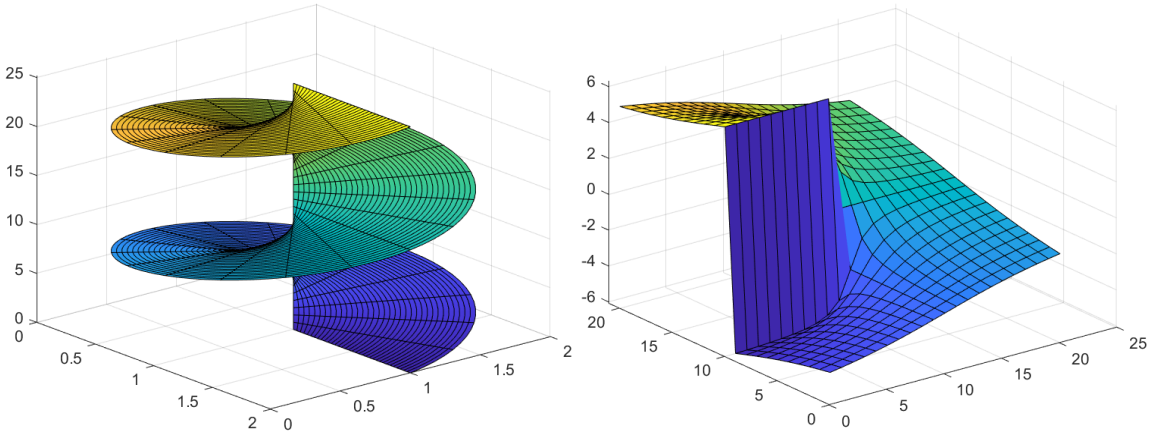


Figure 10: Potenziale bypassante

Da notare che il potenziale in figura 10b ha una discontinuità per $x = x_0$, per cui la funzione é continua per $(x, y) \neq (x_0, y_0)$. Siccome il robot non può mai andare esattamente nella stessa posizione dell'ostacolo, non c'è perdita di generalità nell'ignorare la discontinuità e di conseguenza il robot sarà sempre in grado di seguire la forza generata dal potenziale. Il potenziale con equazione 11 può essere visto

come una funzione della posizione del robot e dell'ostacolo da aggirare

$$\Gamma(x, y, x_0, y_0) = \Gamma(x_r(t), y_r(t), x_{O,j}(t), y_{O,j}(t))$$

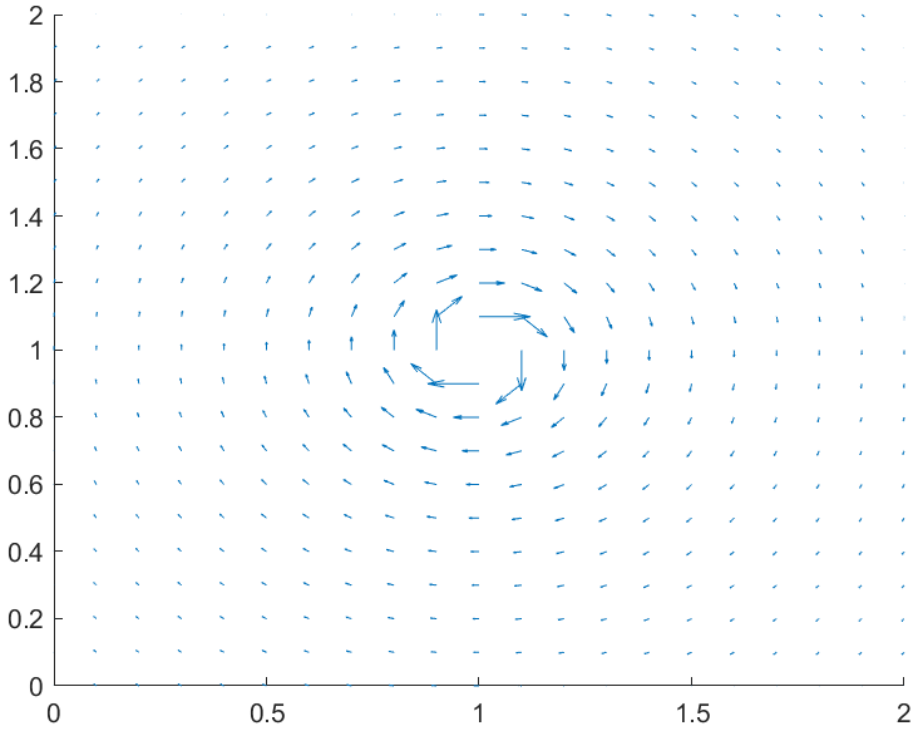
Dunque, la forza generata dal potenziale bypassante é esprimibile come il suo antigradiente

