



**WEST BENGAL STATE UNIVERSITY**

B.Sc. General PART-I Examinations, 2016

**MATHEMATICS-GENERAL**

**PAPER-MTMG-I**

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

*The figures in the margin indicate full marks.  
Candidates should answer in their own words  
and adhere to the word limit as practicable.*

প্রাথমিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণ মান নির্দেশ করে।  
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে  
উত্তর দাও।

*All symbols are of usual significance.*

**Group-A**

**বিভাগ-ক**

**Full Marks: 25**

**Answer Question No. 1 and any two questions from the rest.**

**১ নং প্রশ্ন ও যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও।**

1. (a) Answer any *one* question from the following:

2×1 = 2

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(i) State De Moivre's Theorem for a positive integral index.

ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার জন্য ডি' ময়ভারের উপপাদ্যটি বিবৃত কর।

(ii) Find  $\phi(-2)$  and  $\phi(3)$  if  $\phi(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

যদি  $\phi(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  হয়, তবে  $\phi(-2)$  ও  $\phi(3)$  এর মান কত হবে?

(iii) Justify the statement – 'If two rows of a determinant are identical then the determinant vanishes?'

'যদি কোন ডিটারমিন্যান্টের দুটি সারি অভিন্ন হয়, তবে তার মান শূন্য হয়'- বিবৃতিটি যাচাই কর।

(b) Answer any *one* question from the following:

3×1 = 3

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(i) Diminish the roots of the equation  $x^3 - 9x^2 + 28x - 27 = 0$  by 3.

উপরের সমীকরণটির বীজগুলিকে 3 দ্বারা হ্রাস কর।

(ii) If  $z = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$ , then find  $\frac{1}{z}$ .

যদি  $z = \cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$  হয়, তবে  $\frac{1}{z}$  কত হবে?

(iii) Prove without expanding, that

বিন্যাস না করে প্রমাণ কর যে

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & -c \\ -b & c & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

2. (a) Find the modulus and amplitude of

4+3+3

মডিউলাস এবং অ্যামপ্লিটিউড নির্ণয় কর

$$\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^5}{(\cos \theta + i \sin \theta)^6}$$

(b) Find the values of  $i^{\frac{2}{3}}$  by De Moivre's theorem.

ডি-ময়ভারের উপপাদ্যের সাহায্যে  $i^{\frac{2}{3}}$  এর মান নির্ণয় কর।

(c) If  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \frac{\pi}{7}$ , then show that  $x^7 + \frac{1}{x^7} = -2$

যদি  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \frac{\pi}{7}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x^7 + \frac{1}{x^7} = -2$

3. (a) If one root of the equation  $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 9x - 2 = 0$  is  $2 - \sqrt{3}$ , find the other roots.

4+2+4

যদি  $x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 9x - 2 = 0$  সমীকরণটির একটি বীজ  $2 - \sqrt{3}$  হয়, তবে অন্যবীজগুলি নির্ণয় কর।

- (b) If  $\alpha, \beta, \gamma$  be the roots of the equation  $x^3 + 5x^2 + 1 = 0$ , find the value of  $\sum \frac{1}{\alpha}$ .

যদি  $\alpha, \beta, \gamma$  উপরের সমীকরণটির তিনটি বীজ হয়, তবে  $\sum \frac{1}{\alpha}$  এর মান কত?

- (c) If the equation  $x^3 - rx^2 + rx - 4 = 0$  has two roots reciprocal to each other, find the third root and the value of  $r$ .

যদি  $x^3 - rx^2 + rx - 4 = 0$  সমীকরণের দুটি বীজ পরস্পরের অন্ত্যোন্তিক হয়, তবে তৃতীয় বীজটি ও  $r$  এর মান নির্ণয় কর।

4. (a) Show that  $x = a + b + c$  is a solution of the equation.

5+5

$$\begin{vmatrix} a-x & b & c \\ b & c-x & a \\ c & a & b-x \end{vmatrix} = 0$$

দেখাও যে,  $x = a + b + c$  উপরের সমীকরণের একটি সমাধান হবে।

- (b) Solve by Cramer's Rule

Cramer এর সূত্র দ্বারা সমাধান কর

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x + 4y + z = 7$$

$$3x + 2y + 9z = 14$$

5. (a) Express  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

6+4

উপরের ম্যাট্রিক্সটিকে দুটি প্রতিসম ও বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সের যোগফল আকারে লেখ।

- (b) Show that  $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  is an orthogonal matrix.

দেখাও যে উপরের ম্যাট্রিক্সটি একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স।

### Group-B

বিভাগ-খ

Full Marks-15

Answer Question No. 6 and any *one* from the rest.

