

L'Universo dei Numeri Relativi

Dallo Zero all'Infinito

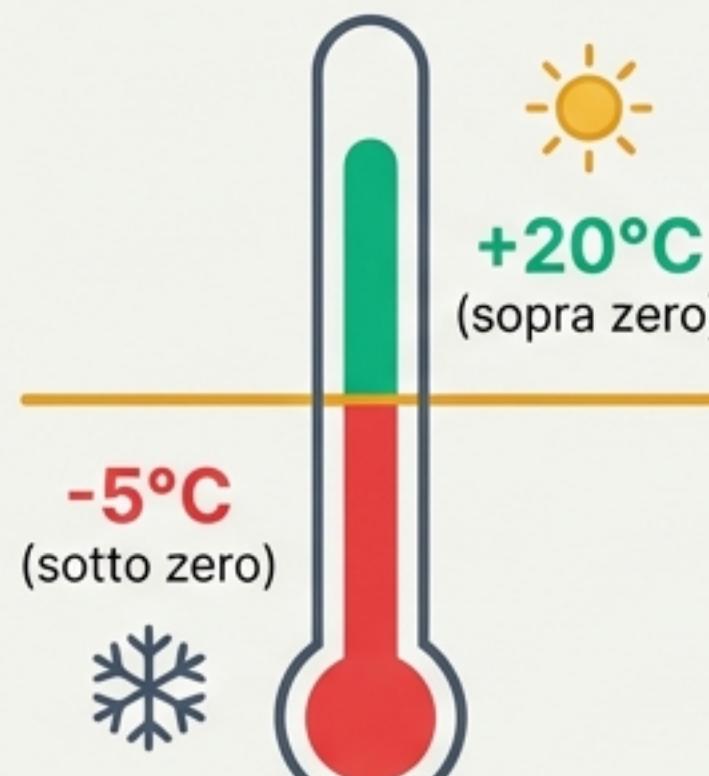


Guida completa all'insieme Z:
Definizioni, Regole e Operazioni

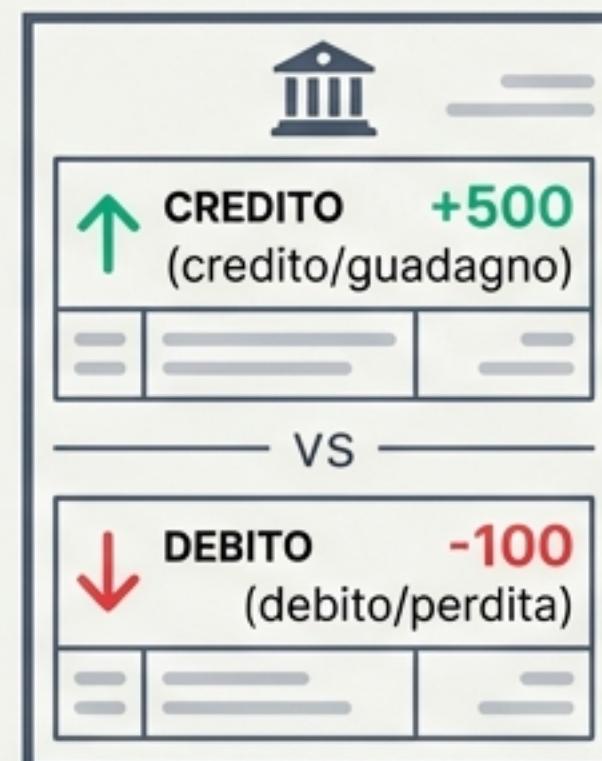
Oltre i Numeri Naturali: Perché esistono i numeri negativi?

I numeri naturali non bastano a descrivere tutta la realtà.
Abbiamo bisogno di distinguere due direzioni o due stati opposti.

