



MTMG (GEN)-01

West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2015

PART - I

MATHEMATICS — GENERAL

Paper - I

Duration : 3 Hours]

[Full Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

প্রাপ্ত সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

GROUP - A

বিভাগ - ক

Classical Algebra

(ক্লাসিক্যাল বীজগণিত)

Full Marks : 25

(পূর্ণমান : ২৫)

Answer Question No. 1 and any two from the rest.

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) Answer any one of the following questions : 1 × 2 = 2

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Find the principal argument of $Z = 1 - i$.

$Z = 1 - i$ -এর প্রিন্সিপ্যাল আরগুমেন্ট নির্ণয় করুন।

ii) If α, β, γ are roots of the equation $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, then what is the value of $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$?

যদি $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ এই সমীকরণের বীজগুলি α, β, γ হয় তাহলে $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ -এর মান নির্ণয় করুন।

- iii) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & 1 & \omega^2 \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{vmatrix}$, where ω is imaginary cube root of unity.

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & 1 & \omega^2 \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{vmatrix}, \text{ এই ডিটারমিন্যান্টটির মান নির্ণয় করুন, যেখানে } \omega \text{ একটি } 1 \text{-এর}$$

অবাস্তব ঘনমূল।

- b) Answer any one question.

1 × 3 = 3

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- i) Find a cubic equation, two of whose roots are 1 and $3 + 2i$.

একটি ত্রিঘাত সমীকরণ নির্ণয় করুন যার দুটি বীজ হল 1 এবং $3 + 2i$.

- ii) Find the cube roots of (-1) using De Moivre's theorem.

ডি-মুভির উপপাদের সাহায্যে (-1) এর ঘনমূলগুলি নির্ণয় করুন।

- iii) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$. Hence deduce the inverse of A .

যদি $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ হয়, তাহলে দেখান যে $A^2 - 5A + 7I_2 = 0$. এর থেকে A -এর বিপরীত ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয় করুন।

2. a) Show that the values of i^i are real and are in G.P.

5

দেখান যে, i^i -এর মানগুলি বাস্তব এবং তারা গুণোত্তর প্রগতিতে আছে।

- b) If $x + iy = \frac{1}{2 + \cos \theta + i \sin \theta}$ (x, y, θ are all reals), then prove that when θ varies, the point (x, y) moves in a circle of centre $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.

5

যদি $x + iy = \frac{1}{2 + \cos \theta + i \sin \theta}$ (x, y, θ হল বাস্তব) হয়, তাহলে দেখান যে যখন θ পরিবর্তিত হয় (x, y) বিন্দুটি একটি বৃত্তের উপর থাকবে যার কেন্দ্র $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ হবে।

3. a) The equation $x^3 - 5x^2 + 4x + 20 = 0$ has two roots which are equal in magnitude and opposite in sign. Solve it. 5

$x^3 - 5x^2 + 4x + 20 = 0$ সমীকরণটির দুটি বীজ সমান ও বিপরীত চিহ্নযুক্ত। সমীকরণটি সমাধান করুন।

- b) Solve, by Cardan's method, the cubic equation $x^3 - 18x - 35 = 0$. 5

$x^3 - 18x - 35 = 0$ ত্রিঘাত সমীকরণটি কার্ডান পদ্ধতিতে সমাধান করুন।

4. a) Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$. 5

দেখান যে $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

- b) Solve by Cramer's rule $3x - 2y + z = -1$, $-x + y + 7z = 1$, $4x - 3y - 2z = -2$. 5

ত্র্যমারের পদ্ধতি অনুসারে সমাধান করুন :

$$3x - 2y + z = -1, -x + y + 7z = 1, 4x - 3y - 2z = -2.$$

5. a) Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$. 5

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এই ম্যাট্রিক্সটির র‍্যাঙ্ক নির্ণয় করুন।

- b) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and using it, solve the equations $2x + y + z = 5$, $x - y = 0$, $2x + y - z = 1$. 5

$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে সমাধান করুন :

$$2x + y + z = 5, x - y = 0, 2x + y - z = 1.$$

GROUP - B

বিভাগ - খ

Full Marks : 15

(পূর্ণমান : ১৫)

Answer Question No. 6 and any one from the rest.

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

6. Answer any one of the following questions :

1 × 3 = 3

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) To what point the origin is to be moved so that we can get rid of first degree terms from the equation $x^2 + 2xy + 2y^2 - 7x - 5y + 12 = 0$?

