

$$(a + b)^2$$

I Prodotti Notevoli: Guida Essenziale

Schemi, Formule ed Errori da Evitare.

Perché studiare gli schemi?

La matematica non è solo calcolo, è efficienza.

Metodo Manuale (Lento)

$$\begin{aligned}(a + b) \cdot (a + b) \\= a(a + b) + b(a + b) \\= a^2 + ab + ba + b^2 \\= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

4 Passaggi

Prodotto Notevole (Rapido)

$$(a + b)^2 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2$$

1 Passaggio

Riconoscere un prodotto notevole ti permette di:

- Saltare i passaggi intermedi.
- Aumentare la velocità di esecuzione.
- Ridurre il rischio di errori di calcolo.

1. Somma per Differenza

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Sviluppo intermedio: $\cancel{a^2 - ab} + \cancel{ab - b^2}$

Il prodotto della somma di due termini per la loro differenza è uguale alla differenza dei quadrati. I termini centrali si annullano.

Esempi: Cancellazione Immediata

$$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$$

x^2 è il quadrato del primo. 25 è il quadrato del secondo (5^2).

$$(3a + 2b)(3a - 2b) = 9a^2 - 4b^2$$

Attenzione ai coefficienti: $(3a)^2$ diventa $9a^2$.

$$(4x + 1)(4x - 1) = 16x^2 - 1$$

2. Quadrato di Binomio

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



Non dimenticare mai il termine centrale.

Il **quadrato** di un binomio è uguale al quadrato del primo termine, più (o meno) il **doppio prodotto**, più il quadrato del **secondo** termine.

Analisi del Doppio Prodotto

Come calcolare il termine centrale ($2ab$)

Formula: $2 \cdot (\text{Primo}) \cdot (\text{Secondo})$

$$(x + 4)^2$$

$$2 \cdot (x) \cdot (4) \rightarrow 8x$$

$$(a - 3)^2$$

$$2 \cdot (a) \cdot (-3) \rightarrow -6a$$

Il segno dipende sempre dai termini all'interno della parentesi.

Esempi: L'Espansione Completa

	Processo (Passaggi)	Risultato (Espansione)
$(2x + 5)^2$	$(2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 5 + 5^2$	$4x^2 + 20x + 25$
$(3a - 2b)^2$	$(3a)^2 - 2 \cdot (3a) \cdot (2b) + (2b)^2$	$9a^2 - 12ab + 4b^2$

Nota: I quadrati (primo e ultimo termine) sono sempre positivi. Solo il doppio prodotto può essere negativo.

3. Cubo di Binomio

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Cubo del primo Triplo prodotto (quadrato 1° · 2°) Triplo prodotto (1° · quadrato 2°) Cubo del secondo

La struttura ha sempre 4 termini.
Memorizza il ritmo 1 - 3 - 3 - 1.

Gestione dei Segni nel Cubo

L'alternanza dei segni nel caso $(a - b)^3$

$$(+ \rightarrow - \rightarrow + \rightarrow -)$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Quando il binomio è una sottrazione, i segni si alternano rigorosamente. Non indovinare. Segui lo schema.

Esempi: Esecuzione Passo-Passo

$$(x + 2)^3$$

1. x^3

2. $+ 3 \cdot (x^2) \cdot 2 \rightarrow 6x^2$

3. $+ 3 \cdot (x) \cdot 2^2 \rightarrow 12x$

4. $+ 2^3 \rightarrow 8$

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(a - 1)^3$$

1. a^3

2. $- 3 \cdot (a^2) \cdot 1 \rightarrow -3a^2$

3. $+ 3 \cdot (a) \cdot 1^2 \rightarrow +3a$

4. $- 1^3 \rightarrow -1$

$$a^3 - 3a^2 + 3a - 1$$

ATTENZIONE: L'Errore Fatale

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

Manca il termine centrale! Il risultato deve avere 3 termini.

$$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$$

Questa è la somma per differenza.
Non confonderle.

Trappole Comuni: Coefficienti e Segni

I Coefficienti

$(2x)^2 = 2x^2$

$(2x)^2 = 4x^2$

Ricorda di elevare al quadrato anche il numero, non solo la lettera.

L'Ultimo Termine

$(a - b)^2 = \dots - b^2$

$(a - b)^2 = \dots + b^2$

L'ultimo termine è sempre positivo. Un numero al quadrato, anche se negativo, diventa positivo ($-b \cdot -b = +b^2$).

Lo Schema Completo

Tabella di Riferimento Rapido

SOMMA PER DIFFERENZA

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Risultato: 2 Termini

QUADRATO DI BINOMIO

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Risultato: 3 Termini

CUBO DI BINOMIO

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Risultato: 4 Termini

Tieni a mente questo schema. Riconoscere la struttura è metà del lavoro.