

## West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com ( Honours, Major, General ) Examinations, 2014

## PART - III

## MATHEMATICS — GENERAL

## Paper - IV

Duration : 3 Hours ]

[ Full Marks : 100

*The figures in the margin indicate full marks.*

প্রাপ্ত সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

Answer any two Groups from the Groups A, B and C.

বিভাগ-ক, খ এবং গ-এর মধ্যে থেকে যে কোন দুটি বিভাগের উত্তর দিন।

## Group - A

## বিভাগ - ক

Answer any five questions.

5 × 10 = 50

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) In a Boolean Algebra  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$  prove the following :i) If  $b + a = c + a$  and  $b + a' = c + a'$ , then  $b = c \forall a, b, c \in B$ .ii)  $a + b' = 1$  iff  $a + b = a \forall a, b \in B$ .

2 + 3

কোন বুলীয় বীজগণিত  $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ -এর যে কোন তিনটি পদ  $a, b, c$ -এর জন্য নিম্নলিখিতগুলি প্রমাণ করুন :i) যদি  $b + a = c + a$  এবং  $b + a' = c + a'$  হয় তবে  $b = c$  হবে।ii)  $a + b' = 1$  হলে  $a + b = a$  হবে এবং বিপরীত বিবৃতিটিও সত্য হবে।b) i) Express the Boolean expression  $(x' + yz)$  in Conjunctive normal form.ii) Find the complement of the Boolean expression  $(x + y)(x + y')(x' + y')$  in CNF.

3 + 2

- i)  $(x' + yz)$  বুলীয় রাশিটিকে CNF-এ প্রকাশ করুন।
- ii)  $(x + y)(x + y')(x' + y')$  রাশিটির পুরক রাশিটি CNF-এ নির্ণয় করুন।

2. a) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map : 5

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$$

Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি সরল করুন :

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$$

b) Construct the switching table for the switching function  $f$  represented by the Boolean expression  $xyz + x'(y + z)$ . 5

$xyz + x'(y + z)$  সুইচিং অপেক্ষকটির সুইচিং সারণী গঠন করুন।

3. a) Describe different generation of computers with reference to their electronic components. What are full forms of DOS and FORTRAN ? 4 + 1

বিভিন্ন প্রজন্মের যন্ত্রগণকগুলি তাদের বৈদ্যুতিক উপাদান সাপেক্ষে বর্ণনা করুন। DOS এবং FORTRAN শব্দ দুটির পূর্ণরূপ কি ?

b) Define BIT, BYTE and WORD. Discuss briefly the different coding systems. 2 + 3

সংজ্ঞা দিন : BIT, BYTE ও WORD. বিভিন্ন ধরনের সংকেত পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিন।

4. a) i) Write short note on LOGICAL IF statement. 2

LOGICAL IF বিবৃতির উপর টীকা লিখুন।

ii) Find the final value of K after the following FORTRAN 77/90 program segment is executed. 2

$$K = 2$$

$$DO 10 I = 3, 8, 2$$

$$K = K + 1$$

10 CONTINUE

নিম্নলিখিত FORTRAN 77/90 প্রোগ্রামখণ্ডটি সম্পাদন করার পর K-এর চূড়ান্ত মান বের করুন :

K = 2

DO 10 I = 3, 8, 2

K = K + 1

10 CONTINUE

iii) Write FORTRAN expression of  $\frac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d \sin x}$ .