$$-\nabla U_b(r(t), O_j(t)) = \begin{bmatrix} \frac{c(y_r(t)-y_{O,j}(t))}{(x_r(t)-x_{O,j}(t))^2+(y_r(t)-y_{O,j}(t))^2} \\ \\ \frac{c(x_{O,j}(t)-x_r(t))}{(x_r(t)-x_{O,j}(t))^2+(y_r(t)-y_{O,j}(t))^2} \end{bmatrix} \tag{12}$$

Quindi, l'antigradiente é formato da tanti vettori che

- Indicano una velocità desiderata nella posa $r(t)$ del robot, al fine di aggirare l'ostacolo preso in considerazione
- Aumentano di intensità man mano che il robot si avvicina all'ostacolo
- Hanno forma concentrica

Figure 11: Antigradiente del potenziale bypassante

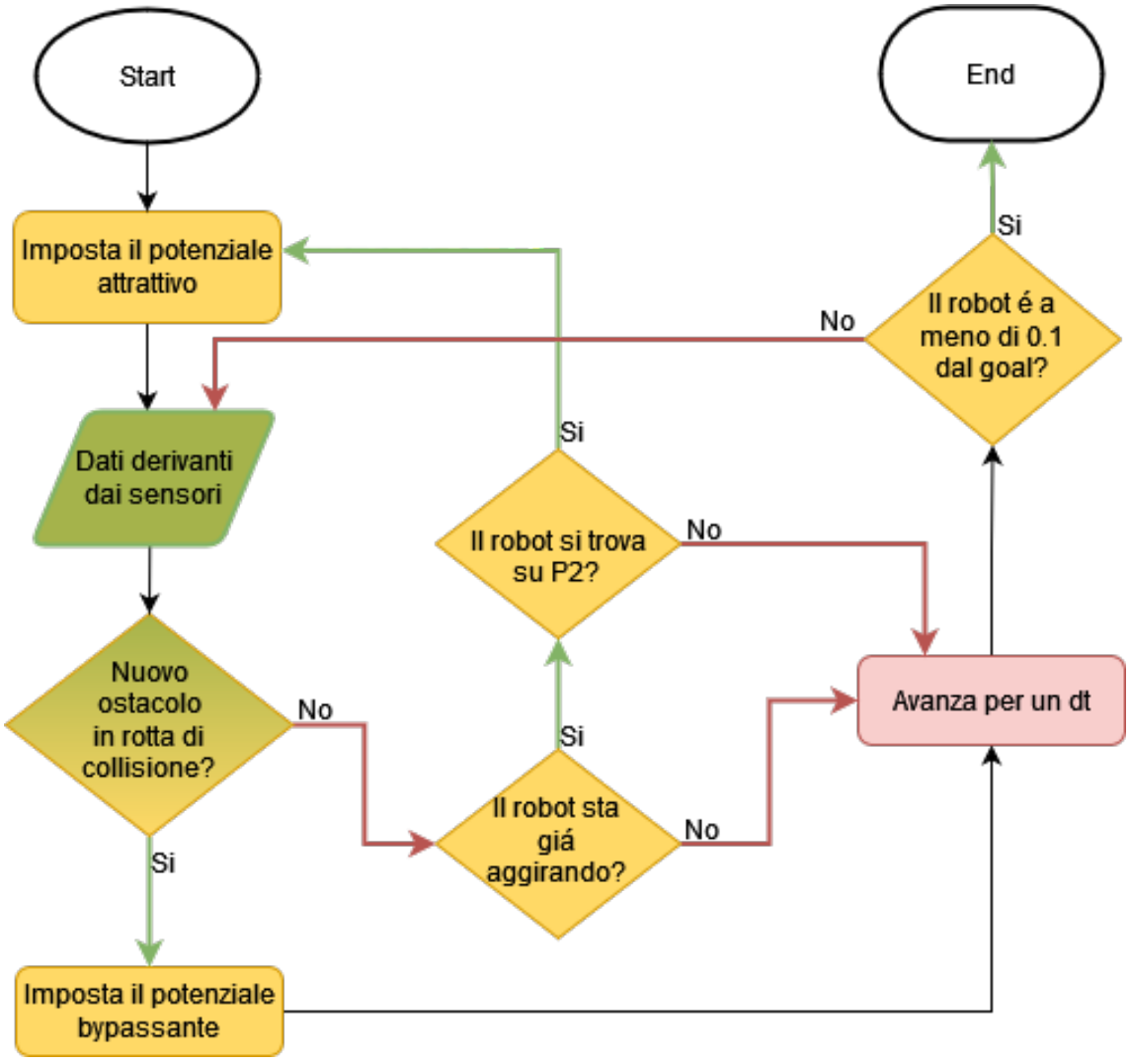


Questo tipo di potenziale, chiaramente, é intrinsecamente adatto ad ostacoli di forma circolare, motivo per cui nel lavoro di tesi si é considerato soltanto questo tipo di ostacoli.

3 Algoritmo di navigazione[2]

La strategia é semplice: nella posizione iniziale, il robot sonda l'ambiente attorno a sé: se non vi sono presenti ostacoli a impedirne l'avanzamento verso il goal, la traiettoria da seguire é quella imposta dal potenziale attrattivo; altrimenti, é necessario "switchare" dal potenziale attrattivo a quello bypassante, al fine di aggirare l'ostacolo, per poi tornare a seguire la traiettoria. Perciò, la peculiarità di questo algoritmo é che in ogni istante di tempo il robot seguirà un solo potenziale alla volta, evitando così il problema dei minimi locali. Inoltre, le informazioni necessarie a pianificare lo switch non richiedono informazioni globali, ma solo relative all'ostacolo da aggirare.

Figure 12: Flowchart Diagram



3.1 Considerazioni implementative

Figura class-diagram
Modularizzazione
Discretizzazione

