

Міністерство освіти та науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка

Лабораторна робота №4

на тему: «Реалізація градієнтного спуску»

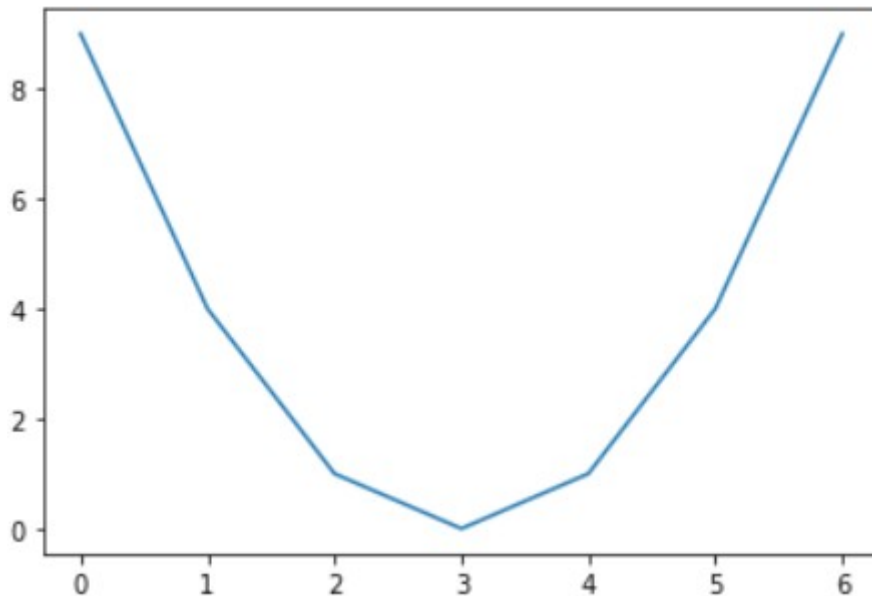
Виконав:
студент групи ФеС-31
Козак Дмитро
Перевірив:
Рибак А. В.

Львів – 2021

Мета: Нехай ми маємо деяку функцію. Нам потрібно знайти її глобальний мінімум з використанням методу градієнтного спуску та дослідити результати методу відповідно до різних параметрів alpha, eps.

Хід роботи:

1. Побудувати графік функції (обрати самостійно)



Графік функції $(3-x)^2$

2. Знайти похідну за допомогою скінченних різниць, а для тестування використати бібліотеку “derivative”.

```
def df(x):  
    eps = 10e-11  
    return (f(x+eps) - f(x))/eps
```

Функція для знаходження похідної методом скінченних різниць

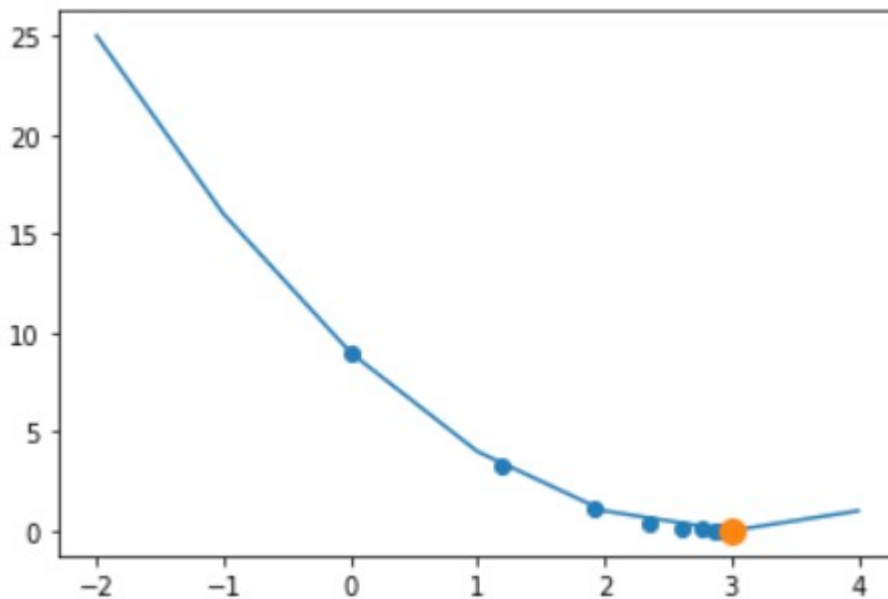
```
dy_custom = df(0)  
dy_lib = derivative(f, 0)  
print("custom dy: ", dy_custom)  
print("lib dy: ", dy_lib)  
  
custom dy: -6.000000496442226  
lib dy: -6.0
```

