

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe	3
2	Definitionen	4
2.1	Definition 2.2 (aktivierte Transition)	4
2.2	Definition 2.3 (Schaltfolge)	4
2.3	Definition 2.21	4
2.3.1	tot	4
2.3.2	lebendig	4
3	Übungen	6
3.1	Übung 1	6
3.2	Übung 2	9
3.3	Übung 3	10

Abkürzungsverzeichnis

T^* akzeptiertes Alphabet

λ leere Schaltfolge

1 Grundbegriffe

- $t \in T$: Transition aus der Menge aller Transitionen
- $s \in S$: Stelle aus der Menge aller Stellen
- $(x, y) \in F$: Kante aus der Menge aller Flussrelationen (Kanten)
- W : Gewichtungsfunktion
- $W(x, y)$: Kantengewicht (Gewicht auf den Pfeilen)
- $\bullet x = \{y \mid (y, x) \in F\}$ Der Vorbereich von x
Sprich: Vorbereich von x ist y mit der Eigenschaft: Kante von y nach x ist Element aller Flussrelationen (Pfeile)
- $x^\bullet = \{y \mid (x, y) \in F\}$ Der Nachbereich von x
Sprich: Nachbereich von x ist y mit der Eigenschaft: Kante von x nach y ist Element aller Flussrelationen (Pfeile)
- $M : S \mapsto \mathbb{N}$ Markierung
Eine Markierung M ist eine Menge von Stellen abgebildet auf \mathbb{N}

2 Definitionen

2.1 Definition 2.2 (aktivierte Transition)

$t \in T$ ist aktiviert unter Markierung M , $M[t\rangle$, falls $\forall s \in S : W(s, t) \leq M(s)$

Sprich: Transition t ist aktiviert unter Markierung M , falls für alle Stellen aus der Menge S gilt, dass das Kantengewicht der Kante von s nach t kleiner oder gleich Anzahl der Marken auf Stelle s ($M(s)$) ist.

2.2 Definition 2.3 (Schaltfolge)

Sei $w \in \text{akzeptiertes Alphabet } (T^*) : M[w\rangle$ bzw. $M[w\rangle M'$ falls:

- $w = \text{leere Schaltfolge } (\lambda)$ (und $M = M'$)
- $w = w't$ mit $t \in T$, $M[w'\rangle M''[t\rangle$ (und $M''[t\rangle M'$)

$FS(N) = \{w \in T^* \mid M_N[w\rangle\}$ Menge der Schaltfolgen von N (firing sequence)

$w \in T^\omega$ unendliche Schaltfolge (falls alle endlichen Präfixe von w Schaltfolgen sind)

2.3 Definition 2.21

2.3.1 tot

t heißt tot unter M , falls $\forall M' \in [M\rangle : \neg M'[t\rangle$

t heißt tot, falls t tot unter M_N .

M heißt tot, falls alle Transitionen tot unter M sind.

2.3.2 lebendig

t heißt lebendig unter M , falls t unter keiner von M erreichbaren Markierung M' tot ist:

$$\forall M' \in [M] \exists M'' \in [M'] : M'' [t]$$

M heißt lebendig, wenn alle t unter M lebendig sind.

t heißt lebendig, falls t lebendig unter M_N .

N heißt lebendig, falls alle Transitionen lebendig sind.

3 Übungen

3.1 Übung 1

Aufgabe 1

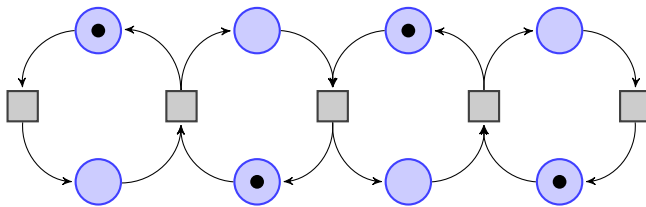


Abbildung 3.1: Lösung 1

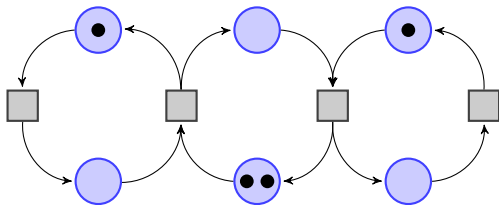


Abbildung 3.2: Lösung 2

Aufgabe 2

a)

$$n = 0 : M(1, 0, 0) \in M_N$$

$$n = 1 : M(1, 0, 1)$$

Erreichbar mit:

$$M_N[a] M'[b] M(1, 0, 1) = M_N[(ab)] M(1, 0, 1) \quad w = (a, b)$$

$$n = n : M_N[(ab)^n] M(1, 0, n)$$

b)

