

一中電研 37th 第二學期社內賽 題目解析

nevikw39

June 14, 2020

Abstract

1 旋轉矩陣

關鍵 GCD

1.1 題目

電電寫數學考卷遇到這麼一題：令一矩陣 A 表一平面上的線性變換 (1)
2

1.1.1 輸入

1.1.2 輸出

1.2 解析

1.3 參考程式碼

1.3.1 C++

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
using namespace __gnu_pbds;
int main()
{
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(nullptr);
    int32_t a, b;
    cin >> a >> b;
    cout << b / __gcd(a, b) << '\n';
    return 0;
}
```

1.3.2 Python

```
import sys
import math

def main():
    a, b = map(int, sys.stdin.buffer.readline().split())
    sys.stdout.buffer.write(str(b // math.gcd(a, b)).encode())

if __name__ == "__main__":
    main()
```

2 割草決戰

關鍵 條件

2.1 題目

由於 I4SO 菸粉綠蛆網軍蟑螂及國家機器動得非常厲害，我們先總統 蔣公在世、人類的救星、世界的偉人、自由的燈塔、民族的長城、宇宙的征服者，百年一見的政治鬼才 — 高譚市長韓總雞，遭遇地球文明史上最大的危機：罷免案。

依據《公職人員選舉罷免法》第 90 條：

罷免案投票結果，有效同意票數多於不同意票數，且同意票數達原選舉區選舉人總數四分之一以上，即為通過。有效罷免票數中，不同意票數多於同意票數或同意票數不足前項規定數額者，均為否決。

因為高譚市民非常非常多，有可能超過五百萬的五百萬倍，所以想請你幫忙寫個程式判斷罷免通過與否。

2.1.1 輸入

三整數 n, a, b 分別代表全體選舉人總數，有效同意、不同意票數。

$$0 \leq n < 2^{64}, 4 \times a < n, a + b \leq n$$

2.1.2 輸出

首先請就罷免結果，輸出 !!666 或 QQ 。

接著請輸出「沉默不出來投票的韓粉」之人數。

2.2 解析

本題雖然就是個水題，但是有不少陷阱。

首先，由於 n 的範圍 2^{64} ，因此必須使用 `uint64_t`。其次，同意票數需大於選舉人總數之四分之一，但須注意 C++ 的除法總是向零取整，假若寫成 $a \geq n / 4$ 則會存在誤差。

2.3 參考程式碼

2.3.1 C++

```
#include <stdio.h>
#include <stdint.h>    // uint64_t
#include <inttypes.h>  // SCNu64
int main()
{
    uint64_t n, a, b;

    // unsigned
    // long long is far less portable.
    scanf("%" SCNu64 "%" SCNu64 "%" SCNu64, &n, &a, &b);
    // you may use %l64u or %llu on different os
    // , so it's better to use macro.
    puts(a << 2 >= n && a > b ? "!!666" : "QQ~~");
    printf("%" PRIu64, n - a - b);
    return 0;
}
```

2.3.2 Python

```
import sys

def main():
    n, a, b = map(int, sys.stdin.buffer.readline().
        decode().split())
    sys.stdout.buffer.write((( "!!666\n%d" if a >= n /
        4 and a > b else "QQ~~\n%d") % (n - a - b)).
        encode())

if __name__ == "__main__":
    main()
```

3 病毒擴散 (pow)

關鍵 迴圈、(快速幂)

3.1 題目

很久很久以前，在遙遠的銀河系…(*A long time ago in a galaxy far far away...*)

多久以前呢?? 應該是於「雅汶戰役」前 2087 年 (*2087 BBY*) 吧，在杳無人煙的帝國祕密基地、岩漿星球穆斯塔法 (*Mustafar*) 發現惹一種冠狀病毒，*GHO* 銀河衛生組織將之暫時命名為 **87-nCoV**。

已知這種奇怪的病毒會不斷的自行分裂，現在給你此病毒每次分裂後的個數 r ，求在 t 個週期後病毒數量會變為原來的幾倍??

3.1.1 輸入

輸入僅有一行，兩個整數 r, t 以空白分隔，分別代表每一病毒每次分裂後的個數及經過多少週期。

3.1.2 輸出

輸出最後病毒數量變為原來的幾倍。因為答案或許很大，所以請對 $10^9 + 7$ 取模。

3.2 解析

本題分為兩個小題。

70% $r < 1000000000, t < 10$ 在 long 內可以迴圈輕鬆解決。

30% $r < 1000000000, t < 1000000000$ C++ 須自行實做快速幂，Python 若善用內建函式則秒殺。

3.3 參考程式碼

3.3.1 C