3.2 Costruzione dell'ambiente

Come viene costruito l'ambiente (grid)

3.3 Azione

Questo modulo riceve un comando dal modulo di pianificazione, ovvero l'antigradiente da seguire. Il suo compito é quello di inoltrare il comando agli attuatori a basso livello (i motori). La classe Act, riferita al modulo di azione, é riportata nel code listing 1. L'interfaccia che la classe offre all'esterno é costituita dal solo metodo commands. Tale metodo riceve in input la posizione del robot, la misura dell'intervallo di campionamento e la direttiva (proveniente dal modulo di pianificazione) in una struct, ovvero una struttura dati di MATLAB che può contenere dati di diverso tipo. Si é optato per lo struct siccome MATLAB non é staticamente tipizzato, caso in cui sarebbe stato conveniente usare un tipo generico che implementasse un'interfaccia in accordo alle funzionalità offerte da un oggetto che incapsula delle direttive provenienti dal modulo di pianificazione. In ogni caso, é compito poi della classe Act quello di "spacchettare" le informazioni di interesse dal dato contenente le direttive (in questo caso l'antigradiente da seguire all'istante attuale). In uscita, il metodo commands restituisce le due velocità (lineare e angolare), che vengono poi convertite in altre due velocità ($(w_R$ e $w_L)$ che sono gli effetti comandi da attribuire ai motori che fanno girare le due ruote. Un metodo di cui la classe fa uso é coord2index (si trova nella classe grid): riceve in input la posizione $[r_x(t) r_y(t)$ del robot e restituisce in output una coppia di indici per accedere alla cella della matrice corrispondente alla posizione.

