DSP II Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Gegeben:

y[n]=6x[n]-5x[n-1]+x[n-2]

Gesucht:

Pol- und Nullstellen

$b_k = \{6, -5, 1\}$
$H(z) = \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}$
$H(z) = 6z^{-0} - 5z^{-1} + 1z^{-2}$
$H(z) = 1 - \frac{5}{z} + \frac{1}{z^2}$
$H(z) = 1 - \frac{5(z^2)}{z^3} + \frac{1(z)}{z^3}$
$H(z) = \frac{z^3 - 5z^2 + z}{z^3}$
$H(z) = \frac{z^2 - 5z + 1}{z^2}$
Polstellen:
0 doppelt
Nullstellen:
$1 - 5z + z^2 = 0$
$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4}}{2}$
$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
$x_{1,2} = \{4.793, 0.209\}$

Aufgabe 2

Gegeben:

$H(z) = 4(1 - z^{-1})(1 + z^{-1})(1 + 0.8z^{-1})$

Gesucht:

Impulsantwort $h[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k \delta[n-k]$
$b_k = \{-1, 1, 0.8\}$
$h[n] = -1\delta[n] + 1\delta[n-1] + 0.8\delta[n-2]$

Aufgabe 3

Ausgangssignal $y[n]$:

$y[n] = x[n] * h[n]$
$y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m]h[n-m]$
$y[n] = x[0]h[n-0] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2] + x[3]h[n-3]$

z-Transformierte $Y(z)$:
$Y(z) = X(z)H(z)$
$Y(z) = (\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n})(\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n})$

Aufgabe 4

Aufgabe 5

a)

Impulsantwort $h[n]$:
$b_k = 3, +2, -3$
$h[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k \delta[n-k]$
$h[n] = 3\delta[n-0] + 2\delta[n-1] - 3\delta[n-2]$

b)

Gegeben:
$x[n] = 3e^{j(0.4\pi n - \frac{\pi}{2})}$ für alle n

Aufgabe 6

Gegeben:
Frequenzgang: $H(\hat{\omega}) = 2jsin(\frac{\hat{\omega}}{2})e^{-j\frac{\hat{\omega}}{2}}$
Gesucht:
Impulsantwort $h[n]$ und Differenzengleichung $y[n]$

Aufgabe 7

$h[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h_2[m]h_1[n-m]$

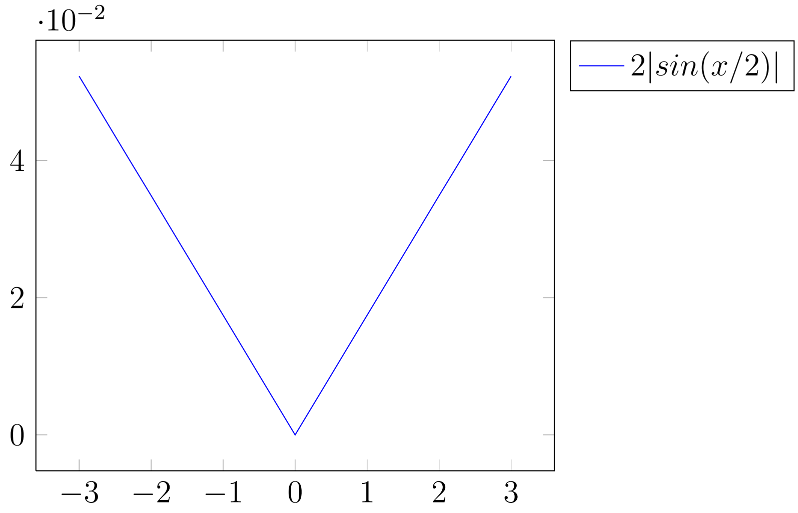
n	0	1	2	3	4	5
$h_1[n]$	1	2	3	4		
$h_2[n]$	-1	1	-1			
$h_2[0]h_1[n-0]$	-1	-2	-3	-4		
$h_2[1]h_1[n-1]$		1	2	3	4	
$h_2[2]h_1[n-2]$			-1	-2	-3	-4
$y[n]$	-1	-1	-2	-3	1	-4

Aufgabe 8

a)

$b_k = 1, 2, 1$
$H(\hat{\omega}) = 1 - 2e^{-j\hat{\omega}} + e^{-2j\hat{\omega}} = 1 - 2cos(\hat{\omega}) + jsin(\hat{\omega}) + e^{-2j\hat{\omega}} + cos(\hat{\omega}) - 2jsin(\hat{\omega})$
$H(\hat{\omega}) = 1 - cos(\hat{\omega}) - jsin(\hat{\omega})$
$\Re\{H(\hat{\omega})\} = (1 - cos(\hat{\omega})), \Im\{H(\hat{\omega})\} = -sin(\hat{\omega})$
$|H(\hat{\omega})| = [(1 - cos(\hat{\omega}))^2 - sin^2(\hat{\omega})]^{\frac{1}{2}}$
$|H(\hat{\omega})| = \left[1 - 2cos(\hat{\omega}) + cos(\hat{\omega})^2 - \frac{(1-cos(2\hat{\omega}))}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$
Laut Skript:
$|H(\hat{\omega})| = [2(1 - cos(\hat{\omega}))]^{\frac{1}{2}} = 2|sin(\frac{\hat{\omega}}{2})|$
$\angle H(\hat{\omega}) = tan^{-1}\left(\frac{sin(\hat{\omega})}{1-cos(\hat{\omega})}\right)$

b)

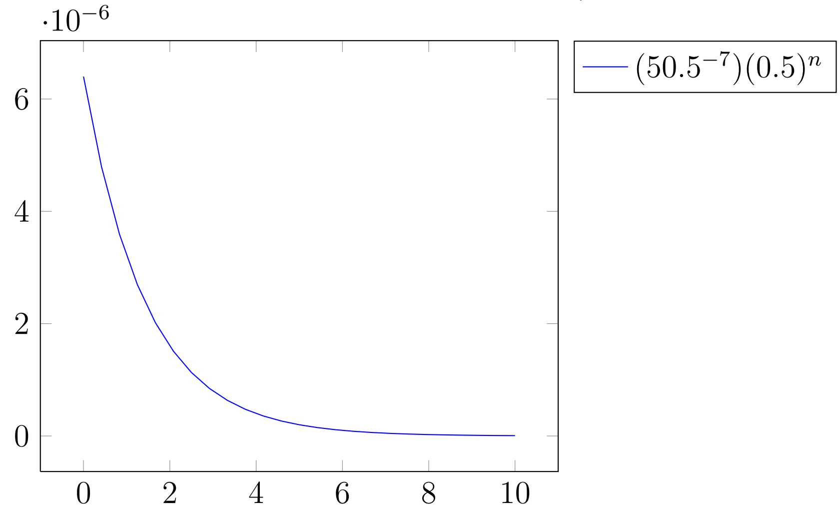


c)

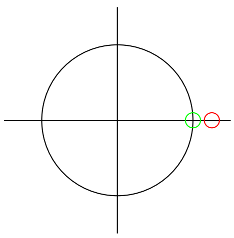
Es handelt sich um einen Hochpass.

Aufgabe 9

$$h[n] = b_0(a_1)^n u[n] + b_1(a_7)^{n-7} u[n-7] = \begin{cases} 0 & \text{für } n < 0 \\ b_0 & \text{für } n = 0 \\ (b_0 + b_7 a_1^{-7})(a_1)^n & \text{sonst} \end{cases}$$



Aufgabe 10



Polstelle: rot ($Z = 1,25$)
Nullstelle: grün ($Z = 1$)
Das System ist zwar kausal aber nicht stabil