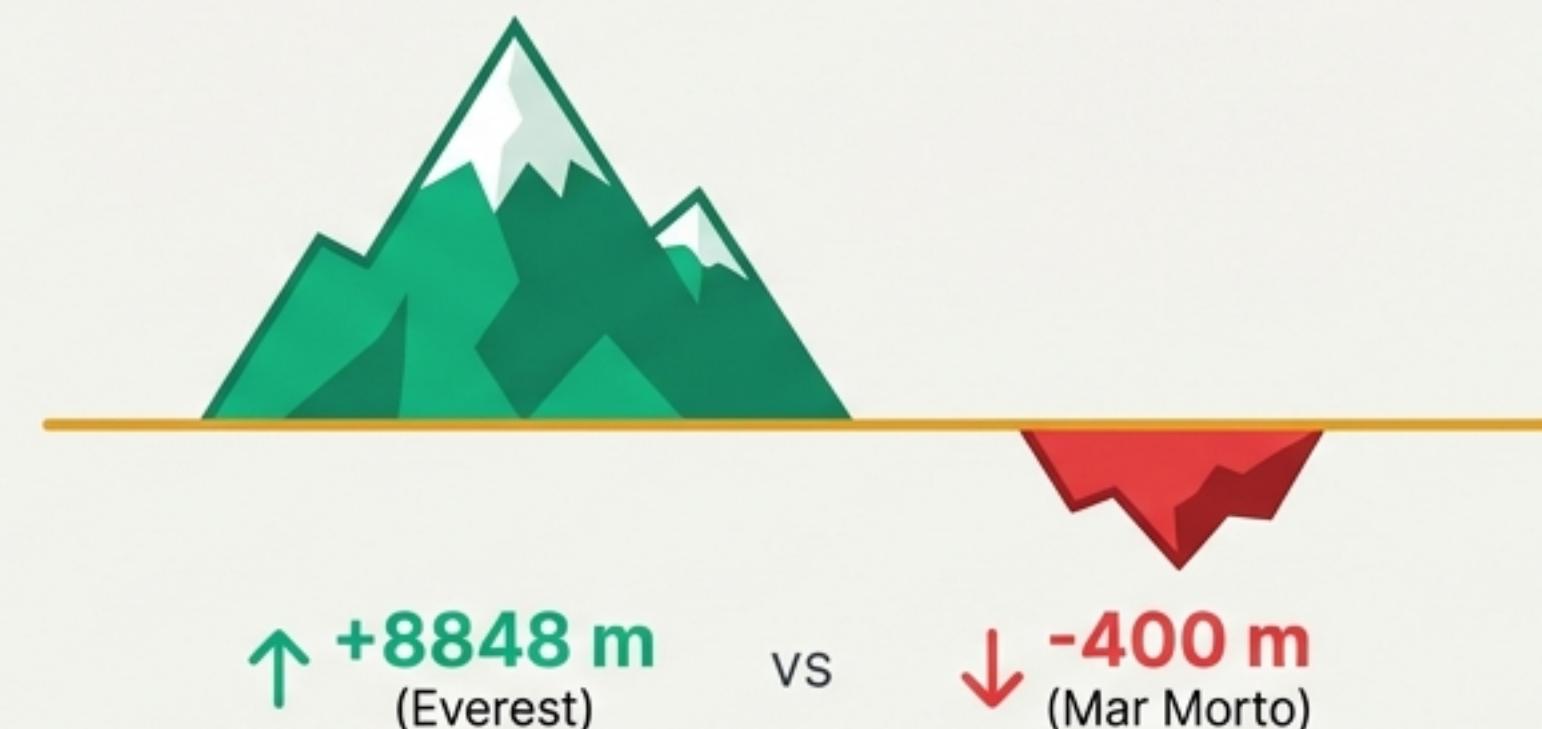
Temperature



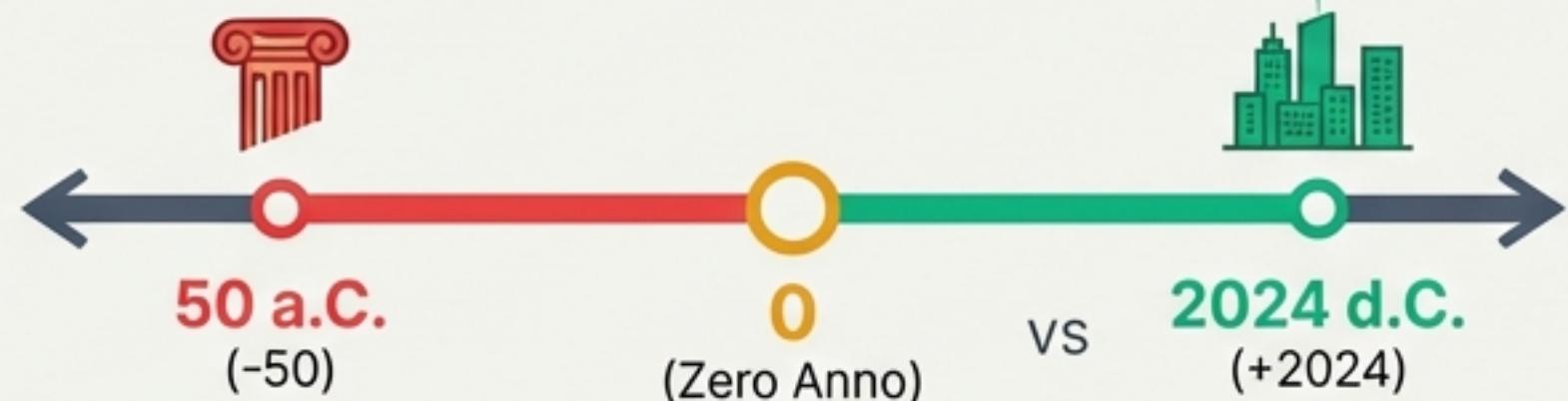
Denaro



Altitudine

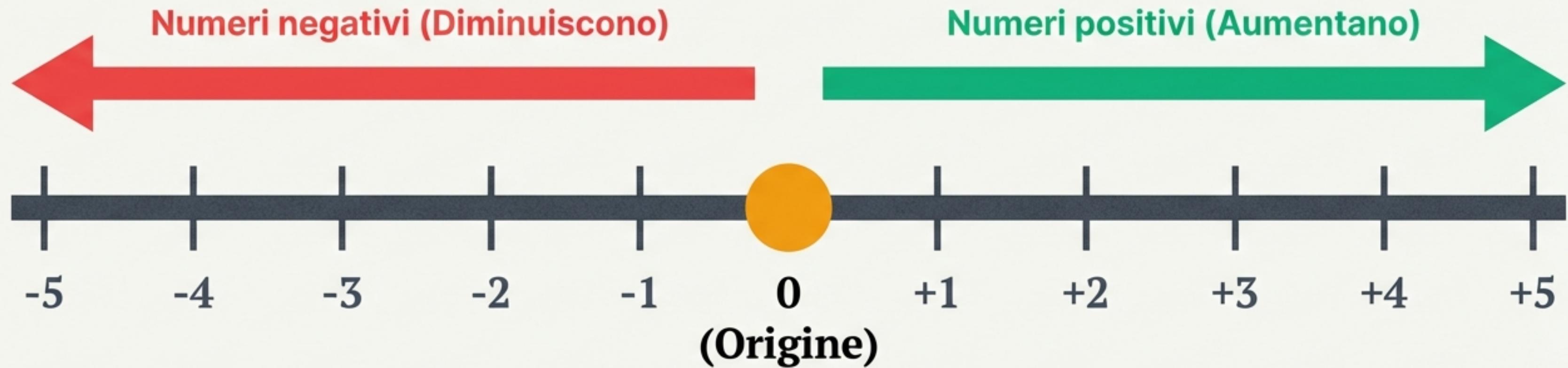


Storia



\mathbb{Z} **Definizione:** I numeri relativi sono dotati di segno: positivo (+) o negativo (-). L'insieme si indica con \mathbb{Z} .