3.3.1 Modello cinematico

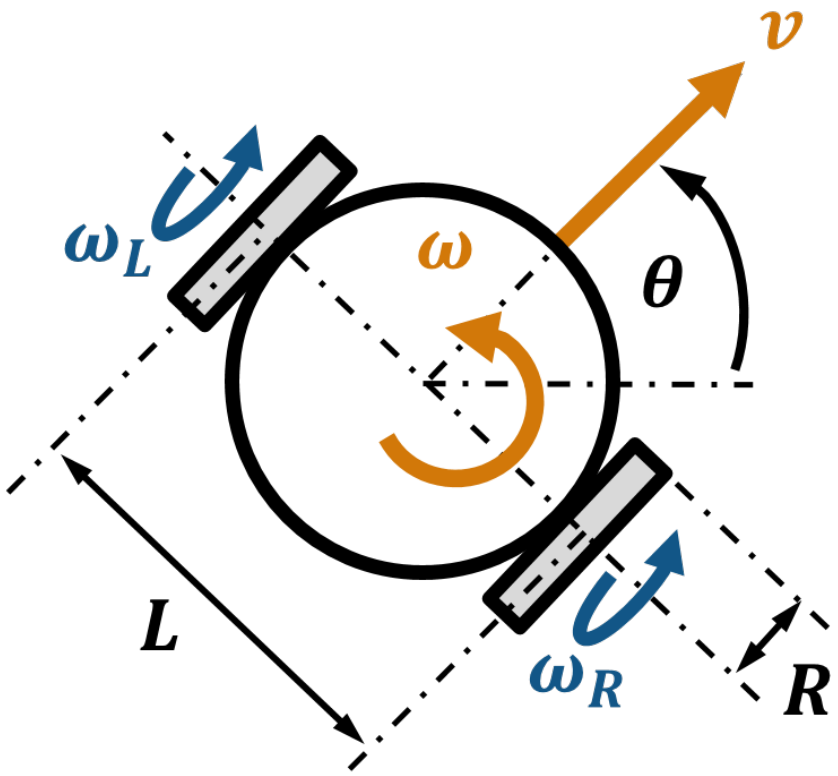
Si é ipotizzato in questa tesi di usare un modello cinematico anolonomo di tipo differential drive. Il fatto che sia anolonomo vuol dire che obbedisce ad un vincolo sulla velocitá e non sulla posizione, ovvero

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}\right)$$

Praticamente, al robot é impossibile muoversi in ogni direzione con la stessa velocità; per mantenerla, deve continuare a mantenere il suo orientamento invariato. Le equazioni differenziali che modellano un generale robot che obbedisce a vincolo anolonomo é

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t)\cos(\theta(t)) \\ \dot{y}(t) = v(t)\sin(\theta(t)) \\ \dot{\theta}(t) = \omega(t) \end{cases} \tag{13}$$

Figure 13: Modello Differential-Drive [1]



Quindi, secondo questo modello, un robot può essere completamente caratterizzato mediante la sua posizione $[x, y, \theta]$ e la sua velocità $[v, \omega]$, dove v indica la velocità lineare (di traslazione) e ω quella angolare (di rotazione).
In particolare nel modello differential drive il robot, come mostrato in figura **??**, viene mosso da due ruote laterali (ogni ruota ha il suo motore) di raggio R, posizionate sullo stesso asse e distanti tra di loro L. Detto ciò, si può scrivere la velocità lineare come la media tra le velocità lineari delle due ruote

$$v(t) = \frac{R \cdot \omega_R(t) + R \cdot \omega_L(t)}{2}$$

e quella angolare come la differenza tra le due velocità lineari normalizzata per la distanza tra le ruote

$$\omega(t) = \frac{R \cdot \omega_R(t) - R \cdot \omega_L(t)}{L}$$

Riunite in forma matriciale, queste due relazioni danno la seguente

$$\begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} & \frac{R}{2} \\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_L(t) \end{bmatrix} \tag{14}$$

