Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

T^* akzeptiertes Alphabet

λ leere Schaltfolge

1 Grundbegriffe

- $t \in T$: Transition aus der Menge aller Transitionen
- $s \in S$: Stelle aus der Menge aller Stellen
- $(x, y) \in F$: Kannte aus der Menge aller Flussrelationen (Kanten)
- W : Gewichtungs-Funktion
- $W(x, y)$: Kanntengewicht (Gewicht auf den Pfeilen)
- ${}^{\bullet}x = \{y \mid (y, x) \in F\}$ Der Vorbereich von x
  Sprich: Vorbereich von x ist y mit der Eigenschaft: Kannte von y nach x ist Element aller Flussrelationen (Pfeile)
- $x^{\bullet} = \{y \mid (x, y) \in F\}$ Der NAchbereich von x
  Sprich: Nachbereich von x ist y mit der Eigenschaft: Kannte von x nach y ist Element aller Flussrelationen (Pfeile)
- $M : S \mapsto \mathbb{N}$ Markierung
  Eine Markierung M ist eine Menge von Stellen abgebildet auf $\mathbb{N}$

2 Definitionen

2.1 Definition 2.2 (aktivierte Transition)

$t \in T$ ist aktiviert unter Markierung M, $M\left[t\right\rangle$, falls $\forall s \in S : W(s,t) \leq M(s)$
Sprich: Transition t ist aktiviert unter Markierung M, falls für alle Stellen aus der Menge S gilt, dass das Kanntengewicht der Kannte von s nach t kleiner oder gleich Anzahl der Marken auf Stelle s ($M(s)$) ist.

2.2 Definition 2.3 (Schaltfolge)

Sei $w \in$ akzeptiertes Alphabet (T^*) : $M\left[w\right\rangle$ bzw. $M\left[w\right\rangle M'$ falls:

- $w =$ leere Schaltfolge (λ) (und $M = M'$)
- $w = w't$ mit $t \in T$, $M\left[w'\right\rangle M''\left[t'\right\rangle$ (und $M''\left[t\right\rangle M'$)

$FS(N) = \{w \in \mathrm{T}^* |\ M_N\left[w\right\rangle\}$ Menge der Schaltfolgen von N (firing sequence)
$w \in T^\omega$ unendliche Schaltfolge (falls alle endlichen Präfixe von w Schaltfolgen sind)

3 Übungen

3.1 Übung 1

Aufgabe 1

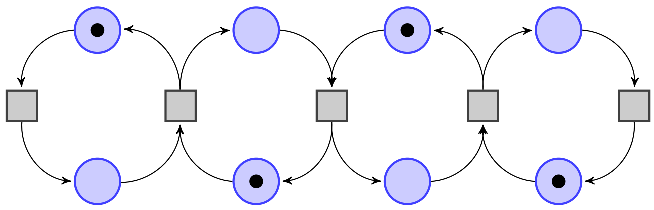


Abbildung 3.1: Lösung 1

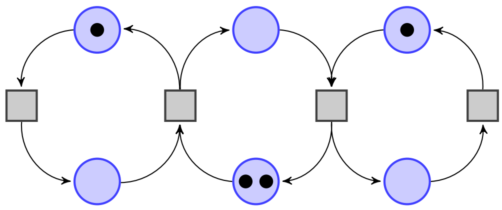


Abbildung 3.2: Lösung 2

Aufgabe 2

a)

$n = 0 : M(1,0,0) \in M_N$
$n = 1 : M(1,0,1)$
Erreichbar mit:
$M_N\,[a\rangle\, M'\,[b\rangle\, M(1,0,1) = M_N\,[(ab)\rangle\, M(1,0,1)\ w = (a,b)$
$n = n : M_N\,[(ab)^n\rangle\, M(1,0,n)$

b)