La Mappa del Territorio: La Linea dei Numeri

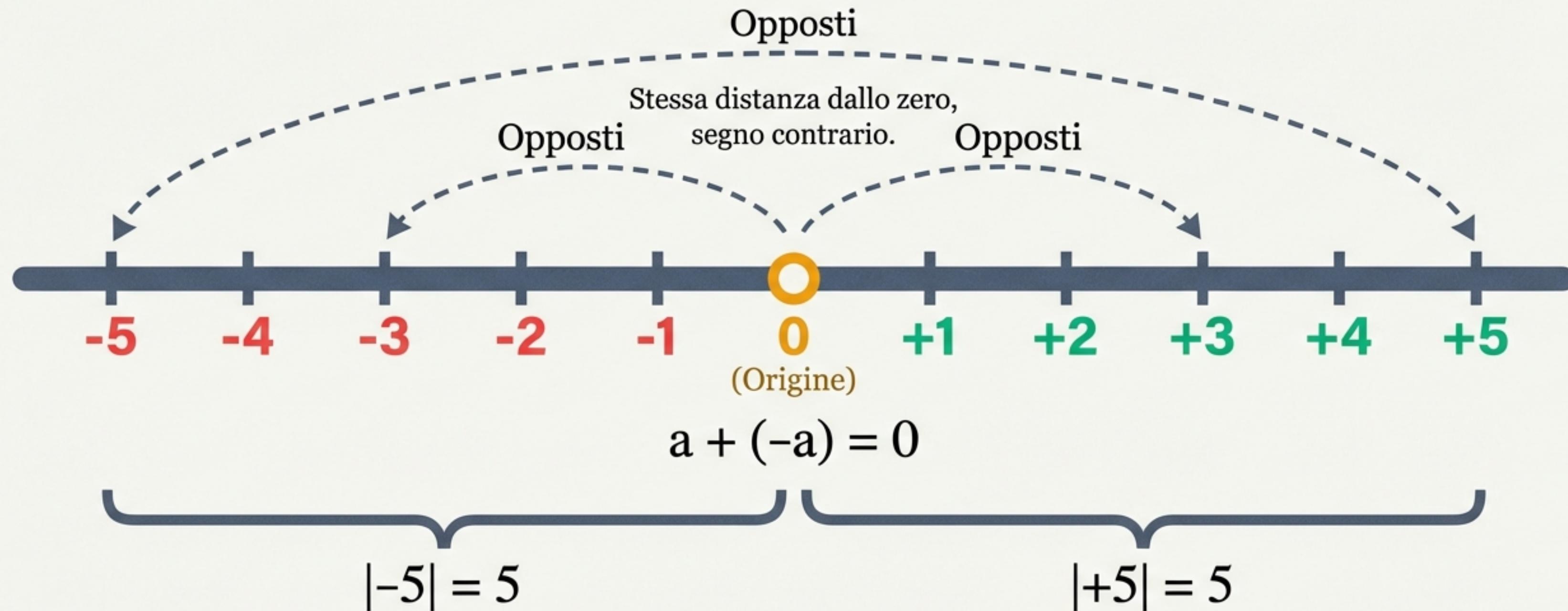


Regola Fondamentale:

Muoversi verso destra significa aumentare valore.
Muoversi verso sinistra significa diminuire valore.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, \mathbf{0}, +1, +2, +3, \dots\}$$

Lo Specchio e la Distanza



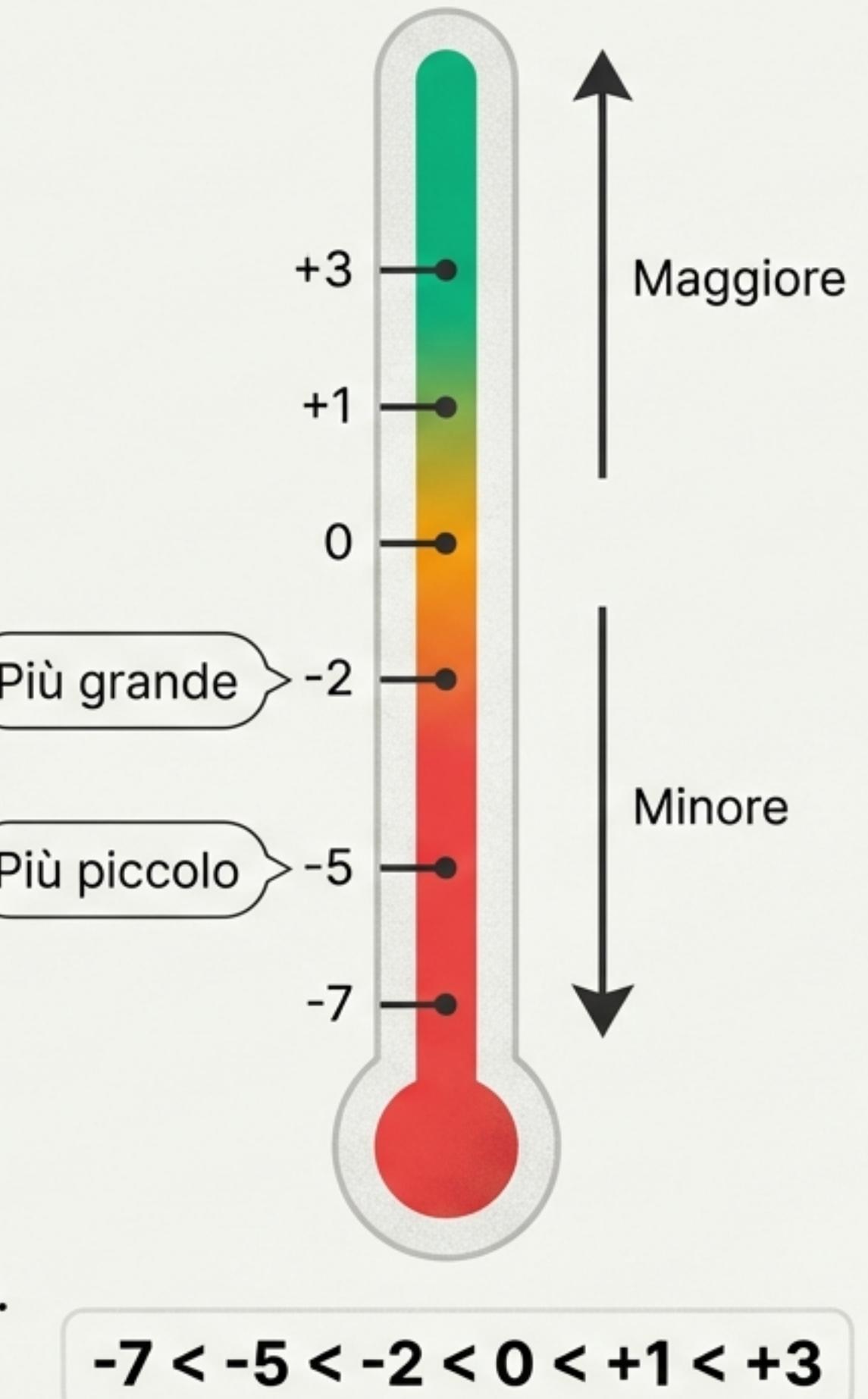
Valore Assoluto ($|a|$): È la distanza di un numero dallo zero. È sempre positivo.