Invertendo questa relazione, si può ottenere la velocitá delle due ruote a partire dalla velocità lineare e angolare di riferimento.

$$\begin{bmatrix}\omega_R(t)\\ \omega_L(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{R}{2} & \frac{R}{2}\\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix}v(t)\\ \omega(t)\end{bmatrix} \tag{15}$$

Questa inversione é sempre possibile, visto che

$$det \begin{bmatrix}\frac{R}{2} & \frac{R}{2}\\ \frac{R}{L} & -\frac{R}{L}\end{bmatrix} = \frac{-R^2}{L}$$

che é sempre non nullo, per cui la matrice é invertibile.

Dunque, il modello 13 diventerá

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = \frac{R}{2}\left(\omega_R(t) + \omega_L(t)\right)\cos(\theta(t))\\ \dot{y}(t) = \frac{R}{2}\left(\omega_R(t) + \omega_L(t)\right)\sin(\theta(t))\\ \dot{\theta}(t) = \frac{R}{L}\left(\omega_R(t) - \omega_L(t)\right)\end{cases} \tag{16}$$

3.3.2 Legge di controllo [2]

Nel caso specifico del path planning con potenziali artificiali, la velocità di riferimento é data dall'antigradiente relativo alla posa del robot, cioè $v_\nabla(t) = -\nabla U(r(t))$. Con la legge di controllo viene stabilita una velocità lineare e angolare da imporre al robot e viene stabilito che

$$v(t) = M_v \cos(\theta_\nabla(t) - \theta_r(t)) \tag{17}$$

$$\omega(t) = K_\omega(\theta_\nabla(t) - \theta_r(t)) \tag{18}$$

dove $M_v = \left\|v_\nabla(t)\right\|$, $\theta_\nabla = \angle v_\nabla(t)$ e

$$K_\omega(t) = \begin{cases}\frac{\dot{\theta}_\nabla(t) + K_c|\theta_\nabla(t) - \theta_r(t)|^\nu \cdot sign(\theta_\nabla(t) - \theta_r(t))}{\theta_\nabla(t) - \theta_r(t)} & |\theta_\nabla(t) - \theta_r(t)| \geq \xi\\ 0 & altrimenti\end{cases}$$

Una volta calcolate le velocità di riferimento $v(t)$ e $\omega(t)$, basta applicare la relazione 15 per avere le velocitá di riferimento relative alle due ruote del differential drive, ottenendo cosí i comandi da impartire agli attuatori del robot.

