DSP II Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Gegeben:
y[n]=6x[n]-5x[n-1]+x[n-2]

Gesucht:
Pol- und Nullstellen

$H[z] = \frac{6z^2-5z+1}{z^2}$ Polstellen:
0 doppelt
Nullstellen:
$1 - 5z + 6z^2 = 0$
$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2-24}}{12}$
$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{12}$
$x_{1,2} = \{0.5, \frac{1}{3}\}$

Aufgabe 2

Gegeben:
$H(z) = 4(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})(1 + 0.8z^{-1})$
$H(z) = 4((1 + Z^{-1} - Z^{-1} - z^{-2})(1 + 0.8z^{-1}))$
$H(z) = 4((1 - z^{-2})(1 + 0.8z^{-1}))$
$H(z) = 4(1 + 0.8z^{-1} - z^{-2} - 0.8z^{-3})$
$H(z) = 4 + 3.2z^{-1} - 4z^{-2} - 3.2z^{-3}$
Gesucht:
$h[n] = -3.2x[n-3] - 4x[n-2] + 3.2x[n-1] + 4x[n]$

Aufgabe 3

Ausgangssignal $y[n]$:
$y[n] = x[n] * h[n] = X[z]H[z] = Y[z]$
$X[z] = z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} - z^{-4}$
$H[z] = 1 + 2z^{-1} - 3z^{-2} + 4z^{-3}$
$Y[z] = X[z]H[z] \quad y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]h[n-m]$
$y[n] = x[0]h[n-0] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + x[3]h[n-3]$

z-Transformierte $Y(z)$:

$Y(z) = X(z)H(z)$

$Y(z) = (\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n})(\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n})$

Aufgabe 4

Aufgabe 5

a)

Impulsantwort $h[n]$:

$b_k = 3, +2, -3$

$h[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k\delta[n-k]$

$h[n] = 3\delta[n-0] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]$

b)

Gegeben:

$x[n] = 3e^{j(0.4\pi n - \frac{\pi}{2})}$ für alle n

Aufgabe 6

Gegeben:

Frequenzgang: $H(\hat{\omega}) = 2jsin(\frac{\hat{\omega}}{2})e^{-j\frac{\hat{\omega}}{2}}$

Gesucht:

Impulsantwort $h[n]$ und Differenzengleichung $y[n]$

Aufgabe 7

$h[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h_2[m]h_1[n-m]$

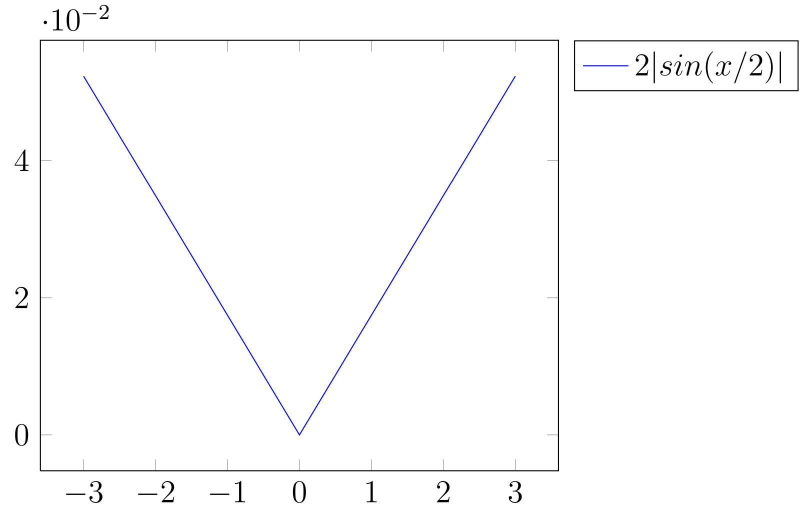
n	0	1	2	3	4	5
$h_1[n]$	1	2	3	4		
$h_2[n]$	-1	1	-1			
$h_2[0]h_1[n-0]$	-1	-2	-3	-4		
$h_2[1]h_1[n-1]$		1	2	3	4	
$h_2[2]h_1[n-2]$			-1	-2	-3	-4
$y[n]$	-1	-1	-2	-3	1	-4