Chi è più grande? Le regole del confronto

1. Ogni positivo è maggiore di 0 e di ogni negativo.
2. Ogni negativo è minore di 0.
3. Il **Paradosso dei Negativi**: Tra due negativi, è maggiore quello con valore assoluto minore (chi è più vicino allo zero).

$$-2 > -5$$

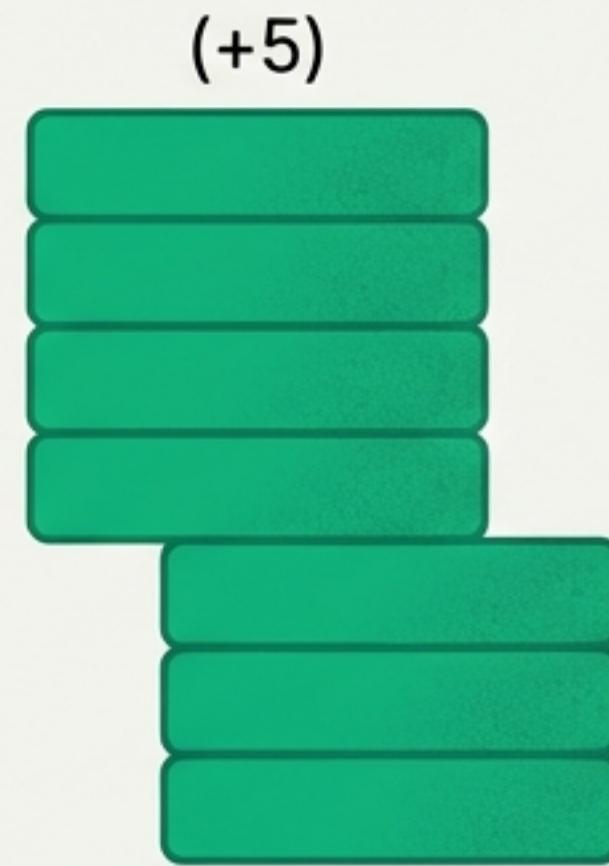
perché -2 è più 'alto' sulla scala.



