

DSP II Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Gegeben:

$$y[n] = 6x[n] - 5x[n-1] + x[n-2]$$

Gesucht:

Pol- und Nullstellen

$$H[z] = \frac{6z^2 - 5z + 1}{z^2} \quad \text{Polstellen:}$$

0 doppelt

Nullstellen:

$$1 - 5z + 6z^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 24}}{12}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12}$$

$$x_{1,2} = \{0.5, \frac{1}{3}\}$$

Aufgabe 2

Gegeben:

$$H(z) = 4(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})(1 + 0.8z^{-1})$$

$$H(z) = 4((1 + Z^{-1} - Z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.8z^{-1}))$$

$$H(z) = 4((1 - z^{-2})(1 + 0.8z^{-1}))$$

$$H(z) = 4(1 + 0.8z^{-1} - z^{-2} - 0.8z^{-3})$$

$$H(z) = 4 + 3.2z^{-1} - 4z^{-2} - 3.2z^{-3}$$

Gesucht:

$$h[n] = -3.2x[n-3] - 4x[n-2] + 3.2x[n-1] + 4x[n]$$

Aufgabe 3

Ausgangssignal $y[n]$:

$$y[n] = x[n] * h[n] = X[z]H[z] = Y[z]$$

$$X[z] = z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} - z^{-4}$$

$$H[z] = 1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 4z^{-3}$$

$$Y[z] = X[z]H[z]$$

$$Y(z) = (z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} - z^{-4})(1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 4z^{-3})$$

$$Y(z) = z^{-1} - z^{-2} + 4z^{-3} - 3z^{-5} + z^{-6} - 4z^{-7}$$

$$y[n] = x[n-1] - x[n-2] + 4x[n-3] - 3x[n-5] + x[n-6] - 4x[n-7]$$

Aufgabe 4

Aufgabe 5

a)

Impulsantwort $h[n]$:

$$b_k = 3, +2, -3$$

$$h[n] = \sum_{k=0}^M b_k \delta[n-k]$$

$$h[n] = 3\delta[n-0] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]$$

b)

Gegeben:

$$x[n] = 3e^{j(0.4\pi n - \frac{\pi}{2})} \text{ für alle } n$$

Aufgabe 6

Gegeben:

$$\text{Frequenzgang: } H(\hat{\omega}) = 2j \sin(\frac{\hat{\omega}}{2}) e^{-j\frac{\hat{\omega}}{2}}$$

Gesucht:

Impulsantwort $h[n]$ und Differenzengleichung $y[n]$

Aufgabe 7

$$h[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h_2[m] h_1[n-m]$$

| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| $h_1[n]$ | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| $h_2[n]$ | -1 | 1 | -1 | | | |
| $h_2[0]h_1[n-0]$ | -1 | -2 | -3 | -4 | | |
| $h_2[1]h_1[n-1]$ | | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| $h_2[2]h_1[n-2]$ | | | -1 | -2 | -3 | -4 |
| $y[n]$ | -1 | -1 | -2 | -3 | 1 | -4 |

Aufgabe 8

a)

$$b_k = 1, 2, 1$$

$$H(\hat{\omega}) = 1 - 2e^{-j\hat{\omega}} + e^{-2j\hat{\omega}} = 1 - 2\cos(\hat{\omega}) + j\sin(\hat{\omega}) + e^{-2j\hat{\omega}} + \cos(\hat{\omega}) - 2j\sin(\hat{\omega})$$

$$H(\hat{\omega}) = 1 - \cos(\hat{\omega}) - j\sin(\hat{\omega})$$

$$\Re\{H(\hat{\omega})\} = (1 - \cos(\hat{\omega})), \Im\{H(\hat{\omega})\} = -\sin(\hat{\omega})$$

$$|H(\hat{\omega})| = [(1 - \cos(\hat{\omega}))^2 - \sin^2(\hat{\omega})]^{\frac{1}{2}}$$

