

Le Potenze e le loro Proprietà

Che cos'è una potenza?

La **potenza** è una moltiplicazione ripetuta di fattori uguali.

$$\begin{array}{c} \text{esponente} \\ \uparrow \\ a^n \\ \downarrow \\ \text{base} \end{array} = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ volte}}$$

Base: il numero che viene moltiplicato per se stesso.

Esponente: indica quante volte la base compare come fattore.

Potenza: il risultato dell'operazione.

Esempio: $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

La base è 2, l'esponente è 4, la potenza (risultato) è 16.

Da Evitare Assolutamente!!

La Potenza non è mai la moltiplicazione della base per l'esponente!

$$2^4 = 2 \times 4 = 8 = \text{ERRORE GRAVISSIMO}$$

La Potenza è la moltiplicazione della base per se stessa, tante volte quanto indicato dall'esponente.

Casi particolari da ricordare

Esponente 1

Qualsiasi numero elevato a 1 è uguale a se stesso.

$$a^1 = a$$

Esempio: $7^1 = 7$

Esponente 0

Qualsiasi numero (diverso da zero) elevato a 0 è uguale a 1.

$$a^0 = 1 \quad (\text{con } a \neq 0)$$

Esempio: $5^0 = 1$

Base 1

1 elevato a qualsiasi esponente è sempre 1.

$$1^n = 1$$

Esempio: $1^{100} = 1$

Base 0

0 elevato a qualsiasi esponente positivo è 0.

$$0^n = 0 \quad (\text{con } n > 0)$$

Esempio: $0^5 = 0$

Le cinque proprietà delle potenze

STESSA BASE

1. Prodotto di potenze con la stessa base

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Si **sommano** gli esponenti.

$$3^2 \times 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

2. Quoziente di potenze con la stessa base

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Si **sottraggono** gli esponenti.

$$5^7 : 5^3 = 5^{7-3} = 5^4$$

STESSO ESPONENTE

3. Prodotto di potenze con lo stesso esponente

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

Si **moltiplicano** le basi.

$$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3$$

4. Quoziente di potenze con lo stesso esponente

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

Si **dividono** le basi.

$$6^4 : 2^4 = (6 : 2)^4 = 3^4$$

POTENZA DI POTENZA

5. Potenza di potenza

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Si **moltiplicano** gli esponenti.

$$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

Attenzione! Errori da evitare

Basi diverse, esponenti diversi

Se base ed esponente sono entrambi diversi, non si può applicare nessuna proprietà!

$$2^3 \times 3^2 \neq 6^5 \quad \text{X}$$

Si deve calcolare: $8 \times 9 = 72$

Somma di potenze

Non esiste una proprietà per la somma!

$$2^3 + 2^4 \neq 2^7 \quad \text{X}$$

Si deve calcolare: $8 + 16 = 24$

Confondere le operazioni

Prodotto stessa base \rightarrow somma esponenti

Potenza di potenza \rightarrow prodotto esponenti

$$(3^2)^4 = 3^8 \quad \text{non } 3^6 \quad \text{X}$$

Esponente 0

$$5^0 = 1 \quad \text{non } 0 \quad \text{X}$$

$$5^0 = 0 \quad \text{non } 5 \quad \text{X}$$

Schema riassuntivo

STESSA BASE

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

POTENZE

$$a^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

POTENZA DI POTENZA

STESSO ESPONENTE

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$\text{Casi particolari: } a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad 1^n = 1 \quad 0^n = 0$$