```
#include <stdio.h>
#include <stdint.h>
#include <inttypes.h>
const int M = 1e9 + 7;
uint64_t mulmod(uint64_t x, uint64_t n)
{
    uint64_t y = 0;
    while (x)
    {
        if (x & 1)
            y = (y + n) % M;
        x >>= 1;
        n = (n << 1) % M;
    }
    return y;
}
uint64_t binexp(uint64_t x, uint64_t n)
{
    uint64_t y = 1;
    while (n)
    {
        if (n & 1)
            y = mulmod(y, x); // equal to y = (y * x)
                               % M
        x = mulmod(x, x);      // similarly
        n >>= 1;
    }
    return y;
}
```

```

}
int main()
{
    uint64_t r, t;
    scanf("%" SCNu64 "%" SCNu64, &r, &t);
    printf("%" PRIu64 "\n", binexp(r, t));
    return 0;
}

```

3.3.2 Python

```

import sys

def main():
    r, t = map(int, sys.stdin.buffer.readline().split())
    sys.stdout.buffer.write(str(pow(r, t, 10**9 + 7)).
                             encode())

if __name__ == "__main__":
    main()

```

4 二次曲線美化 (conic)

關鍵 迴圈、條件

4.1 題目

電電最近學到二次曲線，在電腦上打惹許多二次曲線的一般式 $(ax^2 \pm bxy \pm cy^2 \pm dx \pm ey \pm f; a, b, c, d, e, f \in \mathbb{N})$ 。可是寫的時候因為很趕很隨意，導致式子擠在一起很不方便閱讀，因此想請你寫個程式幫他美化重新排版。

排版的規則如下：

1. 各項必須依照降幂及字典順序出現
2. 指數應當出現在 *caret* 字元 '^' 後方
3. 常數項就只有常數
4. 唯具有非零係數的項可以出現，除非每項係數皆為 0，則常數項可以出現
5. 空格僅在二元運算子 + —加— 和 − —減— 的兩側出現
6. 若領導係數為正則毋需性質符號，反之應輸出一負號
7. 負項被視為減去正項，首項例外
8. 係數 ± 1 只有在常數項出現

4.1.1 輸入

輸入僅有一行，六個整數 a, b, c, d, e, f 以空白分隔，分別代表該二次曲線之各項。

4.1.2 輸出

輸出符合規則的二次多項式。

4.2 解析

本題是個比較複雜的條件判斷水題，沒有任何技巧，就是需要耐心而已。

4.3 參考程式碼

4.3.1 C

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int inline myabs(int x) // absolute value function
    based on bitwise operation, which is a little bit
    efficient
{
    return (x ^ (x >> 31)) - (x >> 31);
}
int main()
{
    ios::sync_with_stdio(false);
    cin.tie(nullptr);
    const string plus[] = {"", " + "}, minus[] = {"-",
        " - "}, symbols[] = {"x^2", "xy", "y^2", "x",
        "y"};
    array<int, 6> a;
    for (int &i : a)
        cin >> i;
    bool flag = false;
    for (int i = 0; i < 5; i++)
        if (a[i])
        {
            cout << (a[i] > 0 ? plus[flag] : minus[
                flag]) << (myabs(a[i]) > 1 ? to_string(
                    myabs(a[i])) : "") << symbols[i];
            flag = true;
        }
    if (a[5])
    {
        if (flag)
            cout << (a[5] > 0 ? " + " : " - ") << abs(
                a[5]);
        else
            cout << a[5];
    }
}
```

```

    }
    else if (!flag)
        cout << '0';
    return 0;
}

```

4.3.2 Python

```

import sys

def main():
    a = list(map(int, sys.stdin.buffer.readline().
        decode().split()))
    plus = ["+", " + "]
    minus = ["-", " - "]
    symbols = ["x^2", "xy", "y^2", "x", "y"]
    flag = False
    for i in range(5):
        if a[i]:
            sys.stdout.buffer.write(((plus[flag] if a[
                i] > 0 else minus[flag]) + f"{abs(a[i])
                if abs(a[i]) > 1 else '}'" + symbols[i
                ]).encode())
            flag = True
    if a[5]:
        if flag:
            sys.stdout.buffer.write((( " + %d" if a[5]
                > 0 else " - %d") % abs(a[5])).encode()
            )
        else:
            sys.stdout.buffer.write(f"{a[5]}".encode()
            )
    elif not flag:
        sys.stdout.buffer.write('0'.encode())

if __name__ == "__main__":
    main()