কোন বিন্দুতে মূলবিন্দু স্থানান্তরিত করলে $x^2 + 2xy + 2y^2 - 7x - 5y + 12 = 0$ সমীকরণের প্রথম ঘাতযুক্ত পদগুলি থাকবে না ?

b) Show that $14x^2 + 29xy + 12y^2 - 31x - 14y - 10 = 0$ represents a pair of straight lines.

দেখান যে $14x^2 + 29xy + 12y^2 - 31x - 14y - 10 = 0$ একটি জোড়া সরলরেখা জ্ঞাত করে।

c) Find the nature of the conic $\frac{8}{r} = 4 - 5 \cos \theta$.

$\frac{8}{r} = 4 - 5 \cos \theta$ এই কনিকটির প্রকৃতি নির্ণয় করুন।

7. a) Show that the equation to the pair of straight lines through the origin and perpendicular to the pair of straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$.

দেখান যে মূলবিন্দুগামী যুগ্ম সরলরেখা যেটি $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ যুগ্ম সরলরেখার উপর লম্ব তার সমীকরণ হল $bx^2 - 2hxy + ay^2 = 0$.

b) Show that the triangle formed by the straight lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and the straight line $lx + my = 1$ is right-angled if $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$.

দেখান যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সরলরেখাদ্বয় এবং $lx + my = 1$ সরলরেখা দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটি সমকোণী হবে যদি $(a + b)(al^2 + 2hlm + bm^2) = 0$ হয়।

8. a) Chords of ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ touch the circle $x^2 + y^2 = c^2$. Find the locus of their poles. 6

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তের জ্যাগুলি $x^2 + y^2 = c^2$ বৃত্তকে স্পর্শ করে। তাহলে তাদের পোলগুলির সম্ভার পথ নির্ণয় করুন।

- b) Show that the equation of the normal to a conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ at the point α is $\frac{l \cdot e \sin \alpha}{1 + e \cos \alpha} \cdot \frac{1}{r} = e \sin \theta + \sin (\theta - \alpha)$. 6

দেখান যে α বিন্দুতে $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ কনিক-এর অভিলম্বের সমীকরণ $\frac{l \cdot e \sin \alpha}{1 + e \cos \alpha} \cdot \frac{1}{r} = e \sin \theta + \sin (\theta - \alpha)$ ।

GROUP - C

বিভাগ - গ

Full Marks : 15

(পূর্ণমান : ১৫)

9. Answer any one of the following questions : 1 × 3 = 3

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Show that the points A (1, 3, - 2), B (3, - 2, 1) and C (- 2, 1, 3) form an equilateral triangle.

দেখান যে A (1, 3, - 2), B (3, - 2, 1) এবং C (- 2, 1, 3) বিন্দুগুলি একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে।

- b) Show that the vectors $\vec{a} = (1, 2, 3)$; $\vec{b} = (- 2, 1, 4)$; $\vec{c} = (1, - 1, 2)$ are linearly independent.

দেখান যে $\vec{a} = (1, 2, 3)$; $\vec{b} = (- 2, 1, 4)$ এবং $\vec{c} = (1, - 1, 2)$ ভেক্টরগুলি রৈখিক স্বাধীন।

- c) Find the vector of magnitude 3 in the direction of $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} + \vec{b}$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

$\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} + \vec{b}$ দিশা বরাবর 3 মান সম্পন্ন ভেক্টরটি নির্ণয় করুন যেখানে $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

10. Answer any *three* questions :

3 × 4 = 12

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

- a) If \vec{a} and \vec{b} are vectors representing consecutive sides of a regular hexagon, find the vectors forming the other four sides of the hexagon.

যদি \vec{a} এবং \vec{b} একটি সুষম ষড়ভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু জ্ঞাত করে, তাহলে ঐ ষড়ভুজের বাকি চারটি বাহুর ভেক্টর মান নির্ণয় করুন।

- b) Show by vector method, that the medians of a triangle are concurrent.

ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখান যে কোন ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু।

- c) Show by vector method, that the angle in a semi-circle is a right angle.

ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখান যে অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ।

- d) Find vector equation of a line in parametric form passing through two points having position vectors \vec{a} and \vec{b} relative to origin.