$$-7 < -5 < -2 < 0 < +1 < +3$$

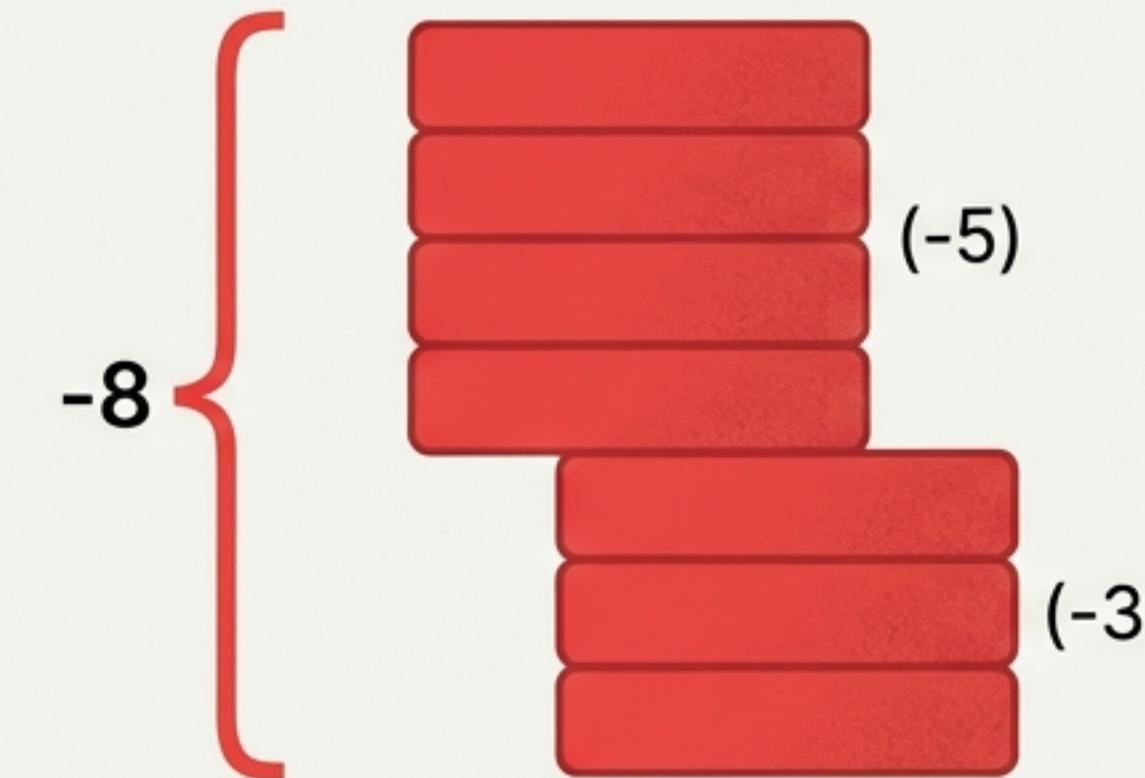
L'Addizione: Quando i segni sono Concordi

Amici con Amici: Si accumulano.



$$(+5) + (+3) = +8$$

Si sommano i valori assoluti.
Il segno resta positivo.



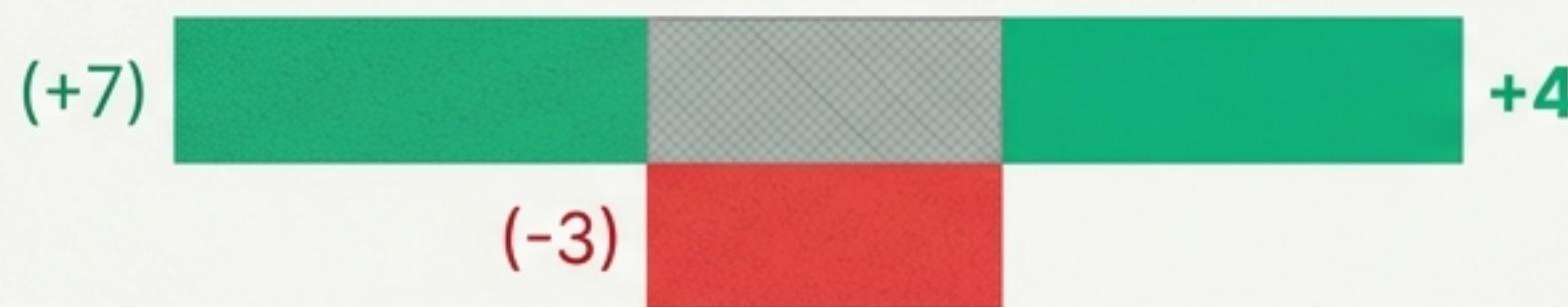
$$(-5) + (-3) = -8$$

Si sommano i valori assoluti (debiti).
Il segno resta negativo.

Regola: Se i segni sono uguali, **SOMMA** i valori e **MANTIENI** il segno.

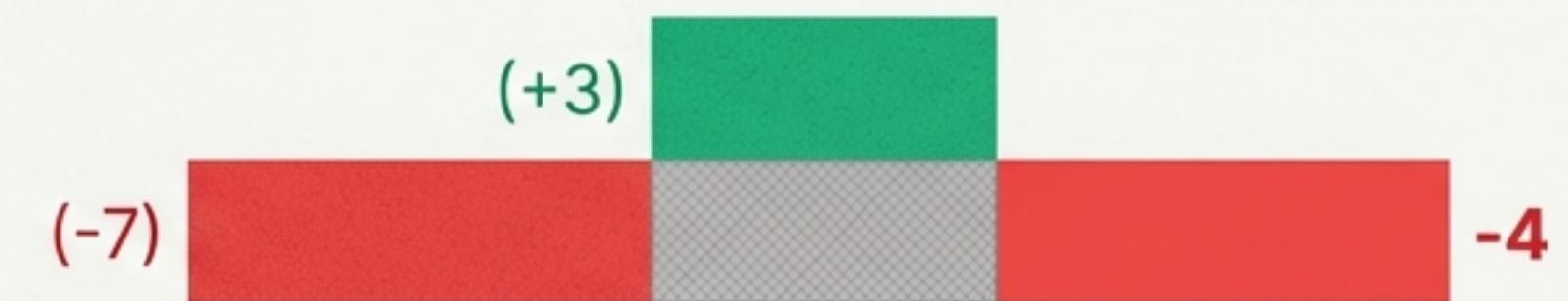
L'Addizione: Quando i segni sono Discordi