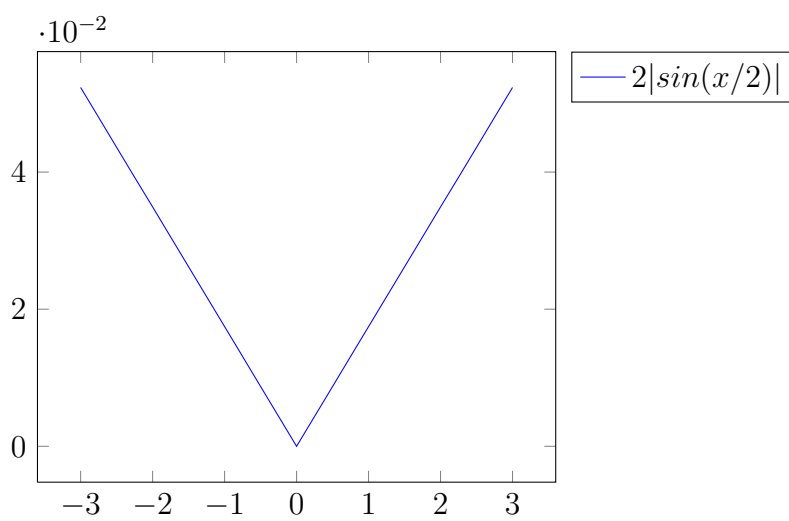
$$|H(\hat{\omega})| = \left[1 - 2\cos(\hat{\omega}) + \cos(\hat{\omega})^2 - \frac{(1 - \cos(2\hat{\omega}))}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Laut Skript:

$$|H(\hat{\omega})| = [2(1 - \cos(\hat{\omega}))]^{\frac{1}{2}} = 2|\sin(\frac{\hat{\omega}}{2})|$$

$$\angle H(\hat{\omega}) = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\hat{\omega})}{1 - \cos(\hat{\omega})} \right)$$

b)

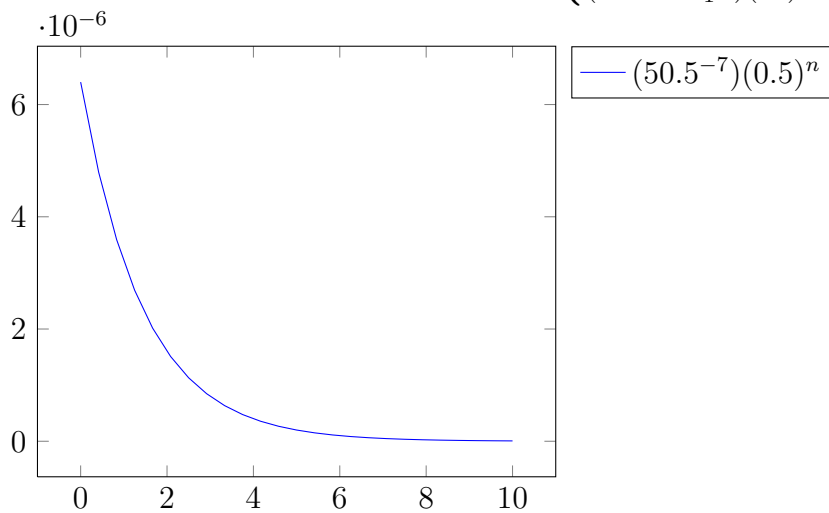


c)

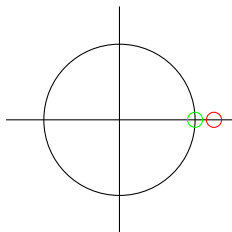
Es handelt sich um einen Hochpass.

Aufgabe 9

$$h[n] = b_0(a_1)^n u[n] + b_1(a_7)^{n-7} u[n-7] = \begin{cases} 0 & \text{für } n < 0 \\ b_0 & \text{für } n = 0 \\ (b_0 + b_7 a_1^{-7})(a_1)^n & \text{sonst} \end{cases}$$



Aufgabe 10



Polstelle: rot ($Z = 1,25$)

Nullstelle: grün ($Z = 1$)

Das System ist zwar kausal aber nicht stabil