Erreichbare Markierungen sind:
$(0,0,0),(1,0,0),(1,0,1),(1,0,n),(1,0,(n+1))$
$(1,0,0)\,[(ab)\rangle\,(1,0,1)$
$(1,0,0)\,[(ab)^n\rangle\,(1,0,n)$
$(1,0,0)\,[(ab)^{n+1}\rangle\,(1,0,(n+1))$
$(1,0,0)\,[(ab)\rangle\,(1,0,1)\,[(c\rangle\,(0,0,(n-1))$
$(1,0,0)\,[(ab)^n c\rangle\,(0,0,n)$

d

$R = (1,0,n),(0,1,(n+1)),(0,0,n) \mid n \in \mathbb{N} \subseteq [M_N\rangle$
$R \supseteq [M_N\rangle$
Behauptung: $M_N\,[w\rangle\,M \Rightarrow M \in R$ Induktion über w

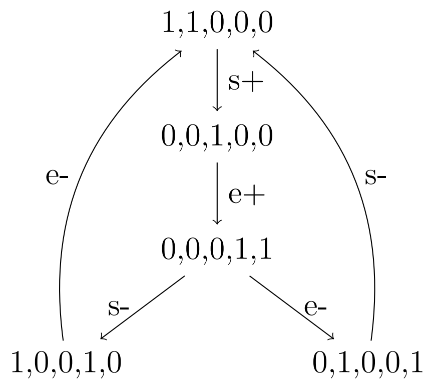
Beweis:

- $w = \lambda : M = M_N \in R$✓
- $w = w't : M_N\,[w'\rangle\,M'\,[t\rangle\,M$ Nach Induktion $M' \in R$✓
- $M' = (1,0,n) : t = a : M = (0,1,(n+1)) \in R$ ✓

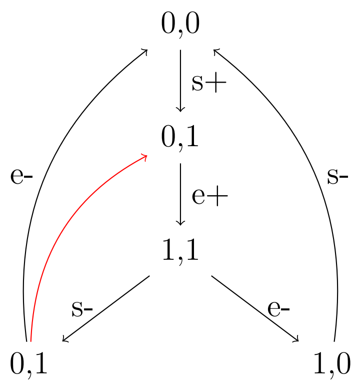
$t = c \wedge n >= 1 : M = (0,0,(n-1)) \in R$ ✓
$M' = (0,1,(n+1)) : t = b : M = (1,0,(n+1)) \in R$✓
$M' = (0,0,n) : \neg\exists t$ ↯

Aufgabe 3

Alle Markierungen:



Alle Codes:



Es besteht ein Konflikt. Zu vermeiden wäre der Konflikt mit einer zusätzlichen Stelle im Code.

Der STG ist jedoch konsistent, da nie s+, e+, s- oder e- zweimal hintereinander oder s+ und s- bzw e+ und e- sofort hintereinander ausgeführt werden.

Übung 2

Aufgabe 1

a)

$$
\begin{array}{ll}
M_{N'} = M_N + \delta M & FS(N) <= FS(N') \\
M_N \, [w\rangle \, M_N' & \Rightarrow w \in FS(N) \\
M_N + \delta M \, [w\rangle \, M_N' + \delta M & \Rightarrow w \in FS(N') \\
M_{N'} \, [w\rangle \, M_N' + \delta M & \Rightarrow w \in FS(N')
\end{array}
$$

b)

Übung 3

Aufgabe 1

Schalten von 0 Transitionen:
$M_N\,[\lambda\rangle\,M$ $\qquad\qquad$ $M_N = M = 1, 2, 1$

Schalten von 1 Transition:
Schalten von a b oder c:
$(1, 2, 1)\,[a\rangle\,(0, 1, 1)$
$(1, 2, 1)\,[b\rangle\,(1, 1, 0)$
$(1, 2, 1)\,[c\rangle\,(1, 2, 0)$
$(1, 2, 1)\,[d\rangle\,(1, 1, 2)$
Da es sich um eine Halbordnung handelt muss jedes Element einer Markierung mit den anderen Elementen der anderen Markierungen verglichen werden. Daraus resultiert, dass es sich bei (1,1,2) und (1,2,1) um maximale Markierungen handelt.