৬ নং প্রশ্নটি এবং অপর যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর কর।

6. Answer any *one* question from the following:

3×1 = 3

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Show that the radius of a circle remains unchanged due to translation of axes.

দেখাও যে অক্ষস্থলের সরণের জন্য যে-কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধটি অপরিবর্তিত থাকে।

- (b) Does the equation  $12x^2 - 20xy + 7y^2 = 0$  represent a pair of straight lines? Justify your answer.

$12x^2 - 20xy + 7y^2 = 0$  সমীকরণটি কি একজোড়া সরলরেখাকে নির্দেশ করে? তোমার উত্তরের যথার্থতা বিচার কর।

- (c) Find the distance between the points whose polar co-ordinates are  $\left(3, \frac{\pi}{2}\right)$

and  $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$ .

$\left(3, \frac{\pi}{2}\right)$  এবং  $\left(1, \frac{\pi}{6}\right)$  এই মেরুস্থানাঙ্কের বিন্দুদুটির দূরত্ব নির্ণয় কর।

7. (a) Find the necessary condition that the general equation of second degree  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  may represent a pair of straight lines.

6+6

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  সমীকরণটি কখন দুটি সরলরেখাকে নির্দেশ করবে—প্রয়োজনীয় শর্তটি লেখ।

- (b) Find the distance from the origin of the point of intersection of the straight lines given by  $2x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 3y = 0$

উপরের সমীকরণটি যে দুটি সরলরেখা নির্দেশ করে তাদের ছেদবিন্দু থেকে মূলবিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর।

8. (a) Find the polar equation of the straight line joining two points  $\alpha$  and  $\beta$  on the conic  $\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$ .

6+6

$\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$  কনিকটির উপর দুটি বিন্দু  $\alpha$  ও  $\beta$  এর সংযোজক সরলরেখাটির মেরু সমীকরণটি লেখ।

- (b) Determine the nature of the conic  $r = \frac{1}{4 - 5 \cos \theta}$ . Find also the eccentricity and length of the latus rectum.

$r = \frac{1}{4 - 5 \cos \theta}$  কনিকটির প্রকৃতি নিরূপণ কর। কনিকটির উৎকেন্দ্রিকতা ও নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

### Group-C

#### বিভাগ-গ

#### Full Marks-15

9. Answer any *one* question from the following:

3×1 = 3

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Show that the three vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  form the sides of a right-angled triangle.

দেখাও যে  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  এবং  $\vec{c} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$  একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলিকে জ্ঞাত করে।

- (b) If  $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$  and  $\vec{\gamma} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$  then find  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$  and  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times \vec{\gamma}$ .

যদি  $\vec{\alpha} = \hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ ,  $\vec{\beta} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\vec{\gamma} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$  হয়, তাহলে  $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} \times \vec{\gamma})$  এবং  $(\vec{\alpha} \times \vec{\beta}) \times \vec{\gamma}$  এর মান নির্ণয় কর।

- (c) Find the vector equation of a straight line in parametric form passing through a given point A having position vector  $\vec{a}$  relative to some origin O and parallel to a vector  $\vec{b}$ .

প্যারামেট্রিক গঠনে একটি সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ নির্ণয় কর যা একটি বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে যার অবস্থান ভেক্টর হল মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে  $\vec{a}$  এবং সরলরেখাটি অন্য একটি ভেক্টর  $\vec{b}$  এর সমান্তরাল।

10. Answer any *three* questions from the following:

4×3 = 12

নিম্নলিখিত যে-কোন *তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Determine the values of  $\lambda$  and  $\mu$ , for which the vectors  $(-3\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k})$  and  $(\mu\hat{i} + 8\hat{j} + 6\hat{k})$  are collinear.

যদি  $(-3\hat{i} + 4\hat{j} + \lambda\hat{k})$  এবং  $(\mu\hat{i} + 8\hat{j} + 6\hat{k})$  ভেক্টর দুইটি রৈখিক হয়, তাহলে  $\lambda$ , এবং  $\mu$  এর মান নির্ণয় কর।

- (b) Prove the identity  $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$

অভেদটি প্রমাণ কর  $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = [\vec{a} \vec{b} \vec{c}]^2$

- (c) Prove that the angle between the planes  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) = 7$  and  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}) = 5$  is  $\cos^{-1} \frac{5}{\sqrt{14} \sqrt{38}}$ .

প্রমাণ কর যে,  $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) = 7$  এবং  $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}) = 5$  দুইটি সমতলের অন্তর্বর্তী কোণের মান  $\cos^{-1} \frac{5}{\sqrt{14} \sqrt{38}}$ .

- (d) Show by vector method, that the line joining the middle points of two sides of a triangle is parallel to the third side and is half of its length.