একটি সরলরেখার প্যারামেট্রিক সমীকরণ নির্ণয় করুন যেটি দুটি বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে, যাদের মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অবস্থান ভেক্টর \vec{a} এবং \vec{b} ।

- e) A force of 15 units acts in the direction of the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and passes through a point $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. Find the moment of the force about the point $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

15 একক মান সমন্বিত একটি বল $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ বরাবর কাজ করে এবং যেটি $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ বিন্দুর সাপেক্ষে ঐ বলের ভ্রামক নির্ণয় করুন।

GROUP - D

বিভাগ - ঘ

Full Marks : 25

(পূর্ণমান : ২৫)

Answer Question No. 11 and any two from the rest.

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

11. a) Answer any one question :

1 × 2 = 2

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) Find the domain of definition of the function $\log(x^2 - 5x + 6)$.
 $\log(x^2 - 5x + 6)$ অপেক্ষকের সংজ্ঞার অঞ্চল বের করুন।

ii) Find the radius of curvature of $y = e^{-x}$ at $(0, 1)$.

$y = e^{-x}$ বক্রের $(0, 1)$ বিন্দুতে বক্রের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

iii) If $f(x, y) = x^3y + e^{xy^2}$, show that $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

যদি $f(x, y) = x^3y + e^{xy^2}$, দেখান যে $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

b) Answer any one question :

1 × 3 = 3

যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

i) A function f is defined as follows :

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & 0 < x < 1 \\ 4x^2 - 3x, & 1 \leq x < 2 \\ 3x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$$

Examine the continuity of $f(x)$ at $x = 1$ and differentiability of $f(x)$ at $x = 2$.

$f(x)$ অপেক্ষকের $x = 1$ বিন্দুতে সাত্ততা এবং $x = 2$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্যতা

পরীক্ষা করুন যেখানে $f(x)$ নিম্নে সংজ্ঞাত :

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 4, & 0 < x < 1 \\ 4x^2 - 3x, & 1 \leq x < 2 \\ 3x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$$

ii) If $y = x^{n-1} \log x$, show that $y_n = \frac{(n-1)!}{x}$.

যদি $y = x^{n-1} \log x$ হয়, তবে দেখান যে $y_n = \frac{(n-1)!}{x}$.

iii) Examine for the existence of maxima / minima of the function $f(x, y) = x^2 + y^2 + (x + y + 1)^2$.

অপেক্ষক $f(x, y) = x^2 + y^2 + (x + y + 1)^2$ এর চরম অথবা অবম মানের অস্তিত্ব পরীক্ষা করুন।

12. a) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x}$ 3

মান নির্ণয় করুন $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x}$.

b) Determine the constants a and b in order that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$. 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + a \cos x) - b \sin x}{x^3} = 1$ হলে a এবং b ধ্রুবক দুটির মান নির্ণয় করুন।

c) If $y = e^{m \sin^{-1} x}$ then prove that

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - (n^2 + m^2) y_n = 0.$$

4

যদি $y = e^{m \sin^{-1} x}$ হয় তবে দেখান যে

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - (n^2 + m^2) y_n = 0.$$

13. a) Show that the pedal equation of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ with respect to a focus as pole is $\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1$. 5

দেখান যে $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তটির, নাভিকে মেরু ধরে, তার সাপেক্ষে পাদ সমীকরণ

$$\frac{b^2}{p^2} = \frac{2a}{r} - 1 \text{ হবে।}$$

- b) Find the rectilinear asymptotes, if any, of the curve $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$. 5

$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ বক্ররেখাটির স্পর্শপ্রবণ রেখা যদি থাকে, সেটি নির্ণয় করুন।

14. a) If $u(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, apply Euler's theorem to find $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ and hence show that $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4 \sin^2 u) \sin 2u$. 3 + 3

যদি $u(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$ হয়, তবে Euler-এর উপপাদ্য ব্যবহার করে

$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ -এর মান নির্ণয় করুন। অতঃপর দেখান যে

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4 \sin^2 u) \sin 2u.$$

- b) Show that the function $f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + y \sin \frac{1}{y} & , xy \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \text{ or } y = 0 \end{cases}$

is continuous at $(0, 0)$. 4

দেখান যে $f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + y \sin \frac{1}{y} & , xy \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \text{ or } y = 0 \end{cases}$

$(0, 0)$ বিন্দুতে সন্তুত।

15. a) If $\theta = t^n e^{-(r^2/4tk)}$, find for what value of n , $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t}$ (k is a constant). 3

$\theta = t^n e^{-(r^2/4tk)}$ হলে, n -এর কোন মানের জন্য $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t}$ (k ধ্রুবক)

হবে?