La Battaglia dei Segni: Vince il più forte.



$$(+7) + (-3) = +4$$

Vince il 7 perché $|7| > |3|$



$$(+3) + (-7) = -4$$

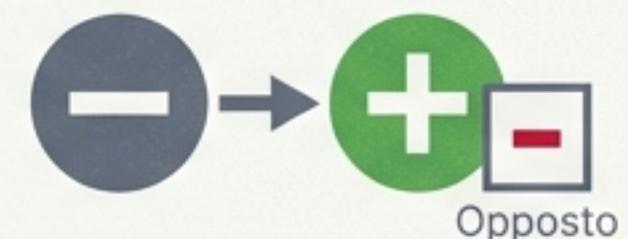
Vince il -7 perché $|7| > |3|$

Regola: Se i segni sono diversi, fai la **DIFFERENZA** dei valori e prendi il **SEGNO** del maggiore.

La Regola d'Oro della Sottrazione

In \mathbb{Z} , sottrarre non esiste come operazione autonoma.

$$a - b = a + (-b)$$

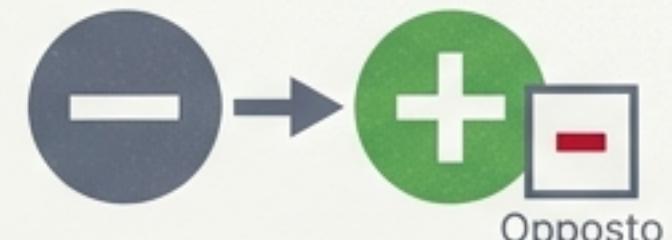


Sottrarre significa
addizionare l'opposto.

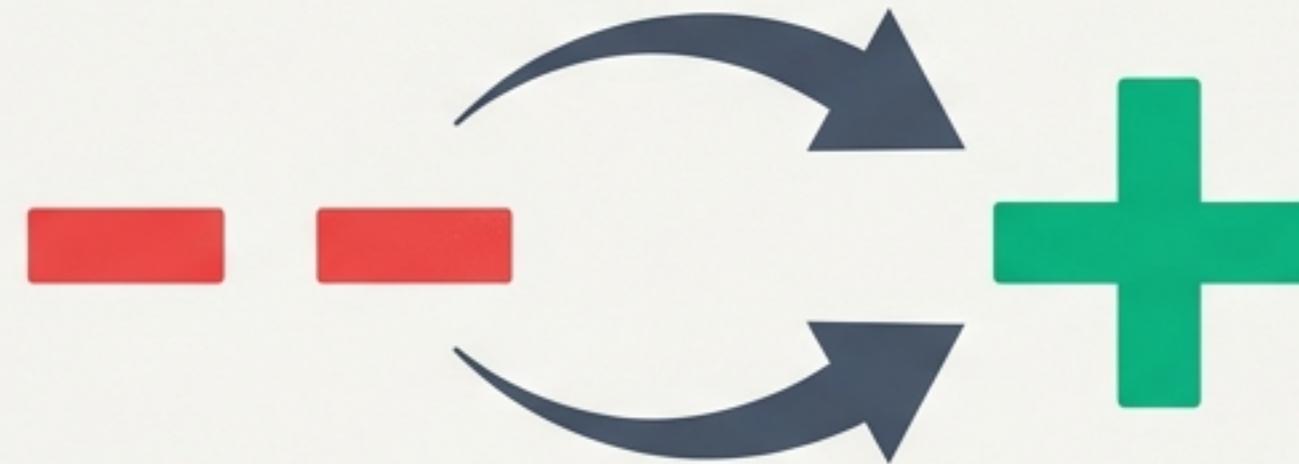
$$\begin{array}{rcl} (+7) - (+3) & \rightarrow & (+7) + (-3) = +4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (-5) - (+2) & \rightarrow & (-5) + (-2) = -7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (+3) - (-4) & \rightarrow & (+3) + (+4) = +7 \end{array}$$



Il Caso Speciale: Sottrarre un Negativo



Meno Meno = Più

$$a - (-b) = a + b$$

Sottrarre un negativo equivale
ad addizionare un positivo.