1

$\frac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d \sin x}$  -এর FORTRAN রূপ লিখুন।

b) Draw a flow-chart to find the largest of three distinct real numbers  $a$ ,  $b$  and  $c$ . 5

তিনটি স্বতন্ত্র বাস্তব সংখ্যা  $a$ ,  $b$  এবং  $c$ -র মধ্যে থেকে সর্বোচ্চ সংখ্যাটি নির্ণয় করার জন্য একটি প্রবাহচিত্র অঙ্কন করুন।

5. a) What do you mean by time complexity of an algorithm ? Develop an algorithm to find the roots of the equation  $ax^2 + bx + c = 0$ . 1 + 4

একটি অ্যালগোরিদম-এর সময় জটিলতা বলতে কি বোঝেন ?  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের বীজ নির্ণয়ের জন্য একটি অ্যালগোরিদম তৈরী করুন।

b) Write a FORTRAN 77/90 program to find the product of two  $m \times n$  matrices. 5

দুটি  $m \times n$  ম্যাট্রিক্সের গুণফল নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

6. a) Discuss briefly the basic difference between a function sub-program and a sub-routine sub-program in FORTRAN 77/90. 5

FORTRAN 77/90-তে একটি function sub-program এবং একটি sub-routine-এর মধ্যে মূল পার্থক্যগুলি সংক্ষেপে আলোচনা করুন।

- b) A function  $f(x)$  is defined as follows :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{for } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 3, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Write a FORTRAN 77/90 sub-program for defining  $f(x)$ . 5

একটি অপেক্ষক  $f(x)$  নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞাত :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{যখন } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{যখন } 0 \leq x \leq 1 \\ 3, & \text{অন্যথায়} \end{cases}$$

এই অপেক্ষক  $f(x)$ -কে লেখার জন্য একটি FORTRAN 77/90 সাব-প্রোগ্রাম তৈরী করুন।

7. a) State with suitable example the use of I, E, F, X and A formats in FORTRAN 77/90. 5

উপযুক্ত উদাহরণসহ FORTRAN 77/90-এর I, E, F, X ও A ফরম্যাটগুলির ব্যবহার সম্পর্কে লিখুন।

- b) Write an efficient FORTRAN 77/90 program to find the sum of  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$ . 5

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$  এই যোগফলটি নির্ণয় করার জন্য একটি কার্যকর FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

8. a) Write a FORTRAN 77/90 program to generate the Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... the last term being not greater than 1000. 5

একটি Fibonacci sequence, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... যার শেষ পদটি 1000-এর অধিক নয়, তৈরী করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

- b) i) State with a suitable example the use of IMPLICIT TYPE declaration in FORTRAN 77/90. 2

উপযুক্ত উদাহরণসহ FORTRAN 77/90-এর IMPLICIT TYPE বিবৃতির ব্যবহার উল্লেখ করুন।

- ii) Construct an example to show the use of nested DO loops in FORTRAN 77/90. 1

FORTRAN 77/90-তে Nested ডু লুপের ব্যবহার একটি উদাহরণসহ দেখান।



- iii) Is it necessary to use DIMENSION statements in case of array variables ? Justify your answer. 2

Array চলরাশির ক্ষেত্রে DIMENSION উক্তির ব্যবহার কি প্রয়োজনীয় ? আপনার উত্তরের সমর্থনে যুক্তি দিন।

9. a) Write a program in BASIC to find the H.C.F. and L.C.M. of two positive integers A and B. 6

দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা A এবং B-এর গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC-এ একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

- b) What is the purpose of DIM statement in BASIC ? 2

BASIC-এ DIM বিবৃতির উদ্দেশ্য কি ?

- c) Write a short note on TAB function in BASIC. 2

BASIC-এ TAB অপেক্ষকের উপর একটি সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন।

### Group - B

#### বিভাগ - খ

Answer Question No. 10 and any four from the rest.

$$10 + (4 \times 10) = 50$$

10 নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

10. Answer any five questions :

$$5 \times 2 = 10$$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Show that the series  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + [f(x)]^2}$  is uniformly convergent on any interval on which the function  $f$  is defined.

দেখান যে অপেক্ষক  $f$  সংজ্ঞাত আছে এমন যে কোন অন্তরালে  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + [f(x)]^2}$  শ্রেণীটি সমাভিসারী হবে।

- b) Show that the series of function  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$ ,  $0 \leq x < 1$ , is pointwise convergent on  $0 \leq x < 1$ , but the limit function is not bounded in  $[0, 1]$ .