Aufgabe 8

a)

$b_k = 1, 2, 1$
$H(\hat{\omega}) = 1 - 2e^{-j\hat{\omega}} + e^{-2j\hat{\omega}} = 1 - 2cos(\hat{\omega}) + jsin(\hat{\omega}) + e^{-2j\hat{\omega}} + cos(\hat{\omega}) - 2jsin(\hat{\omega})$
$H(\hat{\omega}) = 1 - cos(\hat{\omega}) - jsin(\hat{\omega})$
$\Re\{H(\hat{\omega})\} = (1 - cos(\hat{\omega})), \Im\{H(\hat{\omega})\} = -sin(\hat{\omega})$
$|H(\hat{\omega})| = [(1 - cos(\hat{\omega}))^2 - sin^2(\hat{\omega})]^{\frac{1}{2}}$
$|H(\hat{\omega})| = \left[1 - 2cos(\hat{\omega}) + cos(\hat{\omega})^2 - \frac{(1-cos(2\hat{\omega}))}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$
Laut Skript:
$|H(\hat{\omega})| = [2(1 - cos(\hat{\omega}))]^{\frac{1}{2}} = 2|sin(\frac{\hat{\omega}}{2})|$
$\angle H(\hat{\omega}) = tan^{-1}\left(\frac{sin(\hat{\omega})}{1-cos(\hat{\omega})}\right)$

b)

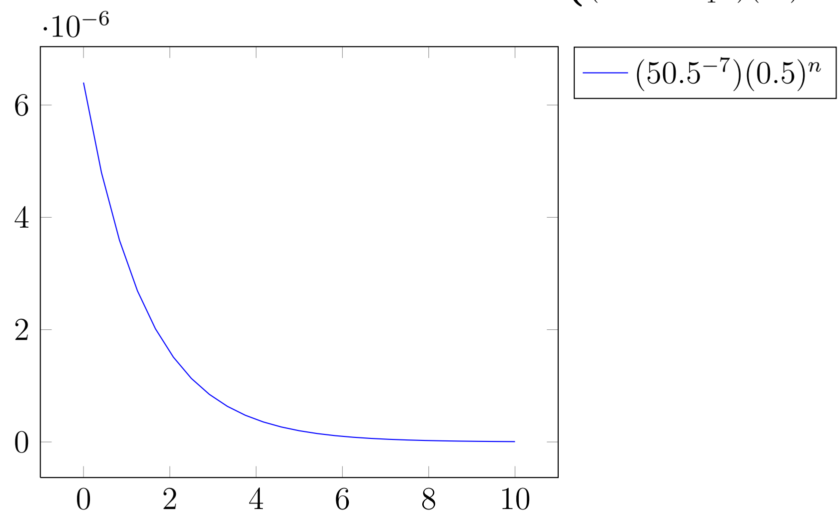


c)

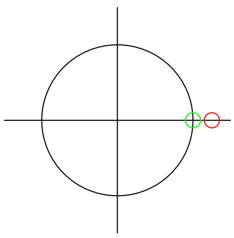
Es handelt sich um einen Hochpass.

Aufgabe 9

$$h[n] = b_0(a_1)^n u[n] + b_1(a_7)^{n-7} u[n-7] = \begin{cases} 0 & \text{für } n < 0 \\ b_0 & \text{für } n = 0 \\ (b_0 + b_7 a_1^{-7})(a_1)^n & \text{sonst} \end{cases}$$



Aufgabe 10



Polstelle: rot ($Z = 1,25$)
Nullstelle: grün ($Z = 1$)
Das System ist zwar kausal aber nicht stabil