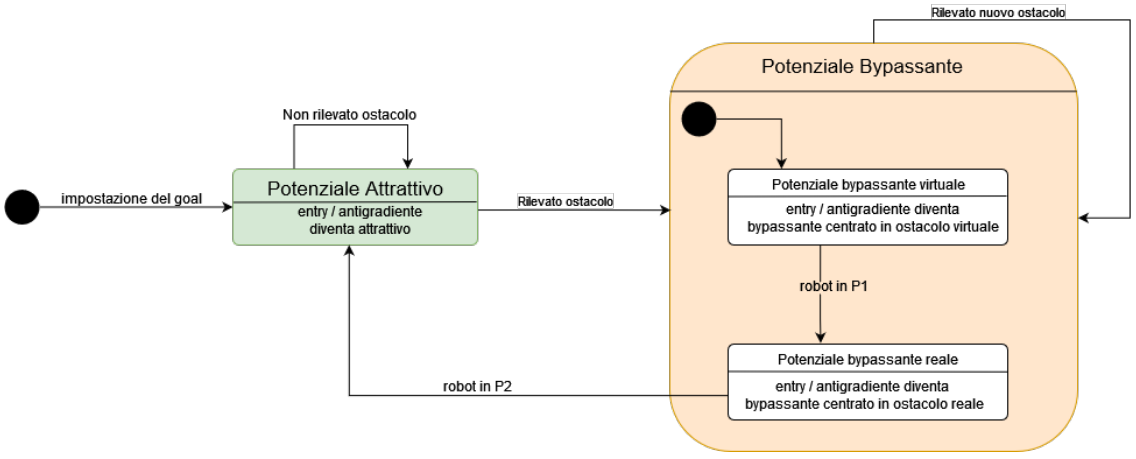
3.4 Pianificazione

Il modulo di pianificazione riceve ad ogni iterazione in input i dati processati dai sensori e in base a ciò decide a quale potenziale il robot deve fare riferimento, inoltrando successivamente la decisione al modulo di azione.

> **Nota**
> Il modulo di pianificazione, argomento principe della tesi, é stato sviluppato indipendentemente dagli altri. Cioè, come preannunciato nella sezione 1.2, si presuppone che il robot conosca in ogni istante la propria posizione e quella degli ostacoli all'interno del raggio di visione, come anche le loro velocità. Tale ipotesi semplificativa non provoca una perdita di generalità, grazie soprattutto al fatto che il software é stato progettato per essere modulare e con basso accoppiamento. Si parlerà meglio di questo aspetto nella sezione riguardante il modulo di visione.

Data la struttura intrinseca della strategia di navigazione che si basa su un meccanismo di switching tra due stati, per definizione mutuamente esclusivi, un modo per modellare visivamente il pianificatore é sicuramente uno statechart diagram, come riportato in figura 14. Il robot può trovarsi, in una logica aut aut, nello stato corrispondente al potenziale attrattivo oppure in quello relativo al potenziale bypassante.

Figure 14: Statechart Diagram



Lo stato iniziale del robot é quello attrattivo, conseguente all'imposizione del goal e il calcolo del potenziale attrattivo. Come discusso nel capitolo sui potenziali artificiali, il potenziale attrattivo sarà conico fino a che $e(r) > 1$. Queste operazioni preliminari avvengono nel costrut-

tore della classe SwitchingPlan, erede della classe astratta Plan. Le funzionalità pubbliche offerte da quest'ultima sono costituite dal solo metodo decide, il quale riceve in input la posa del robot e l'ostacolo rilevato e in output non restituisce nulla, ma fa delle modifiche interne all'oggetto di tipo SwitchingPlan. Nello specifico, il campo che all'esterno della classe verrà usato (in particolare dalla classe Act) é directive. Nel caso di SwitchingPlan contiene l'antigradiente da seguire ad ogni istante di campionamento (iterazione). La logica dello statechart é tutta in questo metodo : ad ogni chiamata il robot si trova a decidere se restare nello stato in cui trova, oppure switchare. Innanzitutto avviene un controllo sulla distanza dal goal per controllare se va impostato come potenziale attrattivo quello paraboloide invece di quello, attivo per default, conico.

```
if ~obj.paraboloidal && norm([rx,ry]-obj.grid.goal) < 1
        obj.agradX = obj.grid.goal(1)-obj.grid.X;
        obj.agradY = obj.grid.goal(2)-obj.grid.Y;
        obj.setGrad(obj.agradX,obj.agradY);
end
```

Successivamente si controlla se il robot ha rilevato un ostacolo mentre si trova a seguire il potenziale attrattivo - ci troviamo, perció, in questo primo caso nello stato sulla sinistra dello statechart - e se così é, bisogna settare lo stato del pianificatore su bypassing e fare le dovute modifiche ai campi responsabili per il bypassing; ciò avviene nel metodo bypass, a cui serve soltanto l'ostacolo rilevato e la posa del robot. Il metodo bypass verrà approfondito successivamente.

```
if obj.state == State.attractive && ~isempty(dObstacle)
        obj = obj.bypass(dObstacle,pose);
        obj.state = State.bypassing;
        obj.obstacle = [dObstacle.xc dObstacle.yc];
        return;
end
```