দেখান যে অপেক্ষকের শ্রেণী  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$ ,  $0 \leq x < 1$  বিন্দু অনুসারে  $0 \leq x < 1$  অন্তরালে অভিসারী, কিন্তু সীমা অপেক্ষক  $[0, 1]$ -এ সীমাবদ্ধ নয়।

- c) Find the limit function for the sequence of functions  $\{f_n\}_n$  where  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$ ,  $x \geq 0$ .

$\{f_n\}_n$  অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন যেখানে  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$ ,  $x \geq 0$ .

- d) Find the radius of convergence of the power series  $x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{3^3 x^3}{3} + \dots$ .

$x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{3^3 x^3}{3} + \dots$  এই ঘাত শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

- e) Find the general solution of  $\frac{d^3 y}{dx^3} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7 \frac{dy}{dx} - 3y = 0$ .

$\frac{d^3 y}{dx^3} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7 \frac{dy}{dx} - 3y = 0$  সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন।

- f) Find the Laplace transform of the function  $F(t) = t^2$ ,  $t > 0$ .

$F(t) = t^2$ ,  $t > 0$ -এর ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় করুন।

- g) Find the particular integral  $y_p$  by the method of undetermined coefficient

of  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 5y = 25x^2 + 12$ .

অনির্গত সহগ পদ্ধতির সাহায্যে বিশেষ সমাকল  $y_p$  নির্ণয় করুন :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = 25x^2 + 12.$$

- h) If  $f(x) = f(-x)$  for all  $x \in [-\pi, \pi]$ . Show that Fourier coefficient  $b_n = 0$  for all  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

যদি  $[-\pi, \pi]$  অন্তরালে  $x$ -এর সকল মানের জন্য  $f(x) = f(-x)$  হয়, তবে দেখান যে ফুরিয়ার সহগ  $b_n = 0$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

11. a) State Weierstrass  $M$ -test for the uniform convergence of a sequence of functions,  $\{f_n(x)\}$  defined in  $[a, b]$ . Using this test show that the sequence  $\left\{\frac{x}{1+nx^2}\right\}$  converges uniformly in  $[0, 1]$ . 2 + 3

বদ্ধ অন্তরাল  $[a, b]$ -তে সংজ্ঞাত অপেক্ষকের অনুক্রম  $\{f_n(x)\}$ -এর সমভাবে অভিসারিত্বের Weierstrass  $M$ -পরীক্ষাটি বিবৃত করুন। এই পরীক্ষা প্রয়োগের দ্বারা দেখান যে  $\left\{\frac{x}{1+nx^2}\right\}$

অনুক্রমটি  $[0, 1]$  অন্তরালে সমভাবে অভিসারী।

- b) Find the sum function of the series  $\sum f_n(x)$  where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2}, \quad x \in [0, 1] \quad \text{and show that}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\sum f_n(x)\right) \neq \sum \frac{d}{dx}(f_n(x)). \quad 5$$

$\sum f_n(x)$  শ্রেণীর যোগফল অপেক্ষকটি নির্ণয় করুন যখন

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2}, \quad x \in [0, 1] \mid \text{দেখান যে } x = 0 \text{ বিন্দুতে}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\sum f_n(x)\right) \neq \sum \frac{d}{dx}(f_n(x)).$$

12. a) Prove that  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \dots$  is convergent on  $[0, \infty)$  but the convergence is not uniform on  $[0, \infty)$ . 5

দেখান যে  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \dots$  এই অপেক্ষকের শ্রেণীটি

$[0, \infty)$  অন্তরালে অভিসারী কিন্তু সেটি  $[0, \infty)$  অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

- b) Assuming the power series expansion for  $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, |x| < 1$ , show that

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1. \text{ By using Abel's theorem}$$

$$\text{deduce that } \log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots. \quad 5$$

