

# INSIEMISTICA E NUMERI NATURALI

## Che cos'è un Insieme?

Un **insieme** è una raccolta di oggetti, chiamati **elementi**, ben definiti e distinti tra loro. Gli insiemi si indicano con lettere maiuscole ( $A, B, N\dots$ ), gli elementi con lettere minuscole ( $a, b, x\dots$ ).

### Simboli fondamentali:

- $\in$  significa «appartiene a»
- $\notin$  significa «non appartiene a»
- { } parentesi graffe per elencare elementi
- $\emptyset$  insieme vuoto

### Esempio:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $3 \in A$  (3 appartiene ad  $A$ )
- $7 \notin A$  (7 non appartiene ad  $A$ )
- $|A| = 5$  (cardinalità:  $A$  ha 5 elementi)

## Come si Rappresenta un Insieme?

### 1. Per elencazione

(o tabulare)

Si elencano tutti gli elementi tra parentesi graffe.

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

### 2. Per caratteristica

(o proprietà)

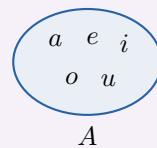
Si indica la proprietà che accomuna gli elementi.

$$A = \{x \mid x \text{ è una vocale}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ è pari}, x \leq 10\}$$

### 3. Grafica

(diagramma di Eulero-Venn)



## Insieme Vuoto

L'**insieme vuoto** è l'insieme che non contiene alcun elemento.

**Simbolo:**  $\emptyset$  oppure { }

### Esempio:

$C = \{x \mid x \text{ è un numero pari e dispari}\}$   
Non esistono numeri che siano contemporaneamente pari e dispari, quindi  $C = \emptyset$

### Proprietà importante:

L'insieme vuoto è sottoinsieme di qualsiasi insieme:

$$\emptyset \subseteq A \quad \text{per ogni insieme } A$$

## Cardinalità

La **cardinalità** di un insieme è il numero di elementi che contiene.

**Simbolo:**  $|A|$  oppure  $n(A)$

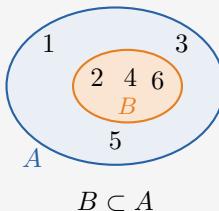
### Esempi:

Se  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ , allora  $|A| = 4$   
Se  $B = \{a, b, c\}$ , allora  $|B| = 3$   
 $|\emptyset| = 0$  (l'insieme vuoto ha 0 elementi)

### Attenzione:

Gli elementi ripetuti si contano una volta sola!  
 $\{1, 2, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$  e  $|\{1, 2, 3\}| = 3$

## Sottoinsiemi



$B$  è **sottoinsieme** di  $A$  se **ogni elemento** di  $B$  appartiene anche ad  $A$ .

### Simboli:

$B \subseteq A$   $B$  è sottoinsieme di  $A$  (può anche coincidere con  $A$ )

$B \subset A$   $B$  è sottoinsieme **proprio** di  $A$  (è contenuto ma diverso)

### Esempio:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad B = \{2, 4, 6\}$$

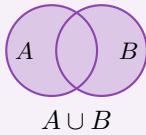
$B \subset A$  perché ogni elemento di  $B$  sta anche in  $A$ , ma  $A$  contiene anche 1, 3, 5.

# OPERAZIONI TRA INSIEMI E INSIEME $\mathbb{N}$

## Operazioni tra Insiemi

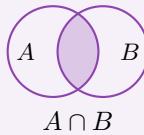
### UNIONE ( $\cup$ )

L'insieme degli elementi che appartengono ad  $A$  oppure a  $B$  (o a entrambi).



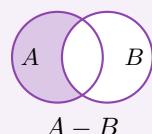
### INTERSEZIONE ( $\cap$ )

L'insieme degli elementi che appartengono sia ad  $A$  sia a  $B$  (contemporaneamente).



### DIFFERENZA ( $-$ )

L'insieme degli elementi che appartengono ad  $A$  ma non appartengono a  $B$ .



**Esempio:**  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$        $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$B - A = \{6, 7\}$$

## L'Insieme $\mathbb{N}$ dei Numeri Naturali

I **numeri naturali** sono i numeri interi non negativi. Formano l'insieme  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$$

### Caratteristiche:

- È un insieme **infinito**: non ha un ultimo elemento.
- Ha un **primo elemento**: lo zero (il più piccolo).
- Ogni numero ha un **successivo**: il numero che viene subito dopo. Il successivo di  $n$  è  $n + 1$ .
- Ogni numero (tranne lo zero) ha un **predecessore**: il numero che viene subito prima.

### Retta dei numeri:



### Sottoinsiemi notevoli di $\mathbb{N}$ :

Numeri **pari**:  $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

Numeri **dispari**:  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$

## Esempio Applicativo

Dati gli insiemi di numeri naturali:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

### Operazioni:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad (\text{tutti gli elementi})$$

$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \quad (\text{elementi in comune})$$

$$A - B = \{1, 2\} \quad (\text{in } A \text{ ma non in } B)$$

$$B - A = \{6, 7\} \quad (\text{in } B \text{ ma non in } A)$$

### Cardinalità:

$$|A| = 5 \quad |B| = 5 \quad |A \cup B| = 7 \quad |A \cap B| = 3$$

