

DSP II Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Gegeben:

$$y[n] = 6x[n] - 5x[n-1] + x[n-2]$$

Gesucht:

Pol- und Nullstellen

$$b_k = \{6, -5, 1\}$$

$$H(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$$

$$H(z) = 6z^{-0} - 5z^{-1} + 1z^{-2}$$

$$H(z) = 1 - \frac{5}{z} + \frac{1}{z^2}$$

$$H(z) = 1 - \frac{5(z^2)}{z^3} + \frac{1(z)}{z^3}$$

$$H(z) = \frac{z^3 - 5z^2 + z}{z^3}$$

$$H(z) = \frac{z^2 - 5z + 1}{z^2}$$

Polstellen:

0 doppelt

Nullstellen:

$$1 - 5z + z^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x_{1,2} = \{4.793, 0.209\}$$

Aufgabe 2

Gegeben:

$$H(z) = 4(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})(1 + 0.8z^{-1})$$

Gesucht:

$$\text{Impulsantwort } h[n] = \sum_{k=0}^M b_k \delta[n - k]$$

$$b_k = \{-1, 1, 0.8\}$$

$$h[n] = -1\delta[n] + 1\delta[n - 1] + 0.8\delta[n - 2]$$

Aufgabe 3

Ausgangssignal $y[n]$:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

$$y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]h[n - m]$$

$$y[n] = x[0]h[n - 0] + x[1]h[n - 1] + x[2]h[n - 2] + x[3]h[n - 3]$$

z-Transformierte $Y(z)$:

$$Y(z) = X(z)H(z)$$

$$Y(z) = \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}\right)\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n}\right)$$

Aufgabe 4

Aufgabe 5

a)

Impulsantwort $h[n]$:

$$b_k = 3, +2, -3$$

$$h[n] = \sum_{k=0}^M b_k \delta[n-k]$$

$$h[n] = 3\delta[n-0] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]$$

b)

Gegeben:

$$x[n] = 3e^{j(0.4\pi n - \frac{\pi}{2})} \text{ für alle } n$$

Aufgabe 6

Gegeben:

$$\text{Frequenzgang: } H(\hat{\omega}) = 2j \sin\left(\frac{\hat{\omega}}{2}\right) e^{-j\frac{\hat{\omega}}{2}}$$

Gesucht:

Impulsantwort $h[n]$ und Differenzengleichung $y[n]$

Aufgabe 7

$$h[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h_2[m]h_1[n-m]$$

n	0	1	2	3	4	5
$h_1[n]$	1	2	3	4		
$h_2[n]$	-1	1	-1			
$h_2[0]h_1[n-0]$	-1	-2	-3	-4		
$h_2[1]h_1[n-1]$		1	2	3	4	
$h_2[2]h_1[n-2]$			-1	-2	-3	-4
$y[n]$	-1	-1	-2	-3	1	-4

Aufgabe 8

a)

$$b_k = 1, 2, 1$$

$$H(\hat{\omega}) = 1 - 2e^{-j\hat{\omega}} + e^{-2j\hat{\omega}} = 1 - 2\cos(\hat{\omega}) + j\sin(\hat{\omega}) + e^{-2j\hat{\omega}} + \cos(\hat{\omega}) - 2j\sin(\hat{\omega})$$

$$H(\hat{\omega}) = 1 - \cos(\hat{\omega}) - j\sin(\hat{\omega})$$

$$\Re\{H(\hat{\omega})\} = (1 - \cos(\hat{\omega})), \Im\{H(\hat{\omega})\} = -\sin(\hat{\omega})$$

$$|H(\hat{\omega})| = [(1 - \cos(\hat{\omega}))^2 - \sin^2(\hat{\omega})]^{\frac{1}{2}}$$

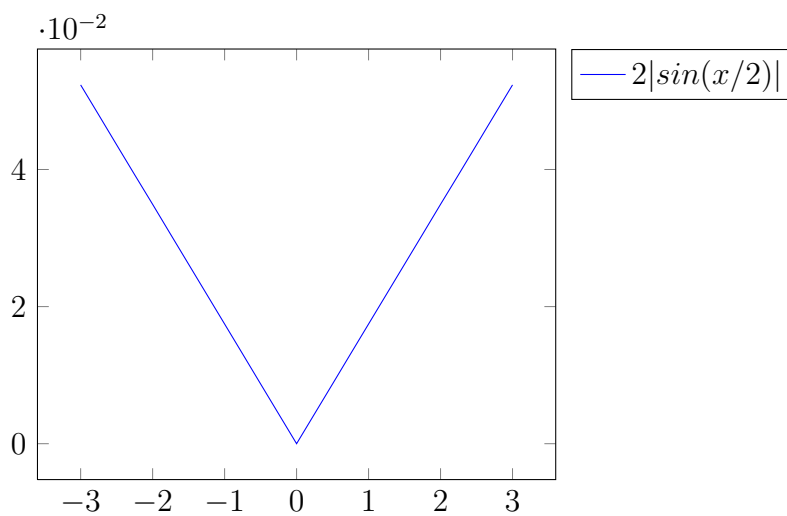
$$|H(\hat{\omega})| = \left[1 - 2\cos(\hat{\omega}) + \cos(\hat{\omega})^2 - \frac{(1 - \cos(2\hat{\omega}))}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Laut Skript:

$$|H(\hat{\omega})| = [2(1 - \cos(\hat{\omega}))]^{\frac{1}{2}} = 2|\sin(\frac{\hat{\omega}}{2})|$$

$$\angle H(\hat{\omega}) = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\hat{\omega})}{1 - \cos(\hat{\omega})} \right)$$

b)

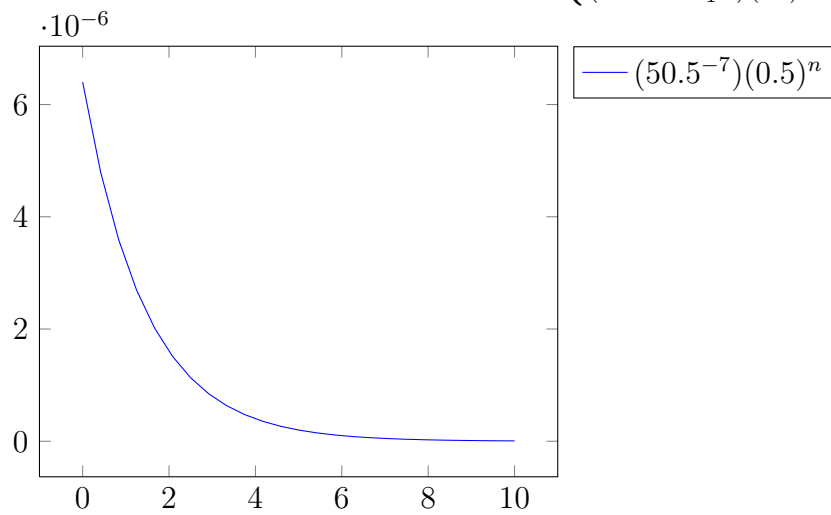


c)

Es handelt sich um einen Hochpass.

Aufgabe 9

$$h[n] = b_0(a_1)^n u[n] + b_1(a_7)^{n-7} u[n-7] = \begin{cases} 0 & \text{für } n < 0 \\ b_0 & \text{für } n = 0 \\ (b_0 + b_7 a_1^{-7})(a_1)^n & \text{sonst} \end{cases}$$



Aufgabe 10