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, |x| < 1$  ধরে নিয়ে দেখান যে,

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1.$$

Abel-এর উপপাদ্যটির সাহায্য নিয়ে দেখান যে,  $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

13. a) Solve :  $\frac{d^3 y}{dx^3} + 9 \frac{dy}{dx} = \cos 3x$ . 5

$$\text{সমাধান করুন : } \frac{d^3 y}{dx^3} + 9 \frac{dy}{dx} = \cos 3x.$$

- b) Solve by method of variation of parameter  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = \sec 2x$ . 5

$$\text{ভেদ প্রচলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন : } \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = \sec 2x.$$

14. a) Using the method of undetermined coefficient solve :  $(D^2 - D + 6)y = e^{2x} \sin x, D \equiv \frac{d}{dx}$ . 5

$$\text{অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করুন : } (D^2 - D + 6)y = e^{2x} \sin x, D \equiv \frac{d}{dx}.$$



b) Solve :  $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

5

সমাধান করুন :  $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

15. a) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0) \text{ with } y''(0) = y'(1) = 0.$$

5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0) \text{ অবকল সমীকরণের } y''(0) = y'(1) = 0 \text{ -এর জন্য আইগেন}$$

মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করুন।

- b) Solve the following partial differential equation by Lagrange's method :

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

5

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন :

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

16. a) Find the Fourier series expansion of the function  $f$  defined by

$$f(x) = 0, \quad -\pi < x < 0$$

$$= x^2, \quad 0 \leq x < \pi.$$

Hence, deduce  $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

5

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়ার শ্রেণীতে বিস্তৃত করুন :

$$f(x) = 0, \quad -\pi < x < 0$$

$$= x^2, \quad 0 \leq x < \pi.$$

এর থেকে দেখান যে  $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

- b) Find the Fourier series of the function

$$f(x) = 2k, -\pi < x < 0$$

$$= 0, 0 \leq x < \pi,$$

where  $k$  is a constant.

5

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির ফুরিয়ার শ্রেণী নির্ণয় করুন :

$$f(x) = 2k, -\pi < x < 0$$

$$= 0, 0 \leq x < \pi,$$

যেখানে  $k$  একটি ধ্রুবক।

17. a) If  $L\{f(t)\} = F(s)$ , then prove that  $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$ ,  $s, a > 0$

$$\text{If } f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 2 \\ k, & t \geq 2 \end{cases}$$

find  $L\{f(t)\}$ .

3 + 2

যদি  $L\{f(t)\} = F(s)$  হয় তবে প্রমাণ করুন যে  $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$ ,  $s, a > 0$

$$\text{যদি } f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 2 \\ k, & t \geq 2 \end{cases}$$

তবে  $L\{f(t)\}$  বের করুন।

- b) Solve using Laplace transformation, the equation  $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$  given that  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 5$ .

5

ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে  $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$  সমীকরণটির সমাধান করুন

যেখানে  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 5$ .

## Group – C

## বিভাগ – গ

Answer Question No. 18 and any four from the rest.

$$10 + (4 \times 10) = 50$$

18 নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

18. Answer any five questions :

$$5 \times 2 = 10$$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Let  $a, b, c$  be integers such that  $a \neq 0$ . If  $a|b$  and  $a|c$ , then prove that  $a|(ax + by)$  for any integers  $x, y$ .

যদি  $a, b, c$  পূর্ণসংখ্যা হয়, যেখানে  $a \neq 0$  এবং যদি  $a|b$  এবং  $a|c$  হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে  $a|(ax + by)$  যেখানে  $x$  এবং  $y$  যে কোন পূর্ণসংখ্যা।

- b) Find all prime divisors of  $40!$

$40!$  সংখ্যাটির সকল মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করুন।

- c) If  $a, b, c$  are positive integers such that  $\gcd(a, bc) = 1$ , then prove that  $\gcd(a, b) = 1 = \gcd(a, c)$ .