Erreichbare Markierungen sind:

$(0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (1, 0, n), (1, 0, (n + 1))$

$(1, 0, 0) [(ab)] (1, 0, 1)$

$(1, 0, 0) [(ab)^n] (1, 0, n)$

$(1, 0, 0) [(ab)^{n+1}] (1, 0, (n + 1))$

$(1, 0, 0) [(ab)] (1, 0, 1) [(c)] (0, 0, (n - 1))$

$(1, 0, 0) [(ab)^n c] (0, 0, n)$

d

$R = (1, 0, n), (0, 1, (n + 1)), (0, 0, n) \mid n \in \mathbb{N} \subseteq [M_N]$

$R \supseteq [M_N]$

Behauptung: $M_N [w] M \Rightarrow M \in R$ Induktion über w

Beweis:

- $w = \lambda : M = M_N \in R$ ✓
- $w = w't : M_N [w'] M' [t] M$ Nach Induktion $M' \in R$ ✓
- $M' = (1, 0, n) : t = a : M = (0, 1, (n + 1)) \in R$ ✓

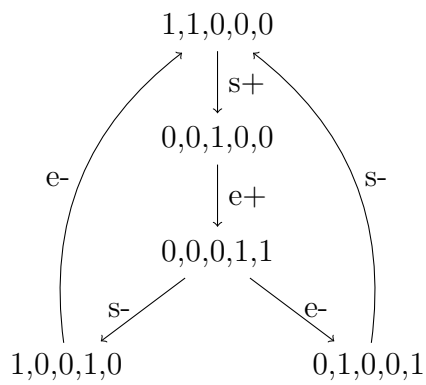
$t = c \wedge n \geq 1 : M = (0, 0, (n - 1)) \in R$ ✓

$M' = (0, 1, (n + 1)) : t = b : M = (1, 0, (n + 1)) \in R$ ✓

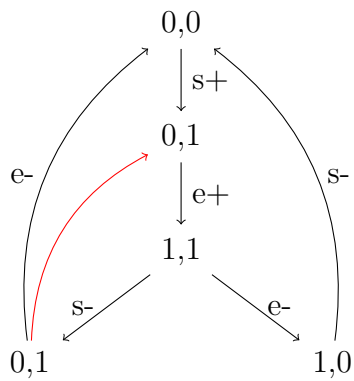
$M' = (0, 0, n) : \neg \exists t$ ✗

Aufgabe 3

Alle Markierungen:



Alle Codes:



Es besteht ein Konflikt. Zu vermeiden wäre der Konflikt mit einer zusätzlichen Stelle im Code.

Der STG ist jedoch konsistent, da nie s+, e+, s- oder e- zweimal hintereinander oder s+ und s- bzw e+ und e- sofort hintereinander ausgeführt werden.

3.2 Übung 2

Aufgabe 1

a)

$$M_{N'} = M_N + \delta M \qquad FS(N) \leq FS(N')$$

$$M_N [w] M'_N \qquad \Rightarrow w \in FS(N)$$

$$M_N + \delta M [w] M'_N + \delta M \qquad \Rightarrow w \in FS(N')$$

$$M_{N'} [w] M'_N + \delta M \qquad \Rightarrow w \in FS(N')$$

b)

3.3 Übung 3

Aufgabe 1

Schalten von 0 Transitionen:

$$M_N[\lambda] M \quad M_N = M = 1, 2, 1$$

Schalten von 1 Transition:

Schalten von a b oder c:

$$(1, 2, 1) [a] (0, 1, 1)$$

$$(1, 2, 1) [b] (1, 1, 0)$$

$$(1, 2, 1) [c] (1, 2, 0)$$

$$(1, 2, 1) [d] (1, 1, 2)$$

Da es sich um eine Halbordnung handelt muss jedes Element einer Markierung mit den anderen Elementen der anderen Markierungen verglichen werden. Daraus resultiert, dass es sich bei $(1, 1, 2)$ und $(1, 2, 1)$ um maximale Markierungen handelt.