Результати похідних знайдених за допомогою методу скінченних різниць та за допомогою методу derivative з бібліотеки SciPy

3. Реалізація градієнтного спуску для пошуку глобального мінімуму функції.

```
def gradient_descent(alpha, eps, epoch, df=df):  
    x_old = 0  
    y_old = f(x_old)  
  
    points = {x_old: y_old}  
    for i in range(epoch):  
        x_new = x_old - alpha*df(x_old)  
        y_new = f(x_new)  
  
        points[x_new] = y_new  
  
        if abs(x_new-x_old) < eps:  
            break  
        x_old = x_new  
    return points
```

4. Візуалізація результату градієнтного спуску на графіку, як друга легенда відповідно до 1-го пункту завдань.



5. Виведення результату (глобального мінімуму) градієнтного спуску та візуалізація на графіку у вигляді маркера.

```
(x, y)  
(2.999890315324186, 1.2030728108413312e-08)
```

6. Тестування методу (підбір параметрів: α , ϵ ; порівняння результатів пошуку похідної функції реалізованої з використанням скінченних різниць та бібліотеки) та аналіз результатів методу градієнтного спуску

Протестувавши функцію градієнтного спуску з параметрами ϵ в межах $0.01 - 1e-10$ та α від $0.05 - 1$ (результати у додатку). В результаті досліджень було спостережено що при спаданні параметра ϵ збільшувалась кількість ітерацій. При зростанні параметра α до 0.5 зменшувалась кількість ітерацій, проте з подальшим зростанням кількість ітерацій почала лише зростати до $\alpha=1$ де завжди показувала результат 2 ітерації.

ВИСНОВОК

Під час виконання лабораторної роботи я реалізував метод градієнтного спуску та дослідив його з різними параметрами ϵ та α . Код та звіт завантажив на свій github: https://github.com/newbeepi/LNU_ML.

Додаток:

Результати дослідження градієнтного спуску з різними параметрами:

$\alpha= 0.05$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 35

iteration with lib function: 35

$\alpha= 0.1$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 21

iteration with lib function: 21

$\alpha= 0.15000000000000002$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 15

iteration with lib function: 15

$\alpha= 0.2$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 12

iteration with lib function: 12

$\alpha= 0.25$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 10

iteration with lib function: 10

$\alpha= 0.30000000000000004$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 8

iteration with lib function: 8

$\alpha= 0.35000000000000003$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 7

iteration with lib function: 7

$\alpha= 0.4$ $\epsilon= 0.01$

iterations with custom function: 6

iteration with lib function: 6

alpha= 0.45 eps= 0.01
iterations with custom function: 5
iteration with lib function: 5

alpha= 0.5 eps= 0.01
iterations with custom function: 3
iteration with lib function: 2

alpha= 0.55 eps= 0.01
iterations with custom function: 5
iteration with lib function: 5

alpha= 0.6000000000000001 eps= 0.01
iterations with custom function: 6
iteration with lib function: 6

alpha= 0.65 eps= 0.01
iterations with custom function: 7
iteration with lib function: 7

alpha= 0.7000000000000001 eps= 0.01
iterations with custom function: 9
iteration with lib function: 9

alpha= 0.75 eps= 0.01
iterations with custom function: 11
iteration with lib function: 11

alpha= 0.8 eps= 0.01
iterations with custom function: 15
iteration with lib function: 15

alpha= 0.8500000000000001 eps= 0.01
iterations with custom function: 20
iteration with lib function: 20

alpha= 0.9 eps= 0.01
iterations with custom function: 31
iteration with lib function: 31

alpha= 0.9500000000000001 eps= 0.01

iterations with custom function: 63
iteration with lib function: 63

alpha= 1.0 eps= 0.01
iterations with custom function: 2
iteration with lib function: 2