যদি  $a, b, c$  ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যেখানে  $\gcd(a, bc) = 1$ , তাহলে প্রমাণ করুন যে  $\gcd(a, b) = 1 = \gcd(a, c)$ .

- d) If  $a \equiv b \pmod{m}$  and  $c \equiv d \pmod{m}$  then show that  $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ .

যদি  $a \equiv b \pmod{m}$  এবং  $c \equiv d \pmod{m}$  হয় তাহলে দেখান যে  $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ .

- e) Find  $\phi(260)$  where  $\phi$  denotes the Euler's phi function.

$\phi$  যদি Euler-এর phi অপেক্ষক হয় তাহলে  $\phi(260)$  নির্ণয় করুন।

- f) Determine the highest power of 2 dividing  $(11010100)_2$ .

2-এর সর্বাপেক্ষা বৃহৎ ঘাত কত হলে ঘাতসহ 2 সংখ্যাটি  $(11010100)_2$ -কে সম্পূর্ণরূপে বিভাজিত করবে ?

- g) Find a recurrence relation for the sequence :

$S: 2, 6, 10, 14, \dots$

নিম্নলিখিত অনুক্রমটির জন্য একটি আবৃত্তি নির্ণয় করুন :

$S: 2, 6, 10, 14, \dots$

- h) In a Boolean algebra  $(B, +, \cdot, ')$ , for all  $a, b, c \in B$  if  $b + c = c + a$  and  $b + a' = c + a'$  then prove that  $b = c$ .

$(B, +, \cdot, ')$  একটি বুলীয় বীজগণিত হলে,  $B$ -এর অন্তর্গত সমস্ত  $a, b, c$ -এর জন্য যদি  $b + c = c + a$  এবং  $b + a' = c + a'$  হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে,  $b = c$ .

19. Answer any two questions :

$2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Use mathematical induction to prove the following :  
 $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$  for any positive integer  $n$ . 5

গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখান যে  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ , সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা  $n$ -এর জন্য।

- b) i) Find the gcd of two integers 723 and 45 and also find  $s$  and  $t$  such that  $\gcd(723, 45) = 723s + 45t$ . 3

723 এবং 45 পূর্ণসংখ্যাগুলির gcd নির্ণয় করুন।  $s$  এবং  $t$  নির্ণয় করুন যেখানে  $\gcd(723, 45) = 723s + 45t$  হয়।

- ii) Convert  $(8F5)_{16}$  from hexadecimal to binary notation. 2

$(8F5)_{16}$  এই ষোড়শাদী সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী রাশিতে প্রকাশ করুন।

- c) Find all solutions of the Diophantine equation  $3x + 2y = 6$ . 5

Diophantine সমীকরণ  $3x + 2y = 6$ -এর সমাধান নির্ণয় করুন।



20. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) If  $a$  is a positive integer such that  $\gcd(a, 429) = 1$ , then prove that  $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$ . 5

যদি  $a$  এমন একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যার জন্য গ.সা.গু.  $(a, 429) = 1$  হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে  $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$ .

- b) Is  $(23AE5)_{16}$  is divisible by 3 ? Explain. 5

$(23AE5)_{16}$  কি 3 দ্বারা বিভাজ্য ? ব্যাখ্যা দিন।

- c) Find the correct check digit for the following ISBN :  
81 — 203 — 0871 — 5

81 — 203 — 0871 — ISBN-টির জন্য শুদ্ধ যাচাই (digit check) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

21. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) i) Let first 9 digits of the ISBN of a particular book be  
0 — 673 — 38582. Then find the check digit. 3

একটি বই-এর ISBN-সংখ্যাটির প্রথম নয়টি অঙ্ক 0 — 673 — 38582। সংখ্যাটির সঠিক যাচাই (check digit) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

- ii) Determine whether the following ISBN is valid :  
81 — 213 — 0871 — 9 2

নিম্নলিখিত ISBN সংখ্যাটি বৈধ (valid) কিনা নির্ণয় করুন :