Togliere un debito
= Guadagno.

$$(-5) - (-2) \rightarrow (-5) + (+2) = -3$$

Riepilogo: Somma Algebrica



$$(-5) + (-3) = -8$$

$$(+7) + (-3) = +4$$

La Regola dei Segni: Moltiplicazione e Divisione

La stessa regola vale per entrambe le operazioni.

+ • +	+ • -
	
Concordi	Discordi
- • +	- • -
	
Discordi	Concordi

$$(-4) \times (-3) = +12 \quad (+12) : (-4) = -3$$

Moltiplicazioni con Più Fattori

Il trucco del conteggio.

Conta i segni MENO (-)

PARI
(2, 4, 6...)

→  Risultato
POSITIVO (+)

DISPARI
(1, 3, 5...)

→  Risultato
NEGATIVO (-)

$$1. \underline{(-2) \times (-3) \times (+4)} \rightarrow +24$$

2 segni meno (Pari)

$$2. \underline{(-2) \times (-3) \times (-4)} \rightarrow -24$$

3 segni meno (Dispari)

Il Potere dello Zero

Addizione

$$a + 0 = a$$

Elemento neutro (non cambia nulla).

Moltiplicazione

$$a \times 0 = 0$$

Annullamento (vince sempre lo zero).

Divisione ($0 : a$)

$$0 : 5 = 0$$

Ho zero caramelle per 5 amici = 0 a testa.

Divisione ($a : 0$) **IMPOSSIBILE**

$$5 : 0 = \text{IMPOSSIBILE}$$

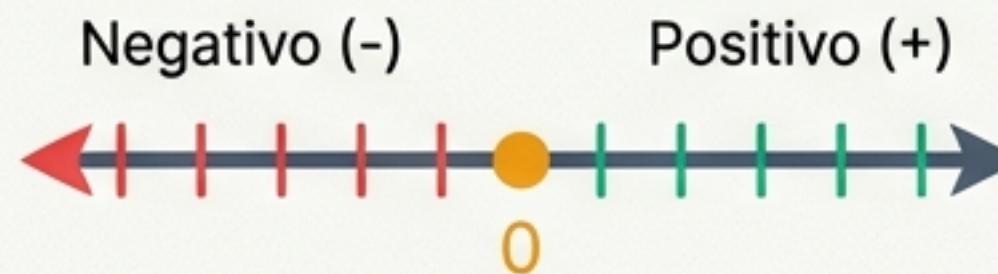
Non puoi dividere per nulla. Errore matematico.

Attenzione alle Trappole! Errori Comuni

L'Errore (NO)	La Correzione (Sì)
 $(-5) - (-3) \neq -8$ I due meno diventano più.	 $(-5) - (-3)$ diventa $(-5) + (+3) = -2$
 $(+3) + (-7) \neq +4$ Hai più debito che credito.	 Vince il segno del 7. Risultato -4
 $(-2) \times (-3) \neq -6$ Confusione con la somma.	 Meno per meno fa più. Risultato +6

La Scheda di Sintesi

La Mappa



Destra = Aumenta
Sinistra = Diminuisce

\mathbb{Z} = Numeri interi relativi

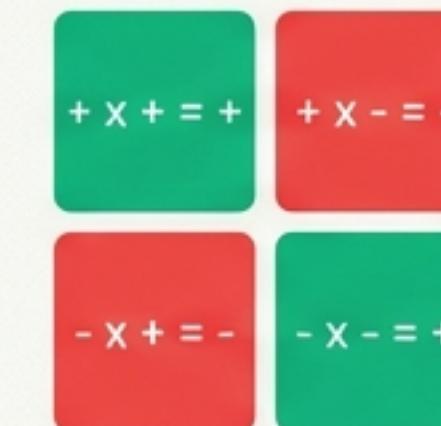
Somma Algebrica

Addizione e Sottrazione

- Concordi (+/+ o -/-) →
Somma v.a. → Segno Comune
Esempio: $+3 + +5 = +8$
 $-3 + -5 = -8$
 - Discordi (+/-) → Differenza v.a.
→ Segno del Maggiore
Esempio: $+3 + -5 = -2$
 $-3 + +5 = +2$
 - Sottrazione → $a - b = a + (-b)$
Esempio: $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

Prodotti

Moltiplicazione e Divisione



Concordi = +
Discordi = -

Pari segni meno = +
Dispari segni meno = -