alpha= 0.05 eps= 0.0001
iterations with custom function: 78
iteration with lib function: 78

alpha= 0.1 eps= 0.0001
iterations with custom function: 41
iteration with lib function: 41

alpha= 0.15000000000000002 eps= 0.0001
iterations with custom function: 28
iteration with lib function: 28

alpha= 0.2 eps= 0.0001
iterations with custom function: 21
iteration with lib function: 21

alpha= 0.25 eps= 0.0001
iterations with custom function: 16
iteration with lib function: 16

alpha= 0.30000000000000004 eps= 0.0001
iterations with custom function: 13
iteration with lib function: 13

alpha= 0.35000000000000003 eps= 0.0001
iterations with custom function: 11
iteration with lib function: 11

alpha= 0.4 eps= 0.0001
iterations with custom function: 9
iteration with lib function: 9

alpha= 0.45 eps= 0.0001
iterations with custom function: 7
iteration with lib function: 7

alpha= 0.5 eps= 0.0001
iterations with custom function: 3
iteration with lib function: 2

alpha= 0.55 eps= 0.0001
iterations with custom function: 7
iteration with lib function: 7

alpha= 0.6000000000000001 eps= 0.0001
iterations with custom function: 9
iteration with lib function: 9

alpha= 0.65 eps= 0.0001
iterations with custom function: 11
iteration with lib function: 11

alpha= 0.7000000000000001 eps= 0.0001
iterations with custom function: 14
iteration with lib function: 14

alpha= 0.75 eps= 0.0001
iterations with custom function: 18
iteration with lib function: 18

alpha= 0.8 eps= 0.0001
iterations with custom function: 24
iteration with lib function: 24

alpha= 0.8500000000000001 eps= 0.0001
iterations with custom function: 33
iteration with lib function: 33

alpha= 0.9 eps= 0.0001
iterations with custom function: 51
iteration with lib function: 51

alpha= 0.9500000000000001 eps= 0.0001
iterations with custom function: 106
iteration with lib function: 106

alpha= 1.0 eps= 0.0001

iterations with custom function: 2
iteration with lib function: 2

alpha= 0.05 eps= 1e-06
iterations with custom function: 122
iteration with lib function: 122

alpha= 0.1 eps= 1e-06
iterations with custom function: 62
iteration with lib function: 62

alpha= 0.15000000000000002 eps= 1e-06
iterations with custom function: 41
iteration with lib function: 41

alpha= 0.2 eps= 1e-06
iterations with custom function: 30
iteration with lib function: 30

alpha= 0.25 eps= 1e-06
iterations with custom function: 23
iteration with lib function: 23

alpha= 0.30000000000000004 eps= 1e-06
iterations with custom function: 18
iteration with lib function: 18

alpha= 0.35000000000000003 eps= 1e-06
iterations with custom function: 15
iteration with lib function: 15

alpha= 0.4 eps= 1e-06
iterations with custom function: 12
iteration with lib function: 12

alpha= 0.45 eps= 1e-06
iterations with custom function: 9
iteration with lib function: 9

alpha= 0.5 eps= 1e-06
iterations with custom function: 3
iteration with lib function: 2

alpha= 0.55 eps= 1e-06

iterations with custom function: 9

iteration with lib function: 9

alpha= 0.60000000000000001 eps= 1e-06

iterations with custom function: 12

iteration with lib function: 12

alpha= 0.65 eps= 1e-06

iterations with custom function: 15

iteration with lib function: 15

alpha= 0.70000000000000001 eps= 1e-06

iterations with custom function: 19

iteration with lib function: 19

alpha= 0.75 eps= 1e-06

iterations with custom function: 25

iteration with lib function: 25

alpha= 0.8 eps= 1e-06

iterations with custom function: 33

iteration with lib function: 33

alpha= 0.85000000000000001 eps= 1e-06

iterations with custom function: 46

iteration with lib function: 46

alpha= 0.9 eps= 1e-06

iterations with custom function: 72

iteration with lib function: 72

alpha= 0.95000000000000001 eps= 1e-06

iterations with custom function: 150

iteration with lib function: 150

alpha= 1.0 eps= 1e-06

iterations with custom function: 2

iteration with lib function: 2

alpha= 0.05 eps= 1e-08

iterations with custom function: 166
iteration with lib function: 166

alpha= 0.1 eps= 1e-08
iterations with custom function: 83
iteration with lib function: 83