```

5 數字朗讀 (num)

關鍵 迴圈、遞迴

5.1 題目

電電欲令電腦朗讀出數字，他現在已經有英文轉語音 (*TTS*) 的 *API*

在英文中與中文不同，差兩次以上的位數並不需要「零」或“end”（比賽結束後你可以請 Google 小姐念給你聽）。此外，正式的寫法如支票，並不會用“a hundred”等等而應該是“one hundred”。

5.1.1 輸入

僅有一整數 $n < 2^{31}$ 。

5.1.2 輸出

n 在英文的念法。

5.2 解析

5.3 參考程式碼

5.3.1 C++

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
const string num_to_words(int x)
{
    static const string digits[] = {"", "one", "two",
    "three", "four", "five", "six", "seven", "eight",
    "nine", "ten", "eleven", "twelve", "thirteen",
    "fourteen", "fifteen", "sixteen", "seventeen",
    "eighteen", "nineteen"},
    tys[] = {"", "", "twenty", "thirty", "forty", "fifty",
    "sixty", "seventy", "eighty", "ninety"};

    if (x < 0)
        return "minus " + num_to_words(-x);
    if (x == 0)
        return "zero";
    if (x < 20)
        return digits[x];
    if (x < 100)
        return tys[x / 10] + ((x % 10) ? '-' +
        num_to_words(x % 10) : "");
    if (x < 1000)
        return digits[x / 100] + " hundred" + ((x %
        100) ? ' ' + num_to_words(x % 100) : "");
    if (x < 1000000)
        return num_to_words(x / 1000) + " thousand" +
        ((x % 1000) ? ' ' + num_to_words(x % 1000)
        : "");
    if (x < 1000000000)
        return num_to_words(x / 1000000) + " million"
        + ((x % 1000000) ? ' ' + num_to_words(x %
        1000000) : "");
    if (x < 1000000000000)
        return num_to_words(x / 1000000000) + "
        billion" + ((x % 1000000000) ? ' ' +
        num_to_words(x % 1000000000) : "");
```



```

        return "error";
    }
    int main()
    {
        ios::sync_with_stdio(false);
        cin.tie(nullptr);
        int n;
        cin >> n;
        cout << num_to_words(n) << '\n';
        return 0;
    }

```

5.3.2 Python

```

import sys

def num_to_words(x: int):
    digits = ["", "one", "two", "three", "four", "five",
              "six", "seven", "eight", "nine", "ten", "eleven",
              "twelve", "thirteen", "fourteen", "fifteen",
              "sixteen", "seventeen", "eighteen", "nineteen"]
    tys = ["", "", "twenty", "thirty", "forty", "fifty",
           "sixty", "seventy", "eighty", "ninety"]
    if x < 20:
        return digits[x]
    if x < 100:
        return tys[x // 10] + (('-' + digits[x % 10])
                                if x % 10 else '')
    if x < 1000:
        return digits[x // 100] + " hundred" + (' ' +
                                                  num_to_words(x % 100)) if x % 100 else ''

def main():
    n = int(sys.stdin.buffer.readline())
    if not n:
        sys.stdout.buffer.write("zero".encode())
    if n < 0:
        sys.stdout.buffer.write("minus".encode())
        n = -n
    if n >= 10000000000:
        sys.stdout.buffer.write((num_to_words(n //
                                                10000000000) + " billion").encode())
        n %= 10000000000
    if n:
        sys.stdout.buffer.write(' '.encode())
    if n >= 1000000:
        sys.stdout.buffer.write((num_to_words(n //
                                                1000000) + " million").encode())

```

```
        n %= 1000000
        if n:
            sys.stdout.buffer.write(' '.encode())
    if n >= 1000:
        sys.stdout.buffer.write((num_to_words(n //
            1000) + " thousand").encode())
        n %= 1000
        if n:
            sys.stdout.buffer.write(' '.encode())
    sys.stdout.buffer.write(num_to_words(n).encode())

if __name__ == "__main__":
    main()
```