ভেক্টর রীতিতে দেখাও যে, কোন ত্রিভুজের দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক।



- (e) A particle being acted on by constant forces  $(4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$  and  $(3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  is displaced from the point  $(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$  to the point  $(5\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k})$ . Find the total work-done by the forces.

একটি কণার উপর ধ্রুবক বলগুলি  $(4\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k})$  এবং  $(3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$  প্রয়োগের ফলে কণাটি  $(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$  বিন্দু থেকে  $(5\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k})$  বিন্দুতে স্থানান্তরিত হল। এই বলগুলি দ্বারা মোট কার্যের মান নির্ণয় কর।

### Group-D

বিভাগ-ঘ

Full Marks-25

Answer question No. 11 and any two from the rest.

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

- 11.(a) Answer any one question from the following:

2×1

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের দাও:

- (i) If  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  and  $c(\neq 0)$  be any real number, show that  $|f(c) - f(-c)| = 2$ .

যদি  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  এবং  $c(\neq 0)$  যে-কোন বাস্তব সংখ্যা হয়, তাহলে দেখাও যে

$$|f(c) - f(-c)| = 2$$

- (ii) Find the radius of curvature for the curve

$$x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta) \text{ at } \theta = 0.$$

$x = a(\theta + \sin\theta), y = a(1 - \cos\theta)$  বক্রের  $\theta = 0$  বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

- (iii) If  $u = \sqrt{xy}$ , find the value of  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ .

যদি  $u = \sqrt{xy}$  হয়, তাহলে  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  এর মান নির্ণয় কর।

(b) Answer any *one* question from the following:

3×1

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(i) If  $f(x, y)$  be a homogeneous function of  $x$  and  $y$  of degree  $n$  then show that

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$$

$f(x, y)$  এক সমসত্ত্ব  $n$  ঘাতের  $x, y$  এর অপেক্ষক হয়, তবে প্রমাণ কর  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = nf$ .

(ii) If  $f(x) = 2|x| + |x-2|$  find  $f'(1)$

যদি  $f(x) = 2|x| + |x-2|$  হয়, তবে  $f'(1)$  এর মান নির্ণয় কর।

(iii) If  $y = \sin(ax + b)$ , then prove that  $D^n y = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right)$ , where  $D \equiv \frac{d}{dx}$

যদি  $y = \sin(ax + b)$ , তাহলে প্রমাণ কর

$$D^n y = a^n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + ax + b\right), \text{ where } D \equiv \frac{d}{dx}$$

12.(a) If  $y = 2 \cos x (\sin x - \cos x)$ , show that  $(y_{10})_0 = 2^{10}$ .

5

যদি  $y = 2 \cos x (\sin x - \cos x)$ , প্রমাণ কর  $(y_{10})_0 = 2^{10}$

(b) If  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + a \sin x}{x^3}$  be finite, find the value of 'a' and the limit.

5

যদি  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + a \sin x}{x^3}$  এর মান সসীম হয়, তাহলে 'a' এর মান এবং সীমার মান নির্ণয় কর।

13.(a) Prove that the curves  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$  and  $\frac{x^2}{a'} + \frac{y^2}{b'} = 1$  will cut orthogonally if  $a - b = a' - b'$ .

5

যদি  $a - b = a' - b'$  হয় তবে প্রমাণ কর  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$  এবং  $\frac{x^2}{a'} + \frac{y^2}{b'} = 1$  লম্বভাবে ছেদ করবে।

(b) Find the asymptotes of the curve  $x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$ .

5

$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$  বক্ররেখাটির অসম্পর্ক রেখা নির্ণয় কর।



- 14.(a) If  $u = x\phi\left(\frac{y}{x}\right) + \psi\left(\frac{y}{x}\right)$ , prove that  $\left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u = 0$ . 5

যদি  $u = x\phi\left(\frac{y}{x}\right) + \psi\left(\frac{y}{x}\right)$  হয়, প্রমাণ কর  $\left(x\frac{\partial}{\partial x} + y\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u = 0$ .

- (b) If 5

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0)$$

$$= 0, \quad (x, y) = (0, 0)$$

Show that  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0)$ .

যদি  $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0)$

$$= 0, \quad (x, y) = (0, 0)$$

হয়, তাহলে দেখাও যে,  $f_{xy}(0, 0) = f_{yx}(0, 0)$ .