alpha= 0.15000000000000002 eps= 1e-08
iterations with custom function: 54
iteration with lib function: 54

alpha= 0.2 eps= 1e-08
iterations with custom function: 39
iteration with lib function: 39

alpha= 0.25 eps= 1e-08
iterations with custom function: 30
iteration with lib function: 30

alpha= 0.30000000000000004 eps= 1e-08
iterations with custom function: 23
iteration with lib function: 23

alpha= 0.35000000000000003 eps= 1e-08
iterations with custom function: 18
iteration with lib function: 18

alpha= 0.4 eps= 1e-08
iterations with custom function: 14
iteration with lib function: 14

alpha= 0.45 eps= 1e-08
iterations with custom function: 11
iteration with lib function: 11

alpha= 0.5 eps= 1e-08
iterations with custom function: 4
iteration with lib function: 2

alpha= 0.55 eps= 1e-08
iterations with custom function: 11
iteration with lib function: 11

alpha= 0.60000000000000001 eps= 1e-08
iterations with custom function: 15
iteration with lib function: 15

alpha= 0.65 eps= 1e-08
iterations with custom function: 19
iteration with lib function: 19

alpha= 0.70000000000000001 eps= 1e-08
iterations with custom function: 24
iteration with lib function: 24

alpha= 0.75 eps= 1e-08
iterations with custom function: 31
iteration with lib function: 31

alpha= 0.8 eps= 1e-08
iterations with custom function: 42
iteration with lib function: 42

alpha= 0.85000000000000001 eps= 1e-08
iterations with custom function: 59
iteration with lib function: 59

alpha= 0.9 eps= 1e-08
iterations with custom function: 93
iteration with lib function: 93

alpha= 0.95000000000000001 eps= 1e-08
iterations with custom function: 194
iteration with lib function: 194

alpha= 1.0 eps= 1e-08
iterations with custom function: 2
iteration with lib function: 2

alpha= 0.05 eps= 1e-10
iterations with custom function: 210
iteration with lib function: 210

alpha= 0.1 eps= 1e-10

iterations with custom function: 103
iteration with lib function: 103

alpha= 0.15000000000000002 eps= 1e-10
iterations with custom function: 67
iteration with lib function: 67

alpha= 0.2 eps= 1e-10
iterations with custom function: 48
iteration with lib function: 48

alpha= 0.25 eps= 1e-10
iterations with custom function: 36
iteration with lib function: 36

alpha= 0.30000000000000004 eps= 1e-10
iterations with custom function: 28
iteration with lib function: 28

alpha= 0.35000000000000003 eps= 1e-10
iterations with custom function: 22
iteration with lib function: 22

alpha= 0.4 eps= 1e-10
iterations with custom function: 17
iteration with lib function: 17

alpha= 0.45 eps= 1e-10
iterations with custom function: 13
iteration with lib function: 13

alpha= 0.5 eps= 1e-10
iterations with custom function: 4
iteration with lib function: 2

alpha= 0.55 eps= 1e-10
iterations with custom function: 13
iteration with lib function: 13

alpha= 0.6000000000000001 eps= 1e-10
iterations with custom function: 18
iteration with lib function: 18

alpha= 0.65 eps= 1e-10
iterations with custom function: 23
iteration with lib function: 23

alpha= 0.70000000000000001 eps= 1e-10
iterations with custom function: 29
iteration with lib function: 29

alpha= 0.75 eps= 1e-10
iterations with custom function: 38
iteration with lib function: 38

alpha= 0.8 eps= 1e-10
iterations with custom function: 51
iteration with lib function: 51

alpha= 0.85000000000000001 eps= 1e-10
iterations with custom function: 72
iteration with lib function: 72

alpha= 0.9 eps= 1e-10
iterations with custom function: 113
iteration with lib function: 113

alpha= 0.95000000000000001 eps= 1e-10
iterations with custom function: 238
iteration with lib function: 238

alpha= 1.0 eps= 1e-10
iterations with custom function: 2

iteration with lib function: 2