81 — 213 — 0871 — 9

- b) Set up a Round-Robin tournament for 8 teams. 5

আটটি দল অংশগ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করুন।

- c) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem. 5

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

Chinese ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নিম্নলিখিত congruence গুলির সাধারণ সমাধান

নির্ণয় করুন :

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

22. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) For any Boolean algebra prove that  $(a + b)(b + c)(c + a) = ab + bc + ca$  for all  $a, b, c \in B$ . 5

যে কোন বুলীয় বীজগণিতের জন্য প্রমাণ করুন যে  $(a + b)(b + c)(c + a) = ab + bc + ca$  ( $B$ -এর অন্তর্গত যে কোন  $a, b, c$ -এর জন্য)।

- b) Construct the truth tables for the following Boolean expressions : 5

i)  $x(y + x')$

ii)  $xy' + y(x' + z)$ .

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালার জন্য সত্যতা সারণী নির্ণয় করুন :

i)  $x(y + x')$

ii)  $xy' + y(x' + z)$ .

- c) Express the Boolean expression  $(x + y)(x + y')(x' + z)$  in DNF in two variables  $x, z$  and also express it in DNF in the variables  $x, y, z$ . 5

$(x + y)(x + y')(x' + z)$  বুলীয় রাশিমালাকে  $x, z$  চলদ্বয়ের সাপেক্ষে DNF-এ প্রকাশ করুন।

ঐ রাশিমালাকে  $x, y, z$  চলের সাপেক্ষে ও DNF-এ প্রকাশ করুন।

23. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Determine whether the sequence  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  is a solution of the recurrence relation  $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$  for all  $n \geq 2$ , where  $a_n = 2^n$  for every  $n > 0$ . 5

যদি  $a_n = 2^n$  ( $n > 0$ ) হয়, তবে পরীক্ষা করুন যে  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  অনুক্রমটি

$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$  (যেখানে  $n \geq 2$ ) এই আবৃত সম্বন্ধটি সিদ্ধতা সাধন করে কিনা।

- b) Solve the following difference equation for the given initial conditions :

$$a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2} : n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = -8.$$

5

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তগুলির সাপেক্ষে নিম্নলিখিত অন্তর সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় করুন :

$$a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2} : n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = -8.$$

- c) Use generating functions to solve the following recurrence relation :

$$a_n = 3a_{n-1} + 2 \text{ for all } n \geq 1, a_0 = 2.$$

5

কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে নিম্নলিখিত আবৃত সমীকরণটি সমাধান করুন :

$$a_n = 3a_{n-1} + 2 \text{ সকল } n \geq 1, a_0 = 2 \text{-এর জন্য।}$$

24. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Solve the following recurrence relation with the given initial conditions :

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2} \text{ where } a_0 = 1, a_1 = 0.$$

5

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তসাপেক্ষে নিম্নলিখিত আবৃত সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় করুন :

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2} \text{ যেখানে } a_0 = 1, a_1 = 0.$$

- b) Find the solution of  $a + b + c = 10$  where  $a, b, c$  are integers satisfying  $0 \leq a \leq 2, 2 \leq b \leq 4, c = 4$  or  $5$ . Use generating function.

5

কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে  $a + b + c = 10$  সমীকরণটির সমাধানগুলি নির্ণয় করুন যেখানে

$a, b, c$  পূর্ণসংখ্যা এবং  $0 \leq a \leq 2, 2 \leq b \leq 4, c = 4$  বা  $5$ .

- c) Draw a switching circuit for the Boolean expression  $[(x + y)(x + y')y + x] + yy'$ .

Find the equivalent simplest circuit.

5

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালাটির প্রকাশক সুইচিং বর্তনীটি অঙ্কন করুন :

$$[(x + y)(x + y')y + x] + yy'$$

সমতুল্য সরলতম বর্তনীটি নির্ণয় করুন।