- b) Let f be a real valued function defined over $[-1, 1]$ such that

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0, & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

Does the Cauchy's Mean-value theorem hold for f in $[-1, 1]$?

2

ধরুন f একটি বাস্তব অপেক্ষক $[-1, 1]$ এর মধ্যে নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞাত আছে :

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{যখন } x \neq 0 \\ 0, & \text{যখন } x = 0 \end{cases}$$

Cauchy মধ্যমান উপপাদ্যটি কী এই অপেক্ষকে প্রযোজ্য ?

- c) Find the altitude of the right cone of maximum volume that can be inscribed in a sphere of radius a .

5

a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট গোলকে সর্বোচ্চ আয়তন সম্পন্ন অন্তঃলম্ব শঙ্কুর উচ্চতা নির্ণয় করুন।

GROUP - E

বিভাগ - ঙ

Full Marks : 10

(পূর্ণমান : ১০)

16. Answer any one of the following questions :

$1 \times 2 = 2$

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Evaluate : $\int \cos^{-1} \frac{1}{x} dx$.

মান নির্ণয় করুন : $\int \cos^{-1} \frac{1}{x} dx$.

- b) Evaluate : $\int_0^\pi |\sin x + \cos x| dx$

মান নির্ণয় করুন : $\int_0^\pi |\sin x + \cos x| dx$

- c) Evaluate : $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$.

মান নির্ণয় করুন : $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$.

17. Answer any *two* questions :

2 × 4 = 8

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Evaluate $\int \frac{\cos^{3/2} x}{\sin^{11/2} x} dx$.

মান নির্ণয় করুন $\int \frac{\cos^{3/2} x}{\sin^{11/2} x} dx$.

b) Prove that $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x} dx = \frac{1}{4} \log 3$.

প্রমাণ করুন যে : $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x} dx = \frac{1}{4} \log 3$.

c) Find the value of

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\sqrt{n+1}}{n\sqrt{n}} + \frac{\sqrt{n+2}}{n\sqrt{n}} + \dots + \frac{\sqrt{2n}}{n\sqrt{n}} \right\}$$

মান নির্ণয় করুন : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\sqrt{n+1}}{n\sqrt{n}} + \frac{\sqrt{n+2}}{n\sqrt{n}} + \dots + \frac{\sqrt{2n}}{n\sqrt{n}} \right\}$

d) Prove that $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$ if n is even
 $= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$ if n is odd.

প্রমাণ করুন যে $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$ যখন n যুগ্ম
 $= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \dots \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$ যখন n অযুগ্ম।

GROUP - F

বিভাগ - চ

Full Marks : 10

(পূর্ণমান : ১০)

18. Answer any *one* of the following questions :

1 × 2 = 2

যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Find the differential equation of all parabolas having their axes parallel to y axis.

যে সমস্ত অধিবৃত্তের অক্ষ y অক্ষের সমান্তরাল তাদের অবকল সমীকরণ নির্ণয় করুন।

SUB-B.A./B.Sc(GEN) MTMG-2124

[Turn over

- b) Find the order and degree of the differential equation :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0 \text{ অবকল সমীকরণটির ক্রম ও ঘাত নির্ণয় করুন।}$$

- c) Examine whether the equation $(2x^3 + 4y) dx + (4x + y - 1) dy = 0$ is exact.

$$(2x^3 + 4y) dx + (4x + y - 1) dy = 0 \text{ সমীকরণটি exact কিনা পরীক্ষা করুন।}$$

19. Answer any *two* questions :

$$2 \times 4 = 8$$

যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Solve : $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy$, when $x = 0, y = \pi/4$.

সমাধান করুন : $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy$, যখন $x = 0, y = \pi/4$.

- b) Solve : $(y^4 + 2x) dy = y dx$

সমাধান করুন : $(y^4 + 2x) dy = y dx$

- c) Solve : $y + px = p^2 x^4 \left[p = \frac{dy}{dx} \right]$.

সমাধান করুন : $y + px = p^2 x^4 \left[p = \frac{dy}{dx} \right]$.

- d) Solve : $y(1 + xy) dx + x(1 - xy) dy = 0$.

সমাধান করুন : $y(1 + xy) dx + x(1 - xy) dy = 0$.