- 15.(a) If  $H(x, y)$  be a homogeneous function, of  $x$  and  $y$ , of degree  $n$  having continuous first order partial derivatives and  $u(x, y) = (x^2 + y^2)^{-\frac{n}{2}}$ , show that 5

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0.$$

যদি  $H(x, y)$   $x$  ও  $y$  এর একটি  $n$  মাত্রার সমঘাতী অপেক্ষক হয় এবং প্রথম আংশিক

অন্তরকলজদ্বয় সংজ্ঞার অঞ্চলে সন্তত হয় এবং  $u(x, y) = (x^2 + y^2)^{-\frac{n}{2}}$  হলে দেখাও যে,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0.$$

- (b) Given 4+1

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & , 0 \leq x < 1 \\ 2-x & , 1 \leq x \leq 2 \\ x - \frac{x^2}{2} & , 2 < x \end{cases}$$

Examine the differentiability of  $f(x)$  at  $x = 1$ . State with reasons whether  $f$  is continuous at  $x = 1$ .

যদি

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & , 0 \leq x < 1 \\ 2-x & , 1 \leq x \leq 2 \\ x - \frac{x^2}{2} & , 2 < x \end{cases}$$

হয় তাহলে  $x = 1$  বিন্দুতে  $f(x)$  -এর অন্তরকলন যোগ্যতা নির্ণয় কর।

$x = 1$  বিন্দুতে  $f(x)$  এর সাত্ততা যথার্থসহ পরীক্ষা কর।

## Group-E

## বিভাগ-ঙ

## Full Marks-10

16. Answer any *one* question from the following:

2×1 = 2

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) If a function  $f(x)$  is periodic with period  $T$ , then prove that

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x) dx, \quad n \text{ is an integer.}$$

যদি  $f(x)$  পর্যায়কাল বিশিষ্ট একটি পর্যায়বৃত্ত অপেক্ষক হয় তবে প্রমাণ কর যে,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{a+nT}^{b+nT} f(x) dx, \quad n \text{ পূর্ণসংখ্যা।}$$

- (b) Evaluate:  $\int_2^4 \{|x-2| + |x-3|\} dx$ .

মান নির্ণয় কর:  $\int_2^4 \{|x-2| + |x-3|\} dx$ .

- (c) Evaluate:  $\int \frac{e^x}{x} (1 + x \log x) dx$ .

মান নির্ণয় কর  $\int \frac{e^x}{x} (1 + x \log x) dx$ .

4×2 = 8

17. Answer any two questions from the following:

নিম্নলিখিত যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Show that  $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ .

দেখাও যে  $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ .

(b) Evaluate:  $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$ .

মান নির্ণয় কর:  $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin x}} dx$ .

(c) Evaluate:  $\int \frac{xdx}{(1+x)(1+x^2)}$ .

মান নির্ণয় কর:  $\int \frac{xdx}{(1+x)(1+x^2)}$ .

(d) Find the value of  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$ .

মান নির্ণয় কর:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{\frac{1}{n}}$ .

**Group-F****বিভাগ-চ****Full Marks-10**

18. Answer any one question from the following:

2×1 = 2

নিম্নলিখিত যে-কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Find the differential equation of the curve  $e^{y-x} = \lambda(y+x)$ ,  $\lambda$  being a parameter. $e^{y-x} = \lambda(y+x)$ , বক্রের অবকল সমীকরণ নির্ণয় কর। যেখানে  $\lambda$  একটি parameter।

- (b) Show that the curve for which the normal at every point passes through the origin is a circle.

দেখাও যে, যে বক্রের প্রতিটি বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্ব মূল বিন্দুগামী সেটি একটি বৃত্ত।

- (c) Solve:  $\{xy \cos(xy) + \sin(xy)\}dx + x^2 \cos(xy)dy = 0$ .

সমাধান কর:  $\{xy \cos(xy) + \sin(xy)\}dx + x^2 \cos(xy)dy = 0$ .

19. Answer any two questions from the following:

4×2 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Solve:  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2} (\log y)^2$ .

সমাধান কর:  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} \log y = \frac{y}{x^2} (\log y)^2$ .

- (b) Find the general and the singular solution of  $y = px + \sqrt{a^2 p^2 + b^2}$ ;  $p \equiv \frac{dy}{dx}$ .

সাধারণ ও বিশিষ্ট সমাধান নির্ণয় কর:  $y = px + \sqrt{a^2 p^2 + b^2}$ ;  $p \equiv \frac{dy}{dx}$ .

- (c) Solve:  $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)(ydx + xdy) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)(xdy - ydx)$ .

সমাধান কর:  $x \cos\left(\frac{y}{x}\right)(ydx + xdy) = y \sin\left(\frac{y}{x}\right)(xdy - ydx)$ .

- (d) If  $(a + bx)e^{\frac{y}{x}} = x$ , then prove that  $x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$ .

যদি  $(a + bx)e^{\frac{y}{x}} = x$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $x^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = \left(x \frac{dy}{dx} - y\right)^2$ .