La seconda possibilità é che il robot si trovi a bypassare un ostacolo.

```
if obj.state == State.bypassing
        %Controllo se l'ostacolo rilevato e' diverso
        %da quello che sto bypassando
        dO = obj.checkIfSame(dObstacle);
        if ~isempty(dO)
                obj = obj.bypass(dO,pose);
                return;
        end
        if norm([rx ry] - obj.P1) < 0.1
                obj = obj.setGrad(obj.gradXO,obj.gradYO);
```

```
11                      return;
12              end
13              if norm([rx ry] - obj.P2) < 0.1
14                      obj = obj.setGrad(obj.agradX,obj.agradY);
15                      obj.state = State.attractive;
16                      return;
17              end
18      end
```

3.5 Percezione

4 Simulazione

4.1 Sequence diagram

4.2 Risultati

5 Applicazioni e sviluppi futuri

Listing 1: Classe per il modulo di Azione

```
classdef Act

    properties
        grid;
    end

    methods
        %% Constructor
        function obj = Act(grid)
            obj.grid = grid;
        end

        %% Metodo che genera velocita lineare e angolare per il robot
        function [vr,wr] = commands(obj,rx,ry,rtheta,tspan,directive)
            gradX = directive.gradX; gradY = directive.gradY;
            i = obj.grid.coord2index([rx,ry]);
            thetaN = atan2(gradY(i(1),i(2)),gradX(i(1),i(2)));
            thetaDiff = atan2(sin(thetaN-rtheta),cos(thetaN-rtheta));
            vgrad = [gradX(i(1),i(2)) gradY(i(1),i(2))];
            Mv = norm(vgrad);
            vr = (Mv * cos(thetaDiff));

            rx1 = rx + vgrad(1)*tspan;
            ry1 = ry + vgrad(2)*tspan;
            j = obj.grid.coord2index([rx1,ry1]);
            thetaN1 = atan2(gradY(j(1),j(2)),gradX(j(1),j(2)));

            thetaDdiff = atan2(sin(thetaN1-thetaN),cos(thetaN1-thetaN));
            thetaDdot = thetaDdiff/tspan;
            Kc = 10; eps = 0.001; v = 1;
            Kw = (thetaDdot + Kc * abs(thetaDiff)^v * ...
                sign(thetaDiff))/(thetaDiff+eps);
            wr = (abs(thetaDiff) >= eps) * Kw * (thetaDiff);
        end

        function [Xdot,wRwL] = ode(~,vr,wr,theta,R,L)
            %K rende possibile esprimere vr e wr in funzione delle
            %due velocita impresse alle ruote
            K = [R/2 R/2 ; R/L -R/L];
            wRwL = K \ [vr ; wr];
            Xdot = ([cos(theta) 0 ; sin(theta) 0 ; 0 1] * K * wRwL);
        end
    end
end
```

List of Figures

References

[1] MathWorks Student Competitions Team (2022). Mobile Robotics Simulation Toolbox (https://github.com/mathworks-robotics/mobile-robotics-simulation-toolbox).

[2] Luigi D'Alfonso et al. "Obstacles avoidance based on switching potential functions". In: *Journal of Intelligent & Robotic Systems* ().

[3] Dong-Han Kim and Jong-Hwan Kim. "A real-time limit-cycle navigation method for fast mobile robots and its application to robot soccer". In: *Journal of Robotics & Autonomous Systems* ().

[4] Thi Thoa Mac et al. "Heuristic approaches in robot path planning: A survey". In: *Robotics and Autonomous Systems* ().

[5] Claudio Medio and Giuseppe Oriolo. "Robot Obstacle Avoidance Using Vortex Fields". In: *Advances in Robot Kinematics*. 1991.

[6] Robin Murphy. *Introduction to AI Robotics*.

[7] Bruno Siciliano et al. *Robotica. Modellistica, pianificazione e controllo*.